



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

### Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

### About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>

MSOT

AKAD

171

171

171

171

171

171

171

171

171

171

171

171

171

171

171

171

171

171

171

171

171

171

171



48.5 - 896 vo 1149-58  
1892-93(1892-94

**W. G. FARLOW.**



48.5 - 596 v. 1.49-58  
1892-93(1892-94

**W. G. FARLOW.**







# ÖFVERSIGT

AF

## KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

FYRATIONIONDE ÅRGÅNGEN.

1892.



STOCKHOLM, 1892, 1893.

KUNGL. BOKTRYCKERIET. P. A. NORSTEDT & SÖNER.

48.5

396v0 v. 49-50

1892 (1892, 1893)

# INNEHÅLL.

Utförliga uppsatser äro betecknade med en asterisk.

	Sid.
*ABEGG, Untersuchungen über Diffusion in wässrigen Salzlösungen .....	517.
ANDERSSON, Reseberättelse .....	2.
—, Växtpaleontologiska undersökningar af svenska torfmossor .....	394.
APPELLOF, Die Schalen von Sepia, Spirula und Nautilus. Studien über den Bau und das Wachsthum .....	321.
ARRHENIUS, Ueber die Aenderung des elektrischen Leitungsvermögens einer Lösung durch Zusatz von kleinen Mengen eines Nichtleiters .....	120.
—, Ueber die Diffusion von in Wasser gelösten Stoffen .....	196.
*—, Ueber die Bestimmung der elektrolytischen Dissociation von Salzen mittelst Löslichkeitsversuchen .....	481.
AURIVILLIUS, CARL, Reseberättelse .....	1.
—, Ueber einige oberislarische Cirripeden aus Gotland .....	119.
*—, Neue Cirripeden aus dem Atlantischen, Indischen und Stillen Ocean .....	123.
*—, Berättelse om en år 1891 utförd resa till Malayiska archipelagen .....	221.
AURIVILLIUS, CHR., Om SJÖSTEDTS forskningsresa i Kamerunlandet .....	66.
—, Ytterligare om SJÖSTEDTS forskningsresa .....	262.
—, Om gåfva till Riksmuseum af palearktiska fjärilar och om termitbön från Kamerun .....	363.
BENDIXSON, Quelques applications du théorème de STURM étendu à un système d'équations .....	2.
*—, Sur les équations différentielles linéaires homogènes .....	91.
*—, Sur l'irréductibilité des fonctions de plusieurs variables .....	189.
*—, Sur l'intégration d'un système d'équations aux différentielles totales .....	271.
*—, Sur les équations différentielles régulières .....	279.
*—, Sur un théorème de M. LIE .....	301.
BERGENDAL, Studien über Turbellarien. I. Ueber die Vermehrung der Quertheilung des Bipalium kewense .....	195.
—, Gastroschiza, eine neue Gattung und Familie der Räderthiere .....	322.
*—, Några anmärkningar om Sveriges Triklader .....	539.
*BLADIN, J. A., Om triazol .....	135.
*—, Om tetrazol .....	207.
BLADIN, O. L., Reseberättelse .....	299.
BORGSTRÖM, Reseberättelse .....	1.
CARLQVIST, Reseberättelse .....	1.
—, Studien über nordische Actinien, I. ....	393.
*—, Beiträge zur Kenntniss der Edwardsien .....	451.
CHARLIER, Om fotografens användning för undersökning af föränderliga stjernor .....	65.
—, Studier öfver trekropparsproblemet .....	196.
*CLEVE, Om 1:2 Dicyanacetalin och 1:2 Naftalindikarbonsyra .....	397.

*CLEVE, Om Klornaftalinsulfonsyror.....	405.
* —, Om 1:2:7 Nitroklornaftalinsulfonsyror.....	417.
DAHLSTEDT, Bidrag till sydöstra Sveriges Hieraciumflora. II.....	195.
DUNÉR, Om ljusvexlingen hos den föränderliga stjernan i stjernbilden Cygnus.....	262, 325.
*EKMAN och PETTERSSON, Om det hydrografiska tillståndet i Bohusläns skär- gård vid tiden för vintersillfiskets upphörande 1879, 1890 och 1891.....	343.
* — och PETTERSSON, Ytvattensobservationer i Kattegat och Nordsjön under vintern 1891—1892.....	353.
* — och PETTERSSON, Hydrografiska observationer i Kattegat vid början af September månad 1891.....	359.
*ELFSTRAND, Salicologiska bidrag.....	365.
FLEMING, Om en universal tideräkning för hela jorden.....	65.
FORSLING, Om absorptionsspectra hos Didym och Samarium.....	120.
*FORSELL, Om etylendiamins inverkan på tiobenzamid.....	173.
* —, Om etylendiamins inverkan på $\beta$ -tionaftamid.....	215.
* —, Om etylendiamins inverkan på $\alpha$ -tionaftamid.....	313.
GOËS, A synopsis of the arotic and scandinavian marine Foraminifera.....	363.
GREVILLIUS, Reseberättelse.....	2.
—, Om fruktblads förökning hos Aesculus Hippocastanum.....	120.
—, Om vegetationens utveckling på de nybildade Hjelmaröarne.....	364.
GULLSTRAND, Objective Differentialdiagnostik und photographische Abbildung von Augenmuskellähmungen.....	322.
GYLDÉN ref. FLEMING, Om en universal tideräkning.....	65.
—, ref. CHARLIER, Om fotografins användning för undersökning af för- änderliga stjernor.....	65.
* —, Om periplegmatiska kurvor.....	69.
— ref. BENDIXSON, Sur irréductibilité des fonctions de plusieurs variables.....	120.
— ref. CHARLIER, Studier öfver trekropparproblemet.....	196.
— ref. LUMIÈRE, Procédés photographiques aux sels manganiques.....	261.
— ref. eget arbete: Nouvelles recherches sur les séries employées dans les théories des planètes.....	322.
HAMBERG, Sur une prétendue périodicité de presque 26 jours dans les orages.....	2.
HASSELBERG ref. FORSLING, Om absorptionsspectra hos Didym och Sama- rium.....	394.
* —, Projet d'une méthode pour déterminer avec grande exactitude l'indice de refraction et la dispersion de l'air.....	441.
— ref. ARRHENIUS, Berättelse om undersökningar öfver den elektrolytiska dissociationstheorien.....	478.
*HECTOR, Undersökning af den vid oxidation af fenylsulfvelurinämne med vätesuperoxid erhållna föreningens konstitution.....	79.
HEDLUND, Kritische Bemerkungen über einige Arten der Flechtengattungen Lecanora, Lecidea och Micarea.....	120.
HOLMGREN, Om hörselinnervationer och hörselkappillarer hos Lepidoptera.....	395.
JUEL, Ueber einige Pilze, welche die Wurzeln von Vallota bewohnen.....	262.
JÄDERIN, Om en märklig art af förändring hos geodetiska längdmätninga- strängar.....	478.
KJELLMAN, Studier öfver chlorophycée-släktet Acrosiphonia.....	364.
—, Om en ny organisationstyp inom släktet Laminaria.....	394.
AF KLERCKER, Pflanzenphysiologische Mittheilungen. II.....	2.
* —, Eine Methode zur Isolirung lebender Protoplaste.....	463.
*KOBÉ, Om de inre spänningarne i en elastisk roterande skiva.....	571.
*LANGLET, Om azthinderivat. II.....	165.
—, Om azthinderivat. III.....	307.
LINDMAN, C. A. M., Resemeddelanden från Brasilien.....	321.
*LINDMAN, C. F., Om några integraler.....	5.
LINDSTRÖM ref. WIMAN, Reseberättelse.....	119.
— ref. CARL AURIVILLIUS, Ueber einige oberäurilische Cirripeden aus Gotland.....	119.

LOVÉN, CHR. ref. BLADIN, Reseberättelse.....	299.
*LOVÉN, H., Något om luften i Fucacernas blåsor.....	107.
LOVÉN, S., Echinologica.....	2.
*LUMIÈRE, Procédés photographiques aux sels manganiques.....	287.
LÖNNBERG, Ichtyologische Notizen.....	66.
—, Bemerkungen über einige Cestoden.....	394.
MITTAG-LEFFLER ref. BENDIXSON, Sur les équations différentielles linéaires homogènes.....	66, 196.
—, ref. PHRAGMÉN, Note sur le procédé alterné de M. SCHWARZ.....	262.
—, ref. BENDIXSON, Sur l'intégration d'un système d'équations aux différentielles totales.....	262.
—, ref. BENDIXSON, Sur les équations différentielles régulières.....	262.
—, Om singulariteterna hos icke lineära differentialekvationer.....	322.
—, ref. PHRAGMÉN, Sur une nouvelle méthode de démontrer le principe de Dirichlet.....	196, 478.
MUNTZE, Studier öfver Baltiska hafvets kvartära historia.....	66, 120.
*NATHORST, Om några mollusker och Ostrakoder från kvartära sötvattens- aflagringar i Ryssland och Tyskland.....	425.
*—, Om några till Riksmuseets växtpaleontologiska afdelning inkomna torfmossöfnynd.....	429.
NILSSON ref. PALMQVIST, Undersökningar öfver luftens kolsyrehalt.....	299.
NORDENSKIÖLD, A. E., Om en af G. NORDENSKIÖLD utförd resa i norra Amerika.....	119.
—, Om stofffallet den 3 Maj 1892.....	261.
—, Om C. W. Scheeles efterlemnade bref och anteckningar.....	322.
*NORDENSKIÖLD, O., Om rhodaniderna af några amoniakaliska kromföreningar.....	39.
NYMAN, Reseberättelse.....	2.
OLSSON, K. G., Ueber die absolute Bahn des Planeten Egeria.....	363.
OLSSON, P., Bidrag till Skandinavians Helminthfauna.....	477.
PALMQVIST, Undersökningar öfver luftens kolsyrehalt.....	262.
*PETRINI, Om gasers jemvigt under inverkan af gravitationen.....	559.
*PETTERSSON och EKMAN, Om det hydrografiska tillståndet i Bohusläns skär- gård vid tiden för vinterskillnads upphörande 1879, 1890 och 1891.....	343.
*— och EKMAN, Ytvattensobservationer i Kattegat och Norddjön under vintern 1891—1892.....	353.
*— och EKMAN, Hydrografiska observationer i Kattegat vid början af Sep- tember månad 1891.....	359.
—, Om en metod för bestämning af kol i smidesjern och stål.....	363.
—, Plan till en hydrografisk undersökning af Norddjön- och Österdjön-om- rådena.....	394.
*PHRAGMÉN, Sur la resolution des équations numériques.....	179.
*—, Sur un théorème de Dirichlet.....	199.
*—, Note sur le procédé alterné de M. Schwarz.....	265.
*—, Sur une nouvelle méthode de démontrer le principe de Dirichlet.....	511.
VON PORAT, Myriopoder från vestra och södra Afrika.....	395.
RETZIUS, Om smaknervernas ändringssätt m. m.....	363.
—, öfverlemnar 4:de bandet af »Biologische Untersuchungen. Neue Folge».....	478.
ROSEN, Om jordmättnings-konferensen i Bryssel.....	394.
RYDBERG, Sur une certaine asymétrie dans les réseaux concaves de M. Rowland.....	394.
SCHMIDT, Om en af honom konstruerad kronograf.....	262.
SCHÖTT, Zur Systematik und Verbreitung arktischer Collembola.....	393.
SMITT ref. LÖNNBERG, Ichtyologische Notizen.....	66.
— ref. CARL AURIVILLIUS, WIRÉN, CARLSEN och BORGSTROM, Rese- berättelser.....	119.
*SÖDERBAUM, Om tvänne isomera dioximidopropionsyror.....	145.
*—, Om några aromatiska isonitrosoketoners förhållande till ättiksyreanhy- drid och acetylklorid.....	495.
THEEL, Om protozoernas biologi.....	322.
—, Om echinodermernas utveckling och egendomligheter hos deras ägg.....	394.
TURNER, Algæ aquæ dulcis Indiæ orientalis.....	261.



WALLENGREN, Reseberättelse.....	477.
*WALLIN, Glykokollens platinaföreningar.....	21.
WIDMAN ref. BLADIN, Om tetrazol.....	196.
WIMAN, Reseberättelse.....	2.
WIRÉN, Reseberättelse.....	1.
* —, Anteckningar under en resa i Tyskland sommaren 1891.....	231.
—, Studien über die Solenogastres. II. Chaetoderma nitidulum.....	299.
WITTRÖCK ref. DAHLSTEDT, MALME, ROMELL, NYMAN och GREVILLIUS, Reseberättelser.....	65, 66.
— ref. H. LOVÉN, Något om luften i Fucaceernas blåsor.....	66.
— ref. GREVILLIUS, Om fruktblads förökning hos Aesculus hippocastanum.....	120.
— ref. KJELLMAN, »Om chlorophyceéslägtet Acrosiphonia», »Om en ny organisationstyp inom släktet Laminaria» och »Om fucoidéslägtet Mycophycus».....	478.
<hr/>	
Sekreterarens årsberättelse.....	237.
Hr ADELSKÖLD väljes till Præsens.....	196.
Hr ALMÉN nedlägger præsidium.....	196.
Hr S. LOVÉN erhåller afsked från intendentembete vid Riksmuseum.....	196.
Hr THEEL utnämnes till Intendent vid Riksmuseum.....	262.
Hr KEY utses till ledamot af Stockholms Högskolas styrelse.....	479.
Med döden afgångne ledamöter: BERLIN, AIRY, STAS. VON BRÜCKE, 1; ADAMS, 65; KOPP, BOWMAN, 195; HOFMANN, VON REGEL, 261; VON DÜBEN, 321; SOETBEER, 393.	
Invalde ledamöter: CORNU, 2; WIDMAN, VAN'T HOFF, OLLIER, 121; AUWERS. TLASERAND, 196; DAUBRÉE, HIS, 300; WINKLER, VON MUELLER, 395; BLIX, 479.	
LETTERSTEDTSKA författarepriset: DE LAVAL, PETTERSSON, EKMAN.....	66.
LETTERSTEDTSKA översättningspriset.....	66.
LETTERSTEDTSKA anslaget för undersökningar: ANDERSSON.....	67.
FERNERSKA belöningen: PHRAGMÉN.....	120.
LINDBOMSKA belöningen: BLADIN, SÖDERBAUM.....	120.
FLORMANSKA belöningen: MÜLLER.....	120.
WALLMARKSKA belöningen: DUNÉR, EKHOLM.....	395.
BERZELISKA stipendiet: ABENIUS.....	262.
REGNELLS zoologiska gåfvomedel: THEEL, AURIVILLIUS.....	395.
BESKOWSKA stipendiet: FORSLING.....	479.
EDLUNDSKA donationsrättan: HASSELBERG, 2; ANDRÉE, 478.	
Reseunderstöd: CARLIGREN, WALLENGREN, OHLIN, SCHÖTT, DAHLSTEDT, HEDLUND, JUEL, MUNTHE, O. NORDENSKJÖLD.....	121.
Uppmuntran för instrumentmakare: P. M. SÖRENSEN och G. SÖRENSEN.....	121.
Skänker till biblioteket: 3, 20, 67, 78, 106, 122, 172, 178, 197, 214, 236, 263, 264, 278, 286, 300, 319, 323, 364, 386, 395, 404, 416, 428, 450, 462, 475, 479, 510, 568, 570, 576.	

# ÖFVERSIGT

AF

## KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 49.

1892.

N<sup>o</sup> 1.

Onsdagen den 18 Januari.

### INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar .....	sid. 1.
LINDMAN, Om några integraler. I. ....	» 5.
WALLIN, Glykokollens platinaföreningar .....	» 21.
NORPKNSKJÖLD, O., Om rhodaniderna af några ammoniakaliska krom- föreningar.....	» 39.
Skänker till Akademiens bibliotek .....	3, 20.

Tillkännagafs, att Akademiens inländske ledamot f. d. Generaldirektören i Kongl. Medicinalstyrelsen N. J. BERLIN, samt utländske ledamöterna: f. d. Direktorn för observatorium i Greenwich GEORGE BIDDLE AIRY, Professorn vid universitetet i Bryssel JEAN SERVAIS STAS, och Professorn vid universitetet i Wien ERNST WILHELM VON BRÜCKE med döden afgått.

Berättelser om resor, som med understöd af Akademien under sistlidet år utförts, hade blifvit afgifna af

Docenten A. WIRÉN, som dels vid Kristinebergs zoologiska station studerat lägre hafsdjur, företrädesvis mollusker, och dels under en resa i Tyskland tagit kännedom om dettas förnämsta zoologiska museer och vid dem använda arbetsmetoder;

Docenten CARL AURIVILLIUS, som utfört en resa till Malayiska Arkipelagen för zoologiska ändamål;

Filos. Kandidaten O. CARLGREN, som fortsatt föregående studier öfver vestkustens Actinier;

Filos. Kandidaten E. BORGSTRÖM, som vid Kristineberg anställt undersökningar af i fiskar lefvande parasiter af echinorynchernas grupp;

Filos. Kandidaten A. Y. GREVILLIUS, som egnat sig åt studier öfver de Öländska alvarväxternas morfologi och anatomi;

Filos. Kandidaten E. NYMAN, som undersökt lefvermossfloran inom Norrbottens län och särskildt i Lule Lappmark;

Filos. Doktor G. ANDERSSON, som anställt forskningar öfver torfmoss-vegetationen på Omberg och i dess omnejd; och

Studeranden C. WIMAN, som anställt geologiska och palæontologiska undersökningar inom Jemtland.

Amanuensen Dr. H. E. HAMBERG redogjorde för innehållet af en af honom sjelf författad uppsats med titel: »Sur une prétendue périodicité de presque 26 jours dans les orages» (Se Bihang till K. Vet. Akad. Handl.).

Filos. Doktor G. ANDERSSON redogjorde för sin ofvannämnda reseberättelses innehåll äfvensom i sammanhang dermed för sina föregående undersökningar öfver vegetationen i skånska torfmossar, samt öfverlemnade en om dessa ämnen handlande afhandling: »Växtpaleontologiska undersökningar af svenska torfmossar. I.» (Se Bihang etc.).

Sekreteraren öfverlemnade på författarnes vägnar följande inlemnade afhandlingar: 1:o »Echinologica», af Prof. S. LOVÉN (Se Bihang etc.); 2:o »Om några integraler. I», af Lektor C. F. LINDMAN\*; 3:o »Quelques applications du théorème de STURM étendu à un système d'équations», af Doktor I. BENDIXSON (Se Bihang etc.); 4:o »Glykokollens platinaföreningar», af Filos. Licentiaten G. WALLIN\*; 5:o »Om rhodaniderna af några amoniakaliska kromföreningar», af Fil. Kandidaten O. NORDENSKJÖLD; 6:o »Pflanzenphysiologische Mittheilungen. 2», af Doktor J. AF KLERCKER (Se Bihang till K. Vet. Akad. Handl.).

Genom anställdt val kallades Professorn vid École Polytechnique i Paris samt ledamoten af Franska Institutet ALFRED CORNU till utländsk ledamot af Akademien.

Den disponibla årsräntan af den *Edlundska donationen* beslöt Akademien ställa till sin Fysikers förfogande såsom bidrag till anskaffande af nödiga apparater för de spektralfotografiska undersökningar, hvarmed han är sysselsatt.

Följande skänker anmälades

**Till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.**

**Stockholm.** *K. Statistiska centralbyrån.*

Bidrag till Sveriges officiella statistik. 27 Band. 1890—91. 4:o.

— *K. Generalstaben.*

Karta öfver Sverige.  $\frac{1}{100,000}$ . Bl. 61. 1891. Tvfol.

» » Norrbottens län.  $\frac{1}{200,000}$ . Bl. 14, 19, 22, 25, 31, 38.

1890—91. Tvqv.

— *K. Vitterhets-, historie- och antikvitets-akademien.*

Antiquarisk tidskrift för Sverige. D. 11: H. 3; 12: 1—4. 1891. 8:o.

— *Entomologiska föreningen.*

Uppsatser i praktisk entomologi. 1. 1891. 8:o.

— *Svenska sällskapet för antropologi och geografi.*

Ymer. Årg. 10(1890): H. 2—4; 11(1891): 1—2. 8:o.

— *Svenska jägarförbundet.*

Ny tidskrift. Årg. 29(1891): H. 1—4. 8:o.

— *Svenska trädgårdsföreningen.*

Tidskrift. Ny Följd. År 1889—91. 8:o.

— *Stadsfullmäktige.*

Berättelse angående Stockholms kommunalförvaltning. Årg. 21(1889). 1890. 8:o.

**Uppsala.** *K. universitetet.*

Årsskrift. År 1890. 8:o.

Akademiskt tryck. År 1890/91. 26 häft. 8:o & 4:o.

— *K. vetenskaps-societeten.*

Nova acta. (3) Vol. 14: Fasc. 2. 1891. 4:o.

**Kristiania.** *K. universitetet.*

Nyt Magazin for Naturvidenskaberne. Bd 32: H. 3. 1891. 8:o.

Archiv for Mathematik og Naturvidenskab. Bd 15: H. 1. 1891. 8:o.

**Aas.** *Den høiere Landbrugsskole.*

Beretning. Aar 1889 $\frac{1}{7}$ —1890 $\frac{30}{6}$ . Kra 1891. 8:o.

**Bergen.** *Museum.*

Aarsberetning. Aar 1890. 8:o.

**Adelaide.** *Public library, museum, and art gallery.*

Report. Year 1890/91. F.

**Berlin.** *K. Akademie der Wissenschaften.*

JACOBI, C. G. J., Gesammelte Werke. Bd 7, hrsg. von K. Weierstrass. 1891. 4:o.

Politische Correspondenz Friedrich's des Grossen. Bd 18: H. 2. 1891. 8:o.

**Calcutta.** *Government of India.*

Account of the operations of the great trigonometrical survey of India. Vol. 14. Dehra Dun 1890. 4:o.

**Cambridge.** *University.*

CAYLEY, A., The collected mathematical papers. Vol. 4. 1891. 4:o.

- Charlottesville.** *The Leander McCormick observatory of the university of Virginia.*  
Publications. Vol. 1: P. 4—5. 1889—90. 8:o.
- Cincinnati.** *Museum association.*  
Annual report. 10(1890). 8:o.
- Cordoba.** *Observatorio nacional Argentino.*  
Resultados. Vol. 13. Buenos Aires 1891. 4:o.
- Dresden.** *K. Sächsisches statistisches Bureau.*  
Zeitschrift. Jahrg. 25(1889): H. 1—2; 26(1890): 1—4. 4:o.  
Statistischer Bericht über den Betrieb der ... Staats- und Privat-Eisenbahnen. Jahr 1890. 4:o.
- Helsingfors.** *Geografiska föreningen.*  
Tidekrift. Årg. 2(1890): N:o 1—5. 8:o.
- Innsbruck.** *Ferdinandum für Tirol und Vorarlberg.*  
Zeitschrift. (3) H. 35. 1891. 8:o.
- Jena.** *Medicinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft.*  
Denkschriften. Bd. 3: Abth. 1. 1889. 4:o.
- Kaloosa.** *Haynald-Observatorium.*  
Publicationen. H. 5(1891). 8:o.
- Kjöbenhavn.** *K. Danske Videnskabernes Selskab.*  
Skrifter. (6) Naturvidensk. og mathem. Afd. Bd 5: 4; 7: 3—4. 1891. 4:o  
Oversigt over Forhandlingerne. Aar 1891: N:o 2. 8:o.
- Leipzig.** *Fürstl. Jablonowskische Gesellschaft.*  
Preisschriften. N:o 29. 1891. st. 8:o.
- London.** *Nautical almanac office.*  
Nautical almanac. Year 1895. 8:o.
- Madrid.** *R. Academia de ciencias exactas, físicas y naturales.*  
Memorias. T. 15. 1890—91. st. 8:o.
- Napoli.** *R. Accademia delle scienze fisiche e matematiche.*  
Atti. (2) Vol. 4. 1891. 4:o.  
— *Accademia Pontaniana.*  
Atti. Vol. 21. 1891. 4:o.  
Indice dei lavori scientifici e letterarii contenuti nei Rendiconti dell'Accademia Pontaniana Anno 1(1853)—23(1875). [1891]. 4:o.
- Palermo.** *Circolo matematico.*  
Rendiconti. T. 5(1891): Fasc. 1—6. 8:o.  
KERBEDZ, E. DE, Sophie de Kowalevski. 1891. 8:o.
- St Louis.** *U. S. Academy of science.*  
[Constitution ...]. 1890. 8:o.
- San José.** *Instituto fisico-geografico nacional de Costa Rica.*  
Anales. Año 1889: T. 2: P. 2. 4:o.
- St. Petersburg.** *Académie Imp. des Sciences.*  
Mémoires. (7) T. 38: N:o 2—6. 1890—91. 4:o.  
Bulletin. (2) Vol. 2: N:o 1—2. 1890—91. st. 8:o.  
— *Société Imp. géographique de Russie.*  
Isvestia (Bulletin). T. 26(1890): B. 6; 27(1891): 1—5. 8:o.  
Otschetie (Compte rendu). 1890. 8:o.

(Forts. à sid. 20.)



## Om några integraler.

### I.

Af C. F. LINDMAN.

[Meddeladt den 13 Januari 1892.]

#### 1. Utgående från de bekanta integralerna <sup>1)</sup>

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha x} \sin \beta x \cdot x^{n-1} dx = \frac{\Gamma(n)}{(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{n}{2}}} \sin \left( n \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right), \quad (S)$$

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha x} \cos \beta x \cdot x^{n-1} dx = \frac{\Gamma(n)}{(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{n}{2}}} \cos \left( n \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right), \quad (C)$$

i hvilka  $\alpha$  och  $n$  äro positiva och  $\frac{\pi}{2} > \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} > -\frac{\pi}{2}$ , kan man erhålla åtskilliga andra, som åtminstone för mig varit nya. Om man först i (S) insätter  $\alpha, 2\alpha, 3\alpha, \dots, \beta, 2\beta, 3\beta, \dots$  i stället för  $\alpha$  och  $\beta$  samt adderar resultaten, så finner man

$$\begin{aligned} & \int_0^{\infty} [e^{-\alpha x} \sin \beta x + e^{-2\alpha x} \sin 2\beta x + e^{-3\alpha x} \sin 3\beta x + \text{etc.}] x^{n-1} dx \\ &= \frac{\Gamma(n)}{(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{n}{2}}} \sin \left( n \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right) \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r^n}. \end{aligned}$$

Summan ( $= s_1$ ) af den oändliga serien inom [ ] fås genom den bekanta formeln

$$\sin ax = \frac{e^{axi} - e^{-axi}}{2i}.$$

<sup>1)</sup> Se MINDING, Integral-Tafeln, Berlin 1849 sid. 157 eller BIERENS DE HAAN, Nouvelles Tables, T. 361, No. 9, 11.

Man erhåller då två oändliga geom. progressioner, som gifva

$$s_1 = \frac{e^{-\alpha x}}{2i} \left[ 1 - \frac{e^{\beta x i}}{e^{-\alpha x} e^{\beta x i}} - 1 - \frac{e^{-\beta x i}}{e^{-\alpha x} e^{-\beta x i}} \right]$$

$$= \frac{e^{-\alpha x} \sin \beta x}{1 - 2e^{-\alpha x} \cos \beta x + e^{-2\alpha x}}.$$

Då detta införes, erhålles

$$\int_0^\infty \frac{x^{n-1} e^{-\alpha x} \sin \beta x}{1 - 2e^{-\alpha x} \cos \beta x + e^{-2\alpha x}} \cdot dx =$$

$$= \frac{\Gamma(n)}{(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{n}{2}}} \sin \left( n \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right) \sum_{r=1}^{r=\infty} \frac{1}{r^n}, \quad (1)$$

hvarest  $n$  måste vara  $> 1$ .

Gör man  $n = 2$ , så befinnes

$$\int_0^\infty \frac{x e^{-\alpha x} \sin \beta x}{1 - 2e^{-\alpha x} \cos \beta x + e^{-2\alpha x}} dx = \frac{\sin \left( 2 \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right)}{\alpha^2 + \beta^2} \sum_{r=1}^{r=\infty} \frac{1}{r^2},$$

som, emedan man har

$$\sin \left( 2 \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right) = \frac{2\alpha\beta}{\alpha^2 + \beta^2}, \quad \sum_{r=1}^{r=\infty} \frac{1}{r^2} = \frac{\pi^2}{6}, ^1)$$

öfvergår till

$$\int_0^\infty \frac{x e^{-\alpha x} \sin \beta x}{1 - 2e^{-\alpha x} \cos \beta x + e^{-2\alpha x}} dx = \frac{\alpha\beta\pi^2}{3(\alpha^2 + \beta^2)^2}. \quad (2)$$

Om man i (1) gör  $n = 4$ , erhålles

$$\int_0^\infty \frac{x^3 e^{-\alpha x} \sin \beta x}{1 - 2e^{-\alpha x} \cos \beta x + e^{-2\alpha x}} dx = \frac{4\alpha\beta(\alpha^2 - \beta^2)}{15(\alpha^2 + \beta^2)^4}, \quad (3)$$

emedan man har

$$\sin \left( 4 \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right) = \frac{4\alpha\beta(\alpha^2 - \beta^2)}{(\alpha^2 + \beta^2)^4}, \quad \sum_{r=1}^{r=\infty} \frac{1}{r^4} = \frac{\pi^4}{90}. ^2)$$

<sup>1)</sup> EULER, Introductio in analysin infinitorum. Lausannæ 1748. Tom. I, pag. 131.

<sup>2)</sup> EULER, l. c.

*Ann.* För  $n =$  ett jämnt tal kan summan i integralens värde uttryckas genom en dignitet af  $\pi$ , men ej för  $n =$  ett udda tal. Den kan dock erhållas med all önskvärd approximation medelst min tabell i Kongl. Akademiens handlingar, B. 5, N:o 8, sid. 18.

Genom att behandla integralen (C) på samma sätt som förut (S) erhålles

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} [e^{-\alpha x} \cos \beta x + e^{-2\alpha x} \cos 2\beta x + e^{-3\alpha x} \cos 3\beta x \text{ etc.}] x^{n-1} dx = \\ = \frac{\Gamma(n)}{(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{n}{2}}} \cos \left( n \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right) \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} \frac{1}{\nu^n}. \end{aligned}$$

Om summan inom [ ] tecknas med  $s_2$  och den kända formeln

$$\cos \alpha x = \frac{e^{\alpha x i} + e^{-\alpha x i}}{2}$$

användes, så finner man

$$\begin{aligned} s_2 &= \frac{e^{-\alpha x}}{2} \left[ \frac{e^{\beta x i}}{1 - e^{-\alpha x} e^{\beta x i}} + \frac{e^{-\beta x i}}{1 - e^{-\alpha x} e^{-\beta x i}} \right] \\ &= \frac{e^{-\alpha x} (\cos \beta x - e^{-\alpha x})}{1 - 2e^{-\alpha x} \cos \beta x + e^{-2\alpha x}} \end{aligned}$$

samt genom insättning deraf

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \frac{x^{n-1} e^{-\alpha x} (\cos \beta x - e^{-\alpha x})}{1 - 2e^{-\alpha x} \cos \beta x + e^{-2\alpha x}} dx = \\ = \frac{\Gamma(n)}{(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{n}{2}}} \cos \left( n \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right) \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} \frac{1}{\nu^n}, \quad (4) \end{aligned}$$

hvarest  $n$  måste vara  $> 1$ .

Om man här gör  $n = 2$ , fås

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \frac{x e^{-\alpha x} (\cos \beta x - e^{-\alpha x})}{1 - 2e^{-\alpha x} \cos \beta x + e^{-2\alpha x}} dx &= \frac{\cos \left( 2 \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right)}{\alpha^2 + \beta^2} \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} \frac{1}{\nu^2} \\ &= \frac{(\alpha^2 - \beta^2)\pi^2}{6(\alpha^2 + \beta^2)^2}, \quad (5) \end{aligned}$$

emedan man har

$$\cos \left( 2 \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right) = \frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha^2 + \beta^2}, \quad \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} \frac{1}{\nu^2} = \frac{\pi^2}{6}.$$

För  $n = 4$  erhålles nu

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 e^{-\alpha x} (\cos \beta x - e^{-\alpha x})}{1 - 2e^{-\alpha x} \cos \beta x + e^{-2\alpha x}} dx = \frac{(\alpha^2 - \beta^2)^2 - 4\alpha^2 \beta^2}{(\alpha^2 + \beta^2)^4} \cdot \frac{\pi^4}{15}. \quad (6)$$

Med afseende på (4) kan man göra samma anmärkning som ofvan angående (1).

2. Om man i föregående serier ger tecknet — åt de termer, som hafva jämn ordningsnummer, så erhålles

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} [e^{-\alpha x} \sin \beta x - e^{-2\alpha x} \sin 2\beta x + e^{-3\alpha x} \sin 3\beta x - \text{etc.}] x^{n-1} dx = \\ = -\frac{\Gamma(n)}{(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{n}{2}}} \sin \left( n \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right) \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} \frac{(-1)^{\nu-1}}{\nu^n}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} [e^{-\alpha x} \cos \beta x - e^{-2\alpha x} \cos 2\beta x + e^{-3\alpha x} \cos 3\beta x - \text{etc.}] x^{n-1} dx = \\ = \frac{\Gamma(n)}{(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{n}{2}}} \cos \left( n \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right) \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} \frac{(-1)^{\nu-1}}{\nu^n}. \end{aligned}$$

Då summorna inom [ ] tecknas med  $s_3$ ,  $s_4$  resp., finner man såsom förut

$$\begin{aligned} s_3 &= \frac{e^{-\alpha x}}{2i} \left[ \frac{e^{\beta xi}}{1 + e^{-\alpha x} e^{\beta xi}} - \frac{e^{-\beta xi}}{1 + e^{-\alpha x} e^{-\beta xi}} \right] \\ &= \frac{e^{-\alpha x} \sin \beta x}{1 + 2e^{-\alpha x} \cos \beta x + e^{-2\alpha x}}, \\ s_4 &= \frac{e^{-\alpha x}}{2} \left[ \frac{e^{\beta xi}}{1 + e^{-\alpha x} e^{\beta xi}} + \frac{e^{-\beta xi}}{1 + e^{-\alpha x} e^{-\beta xi}} \right] \\ &= \frac{e^{-\alpha x} (\cos \beta x + e^{-\alpha x})}{1 + 2e^{-\alpha x} \cos \beta x + e^{-2\alpha x}}. \end{aligned}$$

När dessa uttryck införas i förestående integraler, befinnes

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{n-1} e^{-\alpha x} \sin \beta x}{1 + 2e^{-\alpha x} \cos \beta x + e^{-2\alpha x}} dx =$$

$$= \frac{\Gamma(n)}{(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{n}{2}}} \sin \left( n \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right) \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\nu-1}}{\nu^n}, \quad (7)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{n-1} e^{-\alpha x} (\cos \beta x + e^{-\alpha x})}{1 + 2e^{-\alpha x} \cos \beta x + e^{-2\alpha x}} \cdot dx =$$

$$= -\frac{\Gamma(n)}{(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{n}{2}}} \cos \left( n \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right) \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\nu-1}}{\nu^n}, \quad (8)$$

i hvilka man måste hafva  $n > 0$ .

Om man i (7) och (8) gör  $n = 1$  och  $n = 2$  samt jemte ett par föregående formler erinrar sig dessa:

$$\sin \left( \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right) = \frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}, \quad \cos \left( \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right) = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}},$$

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\nu-1}}{\nu} = \ell 2, \quad \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\nu-1}}{\nu^2} = \frac{\pi^2}{12},$$

så finner man

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-\alpha x} \sin \beta x dx}{1 + 2e^{-\alpha x} \cos \beta x + e^{-2\alpha x}} = \frac{\beta \ell 2}{\alpha^2 + \beta^2}, \quad (9)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-\alpha x} (\cos \beta x + e^{-\alpha x}) dx}{1 + 2e^{-\alpha x} \cos \beta x + e^{-2\alpha x}} = \frac{\alpha \ell 2}{\alpha^2 + \beta^2}, \quad (10)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x e^{-\alpha x} \sin \beta x dx}{1 + 2e^{-\alpha x} \cos \beta x + e^{-2\alpha x}} = \frac{\alpha \beta \pi^2}{6(\alpha^2 + \beta^2)^2}, \quad (11)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x e^{-\alpha x} (\cos \beta x + e^{-\alpha x}) dx}{1 + 2e^{-\alpha x} \cos \beta x + e^{-2\alpha x}} = \frac{(\alpha^2 - \beta^2) \pi^2}{12(\alpha^2 + \beta^2)^2}. \quad (12)$$



3. Vidare kan man i (S) och (C) insätta  $\alpha, 3\alpha, 5\alpha \dots$ ,  $\beta, 3\beta, 5\beta \dots$  i stället för  $\alpha$  och  $\beta$  samt addera resultaten. Då fås

$$\begin{aligned} \int_0^\infty [e^{-\alpha x} \sin \beta x + e^{-3\alpha x} \sin 3\beta x + e^{-5\alpha x} \sin 5\beta x + \text{etc.}] x^{n-1} dx = \\ = - \frac{\Gamma(n)}{(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{n}{2}}} \sin \left( n \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right) \sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{(2r+1)^n}, \\ \int_0^\infty [e^{-\alpha x} \cos \beta x + e^{-3\alpha x} \cos 3\beta x + e^{-5\alpha x} \cos 5\beta x + \text{etc.}] x^{n-1} dx = \\ = - \frac{\Gamma(n)}{(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{n}{2}}} \cos \left( n \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right) \sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{(2r+1)^n}. \end{aligned}$$

Om summorna af serierna på venstra sidan kallas  $s_5$  och  $s_6$  resp., så fås såsom förut

$$\begin{aligned} s_5 &= \frac{e^{-\alpha x}(1 + e^{-2\alpha x}) \sin \beta x}{1 - 2e^{-2\alpha x} \cos 2\beta x + e^{-4\alpha x}}, \\ s_6 &= \frac{e^{-\alpha x}(1 - e^{-2\alpha x}) \cos \beta x}{1 - 2e^{-2\alpha x} \cos 2\beta x + e^{-4\alpha x}}. \end{aligned}$$

Då dessa uttryck vederbörigen införas, fås

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \frac{x^{n-1} e^{-\alpha x}(1 + e^{-2\alpha x}) \sin \beta x dx}{1 - 2e^{-2\alpha x} \cos 2\beta x + e^{-4\alpha x}} = \\ = - \frac{\Gamma(n)}{(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{n}{2}}} \sin \left( n \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right) \sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{(2r+1)^n}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \frac{x^{n-1} e^{-\alpha x}(1 - e^{-2\alpha x}) \cos \beta x dx}{1 - 2e^{-2\alpha x} \cos 2\beta x + e^{-4\alpha x}} = \\ = - \frac{\Gamma(n)}{(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{n}{2}}} \cos \left( n \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right) \sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{(2r+1)^n} \end{aligned} \quad (14)$$

med  $n > 1$ .

Om man här sätter  $n = 2$  och  $n = 4$  samt betänker form-  
lerna

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \text{etc.} = \frac{\pi^2}{8}, \quad \frac{1}{1^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} + \text{etc.} = \frac{\pi^4}{96},$$

så finner man

$$\int_0^\infty \frac{x e^{-\alpha x} (1 + e^{-2\alpha x}) \sin \beta x dx}{1 - 2e^{-2\alpha x} \cos 2\beta x + e^{-4\alpha x}} = \frac{\alpha \beta \pi^2}{4(\alpha^2 + \beta^2)^2}, \quad (15)$$

$$\int_0^\infty \frac{x e^{-\alpha x} (1 - e^{-2\alpha x}) \cos \beta x dx}{1 - 2e^{-2\alpha x} \cos 2\beta x + e^{-4\alpha x}} = \frac{(\alpha^2 - \beta^2) \pi^2}{8(\alpha^2 + \beta^2)^2}, \quad (16)$$

$$\int_0^\infty \frac{x^3 e^{-\alpha x} (1 + e^{-2\alpha x}) \sin \beta x dx}{1 - 2e^{-2\alpha x} \cos 2\beta x + e^{-4\alpha x}} = \frac{\alpha \beta (\alpha^2 - \beta^2)}{(\alpha^2 + \beta^2)^4} \cdot \frac{\pi^4}{4}, \quad (17)$$

$$\int_0^\infty \frac{x^3 e^{-\alpha x} (1 - e^{-2\alpha x}) \cos \beta x dx}{1 - 2e^{-2\alpha x} \cos 2\beta x + e^{-4\alpha x}} = \frac{(\alpha^2 - \beta^2)^2 - 4\alpha^2 \beta^2}{(\alpha^2 + \beta^2)^4} \cdot \frac{\pi^4}{16}. \quad (18)$$

4. Gifver man tecknet — åt de termer, som hafva jämna  
ordningsnummer, så erhålles

$$\int_0^\infty [e^{-\alpha x} \sin x - e^{-3\alpha x} \sin 3\beta x + e^{-5\alpha x} \sin 5\beta x - \text{etc.}] x^{n-1} dx =$$

$$= \frac{\Gamma(n)}{(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{n}{2}}} \sin \left( n \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right) \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-1)^r}{(2r+1)^n}.$$

$$\int_0^\infty [e^{-\alpha x} \cos \beta x - e^{-3\alpha x} \cos 3\beta x + e^{-5\alpha x} \cos 5\beta x - \text{etc.}] x^{n-1} dx =$$

$$= \frac{\Gamma(n)}{(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{n}{2}}} \cos \left( n \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right) \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-1)^r}{(2r+1)^n}.$$

Sätter man seriernas summor  $= s_7, s_8$  resp., så fås såsom förut

$$s_7 = \frac{e^{-\alpha x} (1 - e^{-2\alpha x}) \sin \beta x}{1 + 2e^{-2\alpha x} \cos 2\beta x + e^{-4\alpha x}}, \quad s_8 = \frac{e^{-\alpha x} (1 + e^{-2\alpha x}) \cos \beta x}{1 + 2e^{-2\alpha x} \cos 2\beta x + e^{-4\alpha x}}.$$

Då dessa uttryck införas, befinnes

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{n-1} e^{-\alpha x} (1 - e^{-2\alpha x}) \sin \beta x \cdot dx}{1 + 2e^{-2\alpha x} \cos 2\beta x + e^{-4\alpha x}} =$$

$$= -\frac{\Gamma(n)}{(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{n}{2}}} \sin \left( n \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right) \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} \frac{(-1)^{\nu}}{(2\nu+1)^n}, \quad (19)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{n-1} e^{-\alpha x} (1 + e^{-2\alpha x}) \cos \beta x \cdot dx}{1 + 2e^{-2\alpha x} \cos 2\beta x + e^{-4\alpha x}} =$$

$$= -\frac{\Gamma(n)}{(\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{n}{2}}} \cos \left( n \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\beta}{\alpha} \right) \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} \frac{(-1)^{\nu}}{(2\nu+1)^n}, \quad (20)$$

i hvilka man har  $n > 0$ .

För  $n = 1$  finner man

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-\alpha x} (1 - e^{-2\alpha x}) \sin \beta x \cdot dx}{1 + 2e^{-2\alpha x} \cos 2\beta x + e^{-4\alpha x}} = \frac{\beta \pi}{4(\alpha^2 + \beta^2)}, \quad (21)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-\alpha x} (1 + e^{-2\alpha x}) \cos \beta x \cdot dx}{1 + 2e^{-2\alpha x} \cos 2\beta x + e^{-4\alpha x}} = \frac{\alpha \pi}{4(\alpha^2 + \beta^2)}, \quad (22)$$

emedan man har  $\sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} \frac{(-1)^{\nu}}{2\nu+1} = \frac{\pi}{4}$ .

Gör man  $n = 2$  befinnes

$$\int_0^{\infty} \frac{x e^{-\alpha x} (1 - e^{-2\alpha x}) \sin \beta x \cdot dx}{1 + 2e^{-2\alpha x} \cos 2\beta x + e^{-4\alpha x}} = \frac{\alpha \beta}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} \cdot I(1), \quad (23)$$

<sup>1)</sup> På det sätt, som ledt till denna integral, har CLAUSEN i GRUNERTS Archiv B. 30 sid. 167, förut funnit den, under det att han bevisade en sats, som blifvit framsteld af SCHLÖMILCH i B. 12 sid. 415 af samma Archiv och som lyder så: som man sätter  $\frac{1}{1^s} - \frac{1}{3^s} + \frac{1}{5^s} - \frac{1}{7^s} + \text{etc.} = f(s)$ , hvilken serie konvergerar för  $s > 0$ , så är

$$\frac{f(1-s)}{f(s)} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^s \cdot \Gamma(s) \cdot \sin \frac{s\pi}{2}.$$

Denna sats är dock tidigare funnen och bevisad af MALMSTEN i hans specimen analyticum, Upsaliæ 1842.

$$\int_0^{\infty} \frac{x e^{-\alpha x} (1 + e^{-2\alpha x}) \cos \beta x dx}{1 + 2e^{-2\alpha x} \cos 2\beta x + e^{-4\alpha x}} = \frac{\alpha^2 - \beta^2}{2(\alpha^2 + \beta^2)} \cdot L(1), \quad (24)$$

der  $L(1)$  är en af mig föreslagen transcendent  $\left( = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} dx \right)$ .<sup>1)</sup>

## II.

Om man skrifver

$$I_1 = \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} \sin^2 \beta x dx, \quad I_2 = \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} \cos^2 \beta x dx,$$

så fås genom ett par väl bekanta formler

$$I_1 = \frac{1}{2} \left[ \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx - \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} \cos 2\beta x dx \right]$$

$$I_2 = \frac{1}{2} \left[ \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx + \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} \cos 2\beta x dx \right].$$

men man har ock

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}, \quad \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} \cos 2\beta x dx = \frac{1}{2} e^{-\frac{\beta^2}{\alpha}} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

och erhåller till följd deraf

$$I_1 = \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} \sin^2 \beta x dx = \frac{1}{4} \left( 1 - e^{-\frac{\beta^2}{\alpha}} \right) \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}, \quad (25)$$

$$I_2 = \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} \cos^2 \beta x dx = \frac{1}{4} \left( 1 + e^{-\frac{\beta^2}{\alpha}} \right) \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}. \quad (26)$$

Mycket lätt finner man

$$D_{\beta}^a \sin^2 \beta x = -\frac{1}{2} (2x)^a \cos \left( \frac{a\pi}{2} + 2\beta x \right)$$

$$D_{\beta}^a \cos^2 \beta x = \frac{1}{2} (2x)^a \cos \left( \frac{a\pi}{2} + 2\beta x \right)$$

<sup>1)</sup> Se Nova Acta reg. soc. scient., Upsaliensis seriei III<sup>ie</sup> Vol. IX Fasc. I, 1874. D'une fonction transc.

och enligt en formel, som först blifvit framställt af SCHLÖMILCH i hans Differential-Rechnung sid. 89 och sedan af mig i Kongl. Vet.-Akad. Handl. B. 5, N:o 8, sid. 7 har man

$$D_{\beta}^a \left( e^{-\frac{\beta^2}{\alpha}} \right) = \left( \frac{2\beta}{\alpha} \right)^a e^{-\frac{\beta^2}{\alpha}} \sum_{\nu=0}^{a-\frac{\beta^2}{\alpha}} (-1)^a - \nu \cdot \frac{\alpha^{2\nu-1}}{1^{\nu/1}} \cdot \left( \frac{\alpha}{4\beta^2} \right)^{\nu},$$

hvarrest  $\alpha^{2\nu-1}$  är  $\neq 0$  för  $2\nu > a$ .

Medelst dessa formler kunna integralerna (25) och (26) differentieras  $a$  gånger med afseende på  $\beta$  och i båda fallen fås efter bortdividering af faktorn  $2^a$

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} x^a e^{-ux^2} \cos \left( \frac{\alpha\pi}{2} + 2\beta x \right) dx = \\ = \frac{1}{2} \left( \frac{\beta}{\alpha} \right)^a e^{-\frac{\beta^2}{\alpha}} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \sum_{\nu=0}^{a-\frac{\beta^2}{\alpha}} (-1)^{a-\nu} \cdot \frac{\alpha^{2\nu-1}}{1^{\nu/1}} \left( \frac{\alpha}{4\beta^2} \right)^{\nu}. \end{aligned} \quad (27)$$

Då man utvecklar  $\cos \left( \frac{\alpha\pi}{2} + 2\beta x \right)$  samt åtskiljer jämnt och udda  $a$ , får man T. 362 No. 11, 12 i M. BIERENS DE HAANS nouvelles tables. Multipliceras deremot integralen

$$\int_0^{\infty} e^{-ux^2} \cos 2\beta x dx = \frac{1}{2} e^{-\frac{\beta^2}{\alpha}} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

med  $d\beta$  och integreras mellan gränserna  $b$  och  $c$ , så fås efter ombytt integrationsordning

$$\int_0^{\infty} e^{-ux^2} (\sin 2cx - \sin 2bx) \cdot \frac{dx}{x} = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \int_b^c e^{-\frac{\beta^2}{\alpha}} d\beta. \quad (28)$$

*Ann.* Integralen på högra sidan i (28) kan erhållas medelst KRAMPS tabell, af hvilken ett aftryck finnes i MEIJERS Exposé élém. de la théorie des intégrales définies. Bruxelles 1851.

## III.

Emedan integralerne

$$\int_0^{\infty} e^{-ax^2} \cos^{2c} x dx, \quad \int_0^{\infty} e^{-ax^2} \cos^{2c+1} x dx$$

icke förekomma i M. BIERENS DE HAANS *Nouv. tables*, må härledningen af dem här finna plats. Enligt MINDINGS *Integral-Tafeln* sid. 115 har man

$$\cos^{2c} x = \frac{1}{2^{2c-1}} \sum_{\nu=0}^{c-1} (2c)_{\nu} \cos 2(c-\nu)x + \frac{(2c)_c}{2^c}$$

$$\cos^{2c+1} x = \frac{1}{2^{2c}} \sum_{\nu=0}^c (2c+1)_{\nu} \cos (2c-2\nu+1)x$$

och finner följaktligen

$$\int_0^{\infty} e^{-ax^2} \cos^{2c} x dx = \frac{1}{2^{2c-1}} \sum_{\nu=0}^{c-1} (2c)_{\nu} \int_0^{\infty} e^{-ax^2} \cos 2(c-\nu)x \cdot dx$$

$$+ \frac{(2c)_c}{2^{2c}} \int_0^{\infty} e^{-ax^2} dx,$$

$$\int_0^{\infty} e^{-ax^2} \cos^{2c+1} x dx = \frac{1}{2^{2c}} \sum_{\nu=0}^c (2c+1)_{\nu} \int_0^{\infty} e^{-ax^2} \cos (2c-2\nu+1)x \cdot dx.$$

Emedan man har

$$\int_0^{\infty} e^{-px^2} \cos qx dx = \frac{1}{2} e^{-\frac{q^2}{4p}} \sqrt{\frac{\pi}{p}},$$

så finner man

$$\int_0^{\infty} e^{-ax^2} \cos^{2c} x dx = \frac{1}{2^{2c}} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \left[ \sum_{\nu=0}^{c-1} (2c)_{\nu} e^{-\frac{(c-\nu)^2}{a}} + \frac{(2c)_c}{2} \right] \quad (29)$$

$$\int_0^{\infty} e^{-ax^2} \cos^{2c+1} x dx = \frac{1}{2^{2c+1}} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \sum_{\nu=0}^c (2c+1)_{\nu} e^{-\frac{(2c-2\nu+1)^2}{4a}}. \quad (30)$$

Medelst en annan formel hos MINDING (sid. 116) kan man lika lätt finna

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} \sin^{2c} x dx = \frac{1}{2^{2c}} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \left[ \sum_{\nu=0}^{\nu=c-1} (-1)^{c+\nu} (2c)_{\nu} e^{-\frac{(c-\nu)^2}{\alpha}} + \frac{(2c)_c}{2} \right]. \quad (31)$$

Man kan äfven finna  $\int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} \sin^{2c+1} x dx$ , men värdet blir ej så enkelt som i förra fallet. Man har t. ex. för  $c=1$

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} \sin^3 x dx = \frac{1}{4} \left[ 3 \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} \sin x dx - \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} \sin 3x dx \right],$$

men i Öfversigt för 1888 N:o 7, sid. 421 har jag visat, att man har

$$\int_0^{\infty} e^{-p x^2} \sin^r x dx = \frac{1}{2} \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} \frac{(-1)^{\nu} r^{2\nu+1}}{(\nu+1)^{\nu+1/2} p^{\nu+1}}$$

och finner till följd deraf

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} \sin^3 x dx &= \frac{3}{8} \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} \frac{(-1)^{\nu} (1-3^{2\nu})}{(\nu+1)^{\nu+1/2} \cdot \alpha^{\nu+1}} \\ &= \frac{3}{8} \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} \frac{(-1)^{\nu-1} (3^{2\nu}-1)}{(\nu+1)^{\nu+1/2} \cdot \alpha^{\nu+1}}, \end{aligned} \quad (32)$$

emedan värdet blir  $= 0$  för  $\nu=0$ .

#### IV.

I sin Exposé sid. 249 använder M. BIERENS DE HAAN reduktionsformeln

$$\int_0^{\infty} e^{-p x} \sin^b x dx = \frac{b(b-1)}{b^2 + p^2} \int_0^{\infty} e^{-p x} \sin^{b-2} x dx$$

för att finna integralerna

$$I_{2a+1} = \int_0^{\infty} e^{-px} \sin^{2a+1} x dx = \frac{1^{2a+1/1}}{(1^2 + p^2)(3^2 + p^2) \dots (2a+1^2 + p^2)}$$

$$I_{2a} = \int_0^{\infty} e^{-px} \sin^{2a} x dx = \frac{1^{2a/1}}{p(2^2 + p^2)(4^2 + p^2) \dots ((2a)^2 + p^2)},$$

hvilka äfven finnas i hans *Nouvelles tables* T. 262 N:o 2, 1. Dessa integraler kunna ock uttryckas på ett annat, ehuru för deras beräkning mindre bekvämt sätt. Om man anlitar förut använda formler hos MINDING (sid. 116) så fås

$$I_{2a+1} = \frac{(-1)^a}{2^{2a}} \sum_{v=0}^{v=a} (-1)^v (2a+1)_v \cdot \frac{2a+1-2v}{p^2 + 2a+1-2v^2}$$

$$I_{2a} = \frac{(2a)_a}{p \cdot 2^{2a}} + \frac{(-1)^a}{2^{2a-1}} \sum_{v=0}^{v=a-1} (-1)^v (2a)_v \cdot \frac{p}{p^2 + 2a-2v^2}.$$

På samma sätt går ock M. BIERENS DE HAAN till väga i sin *Exposé* sid. 475, men den senare formeln är der oriktig. (Första termen fattas). Om man i dessa och föregående värden på integralerna inför  $x$  i stället för  $p$ , så fås

$$\frac{1}{(1^2 + x^2)(3^2 + x^2) \dots (2a+1^2 + x^2)} = \frac{(-1)^a}{1^{2a+1/1} \cdot 2^{2a}} \sum_{v=0}^{v=a} (-1)^v (2a+1)_v \cdot \frac{2a+1-2v}{2a+1-2v^2 + x^2}$$

$$\frac{1}{(2^2 + x^2)(4^2 + x^2) \dots ((2a)^2 + x^2)} = \frac{(2a)_a}{1^{2a/1} \cdot 2^{2a}} + \frac{(-1)^a}{1^{2a/1} \cdot 2^{2a-1}} \sum_{v=0}^{v=a-1} (-1)^v (2a)_v \cdot \frac{x^2}{2a-2v^2 + x^2}.$$

Dessa formler finnas i *Exposé* sid. 168, men den som intager den senares plats är falsk.

Om man multiplicerar den förre med  $x \sin px dx$ ,  $\frac{\sin px}{x} dx$  och  $\cos px dx$ , så fås



$$\int_0^{\infty} \frac{x \sin pxdx}{(1^2 + x^2)(3^2 + x^2) \dots (2a+1^2 + x^2)} =$$

$$= \frac{(-1)^a \cdot \pi}{1^{2a+1/1} \cdot 2^{2a+1}} \sum_{\nu=0}^{\nu=a} (-1)^{\nu} (2a+1)_{\nu} (2a+1-2\nu) \cdot e^{-p(2a+1-2\nu)} \quad (33)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin pxdx}{x(1^2 + x^2)(3^2 + x^2) \dots (2a+1^2 + x^2)} =$$

$$= \frac{(-1)^a \pi}{1^{2a+1/1} \cdot 2^{2a+1}} \sum_{\nu=0}^{\nu=a} (-1)^{\nu} (2a+1)_{\nu} \cdot \frac{1 - e^{-p(2a+1-2\nu)}}{2a+1-2\nu} \quad (34)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos pxdx}{(1^2 + x^2)(3^2 + x^2) \dots (2a+1^2 + x^2)} =$$

$$= \frac{(-1)^a \pi}{1^{2a+1/1} \cdot 2^{2a+1}} \sum_{\nu=0}^{\nu=a} (-1)^{\nu} (2a+1)_{\nu} \cdot e^{-p(2a+1-2\nu)} \quad (35)$$

med biträde af några kända formler<sup>1)</sup>. Den första är T. 174 No. 9 i nouv. tables, sedan ett der förekommande fel blifvit rättadt; den tredje är T. 175 No. 8; den andra finnes ej i tabellen.

Om den senare multipliceras med  $\frac{\sin pxdx}{x}$  och integration sker från 0 till  $\infty$ , så fås

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin pxdx}{x(2^2 + x^2)(4^2 + x^2) \dots ((2a)^2 + x^2)} =$$

$$= \frac{\pi}{1^{2a/1} \cdot 2^{2a+1}} \left[ (2a)_a + 2(-1)^a \sum_{\nu=0}^{\nu=a-1} (-1)^{\nu} (2a)_{\nu} e^{-p(2a-2\nu)} \right]. \quad (36)$$

En dylik, fast oriktig formel finnes i Nouv. tables T. 174 No. 8.

<sup>1)</sup> MINDING l. c. sid. 160.

## V.

Låtom oss slutligen söka integralen

$$y = \int_0^{\infty} \frac{e^{-\alpha x^2}}{1+x^2} dx,$$

på hvilken RAABE gifvit ett synnerligen svårberäkneligt värde<sup>1)</sup>, om det annars är riktigt. Genom att differentiera i afseende på  $\alpha$  finner man

$$\begin{aligned} \frac{dy}{d\alpha} &= - \int_0^{\infty} \frac{x^2 e^{-\alpha x^2}}{1+x^2} dx = \int_0^{\infty} \frac{e^{-\alpha x^2}}{1+x^2} dx - \int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx \\ &= y - \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\alpha}}. \end{aligned}$$

Om man i denna lineära eqvation sätter  $y = tz$ , så fås på vanligt sätt

$$t = e^{\alpha}, \quad z = C - \frac{\sqrt{\pi}}{2} \int \frac{e^{-\alpha}}{\sqrt{\alpha}} d\alpha,$$

$$\begin{aligned} y &= e^{\alpha} \left( C - \frac{\sqrt{\pi}}{2} \int_0^{\alpha} \frac{e^{-\alpha}}{\sqrt{\alpha}} d\alpha \right) \\ &= e^{\alpha} \left( C - \sqrt{\pi} \int_0^{\sqrt{\alpha}} e^{-u^2} du \right) \end{aligned}$$

om man insätter  $u^2$  i stället för  $\alpha$ . För att bestämma konstanten  $C$  sätter man i den ursprungliga formeln  $\alpha = 0$  och finner då  $y = \frac{\pi}{2}$ , hvilket ock blir värdet på  $C$ . Alltså är

$$y = e^{\alpha} \left( \frac{\pi}{2} - \sqrt{\pi} \int_0^{\sqrt{\alpha}} e^{-u^2} du \right),$$

hvarest den sista integralens värde kan fås medelst den tabell, som omtalas här ofvan i Anm. efter integralen (28).

<sup>1)</sup> Se BIERENS DE HAAN, Nouvelles tables T. 91, No. 13.

**Till Vetenskaps-Akademien Bibliothek.**

(Forts. fr. sid. 4.)

**Tokjō.** *College of science of the Imp. university of Japan.*

Journal. Vol. 4: P. 2. 1891. 4:o.

**Toronto.** *Canadian institute.*

Transactions. Vol. 2: P. 1. 1891. 8:o.

**Washington.** *Smithsonian institution.*

GRAY, ASA, Plates prepared between the years 1849—1859, to accompany a report on the forest trees of N. America. Washington. 1891. 4:o.

LANGLEY, S. P., Experiments on aërodynamics. Washington. 1891. 4:o.

**Utgifvarne.**

Acta mathematica, journal, rédigé par G. Mittag-Leffler. 14: 1—4; 15: 1—4. Sthm. 1890—91. 4:o.

Bibliotheca mathematica publiée par G. Eneström. (2) 5(1891): N:o 1—4. Sthm. 8:o.

Bohuslänsk fiskeritidskrift, utg. af A. W. Ljungman. 8(1891): 49—54. Göteborg. 8:o.

**Öfversättaren.**

HÄCKEL, E., Indiska dagar . . . öfvers. af A. Stuxberg. Göteborg. 1891. 8:o.

**Författarne.**

RETZIUS, G., Biologische Untersuchungen. Neue Folge. 2. Sthm. 1891. 4:o.

SJÖSTEDT, Y., Reisebrief. 1891 <sup>27</sup>/<sub>2</sub>. Sthm. 1891. 8:o.

TULLBERG, T., Über Konservierung von Evertibraten in ausgedehntem Zustand. Sthm. 1891. 8:o.

ÅKERMAN, R., Bidrag till utredning af frågan om generering af brännngas. Sthm. 1891. 8:o.

BOTELLA Y DE HORNOS, F. DE, Mapa hipsométrico de España y de Portugal con las curvas submarinas y la litología del fondo de los mares. 1/3,000,000. Madrid 1888—90. Tvföl.

LANGLEY, S. P., Recherches expérimentales aérodynamiques et données d'expérience. Paris 1891. 4:o.

SIEGER, R., Niveauveränderungen an Skandinavischen Seen und Küsten. Vortrag. Berlin 1891. 8:o.

STOURDZA, PRINCE GREGORI, Les lois fondamentales de l'univers. Paris 1891. 8:o.

VOGDES, A. W., Notes on palæozoic Crustacea. N:o 1. St. Louis. 1891. 8:o.

WILDE, H., On the causes of the phenomena of terrestrial magnetism . . . — Über die Ursachen der Phänomene des Erdmagnetismus. . . 1891. 4:o.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1892. N:o 1.  
Stockholm.

Meddelanden från kemiska laboratorium i Lund.

## Glykokollens platinaföreningar.

Af GOTTHARD WALLIN.

[Meddeladt den 13 Januari 1892 genom C. W. BLOMSTRAND.]

Föreliggande uppsats redogör för undersökningar, som på förslag af prof. BLOMSTRAND företagits rörande inverkan af kaliumplatinaklorur på glycin och glycineter.

Kaliumplatinaklorur reagerar lätt med båda. Då det var antagligt, att de uppkommande salterna skulle tillhöra platinaamminernas klass, hade man att pröfva, om jemte de föreningar, som i första hand uppkommo, med två mol. amid på en  $\text{PtCl}_2$ , möjligen äfven tetraföreningar existerade.

Försöken ha visat, att glycinen sjelf endast ger föreningar af det förra slaget. Hvad glycineter beträffar, som med större skäl kunde väntas ge föreningar af det senare slaget, är resultatet icke fullt så säkert negativt.

De få platinaföreningar af glykokoll, som finnas förut beskrifna, tillhöra alla platinasalmiakens art, äro således haloiddubbelsalter af platinaklorid med klorider af glycin,<sup>1)</sup> »glycinanhydrid» och glycineter;<sup>2)</sup> för de i det följande redogjorda har det fastställts, att metallatomen bindes vid glycinens qväfve, de utgöra alltså såsom derivat af platinaamidoättiksyra ett led i den rad af föreningar, som  $\text{PtCl}_2$  bildar med ammoniak, alkylamminer o. s. v.

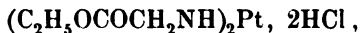
<sup>1)</sup> HORSFORD, Ueber Glycocol (Ann. d. Chem. u. Pharm., Bd 60).

<sup>2)</sup> CURTIUS u. GOEBEL, Ueber Glycocolæther (Journ. f. pract. Chem., Bd 37).

### Försök att framställa föreningar med 4 mol. glycin på en at. platina.

Kaliumplatinaklorur och glycin (4 mol.) i vattenlösning uppvärmdes på vattenbad. Lösningens färg öfvergick småningom från röd till gul, och en fällning af hvita, glittrande fjäll bildades. Efter afsvalning filtrerades. Ur filtratet afsatte sig småningom knippen af silkeliknande nålar och derpå små gula prismer. Det i hvita fjäll eller nålar utkristalliserade är enligt analysen platoglycin,  $(\text{HOCOCH}_2\text{NH})_2\text{Pt}$ , den gula föreningen, som är hufvudprodukten, om endast hälften så mycket glycin från början användts, är dennas klorid,  $(\text{HOCOCH}_2\text{NH})_2\text{Pt}, 2\text{HCl}$ . Några med dessa begge isomera eller eljes olikartade kroppar kunde icke genom fraktionerad kristallisation erhållas. En möjlighet var ju, att en tetraförening först bildats, men vid uppvärmning sönderfallit. En vattenlösning af  $\text{K}_2\text{Cl}_4\text{Pt}$  och glycin sattes därför att kristallisera utan föregående uppvärmning. Utom det att de båda ämnena trögare och ofullständigare inverka på hvarann, blef resultatet detsamma: platoglycin kristalliserade efter längre tid ut i (större) tunna prismer, filtratet var rödt af  $\text{K}_2\text{Cl}_4\text{Pt}$  oeh afsatte något platoglycinklorid.

Kaliumplatinaklorur löstes i vatten och glycinetyleter (4 mol.) tillsattes. Efter någon tids skakning af blandningen afsatte sig en gul kristallfällning af platosetylglycinklorid,



och derefter hvita nålar af platoglycin (icke platosetylglycin). Icke heller här innehöll filtratet någon tetraförening.

I stället för de fria baserna kunna tydligen glycinklorid och etylglycinklorid samt beräknad mängd alkali användas. Kaliumplatinakloruren angripes då äfven lättare.

Derefter försöktes inverkan af glycin (2 mol.) på en kall lösning af platoglycinklorid. I köld reagera de ofullständigt med hvarandra. Vid kokning tar glycinen klorväte till sig och platoglycin fälls. Reaktionsförloppet, när en lösning af kaliumpla-

tinaklorur och glycin efter beräkning för fyra mol. uppvärmes, är då tydligen detta: först bildas platoglycinklorid, derpå sönderdelas denna af glycin.

Deremot löstes platosetylglycinklorid i *öfverskott* af fri glycin-eter. Eter gaf ingen fällning, ehuru platosetylglycinklorid är olöslig i eter. Efter ett par dar afsatte sig i det använda, tillslutna kärlet en hvit fällning. I denna ingick då, utom en platinaförening, den öfverskjutande glycineterns sönderdelningsprodukter. Då nu dessa sista lösas först vid kokning med vatten eller utspädd alkohol, hvarvid en eventuellt bildad tetraförening antagligen sönderdelas, var det icke möjligt att isolera denna.

### Framställning af platoglycin och dess klorid.

Om en lösning af kaliumplatinaklorur och glycin (2 mol.) skakas någon tid, och större delen af vattnet sedan får frivilligt afdunsta, afsätter sig platoglycinklorid i gula kristallanhopningar med något inblandad platoglycin. Reaktionen går emellertid på detta sätt temligen trögt, och kloriden erhålles icke ren. Sedan det visat sig, att platoglycin af klorväte öfverföres i en klorid, identisk med den nyssnämnda, direkt erhållna och då platoglycin såsom mycket svårlöslig lätt erhålles fri från klorkalium, befanns följande tillvägagående vara det lämpligaste: glycin (eller glycin-klorid och kalihydrat) tages i något större mängd, omkring 3 mol. på en  $K_2Cl_4Pt$ , och lösningen uppvärmes på vattenbad. Reaktionen inledes lätt, och en del platoglycin utfälles under samtidig bildning af glycinklorid. Kaliumkarbonat tillsättes till alkalisk reaktion, hvarpå ånyo uppvärmes. Den ånyo frigjorda glycinen angriper nu kaliumplatinakloruren fullständigt, och lösningen antar gul färg. Då detta inträffat, sönderdelas den i lösningen befintliga platoglycinkloriden fullständigt med kaliumkarbonat och efter afsvälning filtreras. Filtratet afsätter vid afdunstning litet platoglycin och det mesta klorkalium. Moderluten användes vid en ny beredning.

För de flesta försöken var den så erhållna basen ren nog, fullständigt ren erhålles den af kloriden med alkali.

Kloriden beredes af platoglycin på följande sätt. Efter en stunds kokning med temligen stark klorvätesyra utspädes med kokande vatten och filtreras. Ur lösningen kristalliserar kloriden till största delen. Nya mängder erhållas vid koncentrerings, men slutligen färgas lösningen rödgul på grund af börjande sönderdelning.

### Om platinaatomens plats i glycinen.

Att Pt i hithörande kroppar ingår som substituent i glykokollen, visar tillvaron af den fria basen platoglycin. Substitueras väte på karboxyl- eller amid-sidan? Och i allmänhet: hvilken plats intar metallatomen i glycinsalter öfver hufvud? Besvarandet af den förra frågan kan möjligen anses afgöra öfver några andra andra fall, t. ex. koppar-, qvicksilfver- och silfversalterna. Det antages vanligen, att åtminstone dessa metaller, som lätt bilda ammoniakföreningar, i glycinen bindas vid qväfvet. Antagandet styrkes genom hippursyresyntesen af glycinsilfver och benzoylklorid. CURTIUS och GOEBEL (l. c.) ha dessutom visat, att glycineter ger ett kopparsalt. Cu substituerar således åtminstone i etern amidsidans väte, förutsatt att  $C_2H_5$  ingår i stället för hydroxylväte. Frånsedt tillvaron af diazoättiketer, bevisas detta sista deraf, att glycinetyleter vid torrdestillation ger normal propylamin och icke etylmetylamin. Den nedan beskrifna platosetylglycinkloriden, som bildas af kaliumplatinaklorur och glycinetyleter, måste af samma skäl ha formeln



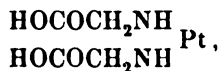
Det har äfven lyckats att genom etylering af platoglycin eller dess klorid med alkohol och klorvätegas erhålla en klorid af samma procentiska sammansättning och smältpunkt ( $173^\circ$ ). Dermed är bevisadt, att äfven i platoglycin platina ingår på qväfvesidan. Det går emellertid icke att på samma sätt etylera koppar- och qvicksilfverglycin. Vid försök att eterifiera Cu-glycin erhöles en brun lösning, som vid afsvalning afsatte en brun, deliquescent

massa. Denna löstes i vatten med grön färg, ur lösningen af-satte sig kopparklorid. Hg-glycin sönderdelas likaledes. På förut angifna skäl måste man väl ändå antaga, att äfven i dessa båda salter metallen ingår vid qväfvet, fastän löst bunden. Till utseende och egenskaper äro i öfrigt dessa två fullständigt lika med Pt-glycin, som dock kristalliserar utan kristallvatten, de båda andra med 2 mol. aqv.

Hvad glycins föreningar med alkalisalter besträffar, så antages vanligen, att metallen ingår på hydroxylsidan (jmf. sid. 27).

### Öfversigt.

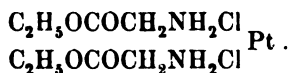
Den till grund liggande föreningen platoglycin,



ger med haloidvätesyror salter, t. ex.

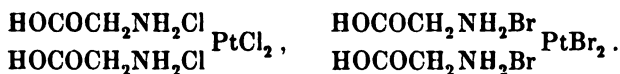


Genom eterifiering af platoglycinklorid erhålles platosalkylglycin-klorid, t. ex.

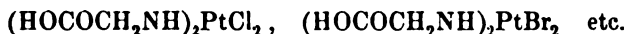


Af dessa klorider erhållas bromider och jodider med KBr och KJ.

Platinan i platosföreningarne öfverföres af haloider från 2- till 4-värd., t. ex.



Liksom platoglycinhaloidföreningarne vid kokning lätt öfvergå i platoglycin, ge motsv. platinföreningar lätt



Dessa kunna tjena till framställning af »blandade» haloidföreningar, t. ex.  $(\text{HOCOCH}_2\text{NH}_2\text{J})_2\text{PtBr}_2$ .

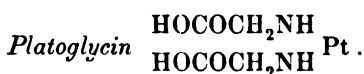
Äfven platinföreningarne medge direkt alkylering.



### Analys.

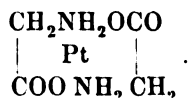
Platinan har ofta bestämts genom föreningens glödgning i digel, då här ingen fara finnes för sublimering, i haloidföreningarne oftast på samma gång som haloid efter KLASONS metod. Emedan salterna vid upphettning starkt pösa, har då i stället för öppet skepp användts ett i båda ändar snedt afskuret rör af svårsmält glas, med uppböjda underkanter, försedt med ett platinableck såsom underlag. Vid ett par analyser fanns haloidmängden något för liten. Man bör nemligen vid förbrännings slut glödga röret ganska starkt, ty i de sista platinarullarne, som innehålla salpetersyra, bildas icke obetydligt platinaklorid. Efter stark glödgning finnes på deras plats i förbränningsröret ett beslag af platina. Kol och väte ha bestämts genom förbränning med kopparoxid, qväfve likaledes, har uppmätts öfver kalilut.

### I. Platoglycinföreningar.



För framställningen har förut redogjorts. Erhålles vanligen i form af silfverglänsande, små fjäll, stundom större prismer eller långa silkeliknande nålar. Olöslig i kallt vatten, föga löslig i varmt. Överföres af haloidvätesyror, utom fluorväte, i haloid-salter, som vid ihållande kokning med vatten åter afge syran. Svag bas, som *icke ger några syresalter*. Den är olöslig i utspädda syresyror. Stark svafvelsyra ger en brun sönderdelningsprodukt, stark salpetersyra under oxidation en röd, icke undersökt kropp, under det att klorplatinglycin icke påverkas. Kloriden, behandlad med  $\text{AgNO}_3$ , ger  $\text{AgCl}$  och platoglycin;  $\text{KNO}_2$  borttar likaledes endast klorväte. Platoglycin löses i öfverskott af kalihydrat men icke med æquivalentmängd utom vid stark utspädning. Vid lösningens uppvärmning bildas platinoxid. Om platoglycin-klorid i vattenlösning sättes till kalilösning (4 mol.), så fälles

platoglycin. Vid frivillig afdunstning af filtratet erhållas nya portioner platoglycin och slutligen klorkalium. Alltså existerar intet kalisalt; ej heller något barytsalt. Man skulle möjligen häraf kunna sluta, att i alkalialterna af glycinen sjelf (enligt KRAUT existera sådana, enligt CURTIUS icke) metallen ingår på amidsidan och att *hydroxybäret i glycin öfverhufvud icke substitueras af metaller*. Antagligen föreligger i salterna, såsom det antagits för glycinen sjelf, en inre saltbindning, så att t. ex. platoglycinens konstitution rätteligen vore:



Att platoglycin icke ger additionsprodukter med KCl, KNO<sub>3</sub> etc., är då också klart.

Öfver 215° svärtas platoglycin, sönderdelas småningom utan att smälta, fullständigt först vid hög temperatur.

Analys:

Pt. 1) 0,1688 gr. substans gaf vid glödgnng i digel 0,0959 gr. Pt.

2) 0,2784 gr. substans vid förbränning enl. KLASON's metod 0,1584 gr. Pt.

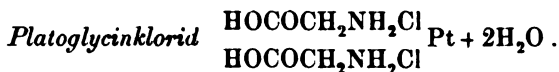
3) 0,2179 gr. substans gaf på samma sätt förbr. 0,1239 gr. Pt.

C & H. 0,3595 gr. substans gaf CO<sub>2</sub> 0,189 gr., H<sub>2</sub>O 0,089 gr., motsv. C 0,0515 gr., H 0,0099 gr.

N. 0,2675 gr. subst. gaf 20 cc. N, uppmätt vid +17,5° och 759 mm. barometertryck.

I procent:

	Beräknadt:			Funnet:		
Pt	195	56,85	56,81	56,89	56,86	56,85 (med.)
C <sub>4</sub>	48	14,00	—	—	—	14,32
H <sub>8</sub>	8	2,33	—	—	—	2,75
N <sub>2</sub>	28	8,13	—	—	—	8,47
O <sub>4</sub>	64	18,69	—	—	—	(17,61)
	343	100,00				100,00



Af  $\text{K}_2\text{Cl}_4\text{Pt}$  och glycin eller af platoglycin med klorväte såsom förut beskrifvits. Gula prismer eller tärningar. Löses temligen lätt i kallt och ännu mer i varmt vatten. För att i senare fallet förebygga sönderdelning i platoglycin och klorväte tillsättes ett par droppar klorvätesyra. Kloriden smälter under pösning och svärtning vid  $212^\circ$ . Kloriden, bromiden och jodiden kristallisera alla med 2 mol. aq., som bortgå under  $100^\circ$ . De vattenfria salterna äro mycket svårslösliga, tills kristallvatten ånyo upptagits.

#### Analys:

$\text{H}_2\text{O}$ . 1) 0,2193 gr. med filtrerpapper torkadt salt förlorade vid omkring  $90^\circ$  0,018 gr.  $\text{H}_2\text{O}$ .

2) 0,2 gr. förlorade 0,016 gr.  $\text{H}_2\text{O}$ .

Pt. 0,2794 gr. torkad klorid gaf 0,1312 gr. Pt. och

Cl. 0,1867 gr.  $\text{AgCl}$ , motsvarande 0,0462 gr. Cl.

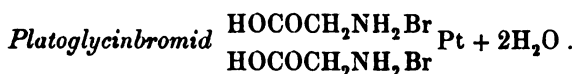
N. 0,4045 gr. subst. gaf 24,75 cc. N (B 776 mm., T  $20\frac{3}{4}^\circ$ ).

C & H. 1) 0,6035 gr. subst. gaf 0,2605 gr.  $\text{CO}_2$ , motsvarande 0,071 gr. C, och 0,1495 gr.  $\text{H}_2\text{O}$ , motsv. 0,0166 gr. H.

2) 0,2510 gr. subst. gaf 0,1052 gr.  $\text{CO}_2$  (0,0287 gr. C.).

#### I procent:

		Beräknadt:		Funnet:	
Pt	195	46,87		46,95	
$\text{Cl}_2$	71	17,06		16,53	
$\text{N}_2$	28	6,73		6,94	
$\text{C}_4$	48	11,53	11,76, 11,43	11,59 (med.)	
$\text{H}_{10}$	10	2,4		2,74	
$\text{O}_4$	64	15,41		(15,25)	
	416	100,00		100,00	
$2\text{H}_2\text{O}$	36	7,96	8,2    8,00	8,00.	



Af platoglycin med beräknad mängd KBr och  $\text{H}_2\text{SO}_4$  eller af kloriden vid kokning med KBr och litet bromväte. Kristalliserar i långa gula nålar.

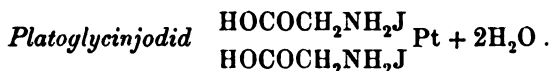
Analys:

$\text{H}_2\text{O}$ . 0,628 gr. förlorade vid omkr.  $90^\circ$  0,042 gr.  $\text{H}_2\text{O}$ .

Pt. 0,3645 gr. vattenfritt salt gaf 0,1415 gr. Pt.

I procent:

		Beräknadt:	Funnet:
Pt	195	38,61	38,82
2 Glycin	150	—	—
$\text{Br}_2$	160	—	—
	<hr/> 505		
$2\text{H}_2\text{O}$	36	6,68	6,65.



Orangegula nålar. Svärtas vid omkring  $165^\circ$ , smälter under sönderdelning vid  $183^\circ$ .

Analys:

$\text{H}_2\text{O}$ . 1,0155 gr. afgaf 0,0574 gr.  $\text{H}_2\text{O}$ .

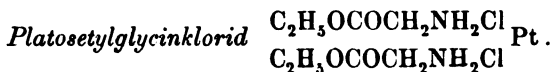
Pt. 0,4671 gr. gaf 0,1515 gr. Pt.

I procent:

		Beräknadt:	Funnet:
Pt	195	32,55	32,43
2 Glycin	150	—	—
$\text{J}_2$	254	—	—
	<hr/> 599		
$2\text{H}_2\text{O}$	36	5,66	5,65.

Någon *fluorid* existerar icke. Platoglycin löses föga vid kokning med fluorväte och utfaller vid afsvälning af lösningen

oförändrad. Platoglycinklorid ger vid kokning med surt fluor-kalium platoglycin.



Beredes på samma sätt af platoglycinklorid som etylglycin-klorid af glycinklorid. I en kolf med pulvriserad, vattenfri platoglycinklorid och absolut alkohol inledes klorvätegas under uppvärmning på vattenbad. Eterifieringen går raskt, och när alkoholen är mättad med klorväte, har det mesta gått i lösning. För att vara säker på eterifieringens fullständighet, måste man inleda klorväte, tills lösningen antar en röd färg, tydande på börjande sönderdelning. Vid afkylning kristalliserar eterkloriden i gula nålar utan kristallvatten. Denna klorid är olöslig i vatten, äfven varmt, och alkohol, löslig i varm, med klorväte mättad alkohol samt i glycineter, såsom förut omnämnts. Vid ihållande kokning med vatten erhålles platoglycin. Den fria eterbasen existerar icke, åtminstone icke vid närvaro af vatten, hvilket framgår deraf, att kaliumplatinaklorid med 4 mol. glycineter ger, jemte platosetylglucinklorid, platoglycin och icke platosetylglucyn. Den hypotetiska platosetylglucinen är liksom platoglycinen en svag bas. Några föreningar med syresyror ha icke heller af denna kunnat framställas, lika litet som af föreningarne med 4-värd. platina. Såväl vid kokning af kloriden med  $\text{AgNO}_3$  som vid skakning i köld bildas platoglycin, som ur det fälda  $\text{AgCl}$  kan extraheras med klorväte såsom platoglycinklorid.

Den ofvan angifna konstitutionen för den genom direkt alkylering erhållna kloriden, bekräftas af den fullständiga likheten med den af kaliumplatinaklorur och glycineter erhållna. Smältpunkt  $173^\circ$ .

Vid kokning med cyankalium erhöles platocyankalium.

Analys:

Pt. 0,0919 gr. subst. gaf 0,0377 gr. Pt.

Cl. 0,2226 gr. gaf 0,1322 gr.  $\text{AgCl}$ , motsvarande 0,0327 gr. Cl.

C & H. 0,3506 gr. gaf 0,2544 gr. CO<sub>2</sub>, motsvarande 0,0694 gr. C, samt 0,1199 gr. H<sub>2</sub>O, motsv. 0,0133 gr. H.

I procent:

		Beräknadt:	Funnet:
Pt	195	41,31	40,95
O <sub>4</sub>	64	—	—
C <sub>8</sub>	96	20,33	19,79
H <sub>18</sub>	18	3,81	3,79
N <sub>2</sub>	28	—	—
Cl <sub>2</sub>	71	15,04	14,69
	<hr/> 472		

Vid kokning med bromkalium och jodkalium öfverföres kloriden i bromid och jodid, gula olösliga kroppar, som emellertid på denna väg äro svåra att erhålla rena, då kloriden, såsom äfvenledes olöslig, icke lätt påverkas.

*Plutosetylglucinbromid.*

Analys: 0,3721 gr. subst. gaf 0,1339 gr. Pt.

	Beräknadt:	Funnet:
Pt	34,76 %	35,98 %.

Innehöll antagligen oförändrad klorid. Smpten låg vid 190°.

*Platometylglucinklorid*  $\begin{matrix} \text{CH}_3\text{OCOCH}_2\text{NH}_2\text{Cl} \\ \text{CH}_3\text{OCOCH}_2\text{NH}_2\text{Cl} \end{matrix}$  Pt.

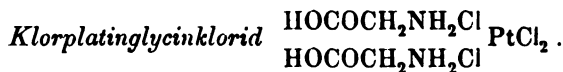
Gulhvitt, olösligt salt, sönderdelas öfver 200° utan att smälta.

Analys: 0,2676 gr. subst. gaf 0,1181 gr. Pt.

	Beräknadt:	Funnet:
Pt	43,91 %	44,13 %.

## II. Platinglycinföreningar.

Samtliga undersökta föreningar med 4-värd. platina kristallisera utan kristallvatten.



Erhålles genom att uppslamma platoglycinklorid i starkt saltsyrehaltigt vatten och under kokning inleda klor. Lösningsmedlet bör vara starkt surt, ty eljes bildas klorplatinglycin såsom en olöslig fällning. Då denna är mycket lik platoglycinklorid sådan den sistnämnda fälles af klorvätesyra, sammansättningen är nära densamma (på 2 atomer väte när) och smältpunkterna äro 215° och 212° resp., så är det förklarligt, att det till en början antogs, att kloreringen gick mycket trögt för sig och att ofvanstående klorids framställning kom att kosta mycket onödigt arbete. Först sedan det blifvit utrönt, att bromplatinglycinbromiden, som genom sin karakteristiska röda färg utan svårighet gjorde sig bemärkt, lätt öfvergick i den motsvarande basen bromplatinglycin, kunde misstaget rättas. Om tillräckligt klorväte tillsatts före kloreringen, går platokloriden lätt i lösning under upptagande af klor. Vid afsvälning afsätter sig den nybildade kloriden i form af vackert guldglänsande blad. Vida löttlösigare än platokloriden, löttlöslig i alkohol. Smälter under pösning och sönderdelning vid 206°.

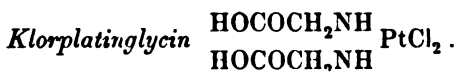
Analys:

Pt. 0,2085 gr. subst. gaf 0,084 gr. Pt.

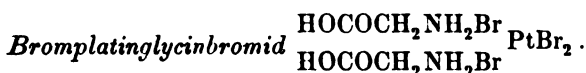
Cl. 0,3497 gr. subst. gaf 0,3983 gr. AgCl, motsvarande 0,0985 gr. Cl.

I procent:

	Beräknadt:	Funnet:
Pt	195	40,04
2 Glycin	150	40,28
Cl <sub>4</sub>	142	29,15
	487	28,16



Om en vattenlösning af förenämnda klorid länge kokas, utfälles ett svafvelgult, olösligt pulver. Samma produkt bildas vid klorering af platoglycin, smpt 215° (under sönderdelning). Den måste alltså vara basen i förutnämnda klorid. Såsom förutnämndt, ansågs platinaanalysen till en början tyda på platoglycinklorid och har därför ej tillvaratagits, är också på grund af bildnings-sättet temligen onödig. Indifferent, angripes hvarken af konc. salpetersyra, utspädd svafvelsyra eller klorvätesyra. Konc. bromvätesyra ger under förutgående utbyte af klor mot brom bromplatinglycinbromid.



Af klorplatinglycinklorid med bromkalium, af platoglycinbromid löst i bromvätesyra med brom samt af nästföljande med bromvätesyra. Afsätter sig ur den sura lösningen vid afsvalning i röda, glänsande, tunna prismar, vid långsam kristallisation ur utspädd lösning i små tärningar. Något svårlösligare i vatten än kloriden, löslig i alkohol. Börjar svärtas vid 185°, smälter under sönderdelning vid 200°.

Analys:

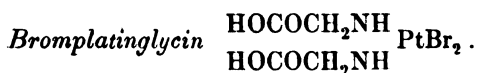
Pt. 0,6362 gr. subst. gaf 0,1882 gr. Pt och

Br. 0,7045 gr. AgBr, motsvarande 0,2998 gr. Br.

I procent:

		Beräknadt:	Funnet:
Pt	195	29,32	29,58
2 Glycin	150	—	—
Br <sub>4</sub>	320	48,12	47,12
	<hr/> 665		





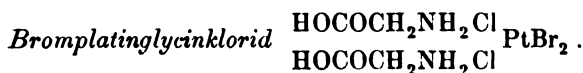
Bildas af föregående bromid vid vattenlösningens kokning. På grund af analysresultatet skulle den mycket väl kunnat vara en isomer med den förutbeskrifna platoglycinbromiden. Den bildas emellertid äfven vid bromering af platoglycin och öfverföres vid kokning med konc. bromvätesyra i röd bromid. Orangegult, olösligt pulver. Smälter och sönderdelas vid 207°.

Analyser:

Pt. 0,5308 gr. subst. gaf 0,2046 gr. Pt och 0,3886 gr. AgBr,  
Br. motsvarande 0,1654 gr. Br.

I procent:

		Beräknadt:	Funnet:
Pt	195	38,76	38,54
C <sub>4</sub>	48	—	—
O <sub>4</sub>	64	—	—
H <sub>8</sub>	8	—	—
N <sub>2</sub>	28	—	—
Br <sub>2</sub>	160	31,80	31,16
	<hr/> 503		

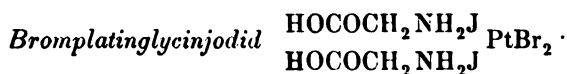


Orangegula blad. Erhållen genom bromering af platoglycin-klorid, löst i saltsurt vatten. Bäst genom att koka bromplatin-glycinbromid med klorvätesyra. Vid afsvälning utkristalliserar kloriden. Bromplatinglycin, en gång utfäld, synes icke åter upp-taga klorväte.

Analyser: 0,4219 gr. subst. gaf 0,143 gr. Pt och 0,4796 gr. haloidsilfver, under antagande af equivalenta ingående mängder AgCl och AgBr, motsvarande 0,2076 gr. AgCl och 0,272 gr. AgBr eller 0,0512 gr. Cl och 0,1158 gr. Br.

I procent:

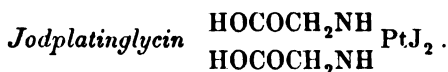
		Beräknadt:	Funnet:
Pt	195	33,85	33,89
2 Glycin	150	—	—
Cl <sub>2</sub>	71.	12,32	12,13
Br <sub>2</sub>	160	27,77	27,44
	576		



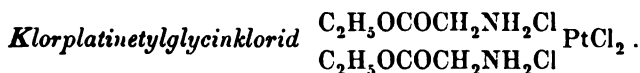
Jodfärgade kristaller. Af bromplatinglycin och jodvätesyra.

Analys: 0,4029 gr. subst. gaf 0,1048 gr. Pt.

	Beräknadt:	Funnet:
Pt	25,69 %	26,01 %



Platoglycin upptar icke lätt jod. Vid kokning med jod-sprit erhöles dock en svartröd, olöslig kropp. Lättare af klor-platinglycin och jodkalium. Ger med jodväte ett i jodfärgade prismer kristalliserande salt, som äfven erhöles af klorplatin-glycinklorid vid kokning med KJ och således bör vara *jodplatin-glycinjodid*.



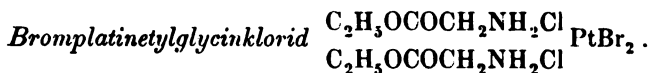
Af klorplatinglycinklorid med alkohol och klorvätegas. Gula nålar, olösliga i alkohol och vatten. Smpt 199°.

Analyser:

Pt. 0,2126 gr. subst. gaf vid glödning 0,0768 gr. Pt.  
 C & H. 0,4102 gr. subst. gaf 0,2697 gr. CO<sub>2</sub>, motsvarande  
 0,0735 gr. C, och 0,1308 gr. H<sub>2</sub>O, motsvarande  
 0,0145 gr. H.

I procent:

		Beräknadt:	Funnet:
Pt	195	35,91	36,11
O <sub>4</sub>	64	—	—
C <sub>8</sub>	96	17,67	17,91
H <sub>18</sub>	18	3,31	3,53
N <sub>2</sub>	28	—	—
Cl <sub>4</sub>	142	—	—
	<hr/> 543		



Af fint fördelad platoetylgycklorid genom skakning med bromvatten och litet klorvätesyra. Olöslig liksom föregående. Smältpunkt 185°.

Analys: 0,2132 gr. subst. gaf 0,0825 gr. Pt.

	Beräknadt:	Funnet:
Pt	30,85	31,34.

Vid etylering af bromplatinglycklorid erhöles en i orange-gula fjäll kristalliserande förening, antagligen identisk med den här beskrifna, ehuru ej fullt ren. Särskildt afviker platinabestämningen.

Analyser:

Pt. 1) 0,2383 gr. subst. gaf 0,0771 gr. Pt.

2) (från en ny beredning) 0,2354 gr. subst. gaf 0,0764 gr. Pt.

C & H. 1) 0,3419 gr. subst. gaf 0,1983 gr CO<sub>2</sub>, motsvarande 0,0541 gr. C, och 0,0961 gr. H<sub>2</sub>O, motsvarande 0,0106 gr. H.

2) 0,2503 gr. subst. gaf 0,146 gr. CO<sub>2</sub>, motsvarande 0,0398 gr. C., och 0,0714 gr. H<sub>2</sub>O, motsvarande 0,0079 gr. H.

I procent:

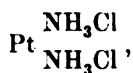
		Beräknadt:	Funnet:	
			1.	2.
Pt	195	30,85	32,35	32,45
C <sub>8</sub>	96	15,19	15,82	15,90
H <sub>18</sub>	18	2,84	3,10	3,15
O <sub>4</sub>	64	—	—	—
N <sub>2</sub>	28	—	—	—
Cl <sub>2</sub>	71	—	—	—
Br <sub>2</sub>	160	—	—	—
<u>632</u>				

Sannolikt var utgångsmaterialet icke rent.

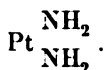
Lika litet som vid platoföreningarne har det här lyckats erhålla några amfidsalter.

Såsom synnerligen karakteristiskt för de här beskrifna platinaföreningarne må ytterligare framhållas deras stora beständighet vid jämförelse med glycinen sjelf. Så t. ex. sönderdelas platoglycinkloridens organiska del icke ens i kokande vattenlösning af klor.

Jemföras hithörande kroppar med platinaammoniak-föreningar, så är bortfallandet af haloidväte vid bildningen af platoglycin och de 3 platinglycinerna en särskildt utmärkande reaktion. Då å ena sidan t. ex. platoglycinklorid fullständigt motsvarar



skulle platoglycin närmast härledas af



Med det förut gjorda antagandet af inre saltartad bindning i mol. hos de fria plato- och platin-glycinerna, ett antagande, som härigenom också vinner ytterligare stöd, försvinner emellertid denna skilnad. Då haloidväte borttages, intages platsen af

glycinens hydroxylsida, alltså, det hela är fortfarande ett ammoniumderivat.

Inträdet af karboxyl har deremot föranledt den viktiga skilnaden från platinaammoniakerna, att inga föreningar med mer än två N på en Pt existera och, såvidt det kunnat konstateras, inga isomera och inga syresalter.

---

Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

## 203. Om rhodaniderna af några ammoniakaliska kromföreningar.

Af OTTO NORDENSKJÖLD.

[Meddeladt den 13 Jan. 1892 genom P. T. CLEVE.]

MORLAND har<sup>1)</sup> beskrifvit en förening, erhållen genom inverkan af kaliumbikromat på smältande rhodanammonium, hvilken han hänför till de ammoniakaliska kromföreningarna och som enligt hans analys har sammansättningen  $\text{Cr N}_3\text{H}_3\text{S}_3\text{C}_3\text{O}$  d. v. s.  $\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{SCN})_3 \cdot \text{H}_2\text{O}$ . REINECKE visade<sup>2)</sup> sedermera att denna formel ej var riktig. Han framställde föreningen genom att till 5 delar smältande  $\text{NH}_4\text{SCN}$  sätta 2 delar  $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ , lösa reaktionsmassan i varmt vatten och utfälla föreningen med salmiak. Den på detta sätt erhållna produkten hade enligt hans åsigt sammansättningen  $4(\text{SCN})\text{N}_2(\text{C}_2\text{H}_5)\text{H} \cdot \text{NH}_4$ , d. v. s. den skulle kunna uppfattas såsom ammoniumsaltet af en syra med formeln  $\text{NH}_4\text{SCN} = \text{SCN NH}_2 = \text{Cr} - \text{NH}_3\text{SCN} = \text{SCNH}$ . Genom att behandla detta salt med alkalier erhöi han motsvarande kalium- och natriumsalter; genom att fälla dess lösning med Hg-, Cu-, Ag- och Pb-salter amorfa fällningar som utgjorde de motsvarande salterna, och af hvilka han analyserat de två första. Sjelfva den fria syran ansåg han sig hafva erhållit genom att behandla qvicksilfversaltet med  $\text{H}_2\text{S}$  och afdunsta filtratet, hvarvid redan i köld en del af föreningen förflyktigades; den erhållna amorfa återstoden har han ej analyserat. Några vidare

<sup>1)</sup> Quarterl. Journ. of the Ch. S. XIII: 252.

<sup>2)</sup> Ann. d. Ch. CXXVI: 113.

meddelanden om dessa egendomliga föreningar finnas ej i literaturen, och jag har därför på uppmaning af professor CLEVE företagit en undersökning af desamma, för hvars resultat jag här vill redogöra.

Vid mina första försök gick jag så till väga, att jag omkristalliserade den enligt REINECKES föreskrifter erhållna reaktionsmassan genom att införa den i kokande vatten och låta den utkristallisera derur. Jag erhöll då en massa, som bestod af kristaller af mycket vexlande utseende: regulära kristaller af olika former, nålar och fjäll af olika slag. Att härur genom omkristalliseringar erhålla en fullt ren produkt tycktes vara nästan omöjligt, och jag upphörde med alla försök härmed, sedan jag funnit att produkterna innehöllo vexlande mängder kalium, ett förhållande som möjligen tycks mig kunna förklara MORLANDS förlust i analysen om han ej pröfvat på detta ämne. Använder man deremot ammoniumbikromat, erhåller man en förening, som verkligen har den empiriska sammansättning som REINECKE uppgifvit, nemligen  $\text{Cr N}_7\text{H}_{10}\text{C}_4\text{S}_4$ . Vid dess behandling med KOH utbytes en  $\text{NH}_4$ -grupp mot kalium; formeln är alltså  $\text{Cr N}_6\text{H}_6\text{C}_4\text{S}_4(\text{NH}_4)$ . Att C och S förekomma som rhodan, är väl temligen säkert, då föreningen vid sönderdelning med alkalier ger alkalirhodanider och, efter hvad jag funnit, inga spår af svafvelurinämne; formeln är alltså  $\text{Cr N}_2\text{H}_6(\text{SCN})_4\text{NH}_4$ . Då nu formeln är sådan, ligger det redan på förhand nära till hands att antaga, att föreningen är en dubbelförening mellan en ammoniakalisk rhodanid och rhodan ammonium. Också har CLEVE<sup>1)</sup> för föreningen såsom sannolik uppgifvit formeln  $\text{Cr}_2 4\text{H}_3\text{N } 6\text{CNS} + 2\text{NH}_4\text{SCN}$ , en formel som äfven, såsom jag skall visa, ganska nära torde öfverensstämma med den verkliga.

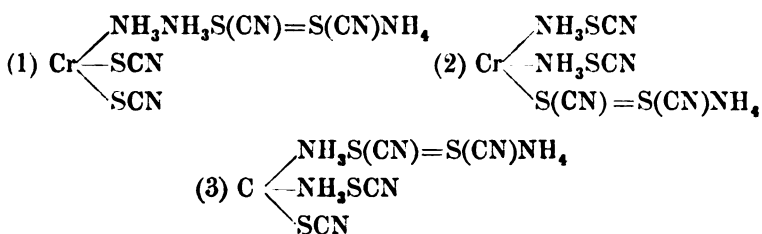
Att rhodaniden tillhörde de ammoniakaliska föreningarna var nemligen på grund af dess utseende såväl som af sammansättningen ganska sannolikt, men något närmare stöd i dess bildningssätt finner denna åsigt ej, då dels nästan alla kända ammoniakaliska föreningar äro bildade genom direkt inverkan

<sup>1)</sup> Lärobok i oorganisk kemi (1877) sid. 354.

af ammoniak, dels reaktionen här är så häftig och sker vid så hög temperatur, att det ligger nära till hands att antaga möjligheten af större omlagringar. Jag har därför försökt framställa rhodaniden på andra sätt, och har också lyckats erhålla den genom att till en ännu smältande blandning af  $\text{Cr}(\text{SCN})_3$  och  $\text{NH}_4\text{SCN}$  sätta conc. ammoniak. Detta bildningssätt sätter det väl utom allt tvifvel att sammansättningen är  $\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{SCN})_4\text{NH}_4$ .

För att äfven bevisa att  $\text{NH}_4$ -gruppen förekommer som  $\text{NH}_4\text{SCN}$ , har jag sökt att med olika reaktionsmedel aflägsna denna rhodanammoniummolekyl. Detta har också lyckats mig genom att låta vätesuperoxid inverka på föreningen. Jag har sålunda erhållit en vackert kristalliserande förening  $\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{SCN})_3 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ , som direkt vid behandling med  $\text{NH}_4\text{SCN}$  återbildar det ursprungliga  $\text{NH}_4$ -saltet. Och sålunda kan det väl anses fullständigt bevisadt, att föreningen är *Kromodiamin-rhodanid-rhodanammonium* och har formeln  $\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{SCN})_3 \cdot \text{NH}_4\text{SCN}$ .

För en sådan förening kan man antaga endera af följande tre strukturformler:



Af dessa tre formler är väl den sista, osymmetriska, den minst sannolika. Att afgöra mellan de båda första är deremot svårare och den enda egenskap, till hvilken man härvid kan taga hänsyn, är föreningens stabilitet mot mineralsyror; det har ej på något sätt lyckats mig att utbyta någon rhodangrupp mot negativa radikaler. Denna egenskap förklaras endast af formeln (1), som därför skulle vara den sannolikaste. Men härvid måste man komma ihåg, att ej heller i den ofvan nämnda föreningen



$\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{SCN})_3 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$  någon rhodanmolekyl kan utbytas; dock sönderdelas denna förening något lättare af syror än ammoniumsaltet. Man måste därför tänka sig, att rhodan är särdeles fast bundet i dessa föreningar, och i detta hänseende är följande reaktion af intresse. Jag har nemligen genom frivillig afdunstning af en lösning innehållande  $\text{CrCl}_2$ ,  $\text{NH}_3$  och  $\text{NH}_4\text{SCN}$  erhållit en ännu ej närmare undersökt förening, som ej är identisk med REINECKES salt men har ungefär samma procentiska sammansättning som detta. Man måste således i detta fall föreställa sig att Cl utdrifvits af rhodan.

Af ammoniumsaltet kunna öfriga metallsalter framställas genom att fälla med lösningar af motsvarande salter; äfven de rhodandubbelsalter, som äro lösliga i vatten, äro nemligen svårslösliga i saltlösningar. Äfven salterna af organiska baser kunna erhållas på samma sätt; de äro i allmänhet mycket svårslösliga i vatten. Af dem är anilinsaltet märkligt emedan det vid behandling med anilin upptager två molekyler deraf och så bildar *kromodiamindianilidorhodanid-rhodananilin*,  $\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{C}_6\text{N}_3\text{NH}_2)_2(\text{SCN})_3 = \text{SCNH} \cdot \text{C}_6\text{N}_3\text{NH}_2$ . Med piperidin erhålles deremot ej någon motsvarande förening.

Med jod gifva dubbelsalterna additionsföreningar af en mol. salt och en atom jod.

Då man ur dubbelsaltet bortskaffat rhodanammonium, kunde man ju hoppas att erhålla den fria kromodiaminrhodaniden. Men så är ej förhållandet, ty den erhållna föreningen  $\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{SCN})_3 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$  håller sannolikt de båda vattenmolekylerna kemiskt bundna. Detta framgår dels deraf, att de ej utan föreningens sönderdelning kunna borttagas från den samma, dels deraf att endera af dem eller båda kunna utbytas mot aminer vid föreningens behandling med dessa. Det är därför sannolikt att föreningen tillhör den klass af kroppar, för hvilken JÖRGENSEN föreslagit namnet *Oxiner*, och som sedermera PALMÆR, för att uttrycka att frågan om syrets fyrvärdighet ännu ej kan anses fullt säkert afgjord, kallat *aqvoföreningar*; den skulle då vara den första kända diaqvoförening. Formeln skulle under av

tagande af formel (1) för ammoniumsaltet vara



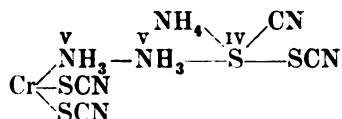
och föreningen sjelf vore *kromodiamindiaqvorhodanid*.

Behandlar man denna rhodanid med anilin, erhåller man en förening, som med all sannolikhet är *kromodiamindianilido-rhodanid*,  $(\text{SCN})_2 \text{Cr} (\text{NH}_3)_2 (\text{C}_6\text{H}_5\text{NH}_2)_2 \text{SCN}$ . Vid behandling med etylendianin och piperidin kan man deremot endast substituera den ena vattenmolekylen, och vid behandling med metylanilin och pyridin lyckas ej ens detta utbyte fullständigt.

Den enda kända ammoniakaliska förening, som har en liknande konstitution med  $\text{NH}_4\text{SCN}$ -dubbelsaltet, är ERDMANN's *kobolttetraminnitrit-ammoniumnitrit*, hvars formel kan skrivas  $\text{Co}(\text{NH}_3)_2(\text{NO}_2)_3 \cdot \text{NH}_4\text{NO}_2$ . Denna förening är visserligen, så vidt jag vet, icke närmare undersökt;<sup>1)</sup> man känner t. ex. icke dess förhållande mot mineralsyror och således ej heller strukturformeln, men de reaktioner man känner och särskildt salternas löslighetsförhållanden äro genomgående de samma som kromodiamin-dubbelsalternas. Särskildt äro i detta hänseende de svår-lösliga salterna med organiska baser att framhålla. Man torde därför för båda dessa serier af salter kunna antaga en fullt analog sammansättning.

Ännu en möjlighet för dubbelsalternas konstitution torde här böra framhållas. Jag har förut nämnt, att i kromodiamindiaqvorhodanid båda vattenmolekylerna kunnat utbytas mot tvenne anilinmolekyler, och samma förening utbyter vid behandling med rhodanammonium vattenmolekylerna mot en mol.  $\text{NH}_4\text{SCN}$ , hvarvid just REINECKES salt bildas. Man skulle då kunna tänka sig, att  $\text{NH}_4\text{SCN}$  i detta salt motsvarar  $(\text{C}_6\text{H}_5\text{NH}_2)_2$  i anilido-föreningen och är bundet på samma sätt som detta, d. v. s. vid N i ammoniak och vid S i rhodan. Svafvelatomen skulle då från tvåvärdig ha öfvergått till fyrvärdig och sammansättningen vara:

<sup>1)</sup> Jag har gjort ett försök att enligt JØRGENSENS metod (Journ. f. pr. Ch. (2) XXIII: 249) framställa motsv. K-salt, men endast erhållit en kaliumfri förening, hvars sammansättning jag ännu ej känner.



I så fall får man tänka sig, att denna grupp af metaller (Cr, Co, Rh och Ir) ej har någon benägenhet att bilda ammoniakaliska föreningar med blott 2 mol. ammoniak, om ej föreningen utom dessa innehåller en eller flere ammoniakersättande molekyler. Till sådana skulle då vara att räkna aminer,  $\text{H}_2\text{O}$  i aqvoföreningar, rhodanider i dessa kromrhodaniddubbelsalter, nitriter i ERDMANN's förut omnämnda dubbelsalter, och slutligen en eller flere molekyler  $\text{HgS}$  i den af mig här nedan beskrifna föreningen  $\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{SCN})_3\text{Hg}_6\text{S}_6$ .

### Redogörelse för försöken.

#### 1. Salterna af kromodiaminrhodanid-rhodanvätesyra och deras derivat.

*Ammoniumsaltet* —  $\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{SCN})_3 \cdot \text{NH}_4\text{SCN}$  — framställes efter endera af följande metoder:

1. Man upphettar 3 del.  $\text{NH}_4\text{SCN}$  i en öppen skål till smältning, borttager lampan och tillsätter i små portioner under omrörning 1 del. fint pulvriseradt ammoniumbikromat. Under häftig ammoniakutveckling erhåller man då en purpurrod fast massa, som innan den fått stå för länge pulvriseras och ett par gånger utkokas med något alkohol för att befrias från ett allt för stort öfverskott af  $\text{NH}_4\text{SCN}$ . Återstoden torkas och tvättas upprepade gånger å filtrum med kallt vatten för att aflägsna en del  $(\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ , och resten omkristalliseras med någon försigtighet och utan att man bör koka för länge ur vatten, eller också ur alkohol. Det på detta sätt vunna utbytet af åtminstone ganska rent material är mycket godt.

I stället för  $(\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7$  kan man använda kromsyra, men reaktionen är alltför våldsam att lämpa sig för praktiska ändamål. Vill man använda kaliumbikromat, bör man efter be-

handling med alkohol och kallt vatten filtrera ned den varma lösningen i en stark salmiaklösning, eljes erhålles en blandning af K- och  $\text{NH}_4$ -salt, och möjligen äfven andra produkter.

2. Man smälter tillsammans  $\text{Cr}(\text{SCN})_3$  och  $\text{NH}_4\text{SCN}$ . För att ej direkt behöfva framställa  $\text{Cr}(\text{SCN})_3$  kan man i stället i smältande  $\text{NH}_4\text{SCN}$  införa en någorlunda lagom qvantitet ej allt för starkt torkadt kromhydrat. Innan den smälta massan ännu hunnit fullständigt stelna tillsätter man ett öfverskott af 25 %-ig ammoniak; man erhåller då genast en röd glänsande kristallmassa, som en eller ett par gånger omkristalliseras ur vatten och utgöres af detta samma ammoniumsalt. Metoden torde hufvudsakligen ega teoretiskt intresse, ehuru utbytet ej är dåligt.

Analyserna af föreningen torkad vid  $100^\circ$  ha gifvit följande resultat:<sup>1)</sup>

0,3197 gr. gåfvo vid förbränning 0,1776 gr.  $\text{CO}_2$  och 0,0979 gr.

$\text{H}_2\text{O}$ , motsv. 15,15 % C och 3,40 % H.

0,1936 gr. gåfvo 0,1018 gr.  $\text{CO}_2$  och 0,0628 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  (resp. 14,29 och 3,59 % C och H).

0,2680 gr. gåfvo 0,0594 gr.  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. 15,17 % Cr.

0,4592 gr. gåfvo 0,1013 gr.  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. 15,09 % Cr.

0,4968 gr. gåfvo 0,1113 gr.  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. 15,33 % Cr.

0,2381 gr. gåfvo 0,0541 gr.  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. 15,54 % Cr.

0,2245 gr. gåfvo 55,4 ccm N-gas, mätt öfver kalilut vid  $14^\circ,6$ , 748 mm; motsvarande 29,04 % N.

0,2155 gr. gaf 0,1082 gr.  $\text{CO}_2$ , 0,0675 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  och 0,0474 gr.

$\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. 13,70 % C, 3,48 % H och 15,05 % Cr.

0,1420 gr. gåfvo 0,3956 gr.  $\text{BaSO}_4$  motsv. 38,26 % S.

0,2162 gr. gåfvo 0,0498 gr.  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. 15,76 % Cr.

<sup>1)</sup> Innan jag redogör för resultaten, måste jag i korthet omnämna de metoder jag använt: Cr är bestämdt genom direkt glödning af substansen, eller der andra fixa beståndsdelar funnits närvarande genom utfällning som hydrat med ammoniak efter substansens sönderdelning med conc. HCl. C och H äro bestämda genom förbränning i öppet rör eller undantagsvis i bajonetrör, N efter DUMAS' metod, och S genom oxidation till svafvelsyra med soda och kaliumklorat i platinadegel.

0,2070 gr. gäfvö 0,0473 gr.  $\text{Cr}_2\text{O}_3$ , 0,1080 gr.  $\text{CO}_2$  och 0,0625 gr.  $\text{H}_2\text{O}$ , motsv. 15,63 % Cr, 14,23 % C och 3,35 % H.

0,1483 gr. gäfvö 0,4102 gr.  $\text{BaSO}_4$  motsv. 37,99 % S.

0,1847 gr. gäfvö 47,8 ccm N-gas vid  $16^\circ,8$ , 749 mm motsv. 30,12 % N.

## I procent:

	Ber. för $\text{CrN}_7\text{H}_{10}\text{C}_4\text{S}_4$ .	I. <sup>1)</sup>	II.	III.	Funnet.				
					IV.	V.	VI.	VII.	VIII.
Cr	15,57	15,09	15,17	15,05	15,01	15,33	15,54	15,76	15,63
C	14,27	15,15	14,29	13,70	14,66	—	—	—	14,23
H	2,97	3,40	3,59	3,48	2,80	—	—	—	3,35
N	29,13	—	—	—	28,91	29,04	—	—	30,12
S	38,05	—	38,26	—	37,50	—	—	—	37,99

Ammoniumsaltet kristalliserar i små röda reguljära kristaller eller också i stora glänsande, oregelbundna fjäll, som dock lätt omvandlas i kristaller, i synnerhet vid utpressning och i lösningar som innehålla andra salter. Det är temligen lätt lösligt i vatten, något mindre i alkohol, olösligt i benzol. När det är rent, sönderdelas det af kokande vatten endast långsamt, och mot utspädda syror förhåller det sig ungefär som mot vatten. Äfven mot koncentrerade syror är det beständigare än man enl. REINECKES uppgifter skulle tro. Så kan man t. ex. omkristallisera det samma ur konc. saltsyra, hvari det är mycket svårlösligt; vid kokning sönderdelas dock lösningen mycket snart och blir grön. Med konc.  $\text{H}_2\text{SO}_4$  kan man i köld behandla det nästan huru länge som helst och t. o. m. värma det å vattenbad utan starkare sönderdelning. På intet sätt har det emellertid lyckats mig att ur föreningen framställa någon ammoniakalisk klorid eller sulfat.

Mot alkalier t. o. m. barythydrat är saltet mycket mindre beständigt och det är till och med svårt att på detta sätt erhålla de motsvarande salterna, emedan samtidigt med deras bildning en sönderdelning af sjelfva föreningen eger rum. Vid behandling med brom i utspädd alkohollösning erhållas kristaller af vexlande utseende, sannolikt delvis oförändradt salt, dels möj-

<sup>1)</sup> Analys I—VI å material enligt metod 1, analys VII å material ur  $\text{Cr}(\text{SCN})_3$  och analys VIII å mat. framställt ur  $\text{Cr}(\text{OH})_3$ .

ligen samma oxidationsprodukt som erhålles med  $H_2O_2$ ; brom tyckas de ej innehålla. Af kaliumpermanganat oxideras föreningen under fullständig sönderdelning till kromat och sulfat. Svafveldioxid och svafvelväte tyckas ej inverka.

Med lösningar af qvicksilfver-, koppar- och silfversalter samt af organiska basers salter ger ammoniumsaltet fällningar som utgöras af motsvarande salter; med  $SnCl_2$  en kristallinisk rödgul mycket svårslöslig fällning; med  $PtCl_4$  en gul amorf olöslig fällning. Ur mycket koncentrerade lösningar af saltet fälla äfven andra metallsalter, t. ex. K-, Ba-, Ca-, Fe- och Bi-salter, motsvarande salt.

*Inverkan af anilin på ammoniumsaltet.*

Försätter man en lösning af ammoniumsaltet med anilin, eller kokar man saltet med anilin och vatten, erhålles en i prismatiska nålar kristalliserande förening, som är mycket svårslöslig i vatten, lättare löslig och omkristalliserbar ur alkohol. Dess analys har gifvit följande resultat:

0,1393 gr. gaf 0,1450 gr.  $CO_2$ , 0,0482 gr.  $H_2O$  och 0,0249 gr.

$Cr_2O_3$ , motsv. 28,39 % C, 3,85 % H och 12,30 % Cr.

0,1797 gr. gaf 38,25 ccm N-gas vid  $13^{\circ},2$ , 766,4 mm, motsv. 25,73 % N.

0,1023 gr. gaf 0,2236 gr.  $BaSO_4$ , motsv. 30,02 % S.

0,1869 gr. gaf 0,1995 gr.  $CO_2$ , 0,0694 gr.  $H_2O$  och 0,0345 gr.

$Cr_2O_3$ , motsv. 29,10% C, 4,13 % H och 12,67 % Cr.

0,2190 gr. gaf 0,0423 gr.  $Cr_2O_3$  motsv. 13,21 % Cr.

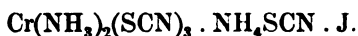
0,1653 gr. gaf 0,3599 gr.  $BaSO_4$  motsv. 29,86 % S.

0,1629 gr. gaf 35,4 ccm N-gas vid  $15^{\circ},1$ , 762 mm, motsv. 25,88 % N.

	Ber. för $Cr(NH_4)_2(C_6H_5NH_2)(SCN)_4NH_4$	Ber. för $Cr(NH_4)_2(SCN)_4C_6H_5NH_2$	Funnet.		
Cr	12,21	12,70	12,30	12,17	13,21
C	27,94	29,09	28,39	29,10	—
H	3,96	3,89	3,85	4,13	—
N	26,08	23,77	25,73	—	25,88
S	29,81	31,04	30,02	—	29,86

Man skulle möjligen kunna betrakta föreningen som ej fullt rent anilinsalt, och härför talar också den omständigheten, att då man behandlar bariumsaltet med anilin, den erhållna produkten synes vara bildad genom delvis substitution af barium. Men i detta fall borde åter, då man behandlat med anilin i öfverskott, anilinsaltets anilinadditionsprodukt delvis bildats liksom det sker då man behandlar med etylendiamin (se nedan), och analyserna tyckas också bättre stämma med en produkt bildad genom addition af en mol. anilin till en mol. salt, hvilken då skulle vara *kromodiaminanilidorhodanid-rhodanammonium*.

*Ammoniumsaltets jodid.*



Fäller man en vattenlösning af ammoniumsaltet med en alkohol-lösning af jod, erhålles en gul af små hexaedrar bestående fällning, som sönderdelas af vatten och delvis äfven af alkohol, då denna ej innehåller jod. En fullkomligt liknande men något mera brun fällning erhålles, om saltet fälles med jod löst i HJ eller  $\text{NH}_4\text{J}$ . Genom tvättning med benzol befrias föreningen från förorenande jod, samt torkas i exsiccator; den lätthet hvarmed jod afskiljes gör analysen något besvärlig och särskildt har det ej lyckats mig erhålla några goda jodbestämningar, men tydligt framgår emellertid, att föreningen har ofvanstående formel och sålunda är bildad genom addition af en atom jod till en mol. ammoniumsalt.

Huru man skall tänka sig en sådan förenings konstitution är ej lätt att säga; så mycket är emellertid visst, att joden måste vara bunden vid  $\text{NH}_4\text{SCN}$ -gruppen, då föreningen  $\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{SCN})_3 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$  ej tyckes ge någon motsvarande förening. Någon upplysning kan möjligen vinnas af den iakttagelsen, att jod löser sig i  $\text{NH}_4\text{SCN}$ - eller  $\text{KSCN}$ -lösningar nästan lika lätt som i lösningar af jodider, och det skulle vara af stort intresse att taga reda på om härvid någon likartad additionsprodukt bildas.

Analyserna ha gifvit följande resultat:

- 0,1233 gr. gaf 0,0214 gr.  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. 11,80 % Cr.  
 0,2038 gr. gaf 0,0833 gr.  $\text{CO}_2$  och 0,0478 gr.  $\text{H}_2\text{O}$ , motsv. 11,14 % C. och 2,60 % H.  
 0,1597 gr. gaf 32,2 ccm N-gas vid  $16^\circ,2$ , 756 mm, motsv. 23,75 % N.  
 0,1915 gr. gaf 37,25 ccm N-gas vid  $16^\circ,8$ , 748 mm, motsv. 22,63 % N.

I procent:

	Ber.	Funnit.
Cr	11,31	11,80
C	10,36	11,14
H	2,15	2,60
N	21,15	23,75 . 22,63

*Kaliumsaltet* —  $\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{SCN})_3\text{KSCN}$  — är förut framställt af REINECKE genom inverkan af KOH på ammoniumsaltet. Lättare framställes det emellertid, om man filtrerar ned en i värme koncentrerad lösning af  $\text{NH}_4$ -salt i en lösning af KCl. Det utfaller då i form af små hexaëdrar af något ljusare färg än  $\text{NH}_4$ -saltet. När det är mycket rent, kan det äfven erhållas såsom fjäll, som dock mycket lätt omvandlas i kuber. Till sina egenskaper liknar det i alla afseenden ammoniumsaltet; af alkalier sönderdelas det under utveckling af ammoniak redan i köld.

- 0,1772 gr. gaf 0,0418 gr.  $\text{K}_2\text{SO}_4$  motsv. 10,58 % K.  
 0,2199 gr. gaf 0,0449 gr.  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  och 0,0452 gr. KCl, motsv. 13,98 % Cr och 10,65 % K.  
 0,1507 gr. gaf 30 ccm N-gas vid  $18^\circ,1$ , 769 mm, motsv. 23,73 % N.  
 0,1876 gr. gaf 0,4796 gr.  $\text{BaSO}_4$  motsv. 35,12 % S.  
 0,1124 gr. gaf 0,2900 gr.  $\text{BaSO}_4$  motsv. 35,43 % S.  
 0,1743 gr. gaf 0,0923 gr.  $\text{CO}_2$  och 0,0390 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  motsv. 14,44 % C och 2,47 % H.  
 0,1597 gr. gaf 31,7 ccm N-gas vid  $16^\circ$ , 753 mm, motsv. 23,36 % N.  
 0,1119 gr. gaf 0,2900 gr.  $\text{BaSO}_4$  motsv. 35,60 % S.  
 0,1710 gr. gaf 0,0916 gr.  $\text{CO}_2$  och 0,0393 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  motsv. 14,60 % C och 2,55 % H.



	Ber.		Funnet.		
Cr	14,56	13,98	—	—	—
K	10,92	10,65	10,58	—	—
C	13,44	—	—	14,44	14,60
H	1,68	—	—	2,47	2,55
N	23,52	23,73	—	23,36	—
S	35,88	35,12	35,43	35,60	—

*Kaliumsaltets jodid.*  $\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{SCN})_3\text{KSCN}$ . J. Framställles genom att fälla kaliumsaltet med jod löst i KJ eller KSCN och liknar till utseende och egenskaper fullständigt motsvarande ammoniumförening.

0,2499 gr. gaf 0,0388 gr.  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  och 0,0359 gr. KCl motsv. 10,57 % Cr och 7,54 % K.

0,1988 gr. gaf 31,8 ccm N-gas vid 18°, 763 mm, motsv. 18,95 % N.

0,2135 gr. gaf 0,4054 gr.  $\text{BaSO}_4$  motsv. 26,07 % S.

0,1811 gr. gaf 0,0724 gr.  $\text{CO}_2$  och 0,0286 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  motsv. 10,91 % C och 1,76 % K.

	Ber.	Funnet.
Cr	10,82	10,57
K	8,05	7,54
C	9,91	10,91
H	1,24	1,76
N	17,34	18,95
S	26,42	26,07
J	26,22	—

*Bariumsaltet.* —  $[\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{SCN})_3]_2 \cdot \text{Ba}(\text{SCN})_2$  — framställles genom att fälla en varm koncentrerad lösning af  $\text{NH}_4$ -saltet med  $\text{BaCl}_2$ , och utgöres af stora glänsande fjäll, lösliga i vatten och alkohol.

0,4444 gr. gaf 0,1276 gr.  $\text{BaSO}_4$  motsv. 16,88 % Ba.

0,3237 gr. gaf 0,0933 gr.  $\text{BaSO}_4$  motsv. 16,95 % Ba.

	Ber.	Funnet.
Ba	17,72	16,88 16,95

*Kalciumsaltet* framställes på motsvarande sätt och liknar Ba-saltet.

*Jernoxidsaltet* —  $[\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{SCN})_3]_3\text{Fe}(\text{SCN})_3$  — framställes genom fällning med jernklorid, då det utfaller såsom mycket fina pråktigt guldglänsande purpurröda fjäll, som vid torkning blifva svarta. Saltet sönderdelas af  $\text{NH}_3$  redan i köld, så att  $\text{Cr}(\text{OH})_3$  utfaller, men mycket långsamt.

0,2339 gr. gaf 0,0198 gr.  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  motsv. 5,92 % Fe.

	Ber.	Funnet.
Fe	5,54	5,92

En liknande fällning erhålles äfven med ferrosulfat.

*Qvicksilfversaltet* erhålles som en ljusröd amorf olöslig fällning, då man fäller ammoniumsaltet med  $\text{HgCl}_2$ . Härvid åtgår till fullständig fällning den efter formeln  $[\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{SCN})_3]_2\text{HgSCN}$  beräknade mängden qvicksilfversalt, och denna formel torde väl vara den rätta, om än de funna analysvärdena något variera. Ett par af analyserna hafva gifvit:

0,1458 gr. gaf 0,0257 gr.  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. 12,10 % Cr.

0,1467 gr. gaf 0,0260 gr.  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. 12,13 % Cr.

0,1079 gr. gaf 0,0293 gr. Hg motsv. 23,36 % Hg.

0,1162 gr. gaf 0,2671 gr.  $\text{BaSO}_4$  motsv. 31,59 % S.

0,1527 gr. gaf 25,3 ccm N-gas vid  $17^\circ,2$ , 754 mm motsv. 19,41 % N.

0,1813 gr. gaf 29,5 ccm N-gas vid  $16^\circ,8$ , 760 mm motsv. 19,28 % N.

0,1693 gr. gaf 0,0709 gr.  $\text{CO}_2$  och 0,0324 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  motsv. 11,42 % C och 2,13 % H.

I procent:

	Ber.	Funnet.
Cr	12,52	12,10, 12,13
Hg	23,90	23,36
C	11,47	11,42
H	1,44	2,13
N	20,08	19,41, 19,28
S	30,59	31,59

Om saltets förhållande till svafvelväte se här nedan.

*Silfversaltet* liknar till utseende och egenskaper qvicksilfversaltet. Det tycks ej sönderdelas af klorvätesyra och svärtas endast långsamt i ljuset. Till dess framställning åtgår ungefär den efter formeln  $\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{SCN})_3$ .  $\text{AgSCN}$  beräknade mängden silfverniträt, men några användbara analyser har det lika litet lyckats mig som MORLAND och REINECKE att erhålla.

*Anilinsaltet* —  $\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{SCN})_3 = \text{SCNH} \cdot \text{C}_6\text{H}_5\text{NH}_2$  — utfaller som en mycket finkristallinisk, ljusröd, i vatten mycket svårt, i alkohol lättare löslig fällning, då man fäller något af de lösliga salterna med anilinklorhydrat.

0,2274 gr. gaf 0,2400 gr.  $\text{CO}_2$ , 0,0724 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  och 0,0431 gr.

$\text{Cr}_2\text{O}_3$ , motsv. resp. 28,79, 3,54 och 12,97 %.

	Ber.	Funnet.
Cr	12,70	12,97
C	29,09	28,79
H	3,39	3,54

*Saltets anilinaadditionsprodukt.*

*Kromodiamindianilidorhodanid-rhodananilin* —  $\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{C}_6\text{H}_5\text{NH}_2)_2(\text{SCN})_3 = \text{SCNH} \cdot \text{C}_6\text{H}_5\text{NH}_2$  — bildas om man till föregående förening fint pulvriserad sätter anilin i ringa öfverskott. Saltet löser sig då till en röd lösning, som genast stelnar kristalliniskt vid tillsats af några droppar vatten. Reaktionsprodukten omkristalliseras ur alkohol, men kan också utan sönderdelning omkristalliseras ur kokande vatten, hvori den är ytterligt svårlös.

0,2035 gr. gaf 0,3307 gr.  $\text{CO}_2$ , 0,0880 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  och 0,0271 gr.

$\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsvarande 44,32 % C, 4,80 % H och 9,11 % Cr.

0,1955 gr. gaf 0,3135 gr.  $\text{CO}_2$ , 0,0883 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  och 0,0263 gr.

$\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. 43,73 % C, 5,01 % H och 9,20 % Cr.

	Ber.	Funnet.
Cr	8,76	9,11 9,20
C	44,12	44,32 43,73
H	4,68	4,80 5,01

Motsvarande *etylendiaminförening*  $[\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{CH}_2\text{NH}_2)_2(\text{SCN})_3]_2$  ( $\text{SCNH} \cdot \text{CH}_2\text{NH}_2$ )<sub>2</sub> har jag erhållit genom direkt inverkan af

etylendiamin på ammoniumsaltet, hvarvid etylendiam dels substituerat ammonium, dels adderats till det bildade etylendiaminsaltet.

0,1501 gr. gaf 0,1190 gr.  $\text{CO}_2$ , 0,0593 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  och 0,0304 gr.

$\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. 21,58 % C, 4,40 % H och 13,89 % Cr.

	Ber.	Funnet.
Cr	12,80	13,89
C	20,50	21,58
H	4,64	4,40

*Piperidinsaltet* —  $\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{SCN})_3 \cdot \text{SCNH C}_5\text{H}_{11}\text{N}$  — kan erhållas genom fällning med klorvätesyra piperidin; jag har äfven erhållit det samma genom att låta piperidin inverka på anilinsaltet; materialet till analys I är framställt på detta sätt. Egendomligt nog adderar detta salt hvarken piperidin eller anilin såsom framgår af analyserna II och III, hvilka gjorts å material, som blifvit behandladt med dessa baser. För öfrigt liknar saltet anilinsaltet, men är ännu svårare lösligt.

0,1272 gr. gaf 0,1266 gr.  $\text{CO}_2$ , 0,0515 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  och 0,0241 gr.

$\text{Cr}_2\text{O}_3$ , motsv. resp. 27,14, 4,50 och 13,34 % C, H och Cr.

0,2053 gr. gaf 0,2021 gr.  $\text{CO}_2$ , 0,0843 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  och 0,0401 gr.

$\text{Cr}_2\text{O}_3$ , motsv. resp. 26,85, 4,56 och 13,37 % C, H och Cr.

0,1592 gr. gaf 0,1610 gr.  $\text{CO}_2$ , 0,0655 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  och 0,0311 gr.

$\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. resp. 27,59, 4,57 och 13,36 % C, H och Cr.

	Ber.	I.	Funnet.	III.
			II.	
Cr	12,97	13,34	13,37	13,36
C	26,71	27,14	26,85	27,59
H	4,45	4,50	4,56	4,57

Den fria kromodiaminrhodanidrhodanvätesyra samt föreningen



Då jag för att upprepa REINECKES försök att erhålla den föregående salterna motsvarande fria syran inledde svafvelvätegas i vatten, hvari qvicksilfversalt var slammadt, erhöj jag i stället för svart  $\text{HgS}$  en gulröd amorf förening, som sedan

gasen inledts ungefär en timme ej vidare förändrades. Den frånfiltrerades och uttvättades; en del torkades för analys i exsiccator och återstoden behandlades i 36 timmar dels med  $\text{H}_2\text{S}$ , dels med svafvelvätevattnen, men hade då ungefär samma sammansättning som förut, såsom synes af nedanstående analys I och II. Föreningen sönderdelas ej hvarken af syror eller alkalier.

0,2486 gr. gaf 0,0241 gr.  $\text{CO}_2$ , 0,0158 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  och 0,0122 gr.

$\text{Cr}_2\text{O}_3$ , motsv. 2,57 % C, 0,71 % H och 3,36 % Cr.

0,2074 gr. gaf 0,2698 gr.  $\text{BaSO}_4$ , motsv. 17,87 % S.

0,2486 gr. gaf 0,0220 gr.  $\text{CO}_2$ , 0,0178 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  och 0,0105 gr.

$\text{Cr}_2\text{O}_3$ , motsv. 2,41 % C, 0,80 % H och 2,89 % Cr.

0,2310 gr. gaf 9 ccm N-gas vid  $15^\circ, 2$ , 763 mm motsv. 4,65 % N.

0,2019 gr. gaf efter glödguing med CaO 0,1441 gr. Hg, motsv.

71,37 % Hg.

I procent:

	Ber. för $\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{SCN})_3\text{Hg}_6\text{S}_6$ .	Funnet.	
		I.	II.
Cr	3,17	3,36	2,89
C	2,18	2,57	2,41
H	0,36	0,71	0,80
N	4,24	—	4,65
S	17,44	17,87	—
Hg	72,62	—	71,37

Föreningen är således att uppfatta som en *gricksilfversulfidförening af kromodiaminrhodanid*.

Filtratet från denna förening är en röd lösning af sur reaktion. Det visade sig emellertid, att den sura reaktionen sannolikt härrör af fritt *rhodanväte*, ty om man destillerar en del af lösningen, erhålles ett färglöst destillat, som ger intensiv HSCN-reaktion. Vid fullständig, frivillig afdunstning erhålles en återstod, som kan omkristalliseras ur vatten i form af ytterst tunna fjäll utan påvisbar sur reaktion. Med  $\text{NH}_3$  ger föreningen en fällning af fina fjäll, som likna  $\text{NH}_4$ -saltet och af KCl fällas såsom hexaedar. Det är sålunda sannolikt att denna förening verkligen är *kromodiaminrhodantd-rhodanvätesyra*.

Samma förening kan erhållas genom att afdunsta filtratet från  $\text{Ba SO}_4$ , om bariumsaltet fälles med en beräknad mängd svafvelsyra. Materialet för analys III är framställt på detta sätt.

0,1710 gr. gaf 0,0857 gr.  $\text{CO}_2$ , motsv. 13,68 % C, 0,0495 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  motsv. 3,21 % H och 0,0393 gr.  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. 15,72 % Cr.

0,1626 gr. gaf 36,25 ccm N-gas vid  $17^\circ,5$ , 768 mm motsv. 26,49 % N.

0,1640 gr. gaf 0,0809 gr.  $\text{CO}_2$ , 0,0470 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  och 0,0389 gr.  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. resp. 13,45 % C, 3,19 % H och 16,14 % Cr.

0,1561 gr. gaf 0,4114 gr.  $\text{Ba SO}_4$  motsv. 36,18 % S.

0,0976 gr. gaf 0,0490 gr.  $\text{CO}_2$ , 0,0318 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  och 0,0229 gr.  $\text{Cr}_2\text{O}_3$ , motsv. 13,82 % C, 3,72 % H och 16,06 % Cr.

0,1569 gr. gaf 35,5 ccm N-gas vid  $17^\circ,3$ , 739 mm motsv. 25,94 % N.

	Ber. för $\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{SCN})_4\text{H} \cdot \text{H}_2\text{O}$ .	I.	Funnnet. II.	III.
Cr	15,53	15,72	16,14	16,06
C	14,22	13,68	13,45	13,82
H	2,67	3,21	3,19	3,72
N	24,89	26,49	—	25,94
S	37,95	—	36,18	—
O	4,74	—	—	—

Det är således sannolikt att syran innehåller 1 mol.  $\text{H}_2\text{O}$ . Huru härmed förhåller sig har jag ej kunnat närmare afgöra, då föreningen börjar sönderdelas redan under  $80^\circ$ .

Den reaktion, som eger rum, då svafvelväte får inverka på qvicksilversaltet, kan möjligen uttryckas genom följande formel.  

$$6[\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{SCN})_4]\text{Hg} + 6\text{H}_2\text{S} + 11\text{H}_2\text{O} = \text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{SCN})_3\text{Hg}_6\text{S}_6 + 11\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{SCN})_3 \cdot \text{SCNH} \cdot \text{H}_2\text{O} + \text{HSCN}.$$

## 2. Kromodiamindiaqvorhodanid och dess derivat.

### *Vätesuperoxids inverkan på dubbelrhodaniderna.*

Vid inverkan af åtskilliga starka reaktionsmedel t. ex. Br., conc.  $\text{HCl}$  eller  $\text{H}_2\text{SO}_4$ , på dubbelrhodaniderna har jag i ringa mängd erhållit en kristalliserande förening, som jag dock ej

kunnat närmare undersöka. En med denna kropp sannolikt identisk förening har jag deremot på följande sätt lyckats erhålla:

Någorlunda rent ammoniumsalt värmdes till kokning med sin 6- å 7-dubbla vikt 3 %-ig vätesuperoxidlösning, till hvilken man lämpligen kan sätta en liten kvantitet HCl. Härvid eger en oxidation under utveckling af HCN rum, och lösningen förändrar sin färg till intensiv purpur. Man får ej koka för länge, högst några minuter, ty eljes erhålles vid afdunstning endast en lättlöslig klibbig massa. Vid lösningens afsvälning erhålles alltid — sker det ej är det ett temligen säkert tecken att man kokat för länge — en del oförändrad substans åter, hvilken man fränfiltrerar, hvarefter filtratet får frivilligt afdunsta. Till en början utkristalliserar oförändradt material, men då man ser att jemte detta större purpurfärgade taflor börja utkristallisera, filtrerar man ånyo, och erhåller så den nya föreningen temligen ren i form af stora sexsidiga taflor, som kunna omkristalliseras ur vatten, hvare de äro ganska lättlösliga, eller ock ur alkohol. Försöker man torka kristallerna i torkskåp, finner man att de redan vid 50° å 60° börja långsamt aftaga i vikt och detta fortsätter sedan utan att vigten någonsin blir konstant; ännu vid 280° sker aftagandet långsamt, ehuru man tydligt ser att föreningen börjat fullständigt sönderdelas. Analyserna å exsiccator-torkadt material ha gifvit följande resultat:

0,1525 gr. gaf 0,0665 gr.  $\text{CO}_2$ , 0,0506 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  och 0,0400 gr.

$\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. 11,83 % C, 3,68 % H och 17,94 % Cr.

0,1196 gr. gaf 24,35 ccm N-gas vid 15°,4, 749 mm, motsv. 23,84 % N.

0,2004 gr. gaf 40,8 ccm N-gas vid 18°,8, 767 mm, motsv. 24,16 % N.

0,3098 gr. gaf 0,0763 gr.  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. 16,85 % Cr.

0,2134 gr. gaf 44,3 ccm N-gas vid 17°,4, 753 mm, motsv. 24,30 % N.

0,2114 gr. gaf 0,4961 gr.  $\text{BaSO}_4$  motsv. 32,23 % S.

0,2020 gr. gaf 0,0933 gr.  $\text{CO}_2$ , 0,0677 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  och 0,0510 gr.

$\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. 12,30 % C, 3,72 % H. och 17,17 % Cr.

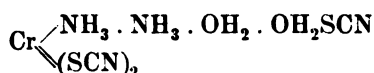
0,1931 gr. gaf 0,4670 gr.  $\text{BaSO}_4$  motsv. 33,21 % S.

Material erhållet af kaliumsalt var fritt från kalium.

I procent:

	Ber. för $\text{CrN}_3\text{H}_{10}\text{S}_3\text{C}_2\text{O}_2$	Funnet.			
Cr	17,67	17,94	16,85	17,17	—
C	12,15	11,83	—	12,30	—
H	3,37	3,68	—	3,72	—
N	23,62	23,84	24,16	24,30	—
S	32,39	—	—	32,23	33,21
O	10,80	—	—	—	—

Analyserna stämma således med formeln  $\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{SCN})_3 + 2\text{H}_2\text{O}$ . Att dessa båda vattenmolekyler ingå i föreningens konstitution, är väl ganska afgjort, dels på den grund att de ej kunna aflägsnas utan att föreningen sönderdelas, dels emedan de såsom nedan skall visas båda eller endera kunna utbytas mot aminer. Föreningen är sålunda *kromodiamindiaqvorhodanid* och har om man för  $\text{NH}_4\text{SCN}$ -dubbelsaltet antager förut anförda konstitutionsformel formeln



Med denna konstitution för föreningen skulle man vänta sig, att den vid behandling med syror utbytte en rhodangrupp mot syrornas radikaler, men detta är som jag förut nämnt ej fallet. Så kan man t. ex. fälla ut föreningen ur dess lösning med conc.  $\text{HCl}$ , och äfven behandla den med conc.  $\text{H}_2\text{SO}_4$  utan att någon rhodangrupp utbytes förr än fullständig sönderdelning eger rum. Mot alkalier är deremot föreningen mycket mindre beständig än dubbelsalten. Redan vid tillsats af en ringa mängd alkali eger sönderdelning rum, och de försök jag gjort att ersätta  $\text{H}_2\text{O}$  med ammoniak hafva misslyckats emedan en delvis sönderdelning inträffar. Med conc. lösningar af  $\text{KCN}$  och  $\text{KONO}$  erhålles först en obetydlig fällning, men snart inträffar en sönderdelning under afskiljande af violett geléeartad massa. Med  $\text{HgCl}_2$  erhålles en rosenröd fällning lik den som fås af  $\text{NH}_4\text{SCN}$ -saltet men klorhaltig och som det tyckes något löslig i alkohol. Med alkoholisk jodlösning erhålles ingen fällning.



Med rhodanider återbildas de ursprungliga dubbelsalterna. För att erhålla ett rent material tillsätter man till en koncentrerad lösning af rhodaniden  $\text{KSCN}$  eller  $\text{NH}_4\text{SCN}$  och värmer; vid afsvälning utkristallisera dubbelsalten i former som fullkomligt likna de förut beskrifna. Analyserna hafva gifvit som resultat:

På ammoniumsaltet:

0,1496 gr. gaf 0,0834 gr.  $\text{CO}_2$ , 0,0408 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  och 0,0317 gr.

$\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. 15,17 % C, 3,03 % H och 14,50 % Cr.

0,1781 gr. gaf 0,5030 gr.  $\text{BaSO}_4$  motsv. 38,73 % S.

	Ber.	Funn.
Cr	15,57	14,50
C	14,27	15,17
H	2,97	3,03
S	38,05	38,73

På kaliumsaltet:

0,2080 gr. gaf 0,0403 gr.  $\text{KCl}$  motsv. 10,17 % K.

0,1578 gr. gaf 0,4037 gr.  $\text{BaSO}_4$  motsv. 35,15 % S.

	Ber.	Funn.
K	10,91	10,17
S	35,88	35,15

Inverkan af aminer på trirhodaniden.

*Kromodiamindianilidorhodanid* —  $(\text{SCN})_2\text{CrNH}_3\text{NH}_3$

$\text{C}_6\text{H}_5\text{NH}_2\text{C}_6\text{H}_5\text{NH}_2\text{SCN}$ . — Sätter man till ungefär 1,8 gr. anilin en lösning af 3 gr. trirhodanid i vatten, erhålles ej strax någon fällning, men efter en stund börja i anilindropparna kristaller urskilja sig, och efter 4 à 5 timmar har hela lösningen stelnat till en gröt af ljusröda fina prismatiska kristaller. Dessa utpressas och tvättas hastigt med bensol för att bortskaffa möjligen befintligt öfverskott af anilin. Vid kokning med vatten sönderdelas de under afskiljande af anilin, vid värmning med klorvätesyra sönderdelas de äfven, och man erhåller jemte andra produkter anilinklorhydrat. Ur alkohol kan föreningen omkristalliseras, i synnerhet om man tillsätter litet anilin.

De utförda analyserna ha gifvit följande resultat:

0,2028 gr. gaf 0,2833 gr.  $\text{CO}_2$ , 0,0842 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  och 0,0343 gr.

$\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. 37,20 % C, 4,49 % H och 11,57 % Cr.

0,1783 gr. gaf 0,0322 gr.  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. 12,36 % Cr.

0,2021 gr. gaf 0,2851 gr.  $\text{CO}_2$  och 0,0873 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  motsv. 38,02 % C och 4,80 % H.

0,2254 gr. gaf 0,3016 gr.  $\text{CO}_2$  och 0,1020 gr.  $\text{H}_2\text{O}$ , motsv. 36,50 % C och 5,02 % H.

0,2192 gr. gaf 0,3063 gr.  $\text{CO}_2$ , 0,0973 gr.  $\text{H}_2\text{N}$  och 0,0374 gr.  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. 38,11 % C, 4,93 % H och 11,67 % Cr.

0,1537 gr. gaf 28,6 ccm N-gas vid  $14^\circ,9$ , 757 mm, motsv. 22,10 % N.

0,1442 gr. gaf 0,2397 gr.  $\text{BaSO}_4$  motsv. 22,83 % S.

0,1927 gr. gaf 0,3276 gr.  $\text{BaSO}_4$  motsv. 23,35 % S.

0,2048 gr. gaf 0,3378 gr.  $\text{BaSO}_4$  motsv. 22,64 % S.

0,1529 gr. gaf 0,2498 gr.  $\text{BaSO}_4$  motsv. 22,48 % S.

0,1971 gr. gaf 0,2853 gr.  $\text{CO}_2$ , 0,0864 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  och 0,0324 gr.  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. 39,48 % C, 4,92 % H och 11,25 % Cr.

0,1795 gr. gaf 0,2784 gr.  $\text{BaSO}_4$  motsv. 21,30 % S.

	Ber. för $\text{Cr}(\text{NH}_3)_2$ $(\text{C}_6\text{N}_5\text{NH}_2)_2(\text{SCN})_2$	Ber. för föreg. formel + $\text{H}_2\text{O}$ .	Funnet medium.	Funnet.				
Cr	11,74	11,28	11,71	11,57	12,36	—	11,67	11,25
C	40,81	38,76	37,86	37,20	38,02	36,50	38,11	39,48
H	4,48	4,74	4,79	4,49	4,80	5,02	4,93	4,72
N	21,98	21,10	22,10	22,10	—	—	—	—
S	21,50	20,67	22,51	22,83	22,64	23,35	22,45	21,30
O	—	3,44	1,03	—	—	—	—	—

Såsom synes äro analyserna ej fullt tillfredsställande, men den låga C- och något höga S-halten förklaras lättast, om man antager, att en liten del af vattnet motsvarande den funna syrehalten ej blifvit substituerad af anilin, alldeles som fallet är i metylanilin- och pyridinföreningarna.

*Kromodiaminpiperidoaqvorhodanid.*

$(\text{SCN})_2\text{CrNH}_3\text{NH}_3\text{C}_3\text{H}_{11}\text{NOH}_2\text{SCN}$ .

Denna förening kan framställas på motsvarande sätt mot anilinföreningen, man måste blott med hänsyn till piperidins

starka basiska egenskaper låta reaktionen försiggå i köld och frånfiltrera fällningen så hastigt som möjligt. Man kan också tillsätta piperidin till en alkohollösning af rhodaniden och afkyla; efter en kort stund har föreningen afskilt sig kristalliniskt. Den tvättas med benzol och med något vatten, hvori den är lättare löslig än anilidoföreningen; äfven i alkohol är den lättlöslig. Föreningen är ljusröd, mycket finkristallinisk. Analyserna ha gifvit:

0,1353 gr. gaf 0,1306 gr.  $\text{CO}_2$ , 0,0640 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  och 0,0274 gr.

$\text{Cr}_2\text{O}_3$ , motsv. 26,32 % C, 5,21 % H och 13,86 % Cr.

0,2084 gr. gaf 0,2021 gr.  $\text{CO}_2$ , 0,0966 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  och 0,0429 gr.

$\text{Cr}_2\text{O}_3$ , motsv. 26,45 % C, 5,15 % H och 14,08 % Cr,

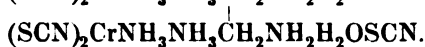
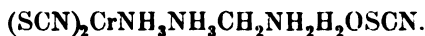
0,1533 gr. gaf 29,4 ccm N-gas vid  $15^\circ, 7$ , 767 mm motsv. 23,02 % N.

0,1536 gr. gaf 0,3004 gr.  $\text{BaSO}_4$  motsv. 26,82 % S.

I procent:

	Ber.	Funnet.	
Cr	14,42	13,86	14,08
C	26,42	26,32	26,45
H	5,22	5,21	5,15
N	23,11	—	23,02
S	26,42	—	26,82
O	4,40	—	—

*Kromodiaminsemietylendiaminaqvorhodanid.*



Framställes på samma sätt som piperidinföreningen och liknar denna till utseende och egenskaper.

0,1717 gr. gaf 0,1004 gr.  $\text{CO}_2$ , 0,0615 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  och 0,0416 gr.

$\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. 15,95 % C, 3,98 % H och 16,58 % Cr.

0,1788 gr. gaf 0,4173 gr.  $\text{BaSO}_4$  motsv. 32,05 % S.

I procent:

	Ber.	Funnet.
Cr	16,99	16,58
C	15,56	15,95
H	3,89	3,98
S	31,13	32,05

Försök gjorda för att erhålla motsvarande föreningar med *metylanilin* och med *pyridin* hafva gifvit ett resultat som ej torde kunna förklaras på annat sätt än att ej ens den första vattenmolekylen fullständigt blifvit substituerad. Det är således en skarp skilnad i de olika ämnenas benägenhet att verka substituerande på trirhodaniden.

Jag har äfven gjort ett försök att låta *metylsulfid* inverka på rhodaniden, men ej lyckats erhålla någon substitutionsprodukt dermed.

Jag kan ej underlåta att i detta sammanhang omnämna ett par föreningar som jag framställt, ehuru undersökningarna i dessa punkter ännu ej gifvit några afgörande resultat.

Som jag redan i inledningen nämnde, har jag genom frivillig afdunstning under en ganska lång tid af en lösning innehållande kromklorur, framställt efter CHRISTENSENS metod,<sup>1)</sup> samt  $\text{NH}_3$ ,  $\text{NH}_4\text{SCN}$  och  $\text{NH}_4\text{Cl}$  erhållit små röda kristaller, som kunnat renas genom utplockning och omkristallisering ur alkohol och vatten, hvari de dock äro ytterligt lösliga. Utom genom denna egenskap skiljas de äfven från REINECKES salt genom en ytterst stark dichroism; analysen har dock visat att den empiriska sammansättningen torde vara ganska lika detta salts, ehuru jag af brist på material ej kunnat göra några närmare undersökningar. Analysen är gjord å i exsiccator torrakt material, hvarvid kristallerna bli violetta och matta.

0,1490 gr. gaf 0,0100 gr.  $\text{AgCl}$  motsv. 1,66 % Cl.

0,1630 gr. gaf 0,0876 gr.  $\text{CO}_2$ , 0,0467 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  och 0,0347 gr.

$\text{Cr}_2\text{O}_3$  motsv. 14,66 % C, 3,19 % H och 14,56 % Cr.

<sup>1)</sup> Journal pr. Ch. 131: 54.

0,0967 gr. gaf 22,6 ccm N-gas vid 17°, 749 mm, motsv. 27,28 % N.

0.1183 gr. gaf 0,3203 gr. BaSO<sub>4</sub> motsv. 37,20 % S.

	Funct.
Cr	14,56
C	14,66
H	3,19
N	27,28
S	37,20
Cl	1,66

Med HgCl<sub>2</sub> erhålles en gråviolett amorf fällning. Jag anför de funna analysvärdena ehuru materialet möjligen ej var nog rent för att derur draga några slutsatser.

Cr	11,44 %
C	9,23 »
H	0,73 »
Hg	37,17 »
Cl	starka spår.

För att erhålla en dessa föreningar motsvarande kobolt-förening har jag försökt att till smältande rhodanammonium sätta Co(OH)<sub>2</sub> och att fälla den ännu ej stelnade massan med NH<sub>3</sub>. Man erhåller en fällning som får stå något, hvarefter massan omkristalliseras ur vatten. Sannolikt bildas flere produkter, men det har lyckats mig isolera en röd, REINECKES salt ganska lik förening, som ger fällning med Hg- och Cu-salter. Jod etc. Det har dock visat sig att den ej är analogt sammansatt med nämnda salt; analyserna äro dock ej tillräckligt fullständiga att kunna publiceras. Löses föreningen i vatten och fälles med saltsyra erhålles en något ljusare röd fällning som innehåller både SCN och Cl.

Sedan undersökningen afslutats och föregående meddelande redan låg färdigt, har jag erhållit en afhandling af ODIN T.

CHRISTENSEN om »Rhodanchromammoniakforbindelser»,<sup>1)</sup> och vill med anledning af densamma göra några anmärkningar och tillägg till detta meddelande.

Författaren utgår från det antagandet att MORLAND och REINECKE haft att göra med olika föreningar, och har därför sökt genom noggrant iakttagande af deras föreskrifter isolera dessa, samt har också lyckats häri, om än han ej erhållit MORLANDS salt i ren form. För detta senare lofvar han att sedermera närmare redogöra; deremot har han redan nu genom substitution af  $\text{NH}_4$  i REINECKES salt framställt och delvis analyserat ett trettiootal salter med metaller, ammoniakaliska koboltföreningar och qväfvehaltiga organiska baser. På grund af ammoniumsaltets likhet till färg och löslighetsförhållande med *klorokromtetramminklorid* antager han för det samma en liknande konstitution med denna förenings, och då han funnit att det lufttorkade saltet innehåller en mol. vatten, som bortgår vid  $100^\circ$ , antager han att denna ingår i konstitutionen och motsvarar den ena  $\text{NH}_3$ -gruppen, samt att den andra motsvaras af saltmolekylen  $\text{NH}_4\text{SCN}$ , i hvilken svafvel skulle från tvåvärdigt öfvergå i fyrvärdigt. Hans antagande för föreningens konstitution är således det samma som jag i inledningen till denna uppsats (sid. 44) framställt, blott att jag ansett  $\text{NH}_4\text{SCN}$ -molekylen motsvara båda  $\text{H}_2\text{O}$ -grupperna i föreningen  $\text{Cr}(\text{NH}_3)_2(\text{H}_2\text{O})_2(\text{SCN})_3$ , således två mol.  $\text{NH}_3$  i en ammoniakalisk förening. Och detta antagande anser jag ännu för mera sannolikt, ty dels torde man eljes få svårt förklara olikheten mellan t. ex. CHRISTENSENS metylamin-<sup>2)</sup> och etylaminsalt, af hvilka det ena innehåller vatten, det andra ej, om man ej vill tillgripa det föga sannolika antagandet, att båda dessa salter eller åtminstone det senare, vattenfria äro olika konstituerade mot  $\text{NH}_4$ -saltet, dels har man svårt att tänka sig, att detta så löst bundna vatten, som kan aflägsnas ur föreningen utan att denna undergår någon väsentlig förändring, verkligen motsvarar  $\text{NH}_3$  i de ammoniakaliska krom-

<sup>1)</sup> Det Kgl. Danske Vidensk. Selak. Skr. 6te Række, t. VII N:o 5.

<sup>2)</sup> Den angifna formeln med blott en  $\text{NH}_3$ -grupp torde väl bero på ett tryckfel.

föreningarna. Att det lufttorkade saltet vid torkning i torkskåp något aftog i vikt, har visserligen äfven jag funnit, men då detta vatten så lätt aflägsnas och äfven till mängden något varierat, så har jag ansett det helt oväsentligt. Emellertid göra ju den af CHRISTENSEN förutsagda och af mig funna vattenhalten i den fria syran, samt den med anilin framställda »additions»-produkten det möjligt, att vattnet står i något närmare sammanhang till konstitutionen. För min del anser jag det ej osannolikt, att liksom man för den löst bundna ammoniak i t. ex. de ammoniakaliska Ni- och Cu-föreningarna antager samma bindnings-sätt som i Co- och Pt-föreningarna, så kan man ock för kristallvattnet i många salter antaga samma bindningssätt som för  $H_2O$  i aqvoföreningarna, på samma sätt som man för saltmolekylerna i många dubbelsalter möjligen måste antaga ett likartadt bindningssätt som det, hvarmed  $NH_4SCN$  efter dessa CHRISTENSENS och mina undersökningar sannolikt måste antagas vara bundet i de här beskrifna föreningarna, och att man således på denna väg skall kunna komma till något närmare kännedom om de molekylära föreningarnas rätta väsen.

Hvad beträffar den förening, som CHRISTENSEN anser identisk med MORLANDS salt, ehuru han för den samma antager såsom sannolik formeln  $Cr(NH_3)_4(SCN)_3 \cdot NH_4SCN$ , så vill jag blott påpeka, att det sannolikt är myckert svårt att på det sätt CHRISTENSEN beskrifvit erhålla en kaliumfri förening, åtminstone om föreningen ej tal många gånger upprepad omkristallisering ur vatten. Existensen af en förening af ofvanstående formel är ju emellertid efter framställningen af föreningen  $Cr(NH_3)_2(C_6H_5NH_2)_2(SCN)_3SCNH \cdot C_6H_5NH_2$  ej att betvifla.

# ÖFVERSIGT

AF

## KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 49.

1892.

N<sup>o</sup> 2.

Onsdagen den 10 Februari.

### INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar.....	sid. 65.
GYLDÉN, Om periplegmatiska kurvor.....	» 69.
HECTOR, Undersökning af den vid oxidation af fenylsvafvelurinämne med vätesuperoxid erhållna föreningens konstitution.....	» 79.
BENDIXSON, Sur les équations différentielles linéaires homogènes.....	» 91.
LOVÉN, H., Något om luften i Fucaceernas blåsor.....	» 107.
Skänker till Akademiens bibliotek .....	sidd. 67, 78, 106.

Tillkännagafs, att Akademiens utländske ledamot, Professorn vid universitetet i Cambridge och Direktorn för dervarande astronomiska observatorium JOHN COUGH ADAMS med döden afgått.

Hr GYLDÉN refererade innehållet af en uppsats af Mr. SANDFORD FLEMING om ordnande af en universel tideräkning för hela jorden efter zoner med jemnt en timmes mellantid. Hr GYLDÉN meddelade vidare dels en uppsats af honom sjelf: »Om periplegmatiska kurvor», och dels en uppsats af Observatorn vid Upsala observatorium C. V. L. CHARLIER: »Om fotografins användning för undersökning af föränderliga stjernor» (Se Bihang till K. Vet. Akad. Handl.).

Hr WITTRÖCK redogjorde för följande till Akademien afgifna berättelser om vetenskapliga resor, som blifvit utförda med understöd af Akademien: 1:o) af Amanuensen H. DAHLSTEDT, som undersökt Jemtlands och Dalslands Hieracieflorea; 2:o) af Fil. Kandidaten G. O. MALME, som gjort en resa för lichenologiskt ändamål i Skåne; 3:o) af Fil. Kandidaten L. ROMELL,



som utfört mykologiska undersökningar i Småland och Skåne; 4:o) af Fil. Kandidaten E. NYMAN, som för bryologiska studier gjort resor i Lule lappmark; 5:o) af Fil. Doktor A. Y. GREVILLIUS, som anställt undersökningar öfver de Ölandska alvarväxternas morfologi och anatomi. Hr WITTRÖCK meddelade derjemte en uppsats af Fröken H. LOVÉN: »Något om luften i Fucaceernas blåsor»\*.

Prof. AURIVILLIUS redogjorde för Fil. Kandidaten Y. SJÖSTEDTS forskningsresa till Kamerun och lemnade en öfversigt af de hittills hemsända samlingarne, af hvilka åtskilliga prof förevisades.

Hr SMITT meddelade en uppsats af Docenten E. LÖNNBERG: »Ichtyologische Notizen. 2.» (Se Bihang etc.).

Hr MITTAG-LEFFLER inlemnade en uppsats af Doktor I. BENDIXSON: »Sur les équations différentielles linéaires homogènes»\*.

Sekreteraren öfverlemnade för införande i Akademiens skrifter dels en afhandling af Fil. Licentiaten H. MUNTHE: »Studier öfver Baltiska hafvets qvartära historia. I.» (Se Bihang etc.), dels en uppsats af Fil. Licentiaten D. S. HECTOR: »Undersökning af den vid oxidation af fenylsvafvelurinämne med vätesuperoxid erhållna föreningens konstitution»\*.

Af LETTERSTEDTska ränthemden till pris för förtjenstfulla originalarbeten och viktiga upptäckter beslöt Akademien att bekosta tre guldmedaljer att öfverlemnas dels åt Ingenjören C. G. DE LAVAL för uppfinningen af en ny ångturbin med böjlig axel, och dels åt Professorn O. PETERSSON och Ingenjören GUSTAF EKMAN för af dem gemensamt utförda hydrografiska undersökningar i Kattegat och Skagerack, hvarom en afhandling blifvit under det sistförflutna året införd i Akademiens Handlingar, med titel: »Grunddragen af Kattegats och Skageracks hydrografi».

Det LETTERSTEDTska priset för förtjenstfull öfversättning till svenska språket fann Akademien icke anledning att denna gång bortgifva.

De LETTERSTEDTska rättemedlen för maktpåliggande undersökningar skulle ställas till Fil. Licentiaten GUNNAR ANDERSONS förfogande för utförande af undersökningar af vestra Sveriges torfmossar i ändamål att utröna vegetationens beskaffenhet vid olika skeden af landets höjning.

Följande skänker anmälades:

### Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

- Stockholm.** *K. Vitterhets-, historie- och antiquitets akademien.*  
Antiqvarisk tidskrift. D. 8: H. 3-4; 9: 3; 10: 6; 11: 4. 1891. 8:o.  
— *Helsövärdensnämnden.*  
Årsberättelse om Sabbatsbergs sjukhus. År 1889—90. 8:o.  
— *Geologiska föreningen.*  
Förhandlingar. Bd. 13 (1891). 8:o.  
**Elsass-Lothringen.** *Geologische Landesanstalt.*  
Abhandlungen zur geologischen Specialkarte von Elsass-Lothringen.  
Bd. 3: H. 5. Strassburg 1891. st. 8:o.  
Mittheilungen. Bd. 2: H. 3; 3: 1. Strassburg 1890. st. 8:o.  
**ROTHPLETZ, A.,** Das Karwendelgebirge. München 1888. 8:o.  
**SEDERHOLM, J. J.,** Studien über archaische Eruptivgesteine aus dem SW. Finnland. Wien 1891. 8:o.  
Småskrifter. 33 häften. 8:o.  
**Kristiania.** *Det Norske Justervæsen.*  
Aarsberetning. 15. 1891 Dec. 8:o.  
**Abbeville.** *Société d'émulation.*  
Mémoires. T. 17: P. 2. 1890. 8:o.  
» Série in 4:o. T. 1: F. 1. 1891.  
Bulletin. Année 1890; N:o 1-4. 8:o.  
**Auxerre.** *Société des sciences historiques et naturelles de l'Yonne.*  
Vol. 44 (1890): Sém. 2. 8:o.  
**Basel.** *Naturforschende Gesellschaft.*  
Verhandlungen. Bd. 9: H. 2. 1891. 8:o.  
**Bordeaux.** *Société Linnéenne.*  
Actes. Vol. 43. 1889. 8:o.  
— *Société des sciences physiques et naturelles.*  
Mémoires. (3) T. 5: Cah. 2. 1890. 8:o.  
» » » » Appendice: Observations pluviométriques  
& thermométriques faites dans le dép. de la Gironde 1889/90. 8:o.  
**Budapest.** *K. Ungarische geologische Anstalt.*  
Földtani közlöny. Geologische Mittheilungen. K. 21 (1891): F. 4-12. 8:o.  
Mittheilungen aus dem Jahrbuch. Bd. 9: H. 6. 1891. 8:o.  
— *Magyar tudományok akadémia.*  
Mathematikai es természettudományi értesítő (Mathematischer und naturwissenschaftlicher Anzeiger). Kötet 8: F. 6-9; 9: 1-9. 1890—91. 8:o.

- Értekezések a matematikai tudományok köréből.** (Mathematische Abhandlungen.) K. 14: S. 4. 1891. 8:o.
- Értekezések a természettudományok köréből.** (Naturwissenschaftliche Abhandlungen.) K. 20: S. 1-4; 21: 1-2. 1890—91. 8:o.
- Mathematikai és természettudományi közlemények.** (Mathematische und naturwissenschaftliche Mittheilungen.) K. 24: S. 1-7. 1890—91. 8:o.
- Archæologiai értesítő.** (Archæologisches Bulletin.) K. 10 (1890): S. 3-5; 11 (1891): 1-3. 8:o.
- Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn.** Bd. 8 (1889/90). 8:o.
- Ungarische Revue,** hrsg. von P. HUNFALVY und G. HEINRICH. Jahrg. 10 (1890): H. 5-10; 11 (1891): 1-7. 8:o.
- Almanach.** 1890. 8:o.
- Caen.** *Société Linnéenne de Normandie.*  
Bulletin. (4) Vol. 4 (1890). 8:o.
- Graz.** *Naturwissenschaftlicher Verein für Steiermark.*  
Mittheilungen. H. 27 (1890). 8:o.
- Harlem.** *Société Hollandaise des sciences.*  
HUYGENS, CHR., Oeuvres complètes. T. 4. La Haye. 1891. 4:o.
- Helsingfors.** *Sällskapet för Finlands geografi.*  
Fennia. 4. 1891. 8:o.
- Krakau.** *Akademia umiejętności.*  
Pamiętnik:  
Wydział matem.-przyr. T. 18. 1891. 4:o.  
» filolog. i hist.-filoz. T. 8. 1890. 4:o.  
Rozprawy i sprawozdania z posiedzen:  
Wydział matem.-przyr. (2) T. 1: Z. 1. 1891. 4:o:  
» hist.-filoz. T. 25; (2) T. 1—2. 1891. 8:o.  
» filologiczny. T. 14. 1891. 8:o.  
Sprawozdania komisji fizyograficznój. T. 25. 1890. 8:o.  
Sbiór wiadomości do antropologii Krajowój... T. 14. 1890. 8:o.  
Rocznik zarządu. R. 1889. I. 8:o.  
Sprawozdania komisji do badania historyi sztuki w Polsce. T. 4: Z. 4. 1891. 4:o.  
Bulletin international. Compte rendu des séances. Année 1891: 1—10. 8:o.  
Biblijoteka pisarzów Polskich. 9—15. 1891. I. 8:o.  
Editiones collegii historici. N:o 46. 1891. 4:o.
- La Plata.** *Museo.*  
Revista, dirijida por F. P. MORENO. T. 1. 1890—91. 8:o.
- Leipzig.** *Astronomische Gesellschaft.*  
Vierteljahrsschrift. Jahrg. 26 (1891): H. 1-4. 8:o.
- Liège.** *Société géologique de Belgique.*  
Annales. T. 18: L. 2; 19: 1. 1891—92. 8:o.

(Forts. à sid. 78.)

## Om periplegmatiska Kurvor.

Af HUGO GYLDÉN.

[Meddeladt den 10 Februari 1892.]

*En kroklinie, som oafbrutet fortlöper inom rymden emellan två homocentriska sfärer, och som derunder ständigt vänder sin konkaritet emot den inre sfären eller, hvilket här är detsamma, mot en, genom den gemensamma medelpunkten godtyckligt dragen rät linie, benämnes en periplegmatisk kurva.*

Det är tydligt, att en sådan kurva, såvida hon ej är en cirkel, under sitt lopp uppnår vissa maxima och minima med hänseende till sina punkters afstånd från den gemensamma medelpunkten: i en del fall tangerar kurvan i sina maxima den yttre sfären, i sina minima den inre; i andra fall berör kurvan endast undantagsvis någondera sfären, men uppnår i allmänhet sina maxima och minima utan att en beröring med någondera af sfererna eger rum.

Genom förestående definition äro de periplegmatiska linierna visserligen icke fullständigt bestämda, men gruppens allmänna karaktär likväl så tydligt angifven, att typen för de differential-equationer, hvilkas integral kunna konstrueras medelst periplegmatiska linier, kan anges. I det följande skola vi endast sysselsätta oss med periplegmatiska kurvor, som helt och hållet ligga i ett och samma plan.

Vilkoret för att en plan kurva i en viss punkt skall vända sin konkavitet mot en rät linie, som må antagas vara koordinat-systemets  $x$ -axel, uttryckes analytiskt derigenom, att produkten  $y \frac{d^2y}{dx^2}$ , der  $y$  och  $x$  beteckna ifrågavarande punkts rätvinkliga koordinater, sättes lika med en negativ quantitet. Om vi derföre med  $X$  beteckna en funktion af  $x$  och  $y$ , hvilken för alla  $x$ - och  $y$ -värden förblir positiv, så innebär differentialeqvationen

$$(1) \quad y \frac{d^2y}{dx^2} = -X,$$

att den kroklinie, som representerar integralen till densamma, ständigt förblir konkav mot  $x$ -axeln.

Vilkoret att en periplegmatisk kurva skall vara konkav, uttryckes således medelst likheten (1) lätt nog, men det andra vilkoret, eller att kurvan i ingen punkt får aflägsna sig ifrån, eller närma sig intill den gifna medelpunkten utöfver vissa gränser, angifves icke lätt, så länge kurvans eqvation uttryckes i rätvinkliga koordinater. Vi ersätta dessa derföre medelst polära koordinater.

I det vi med  $\pi$  beteckna den vinkel, som  $x$ -axeln bildar med en godtyckligt lagd grundriktning, med  $r$  radius-vektor samt slutligen med  $v$  vinkeln emellan radius-vektor och nämnda grundriktning, erhålles nedanstående relationer

$$x = r \cos(v - \pi); \quad y = r \sin(v - \pi).$$

Genom differentiation härledes ur dessa de följande:

$$\frac{dx}{dv} = \cos(v - \pi) \frac{dr}{dv} - r \sin(v - \pi)$$

$$\frac{dy}{dv} = \sin(v - \pi) \frac{dr}{dv} + r \cos(v - \pi),$$

hvarur framgår:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dr}{dv} \sin(v - \pi) + r \cos(v - \pi)}{\frac{dr}{dv} \cos(v - \pi) - r \sin(v - \pi)}.$$

Ur detta uttryck finner man vidare:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-r \frac{d^2r}{dv^2} + 2 \left( \frac{dr}{dv} \right)^2 + r^2}{\left\{ \frac{dr}{dv} \cos(v - \pi) - r \sin(v - \pi) \right\}^3},$$

och härmed antar likheten (1) följande form

$$r \frac{d^2r}{dv^2} - 2 \left( \frac{dr}{dv} \right)^2 - r^2 = \frac{\left( \frac{dr}{dv} \cos(v - \pi) - r \sin(v - \pi) \right)^3}{r \sin(v - \pi)} X,$$

der man nu får tänka sig  $X$  såsom en funktion af  $r$  och  $v$ .

Då emellertid den rätta linie, mot hvilken den periplegmatiska kurvan skall vända sin konkavitet, får vara dragen huru som helst, endast densamma går genom medelpunkten, så kan man tänka sig henne dragen vinkelrät mot radius-vektor. Man har då:

$$\pi = v - 90^\circ,$$

och sålunda erhålles ur den förestående likheten den följande

$$(2) \quad r \frac{d^2r}{dv^2} - 2 \left( \frac{dr}{dv} \right)^2 - r^2 = -r^2 X.$$

På två olika sätt kan man transformera denna likhet till en annan, der den af första derivatans qvadrat beroende termen är försvunnen. Först och främst erhålles, då man beaktar att

$$\frac{d^2 \frac{1}{r}}{dv^2} = -\frac{1}{r^2} \frac{d^2 r}{dv^2} + \frac{2}{r^2} \left( \frac{dr}{dv} \right)^2,$$

likheten

$$-r^2 \left\{ \frac{d^2 \frac{1}{r}}{dv^2} + \frac{1}{r} \right\} = -r^2 X,$$

eller

$$(3) \quad \frac{d^2 p}{dv^2} + \frac{p}{r} = \frac{p}{r} X,$$

der vi med  $p$  betecknat en tills vidare obestämd positiv konstant. — Vidare finner man, genom att införa en ny oberoende

variabel  $\tau$  i stället för  $r$ , i det relationen emellan  $v$  och  $\tau$  antages vara

$$dv = \frac{\sqrt{c}}{r^2} d\tau,$$

der  $c$  betecknar en konstant, likheten

$$(4) \quad \frac{d^2 r}{dt^2} - \frac{c}{r^3} = -\frac{c}{r^3} X.$$

Om man tänker sig  $X$  såsom en bekant funktion af  $r$ , af sådan beskaffenhet att densamma kan uttryckas medelst en summa af rent trigonometriska termer, deribland dock må förekomma en ren konstant, så kan likheten (3) visserligen integreras, men integralen representeras icke af en periplegmatisk kurva.

Den allmänna integralen till likheten (3) har nämligen formen

$$(5) \quad \frac{p}{r} = \frac{1}{\sqrt{1+z}} \left\{ C_1 e^{rc + r \int z dr} + C_2 e^{-rc - r \int z dr} \right\},$$

der  $C_1$  och  $C_2$  beteckna integrationskonstanter,  $r$  en reell eller imaginär konstant, som beror af den speciella beskaffenheten af funktionen  $X$ , samt  $z$  en funktion af  $v$ , hvilken innehåller uteslutande trigonometriska termer, och hvars numeriska belopp aldrig kan uppnå enheten. Det är då tydligt, att  $\frac{p}{r}$  måste försvinna för vissa värden af  $v$ , för så vidt  $r$  är en imaginär kvantitet, men att denna funktion deremot kan växa utöfver hvarje gräns om  $r$  är reell. I ingendera händelsen varierar således  $r$  emellan bestämda ändliga gränser, hvadan likheten (5) icke representeras af någon periplegmatisk kurva.

Deremot, om  $X$  är gifven medelst uttrycket

$$X = \frac{r}{p} - \left(1 - \frac{r}{p}\right) X_1,$$

der  $X_1$  betecknar en summa trigonometriska termer, bland hvilka dock må förekomma en konstant, så utgör integralen till (3) likheten för en kroklinie, som under vissa vilkor är en periplegmatisk kurva. Låtom oss uppsöka dessa vilkor.

Vi ersätta först och främst  $r$  medelst en annan funktion  $\varrho$ , hvilken vi definiera medelst relationen

$$\frac{p}{r} - 1 = \varrho :$$

ur likheten (3) erhålles då, om det senast antagna uttrycket för  $X$  insättes,

$$\frac{d^2\varrho}{dv^2} + (1 + X_1)\varrho = 0 ;$$

och efter att hafva integrerat denna likhet, uppnås ett resultat af följande utseende

$$(6) \quad r = \frac{p\sqrt{1+z}}{\sqrt{1+z} + C_1 e^{\nu v + \nu \int z dv} + C_2 e^{-\nu v - \nu \int z dv}} .$$

För att denna likhet skall kunna konstrueras medelst en periplegmatisk kurva, måste först och främst  $\nu$  vara en imaginär quantitet; vidare få integrationskonstanterna  $C_1$  och  $C_2$  ej öfverskrida vissa gränser, bestämda deraf att produkten  $4 C_1 C_2$  måste understiga minimum af  $\sqrt{1+z}$ . Men äro dessa båda villkor uppfyllda, så representeras likheten (6) af en periplegmatisk kurva.

Likheter, som representeras af meranämnda kurvor, uppkomma vidare genom integration af differentialeqvationen (3), om funktionen  $X$  är gifven medelst ett uttryck af formen

$$X = \frac{r}{p} + \beta \left(1 - \frac{r}{p}\right) + \frac{r}{p} X_1 .$$

Vi finna nämligen nu, om  $\varrho$  införes i stället för  $r$ , denna likhet:

$$\frac{d^2\varrho}{dv^2} + (1 - \beta)\varrho = X_1 ;$$

och integralen till densamma erhålles lätt under formen

$$(7) \quad \varrho = x \cos((1 - \varsigma)v - \Gamma) + M ,$$

der  $x$  och  $\Gamma$  äro integrationskonstanter,  $M$  en funktion af samma form som  $X_1$ , samt  $\varsigma$  en koefficient, som härledes ur formeln

$$1 - \varsigma = \sqrt{1 - \beta} .$$



Om nu  $\varrho$  varierar emellan vissa gränser, som falla emellan + 1 och - 1, så är den af likheten (7) bestämda kroklinien en periplegmatisk kurva.

I de fall der  $X$  betecknar en algebraisk funktion af endast  $r$ , finner man omedelbart en första integral till likheten (3) och jemväl till likheten (4). Integralen till (3) kan genast sättas under formen

$$\left(\frac{dr}{dv}\right)^2 + r^2 = -\frac{hr^4}{c} - 2r^4 \int \frac{1}{r^3} X dr$$

och integralen till likheten (4) blir omedelbart

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{c}{r^2} = -h - 2c \int \frac{1}{r^3} X dr.$$

I det förra fallet betecknades integrationskonstanten med  $-\frac{h}{c}$ , i det senare åter med  $-h$ . De båda resultaten erhållas för öfrigt ur hvarandra genom utbyte af den oberoende variabeln.

Om nu likheten

$$\left(\frac{dr}{dv}\right)^2 = -r^2 - \frac{h}{c} r^4 - 2r^4 \int \frac{X}{r^3} dr = 0$$

eller likheten

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = -\frac{c}{r^2} - h - 2c \int \frac{X}{r^3} dr = 0$$

har två reella och positiva rötter, och om derjemte funktionen  $X$  ständigt bibehåller ett positift värde, så konstrueras integralen till (3) eller till (4) af en periplegmatisk kurva.

Man använder ofta i stället för  $v$  och  $t$  en tredje variabel  $u$ , som definieras medelst någon af likheterna

$$du = \frac{r}{\beta\sqrt{c}} dv = \frac{dr}{\beta r}.$$

Införes denna variabel, så erhålles:

$$\frac{1}{\beta^2} \left(\frac{dr}{du}\right)^2 = -c - hr^2 - 2cr^2 \int \frac{X}{r^3} dr = 0.$$

Antages här

$$X = 0,$$

så erhålles ingen periplegmatisk lösning: ty äfven om värdet af  $\frac{h}{c}$  antages negativt — hvilket är nödvändigt för att öfverhufvud erhålla reella rötter — så blir af dessa dock endast den ena positiv.

Förutsätter man åter:

$$X = \frac{r}{p}$$

så erhålles:

$$\frac{1}{\beta^2 c} \left( \frac{dr}{du} \right)^2 = -\frac{h}{c} r^2 + \frac{2r}{p} - 1 = 0,$$

hvaraf följer:

$$r = \frac{c}{ph} \pm \frac{c}{ph} \sqrt{1 - \frac{p^2 h}{c}}.$$

I föreliggande exempel kunna de tre konstanterna  $p$ ,  $c$  och  $h$  ersättas medelst två andra, i det man låter relationerna

$$p = a(1 - e^2); \quad \frac{c}{h} = a^2(1 - e^2)$$

träda i kraft. Man finner nu:

$$r = a(1 \pm e);$$

sålades, om  $e < 1$ , äro de båda rötterna positiva.

Under dessa förutsättningar erhåller man äfven:

$$\beta \sqrt{c} du = a \sqrt{1 - e^2} \frac{\frac{dr}{ae}}{\sqrt{1 - \left(1 - \frac{r}{a}\right)^2}};$$

och antages här:

$$\beta = \sqrt{a}; \quad c = a(1 - e^2),$$

så befinnes ögonblickligen:

$$r = a(1 - e \cos u),$$

då man nämligen tänker sig integrations-konstanten förenad med  $u$ .

Förutom denna formel, som är väl bekant från den elliptiska planettheorien, finner man, med stöd af ofvananförda likheter, öfriga relationer, som förekomma i nämnda teori. Den periplegmatiska kurvan är således i detta fall helt enkelt en ellips.

Det vore lätt att med en hel mängd andra öka de redan anförda exemplen: jag åtnöjer mig emellertid här med att hänvisa till tidigare undersökningar, dels af LEGENDRE, dels af mig sjelf. De förra finner man i LEGENDRE's *Traité des fonctions elliptiques*, de senare i mina afhandlingar och uppsatser: 1) *Ueber die Bahn eines materiellen Punktes &c.*; 2) *Om banan af en punkt, som rör sig i en sferoids equatorsplan &c.*; 3) *Undersökningar af teorien för himlakropparnas rörelser*; 4) *Theoretische Untersuchungen über die intermediären Bahnen der Cometen &c.*

Men jag återvänder till det resultat, som finnes angifvet medelst likheten (7), och skrifver densamma såsom följer:

$$\varrho = x \cos ((1 - \varrho)v - \Gamma) + x_1 \cos ((1 - \sigma_1)v - B_1) + \dots$$

Sättes i denna likhet:

$$\eta \cos (\pi - \Gamma) = x + x_1 \cos ((\sigma_1 - \varsigma)v + B_1 - \Gamma) + \dots$$

$$\eta \sin (\pi - \Gamma) = x_1 \sin ((\sigma_1 - \varsigma)v + B_1 - \Gamma) + \dots,$$

så antar densamma följande enkla form:

$$\varrho = \eta \cos ((1 - \varsigma)v - \pi).$$

Vi förutsätta nu:

$$(8) \quad \frac{p}{r} = \frac{1 + \varrho}{1 - \eta^2},$$

och införa detta värde, jemte de ur detsamma flytande:

$$\begin{aligned} \frac{d\left(\frac{p}{r}\right)}{dv} &= \frac{1}{1 - \eta^2} \frac{d\varrho}{dv} + \frac{1 + \varrho}{(1 - \eta^2)^2} \frac{d\eta^2}{dv} \\ \frac{d^2\left(\frac{p}{r}\right)}{dv^2} &= \frac{1}{1 - \eta^2} \frac{d^2\varrho}{dv^2} + \frac{2}{(1 - \eta^2)^2} \frac{d\varrho}{dv} \frac{d\eta^2}{dv} + \\ &\quad + 2 \frac{1 + \varrho}{(1 - \eta^2)^3} \left(\frac{d\eta^2}{dv}\right) + \frac{1 + \varrho}{(1 - \eta^2)^2} \frac{d^2\eta^2}{dv^2} \end{aligned}$$

i likheten (3). Det framgår då följande resultat:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\rho}{dv^2} + 2 \frac{\frac{d\eta^2}{dv}}{1-\eta^2} \frac{d\rho}{dv} + \left[ 1 + 2 \frac{\left(\frac{d\eta^2}{dv}\right)^2}{(1-\eta^2)^2} + \frac{\frac{d^2\eta^2}{dv^2}}{(1-\eta^2)^2} \right] \rho \\ = -1 - 2 \frac{\left(\frac{d\eta^2}{dv}\right)^2}{(1-\eta^2)^2} - \frac{\frac{d^2\eta^2}{dv^2}}{1-\eta^2} + (1+\rho)X. \end{aligned}$$

Om vi nu förutsätta, att funktionen  $X$  kan uttryckas medelst formeln

$$X = \frac{1 + X_1}{1 + \rho},$$

der  $X_1$  betecknar en ständigt liten qvantitet, så erhålles:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\rho}{dv^2} + 2 \frac{\frac{d\eta^2}{dv}}{1-\eta^2} \frac{d\rho}{dv} + \left\{ 1 + 2 \frac{\left(\frac{d\eta^2}{dv}\right)^2}{(1-\eta^2)^2} + \frac{\frac{d^2\eta^2}{dv^2}}{1-\eta^2} \right\} \rho \\ = X_1 - 2 \frac{\left(\frac{d\eta^2}{dv}\right)^2}{(1-\eta^2)^2} - \frac{\frac{d^2\eta^2}{dv^2}}{1-\eta^2}; \end{aligned}$$

och om vidare det ur denna likhet framgående värdet af  $\rho$  alltid förblir mindre än enheten, så är den af likheten (8) definierade kroklinsen en periplegmatisk kurva.

Den senast anförda differentialeqvationen hör till samma typ som den, genom hvars integration man finner uttrycket för radius-vektor i planeternas absoluta banor. Man sluter häraf, att dessa banor äro periplegmatiska linier.

**Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.**

(Forts. från sid. 68.)

**London.** *Royal Society.*

Catalogue of scientific papers. Vol. 9. 1891. 4:o.

— (**Ontario**). *Entomological society of Ontario.*

The Canadian entomologist. Vol. 21(1889): No. 1-9; 23(1891): 1-3, 5-12. 8:o.

**Nancy.** *Académie de Stanislas.*

Mémoires. (5) T. 8(1890). 8:o.

— *Société des sciences.*

Bulletin. (2) T. 10: F. 24. (1890). 8:o.

» des séances. Année 1(1889): N:o 1-6; 2(1890): 1-5; 3(1891): 4-7. 8:o.

**Napoli.** *Accademia delle scienze fisiche e matematiche.*

Rendiconto. (2) Vol. 5(1891): F. 1-12. 4:o.

**Paris.** *Comité international des poids et mesures.*

Rapport aux gouvernements signataires de la convention du mètre. 14(1890). 4:o.

Procès-verbaux des séances. Année 1890. 8:o.

— *Bureau des longitudes.*

Connaissance des temps. An 1893. 8:o.

» » » Extrait. An 1892. 8:o.

Annuaire. An 1891. 16:o.

Loewy, M., Éphémérides des étoiles de culmination lunaire et de longitude pour 1891. 1890. 4:o.

— *École polytechnique.*

Journal. Cah. 60. 1890. 4:o.

— *Muséum d'histoire naturelle.*

Nouvelles archives. (3) T. 2: F. 2; 3: 1. 1890-91. 4:o.

— *Société entomologique de France.*

Annales. (6) T. 10(1890): Trim. 1-4. 8:o.

— *Société Linnéenne de Paris.*

Bulletin mensuel. N:o 101-103; 113-121. 1889-91. 8:o.

— *Société zoologique de France.*

Mémoires. T. 3(1890): P. 5; 4(1891): 1-2. 8:o.

Bulletin. T. 16(1891): N:o 1-7. 8:o.

— *Pennsylvania. Geological survey.*

Second geological survey. AA: Atlas. P. 3-4, 6; F. 3. Harrisburg 1891. 8:o & F.

**Philadelphia.** *American entomological Society.*

Transactions. Vol. 17(1890): N:o 2-4; 18: 1-3. 8:o.

**Roma.** *Biblioteca nazionale centrale Vittorio Emanuele.*

Bollettino delle opere moderne straniere acquistate... Vol. 4(1889):

N:o 1-2; Indice alfabetico; 5(1890): 1-4; 6(1891): 1-6, 8-11. 8:o.

(Forts. à sid. 106.)

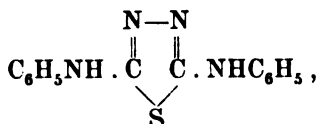
Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

# 204. Undersökning af den vid oxidation af fenylsvafvelurinämne med vätesuperoxid erhållna föreningens konstitution.

Af D. S. HECTOR.

[Meddeladt den 10 Februari 1892 genom P. T. CLEVEL.]

Om fenylsvafvelurinämne i sur lösning behandlas med en treprocentig vätesuperoxidlösning, erhålles, såsom jag förut omnämnt,<sup>1)</sup> en förening, hvars sammansättning motsvarar den empiriska formeln  $C_{14}H_{12}N_4S$ . Denna förenings konstitution ansåg jag mig på vissa skäl kunna uttrycka med den rationela formeln

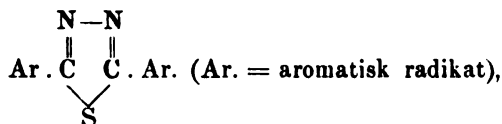


enligt hvilken föreningen skulle utgöra ett oiaztiolderivat. De skäl, som talade för en dylik tolkning af sammansättningen, voro, dels att ofvannämnda förening vid långvarig kokning med silfverniträt ej aflemnade sitt svafvel, hvilket häntydde på, att svaflets frändskapsenheter ej voro bundna vid samma kolatom, dels på undersökningar af A. W. HOFMANN<sup>2)</sup> och R. WANSTRATT,<sup>3)</sup> hvilka visat, att om aromatiska tioanider behandlas med alkoholisk jodlösning, erhållas under svafvelafskilning föreningar, hvaråt de gifvit strukturformeln

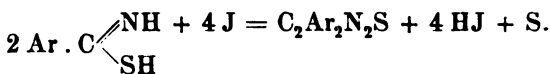
<sup>1)</sup> Öfversigt af K. Vet.-Akad. Förh. 1889, N:o 5.

<sup>2)</sup> Ber. d. dent. chem. Ges. 2, 646.

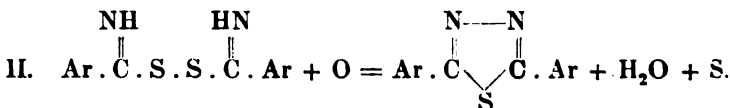
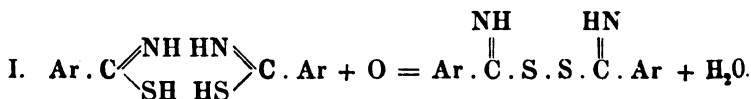
<sup>3)</sup> „ „ „ „ 6, 332.



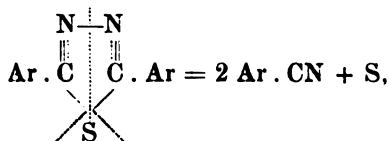
och hvilka uppkommit enligt reaktionsschemat:



Då man vet, huru lätt merkaptaner och dessa liknande föreningar oxideras till disulfider, låg det mycket nära till hands att antaga, att äfven tioamiderna, som också innehålla en SH-grupp, skulle vid oxidation gifva upphof till disulfidartade föreningar, hvilka derpå vid ytterligare oxidation hopslöto sig till oiaztiolderivat, en reaktion, som skulle försiggå enligt formlerna:



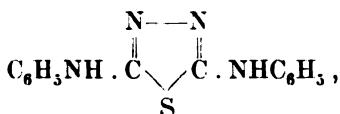
Ett ytterligare skäl för en dylik tolkning af reaktionsförloppet funno ofvannående författare deri, att de förmenta oiaztiolderivatet vid behandling med kaliumhydrat aflennade sitt svafvel och gäfvo upphof till cyanider enligt formeln:



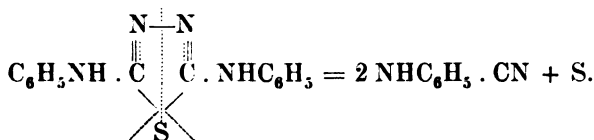
ett förhållande, som icke kunde synas annat än bekräfta den uppställda konstitutionen.

Då jag sedermera vid behandling af fenylsvafvelurinämne med vätesuperoxid eller alkoholisk jodlösning iakttog samma reaktionsförlopp som ofvanstående vid tioamider, då jag vidare vid behandling af reaktionsprodukten med kaliumhydrat äfven erhöi en cyanid.

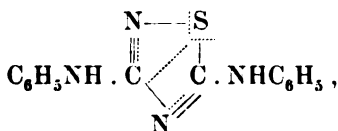
i detta fall fenylcyanamid, och då jag dessutom tog i betraktande det nära sambandet mellan tioamider och svafvelurinämnen, så antog jag, att oxidationsprodukten af fenylsvafvelurinämne borde med synnerligen stor sannolikhet hafva en sammansättning analog med oxidationsprodukten af tiobenzamid och således vara konstituerad på detta sätt:



en konstitution, som står i öfverensstämmelse dermed, att föreningen vid behandling med kaliumhydrat ger upphof till fenylcyanamid enligt eqvationen:



Jag antog därför såsom temligen sannolikt, att de vid oxidation af aromatiska svafvelurinämnen erhållna föreningarna utgjordes af oiaztiolderivat och voro sammansatta analogt med närmast ofvanstående strukturformel. Då emellertid andra strukturformler icke voro uteslutna (så kunde ju t. ex. det förhållandet, att den ifrågavarande oxidationsprodukten med kaliumhydrat gaf upphof till fenylcyanamid, lika väl kunna hänvisa på följande strukturformel:



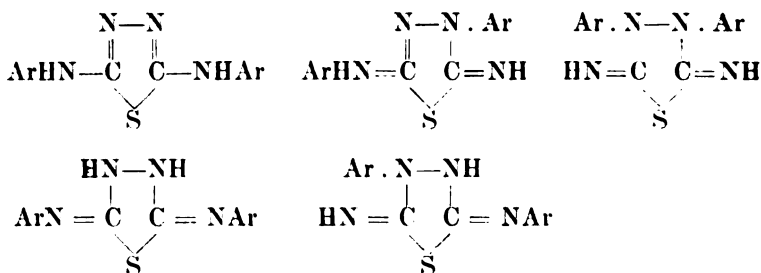
hvilken dock föreföll osannolik, därför att den icke kunde tänkas hafva uppstått af en i första oxidationsskedet bildad desulfid), ansåg jag det vara lämpligt att göra den erhållna oxidationsprodukten konstitution till föremål för en noggrannare undersökning.

Då det måhända kan vara af intresse att se, hvilka konstitutionsformler äro tänkbara för den af fenylsvafvelurinämne

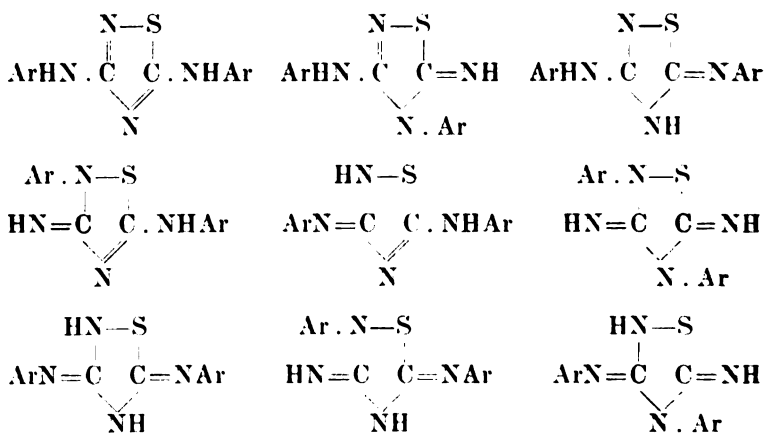


härledda föreningen  $C_{14}H_{12}N_4S$ , om man utgår derifrån, att föreningen består af en femledad kärna af två kolatomer, två kväfveatomer och en svafvelatom samt att den senare står i förening med två kolatomer eller med en kolatom och en kväfveatom, så uppställer jag här de för nämnda empiriska formel teoretiskt möjliga konstitutionsformlerna (Ar = aromatisk radikal, här  $C_6H_5$ ):

I. Föreningen är ett oiaztiolderivat.

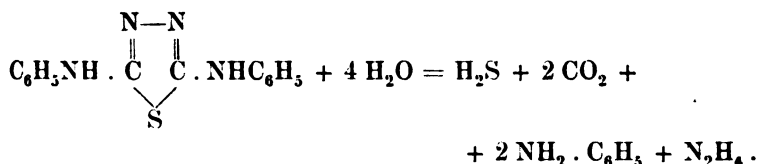


II. Föreningen är ett miaztiolderivat.



För att nu afgöra, hvilken af dessa konstitutionsformler tillkommer den af fenylsvafvelurinämne erhållna oxidationsprodukten, så måste man på denna formel först lägga det villkoret, att den förklarar bildningen af fenylcyanamid vid oxidationsprodukten behandling med kaliumhydrat. Bildningen häraf kan dock förklaras ur alla de angifna formlerna, hvarför denna reak-

tion icke gifver någon närmare upplysning om oxidationsprodukten sammansättning. Skulle föreningen emellertid vara sammansatt enligt den först antagna formeln N:o 1, borde den vid behandling med konc. klorvätesyra i tillsmält rör sönderfalla i svafvelväte, kolsyra, anilin och hydrazin enligt equationen:



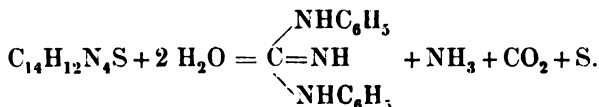
CURTIS har nämligen visat,<sup>1)</sup> att föreningar, innehållande gruppen  $=\text{C}=\text{N}-\text{N}=\text{C}=\text{}$  eller  $\begin{array}{c} \text{N}-\text{N} \\ \parallel \quad \parallel \\ -\text{C}-\text{C}- \end{array}$ , mycket lätt ge upphof till hydrazin vid kokning med HCl.

För att utröna om så var förhållandet, upphettades föreningen med konc. klorvätesyra i tillsmält rör till 160° under 2—3 timmar. Då röret uttogs ur ugnen, visade det sig, att svafvel hade afskilt; då det emellertid skulle öppnas, exploderade det med en ytterst häftig knall, hvarvid hela innehållet gick förloradt. Föreningen hade således troligen alldeles sönderdelats, enär det stora trycket måste hafva berott på bildad kolsyra.

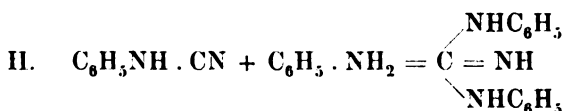
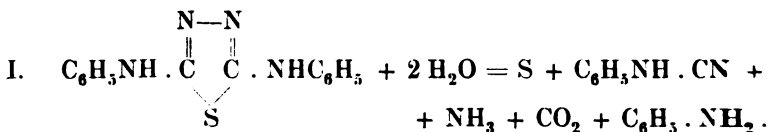
Jag kokade nu föreningen med konc. saltsyra i en med kylrör försedd kolf. Efter tre timmars kokning filtrerades lösningen från afskildt svafvel samt från en tjock seg olja, som afsatt sig på kolfvens botten. Filtratet neutraliserades med kalilut, hvarvid en stark lukt af amoniak förmärktes samt en betydlig fällning erhöles. Den senare affiltrerades, hvarefter filtratet destillerades för att afskilja möjligen bildad hydrazin; någon sådan erhöles emellertid icke, utan det bortgick endast amoniakgas. Fällningen löstes i klorvätesyra och fälades derur än en gång med kalilut, hvarefter fällningen löstes i alkohol. Vid försigtig tillsats af vatten till lösningen utkristalliserade i

<sup>1)</sup> Journal f. prakt. Chem. 1891.

vackra hvita nålar en förening, som vid analys befans vara difenylguanidin. Oxidationsprodukten hade således vid kokning med klorvätesyra sönderdelats i svafvel, ammoniak, kolsyra och difenylguanidin enligt equationen:



Att häraf draga den slutsatsen, att oxidationsprodukten icke kunde vara sammansatt enligt formeln N:o 1 vore dock oriktigt, ty tänkas kunde, att föreningen äfven med denna sammansättning hade sönderdelats i svafvel, fenylcyanamid, ammoniak, kolsyra och anilin samt att derpå fenylcyanamiden och den klorvätesyrade anilinen hade inverkat på hvarandra och gifvit upphof till difenylguanidin enligt equationerna:



Reaktionen II är funnen af CAHOURS och CLOËZ,<sup>1)</sup> som på detta sätt först framstälde difenylguanidin.

För att finna ett svar på, huruvida den bildade difenylguanidinen är en primär eller sekundär bildning, ansåg jag det lämpligast att behandla oxidationsprodukten med reduktionsmedel. Vore difenylguanidinen en primär bildning och inginge

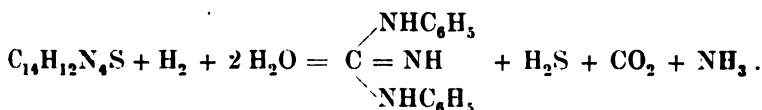
således atomkomplexen  $= \begin{array}{c} \text{N} = \\ \diagdown \quad \diagup \\ \text{C} \\ \diagup \quad \diagdown \\ \text{N} = \end{array}$  i sjelfva kärnan, borde samma

guanidin äfven uppstå i det senare fallet, under det att den icke gerna kunde tänkas bildas af en förening enligt formeln N:o 1 eller enligt någon annan konstitutionsformel, icke innehållande

komplexen:  $= \begin{array}{c} \text{N} = \\ \diagdown \quad \diagup \\ \text{C} \\ \diagup \quad \diagdown \\ \text{N} = \end{array}.$

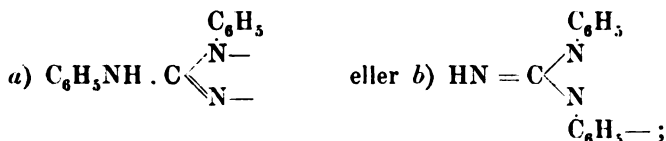
<sup>1)</sup> Ann. d. Chem. u. Pharm. 90, 93.

Oxidationsprodukten löstes därför i utspädd klorvätesyra, hvarefter zinkbitar nedlades i vätskan. Reaktionen underhjälpes med svag uppvärmning; under densamma märktes en stark lukt af svafvelväte, hvarjemte en tjock hvit olja småningom utföll och samlade sig på kärlets botten. Efter en timmes förlopp afhåldes zinklösningen, den sega oljan, som antogs vara en zinkkloridförening, löstes i alkohol, filtrerades och försattes med kalilut i öfverskott, så att det i förstone bildade zinkhydratet löste sig. Härvid bortgick amoniak, och en hvit fällning stannade olöst, denna affiltrerades och löstes i alkohol, hvarur den fick kristallisera. Föreningen smälte vid  $147^{\circ}$ , gaf med guldchlorid en gul grumling, som snart förvandlades till en fällning af guldglänsande blad och utgjorde således *difenylguanidin*. Reaktionen hade således försiggått enligt equationen:



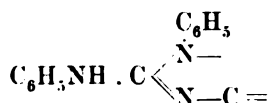
På grund häraf, att den vid oxidation af fenylsvafvelurinämne erhållna oxidationsprodukten vid kokning med konc. klorvätesyra samt vid behandling med reduktionsmedel ger upphof till difenylguanidin, kan man draga följande slutsatser angående oxidationsprodukten konstitution:

1:o) En af kolatomerna i kärnan måste stå mellan två qväfveatomer, af hvilka en eller båda måste vara förenade med en fenylgrupp samt dessutom binda ytterligare en qväfveatom, som i förra fallet måste binda ytterligare en fenylgrupp och en väteatom eller i det senare vara förenad med en imidgrupp, d. v. s. oxidationsprodukten måste innehålla endera af följande två komplexer:

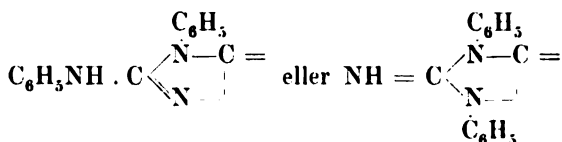


2:o) Vidare måste den andra kolatomen i kärnan vara förenad med den omättade qväfveatomen i *a*, som binder fenyl-

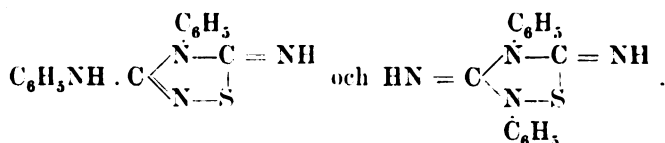
gruppen, eller med någon af de omättade qväfveatomerna i *b* (den andra kolatomen kan ej stå i förening med den ensamma qväfveatomen i *a*, enär en komplex:



ej gerna kan tänkas uppstå genom oxidation af fenylsvafvelurinämne), hvarigenom uppstå komplexerna:



hvilka, utfyllda med de af den empiriska formeln  $\text{C}_{14}\text{H}_{12}\text{N}_4\text{S}$  återstående atomerna C, N, S och H, gifva formelerna:



Af dessa formler är den senare sannolikast på grund af sin symmetri.

Af ofvanstående framgår således, att den vid oxidation af fenylsvafvelurinämne erhållna produkten icke är ett oiaztiolderivat med den i förstone antagna strukturformeln



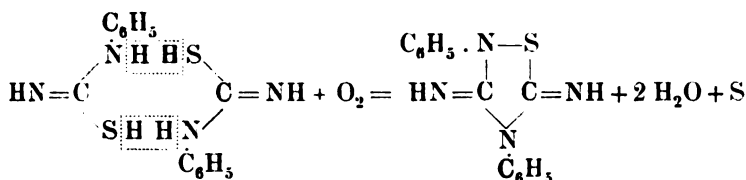
utan ett miaztiolderivat, härledande sig från den ännu ej fram-

ställda moderföreningen  $\text{H}_2\text{C} \begin{array}{c} \text{HN} - \text{S} \\ \diagup \quad \diagdown \\ \text{C} \quad \text{CH}_2 \\ \diagdown \quad \diagup \\ \text{NH} \end{array}$ , hvilken kan betraktas som en

hydrerad miaztiol, om man med miaztiol förstår en förening

af sammansättningen  $\begin{array}{c} \text{N-S} \\ \parallel \quad | \\ \text{HC} \quad \text{CH} \\ \diagdown \quad \diagup \\ \text{N} \end{array}$ . Oxidationen af fenylsvafvel-

urinämne försiggår därför enligt följande schema:



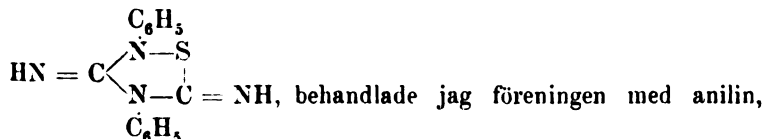
d. v. s. det är icke de två svafvelatomerna i två molekyler fenylsvafvelurinämne, som hopoxideras, utan svaflet förenar sig med den kväveatom, som binder fenylgruppen i den andra molekylen. Det är därför äfven sannolikt, att de af H. W. HOFMANN och R. WANSTRAT framställda oxidationsprodukterna af aromatiska tioamider icke heller äro miaztiolderivat med den

af framställarne antagna sammansättningen  $\begin{array}{c} \text{N-N} \\ \parallel \quad | \\ \text{Ar} \cdot \text{C} \quad \text{C} \cdot \text{Ar} \\ \diagdown \quad \diagup \\ \text{S} \end{array}$ , utan

också äro miaztiolderivat och sålunda sammansatta enligt formeln

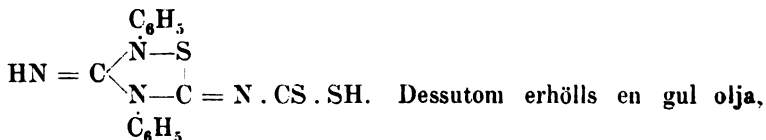


För att ytterligare bekräfta oxidationsprodukten konstitution såsom ett tetrahydromiaztiolderivat med sammansättningen



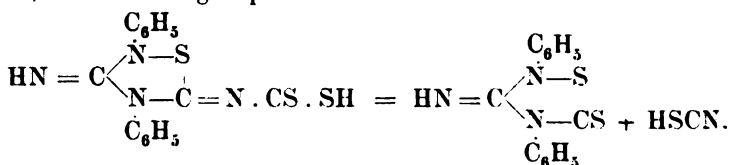
fenylhydrazin, hydroxylamin och kolsvafva. En förening, som innehåller en eller flera imidgrupper, bör naturligen reagera med dessa ämnen, med de tre första under afskilning af amoniak, med det senare under direkt addition och derefter möjligen följ-

ande afspaltning af rodanväte. I alla fallen inträdde äfven reaktion. Kokades oxidationsprodukten med anilin, fenyldrazin eller hydroxylamin, bortgick amoniak, som igenkändes på lukten, och nya derivat erhöles, hvilka likväl icke på grund af deras föga inbjudande utseende underkastades någon närmare undersökning. Upphettades föreningen i tillsmält rör några timmar till 100° med kolsvafva, erhöles en additionsprodukt, ett i alkohol ytterst svårlöst gult pulver af sammansättningen

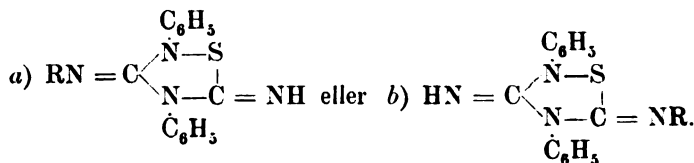


som möjligen utgjorde föreningen  $\text{HN} = \text{C} \begin{array}{l} \text{C}_6\text{H}_5 \\ \diagup \text{N-S} \\ \diagdown \text{N-CS} \end{array}$ , ty kokades

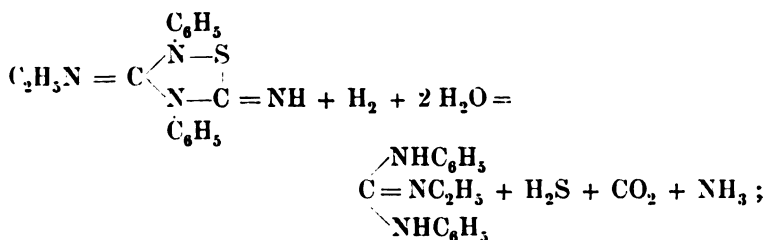
tiokarbaminatet en tid med alkohol, gaf denna rodanreaktion med jernklorid, hvilket tyder derpå, att tiokarbaminatet delvis sönderdelats enligt eqvationen



Oxidationsprodukten innehåller således minst en imidgrupp. Behandlas produkten med ättiksyreanhydrid eller benzoylklorid, erhöles i båda fallen endast ett monosubstitueradt derivat. Försök hafva gjorts med benzoylklorid och natronlut i tillsmält rör, utan att i båda fallen leda till annat än ett monosubstitueradt derivat. Dessa derivat kunna emellertid tänkas sammansatta på två sätt, beroende på vid hvilken af imidgrupperna syreradikalen ingår, således antingen enligt (R = syreradikal)



Tager man i betraktande, att difenylguanadin ej ger något derivat med ättiksyreanhydrid, ej ens vid upphettning dermed i tillsmält rör, gör redan detta sannolikt, att de ifrågavarande derivaten ej äro sammansatta enligt formeln *a*. För att emellertid bevisa riktigheten häraf, behandlades till en början acetylderivatet med zink och klorvätesyra. Vore derivatet sammansatt enligt formeln *a*, borde i så fall möjligen acetyldifenylguanidin erhållas som spaltningssprodukt. Såsom sådan erhöles dock difenylguanidin, men som under reaktionen angör af ättiksyra bortgingo, kunde dessa härröra lika väl från sjelfva acetylderivatet, som kunde sönderdelas af klorvätesyran, som från det möjligen bildade acetylderivatet af difenylguanidinen, som undergick samma sönderdelning. Någon slutsats angående acetylgruppens ställning kunde därför ej dragas af försöket. Ett försök gjordes äfven med benzoylderivatet, men som detta ej är lösligt i klorvätesyra, angreps det ej af den utvecklade vätgasen. Jag försökte därför att framställa ett etylderivat genom att behandla oxidationsprodukten med etyljodid. Vore det bildade etylderivatet sammansatt enligt formeln *a*, borde det vid behandling med vätgas sönderfalla i etyldifenylguanidin, svafvelväte, kolsyra och amoniak enligt eqvationen:

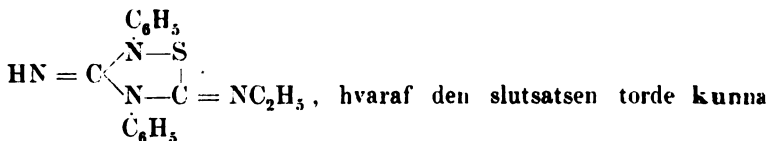


vore det deremot sammansatt enligt formeln *b*, borde det vid samma behandling sönderfalla i difenylguanidin, svafvelväte, kolsyra och etylamin.

Försöket utfördes så, att oxidationsprodukten upphettades med etyljodid och alkohol i tillsmält rör till 100° några timmar. Oxidationsprodukten, som är mycket svärlöslig i alkohol, befans då hafva löst sig; lösningen affärgades med svafvelsyrlig-

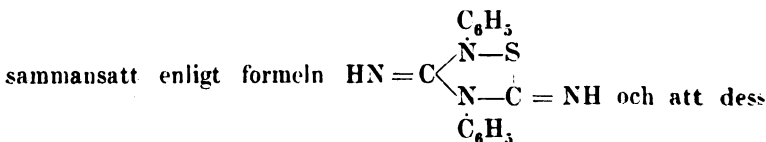


hetsvatten från jod, som brunfärgade densamma, försattes derpå med kalilut, då en gul olja utföll, som utgjorde det bildade etyl-derivatet. Oljan löstes i alkohol och lösningen behandlades med zink och klorvätesyra. Efter slutad reaktion afhöldes zinklösningen, den på botten af kärlet återstående utfälda massan löstes i litet alkohol och försattes med kalilut i öfverskott, så att det utfälda zinkhydratet åter gick i lösning, den kvarvarande fällningen affiltrerades och befans vid närmare undersökning bestå af difenylguanidin. Den afhålda zinklösningen försattes med kalilut i öfverskott och destillerades. Destillatet upptogs i utspädd klorvätesyra, koncentrerades derpå genom afdunstning och fäldes med platinaklorid. Fällningen befans vid analys bestå af etylaminchloroplatinat. Vid etylderivatets behandling med reduktionsmedel hade således bildats svafvelväte, kolsyra, difenylguanidin och etylamin. Etylderivatet har följaktligen sammansättningen

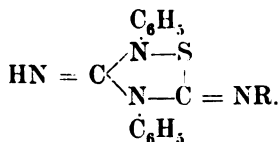


dragas, att äfven de öfriga derivaten äro analogt sammansatta.

De gjorda undersökningarne angående den vid oxidation af fenylysvafvelurinämne erhållna oxidationsprodukts konstruktion hafva således ledt till det resultatet, att denna produkt är



derivat hafva sammansättningen ( $\text{R}$  = en radikal i allm.)



De föreningar, som bildas vid oxidation af aromatiska svafvelurinämnen, äro således icke oiaztiolderivat utan *tetrahydromiaztiolderivat*.

Meddelanden från Stockholms Högskola. N:o 126.

## Sur les équations différentielles linéaires homogènes.

Par IVAR BENDIXSON.

[Meddeladt den 10 Febr. 1892 genom G. MITTAG-LEFFLER.]

En étudiant une équation différentielle linéaire homogène

$$(1) \quad \frac{d^n y}{dx^n} + p_1(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + p_{n-1}(x) \frac{dy}{dx} + p_n(x)y = 0$$

où nous supposons que les coefficients  $p_1(x)$ ,  $\dots$ ,  $p_n(x)$  sont des fonctions rationnelles de la variable  $x$ , une des premières questions qui se présente, c'est de décider, s'il existe ou non une équation différentielle linéaire de même forme et d'ordre moindre, ayant elle aussi des coefficients qui sont des fonctions rationnelles de  $x$ , et qui a une solution commune avec l'équation donnée. Dans le cas où une telle équation existe, nous dirons que l'équation (1) est *réductible*, dans le cas contraire nous dirons qu'elle est *irréductible*.

M. FROBENIUS, qui le premier a étendu la notion de l'irréductibilité aux équations différentielles,<sup>1)</sup> en donne une définition différente de la nôtre en ne regardant comme irréductibles que les équations différentielles de la forme (1) qui n'ont de solution commune avec une équation différentielle d'ordre moindre, dont les coefficients sont des fonctions monogènes uniformes.

<sup>1)</sup> Voir FROBENIUS »Über den Begriff d. Irreductibilität in d. Theorie d. lin. Diff.-Gleich« Journal für die reine u. angew. Math. Tome 76.

Voir aussi KÖNIGSBERGER »Über die Irreductibilität d. lin. Diff.-Gleich« même journal Tome 96.

Il est pourtant évident que l'on ne pourrait en général déterminer, si une équation différentielle donnée est irréductible dans le sens de M. FROBENIUS, ou si elle ne l'est pas.

Au contraire, on peut toujours, et cela par un nombre fini d'opérations arithmétiques, déterminer, si une équation différentielle linéaire homogène est réductible dans le sens de ce mot employé par nous ou si elle ne l'est pas.

Nous nous proposons de développer ici une méthode d'effectuer cette détermination.

Avant d'aborder cette question, nous voulons pourtant établir un théorème qui nous sera utile dans la suite et qui nous semble offrir de l'intérêt.

Considérons donc une équation différentielle linéaire de la forme (1) et soit  $y_1, y_2, \dots, y_n$  un système fondamental d'intégrales. On sait que

$$(-1)^{\lambda} p_{\lambda}(x) e^{-\int p_1(x) dx} = \left| \frac{d^{\nu} y_1}{dx^{\nu}}, \frac{d^{\nu} y_2}{dx^{\nu}}, \dots, \frac{d^{\nu} y_n}{dx^{\nu}} \right|_{\nu=0, 1, \dots, n-\lambda-1, n-\lambda+1, \dots, n}$$

où  $\frac{d^{\nu} y}{dx^{\nu}}$  pour  $\nu = 0$  désigne la fonction  $y$  elle-même.

On prouve aisément à l'aide de cette relation que chaque déterminant

$$(\alpha) \quad \left| \frac{d^{\nu} y_1}{dx^{\nu}}, \frac{d^{\nu} y_2}{dx^{\nu}}, \dots, \frac{d^{\nu} y_n}{dx^{\nu}} \right|_{\nu=k_0, k_1, \dots, k_{n-1}}$$

est égal à une fonction rationnelle de  $x$  multipliée par  $e^{-\int p_1(x) dx}$ ,  $k_0, k_1, \dots, k_{n-1}$  étant des nombres entiers quelconques. On en conclut que: *Le déterminant  $(\alpha)$  est égal à une fonction rationnelle de  $x$  multipliée par  $e^{-\int p_1(x) dx}$  et satisfait à une équation différentielle linéaire du premier ordre ayant pour coefficients des fonctions rationnelles de  $x$ .*

J'envisage maintenant le déterminant

$$z = \left| \frac{d^{\nu} y_1}{dx^{\nu}}, \frac{d^{\nu} y_2}{dx^{\nu}}, \dots, \frac{d^{\nu} y_{n-1}}{dx^{\nu}} \right|_{\nu=0, 1, \dots, n-2}$$

On aura en différentiant

$$\frac{dz}{dx} = \left| \frac{d^r y_1}{dx^r}, \frac{d^r y_2}{dx^r}, \dots, \frac{d^r y_{n-1}}{dx^r} \right|_{r=0, 1, \dots, n-2, n-1}$$

et

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = \left| \frac{d^r y_1}{dx^r}, \frac{d^r y_2}{dx^r}, \dots, \frac{d^r y_{n-1}}{dx^r} \right|_{r=0, 1, \dots, n-4, n-2, n-1} + L_2 \left( z, \frac{dz}{dx} \right)$$

où  $L_2$  est une fonction linéaire de  $z, \frac{dz}{dx}$ , dont les coefficients sont des fonctions rationnelles de  $x$ . En procédant ainsi on parvient à l'égalité

$$\frac{d^\lambda z}{dx^\lambda} = \left| \frac{d^r y_1}{dx^r}, \frac{d^r y_2}{dx^r}, \dots, \frac{d^r y_{n-1}}{dx^r} \right|_{r=0, 1, \dots, n-\lambda-2, n-\lambda, \dots, n-1} + L_\lambda \left( z, \frac{dz}{dx}, \dots, \frac{d^{\lambda-1} z}{dx^{\lambda-1}} \right)$$

$L_\lambda$  étant une fonction linéaire de  $z, \frac{dz}{dx}, \dots, \frac{d^{\lambda-1} z}{dx^{\lambda-1}}$  à coefficients rationnels en  $x$ . Pour  $\lambda = n$  cette égalité nous fait voir que : satisfait à une équation différentielle linéaire d'ordre  $n$ , dont les coefficients sont des fonctions rationnelles de  $x$ .

En mettant

$$z_\lambda = \left| \frac{d^r y_1}{dx^r}, \frac{d^r y_2}{dx^r}, \dots, \frac{d^r y_{n-1}}{dx^r} \right|_{r=0, 1, \dots, n-\lambda-2, n-\lambda, \dots, n-1}$$

les égalités ci-dessus établies nous montrent que  $z_\lambda$  est une fonction linéaire à coefficients rationnels de  $z$  et de ses dérivées jusqu'à l'ordre  $\lambda$ .

Mais chaque déterminant

$$\left| \frac{d^r y_1}{dx^r}, \frac{d^r y_2}{dx^r}, \dots, \frac{d^r y_{n-1}}{dx^r} \right|_{r=k_0, k_1, \dots, k_{n-2}}$$

où  $k_0, k_1, \dots, k_{n-2}$  sont des nombres entiers quelconques, s'exprime évidemment en fonction linéaire de  $z, z_1, \dots, z_{n-1}$  à coefficients rationnels, les dérivées  $\frac{d^{k_\alpha} y_r}{dx^{k_\alpha}}$  s'exprimant en effet à

l'aide de l'équation (1) en fonctions linéaires de  $y, \frac{dy}{dx}, \dots,$

$$\frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}}.$$

De cette manière nous sommes parvenus au résultat que voici :

»Chaque déterminant

$$\left| \frac{d^v y_1}{dx^v}, \frac{d^v y_2}{dx^v}, \dots, \frac{d^v y_{n-1}}{dx^v} \right|_{v=k_0, k_1, \dots, k_{n-2}}$$

peut être exprimé en fonction linéaire à coefficients rationnels de la fonction

$$z = \left| \frac{d^v y_1}{dx^v}, \frac{d^v y_2}{dx^v}, \dots, \frac{d^v y_{n-1}}{dx^v} \right|_{v=0, 1, \dots, n-2}$$

et de ses dérivées. La fonction  $z$  satisfait à une équation différentielle linéaire d'ordre  $n$  à coefficients rationnels.»

La fonction  $z$  n'est autre chose que le multiplicateur (Multiplicator) de l'équation différentielle donnée, <sup>1)</sup> multiplié par  $e^{\int p_1(x) dx}$ .

Envisageons en effet l'expression différentielle

$$\left| \frac{d^v y}{dx^v}, \frac{d^v y_1}{dx^v}, \frac{d^v y_2}{dx^v}, \dots, \frac{d^v y_{n-1}}{dx^v} \right|_{v=0, 1, \dots, n-1}$$

On voit que cette expression s'annule pour  $y = y_1, y_2, \dots, y_{n-1}$ .

Pour  $y = y_n$  la valeur du déterminant est  $(-1)^{n-1} e^{-\int p_1(x) dx}$ . Il s'en suit que l'équation différentielle

$$0 = \frac{d}{dx} \left[ e^{\int p_1(x) dx} \cdot \left| \frac{d^v y}{dx^v}, \frac{d^v y_1}{dx^v}, \dots, \frac{d^v y_{n-1}}{dx^v} \right|_{v=0, \dots, n-1} \right]$$

a les solutions  $y_1, y_2, \dots, y_n$ , d'où l'on conclut que

$$\begin{aligned} (-1)^{n-1} e^{\int p_1(x) dx} \cdot z \left[ \frac{d^n y}{dx^n} + p_1(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + p_n(x) y \right] = \\ = \frac{d}{dx} \left[ e^{\int p_1(x) dx} \cdot \left| \frac{d^v y}{dx^v}, \frac{d^v y_1}{dx^v}, \dots, \frac{d^v y_{n-1}}{dx^v} \right|_{v=0, \dots, n-1} \right] \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> Voir THOMÉ »Zur Theorie d. Lin. Diff. Gleich« Journal für die reine und angew. Math. Tome 76 page 272.

ce qui nous montre que

$$M = e^{\int p_1(x) dx} z$$

est un multiplicateur de l'équation différentielle donnée.

On pourrait à l'aide de cette égalité établir, que  $M$  satisfait à l'équation différentielle bien connue

$$x^n \frac{d^n M}{dx^n} - \frac{d^{n-1}(M p_1(x))}{dx^{n-1}} + \frac{d^{n-2}(M p_2(x))}{dx^{n-2}} + \dots + (-1)^n M p_n(x) = 0.$$

Considérons maintenant le déterminant

$$u = \begin{vmatrix} \frac{d^v y_1}{dx^v} & \frac{d^v y_2}{dx^v} & \dots & \frac{d^v y_q}{dx^v} \end{vmatrix}_{v=0, 1, \dots, q-1}$$

et soient  $u_1, u_2, \dots, u_{\mu-1}$ , où  $\mu = \frac{n(n-1) \dots (n-q+1)}{q}$ , les

différents déterminants

$$\begin{vmatrix} \frac{d^v y_1}{dx^v} & \frac{d^v y_2}{dx^v} & \dots & \frac{d^v y_q}{dx^v} \end{vmatrix}_{v=b_0, b_1, \dots, b_{\mu-1}}$$

que l'on peut former en donnant aux nombres entiers  $b_0, b_1, \dots, b_{\mu-1}$  des valeurs quelconques différentes entre elles et  $< n$ , on voit que chaque dérivée de  $u$  peut s'exprimer en fonction linéaire de  $u, u_1, \dots, u_{\mu-1}$ , dont les coefficients sont des fonctions rationnelles de  $x$ .

On aura donc une suite d'équations

$$\frac{d^{\lambda} u}{dx^{\lambda}} = P_{\lambda 0}(x)u + P_{\lambda 1}(x)u_1 + \dots + P_{\lambda \mu-1}(x)u_{\mu-1} \quad \lambda = 1, 2, \dots, \mu$$

les fonctions  $P_{\lambda \alpha}$  étant des fonctions rationnelles de  $x$ , formées par de seules opérations arithmétiques des coefficients de (1).

Si le déterminant

$$\mathcal{A} = \begin{vmatrix} P_{11}(x) & P_{12}(x) & \dots & P_{1\mu-1}(x) \end{vmatrix}_{v=1, 2, \dots, \mu-1}$$

ne s'annule pas identiquement, la fonction  $u$  satisfait donc à une équation différentielle linéaire d'ordre  $\mu$ , et  $u_1, u_2, \dots, u_{\mu-1}$  s'exprime en fonction linéaire de  $u$  et de ses dérivées.

Dans le cas où  $\mathcal{A}$  s'annule, ce résultat se modifie de la manière ci-dessous énoncée.

Mais si  $k_0, k_1, \dots, k_{q-1}$  sont des nombres entiers quelconques, le déterminant

$$\left| \frac{d^{\nu} y_1}{dx^{\nu}}, \frac{d^{\nu} y_2}{dx^{\nu}}, \dots, \frac{d^{\nu} y_q}{dx^{\nu}} \right|_{\nu=k_0, k_1, \dots, k_{q-1}}$$

est évidemment une fonction linéaire de  $u, u_1, \dots, u_{\mu-1}$  à coefficients rationnels, d'où l'on conclut que ce déterminant satisfait à une équation différentielle d'ordre  $\mu$ .

Nous pouvons donc énoncer le théorème suivant

» *Chaque déterminant*

$$\left| \frac{d^{\nu} y_1}{dx^{\nu}}, \frac{d^{\nu} y_2}{dx^{\nu}}, \dots, \frac{d^{\nu} y_q}{dx^{\nu}} \right|_{\nu=k_0, k_1, \dots, k_{q-1}}$$

où  $k_0, k_1, \dots, k_{q-1}$  désignent des nombres entiers quelconques, satisfait à une équation différentielle linéaire d'ordre  $\mu$

$\leq \frac{n(n-1) \dots (n-q+1)}{q}$  et à coefficients rationnels, formés par

de seules opérations arithmétiques des coefficients de (1). Si tous les mineurs d'ordre  $q-1$  de  $A$  sont nuls, mais il existe un mineur d'ordre  $q$  de  $A$  qui ne s'annule pas, le déterminant peut être exprimé en fonction linéaire à coefficients rationnels de  $u$  et  $q-1$  des fonctions  $u_1, u_2, \dots, u_{q-1}$ .

La proposition établie nous fait voir que, s'il existe une équation différentielle d'ordre  $q$  à coefficients rationnels qui a toutes ses solutions communes avec l'équation (1), et si  $y_1, y_2, \dots, y_q$  sont un système fondamentale d'intégrales de cette équation, alors la fonction  $u$

$$u = \left| \frac{d^{\nu} y_1}{dx^{\nu}}, \frac{d^{\nu} y_2}{dx^{\nu}}, \dots, \frac{d^{\nu} y_q}{dx^{\nu}} \right|_{\nu=0, 1, \dots, q-1}$$

satisfait à une équation différentielle du premier ordre à coefficients rationnels que l'on peut former par de seules opérations arithmétiques des coefficients de l'équation (1).

La même chose a lieu pour les  $q-1$  fonctions  $u_1$

$$u_1 = \left| \frac{d^{\nu} y_1}{dx^{\nu}}, \frac{d^{\nu} y_2}{dx^{\nu}}, \dots, \frac{d^{\nu} y_q}{dx^{\nu}} \right|_{\nu=0, 1, \dots, n-2, n-1, \dots, q}$$

Mais nous avons prouvé que la fonction  $u$  satisfait à une équation différentielle linéaire homogène d'ordre  $\mu$

$$\mu = \frac{n(n-1) \dots (n-q+1)}{q}.$$

Il faut donc rechercher s'il existe une équation différentielle du premier ordre à coefficients rationnels dont les solutions satisfont aussi à cette équation.

Dans le cas où une telle équation n'existe pas, il n'y a pas d'équation différentielle d'ordre  $q$  ayant toutes ses solutions communes avec l'équation donnée.

Dans le cas au contraire où une telle équation existe, c'est à dire où l'équation différentielle d'ordre  $\mu$  a une intégrale  $u$  telle que  $\frac{du}{dx} \cdot \frac{1}{u}$  est une fonction rationnelle, il y a lieu de distinguer deux cas, selon que  $\mathcal{A}$  est nul ou ne l'est pas.

Si  $\mathcal{A}$  n'est pas nul identiquement, nous savons que chaque fonction  $u_\lambda$  est une fonction linéaire de  $u$  et de ses dérivées, ce qui met en évidence que

$$\frac{u_\lambda}{u} \quad \lambda=1, 2, \dots, q-1$$

est une fonction rationnelle en même temps que  $\frac{du}{dx} \cdot \frac{1}{u}$ .

On peut donc dans ce cas affirmer qu'il existe une équation différentielle linéaire d'ordre  $q$ , ayant toutes ses solutions communes avec la proposée.

Si au contraire  $\mathcal{A} = 0$ , mais tous les mineurs d'ordre  $q$  ne s'annulent pas, les fonctions  $u_\lambda$  peuvent s'exprimer en fonctions linéaires de  $q$  de ces fonctions  $u, u_{r_1}, \dots, u_{r_{q-1}}$ .

Mettons

$$\zeta = \alpha u + \alpha_1 u_{r_1} + \dots + \alpha_{q-1} u_{r_{q-1}}$$

où  $\alpha, \alpha_1 \dots \alpha_{q-1}$  sont des quantités indéterminées. Comme toutes les dérivées de  $\zeta$  sont des fonctions linéaires de  $u, u_1 \dots u_{q-1}$ , on voit que  $\zeta$  satisfait à une équation différentielle à coefficients rationnels d'ordre  $\mu$ .



S'il existe une équation différentielle d'ordre  $q$  qui a toutes ses solutions communes avec l'équation (1), on sait que

$$\frac{u_1}{u} \quad \lambda=0, \dots, \mu$$

doit être une fonction rationnelle de  $x$ , ce qui met en évidence que

$$\frac{d\zeta}{dx} \cdot \frac{1}{\zeta}$$

doit être une fonction rationnelle de  $x$ .

Mais, de l'autre côté, il est évident que, si l'équation différentielle en  $\zeta$  est satisfaite par une intégrale  $\bar{\zeta}$  telle que

$$\frac{d\bar{\zeta}}{dx} \cdot \frac{1}{\bar{\zeta}}$$

est une fonction rationnelle, alors les valeurs correspondantes de  $u$ ,  $u_{\nu_1}$ ,  $\dots$ ,  $u_{\nu_{q-1}}$  seront telles que

$$\frac{u_{\nu_\alpha}}{u}$$

est une fonction rationnelle de  $x$ . Mais chaque  $u_1$  étant une fonction linéaire à coefficients rationnels de  $u$ ,  $u_{\nu_1} \dots u_{\nu_{q-1}}$ , on en conclut que toutes les quantités

$$\frac{u_1}{u}$$

sont des fonctions rationnelles de  $x$ .

Les développements antérieurs mettent en évidence que le problème que nous nous sommes proposé se réduit au suivant:

*Etant donnée une équation différentielle homogène et linéaire à coefficients rationnels*

$$(2) \quad \frac{d^\mu \zeta}{dx^\mu} + r_1(x) \frac{d^{\mu-1} \zeta}{dx^{\mu-1}} + \dots + r_{\mu-1}(x) \frac{d\zeta}{dx} + r_\mu(x) \zeta = 0$$

déterminer, s'il existe ou non une équation différentielle du premier ordre

$$(3) \quad \frac{d\bar{\zeta}}{dx} = v\bar{\zeta}$$

qui a une solution commune avec l'équation donnée,  $v$  désignant une fonction rationnelle de  $x$ .

Mais cette détermination se fait sans aucune difficulté. Nous supposons que toutes les intégrales de l'équation différentielle (2) sont développables en séries ordonnées suivant les puissances croissantes et positives de  $\frac{1}{x}$  pour des valeurs de  $x$  suffisamment grandes, ce que l'on peut toujours établir à l'aide d'une substitution linéaire convenable.

Pour que l'équation (2) ait une solution commune avec l'équation (3),  $v$  doit satisfaire à une équation facile à former, savoir

$$(4) \quad \frac{d^{\mu-1}v}{dx^{\mu-1}} + \mu v \frac{d^{\mu-2}v}{dx^{\mu-2}} + \dots + \frac{\mu(\mu-1)}{2} v^{\mu-2} \frac{dv}{dx} + v^{\mu} + \\ + r_1(x) \left[ \frac{d^{\mu-2}v}{dx^{\mu-2}} + (\mu-1) \frac{d^{\mu-3}v}{dx^{\mu-3}} + \dots + v^{\mu-1} \right] + \dots + r_{\mu-1}(x)v + \\ + r_{\mu}(x) = 0.$$

Il faut donc rechercher, si cette équation est satisfaite par une fonction rationnelle de  $x$ .

Comme  $e^{\int v dx}$  est une intégrale de l'équation (2), chaque point singulier  $a$  de la fonction  $v$  est aussi un point singulier de l'une des fonctions  $r_1(x)$ ,  $r_2(x)$ , ...  $r_{\mu}(x)$ , excepté dans le cas où

$$(x-a) \cdot v$$

pour  $x=a$  est égal à un nombre entier positif.

Soit donc  $a$  l'un quelconque des pôles des fonctions  $r_1(x)$ ,  $r_2(x)$ , ...  $r_{\mu}(x)$ , soit de plus  $\alpha$  un nombre entier positif  $> 1$ , choisi de telle manière que la valeur de

$$(x-a)^{\nu\alpha} \cdot r_{\nu}(x)_{\nu=1 \dots \mu}$$

soit finie pour  $x=a$ , on prouve aisément que

$$(x-a)^{\alpha} \cdot v$$

pour  $x=a$ , a une valeur finie.

Multiplions en effet le membre gauche de l'équation (4) par  $(x-a)^{\mu\alpha}$  et développons le en série ordonnée suivant les puis-

sances de  $\frac{1}{x-a}$ . Les termes contenant les plus hautes puissances de  $\frac{1}{x-a}$  seront contenus dans

$$(x-a)^{\mu\alpha}[v^{\mu} + r_1(x)v^{\mu-1} + \dots + r_{\mu-1}(x)v + r_{\mu}(x)]$$

ce que l'on peut écrire

$$\sum_{r=0}^{\mu} (x-a)^{\nu\alpha} r_r(x) [(x-a)^{\alpha} \cdot v]^{\mu-r}.$$

Pour que la plus haute puissance de  $\frac{1}{x-a}$  s'évanouisse dans cette expression, il faut que

$$(x-a)^{\mu\alpha} v^{\mu}$$

ne contienne pas de puissance positive de  $\frac{1}{x-a}$ .

On sait donc que  $v$  peut être développé en série

$$v = \frac{A_{\alpha}}{(x-a)^{\alpha}} + \frac{A_{\alpha-1}}{(x-a)^{\alpha-1}} + \dots + \frac{A_1}{x-a} + f(x-a)$$

$f$  désignant une série ordonnée suivant les puissances entières et positives de  $x-a$ .

En substituant cette expression dans l'équation (4), on obtient une suite d'équations entières algébriques, auxquelles doivent satisfaire les quantités  $A_1 \dots A_{\alpha}$  et à l'aide desquelles ces quantités se déterminent.

Écrivons

$$\sum \left[ \frac{A_{\alpha}}{(x-a)^{\alpha}} + \frac{A_{\alpha-1}}{(x-a)^{\alpha-1}} + \dots + \frac{A_1}{x-a} \right] = R(x)$$

la sommation se comportant à tous les points singuliers  $a, b, c, \dots$  de  $r_1(x), r_2(x), \dots, r_{\mu}(x)$ , et mettons

$$\zeta = e^{\int R(x) dx} \cdot z$$

on sait que  $z$  satisfait à une équation différentielle homogène et linéaire dont les coefficients sont formés par de seules opérations arithmétiques de ceux de l'équation (2) et de ceux de  $R(x)$ . Soit

$$(5) \quad \frac{d^\mu z}{dx^\mu} + q_1(x) \frac{d^{\mu-1} z}{dx^{\mu-1}} + \dots + q_{\mu-1}(x) \frac{dz}{dx} + q_\mu(x) z = 0$$

cette équation et  $z_1, z_2, \dots, z_\mu$  un système fondamentale d'intégrales, il ne nous reste qu'à rechercher si cette équation a une intégrale qui est une fonction entière rationnelle de  $x$ , car l'égalité

$$e^{\int v dx} = e^{\int R(x) dx}$$

nous montre qu'une valeur de  $z$  doit être une telle fonction, si  $v$  est une fonction rationnelle.

Faisons la substitution

$$x = \frac{1}{\xi}$$

et écrivons la nouvelle équation différentielle ainsi obtenue, comme le fait M. FROBENIUS <sup>1)</sup>

$$\xi^n G_0(\xi) \frac{d^\mu z}{d\xi^\mu} + \xi^{n-1} G_1(\xi) \frac{d^{\mu-1} z}{d\xi^{\mu-1}} + \dots + G_\mu(\xi) z = 0.$$

$G_0, G_1, \dots, G_\mu$  désignant des fonctions entières rationnelles qui ne s'annulent pas toutes pour  $\xi = 0$ .

L'une des racines de l'équation déterminante

$$\varphi(\rho) \equiv G_0(0)\rho(\rho-1)\dots(\rho-\mu+1) + G_1(0)\rho(\rho-1)\dots(\rho-\mu+2) + \dots + G_\mu(0) = 0$$

est alors égale à la plus haute puissance négative de  $\xi$ , contenue dans le développement de  $z$ , <sup>2)</sup> c'est à dire égale au degré de la fonction entière rationnelle qui satisfait à l'équation (5).

Si nous déterminons un nombre entier  $m$  plus grand que la valeur absolue de chaque racine de l'équation déterminante, nous pouvons donc conclure qu'une solution de l'équation (5) doit satisfaire à

$$\frac{d^m z}{dx^m} = 0.$$

Alors

$$\eta = \left| \frac{d^\nu z_1}{dx^\nu}, \frac{d^\nu z_2}{dx^\nu}, \dots, \frac{d^\nu z_n}{dx^\nu} \right|$$

$\nu = m, m+1, \dots, m+\mu-1$

<sup>1)</sup> FROBENIUS »Über die regulären Integralen der linearen Diff.-gleich.« Journal für die Reine und angew. Math. Tome 80 Page 319.

<sup>2)</sup> Ibidem page 331.

doit être nul identiquement. Mais on sait que

$$\eta = r(x)e^{-\int q_1(x)dx}$$

où  $r(x)$  est une fonction rationnelle formée par de seules opérations arithmétiques des coefficients de l'équation (5), et il est donc évident que cette fonction doit s'annuler identiquement.

Dans le cas où l'équation différentielle donnée est irréductible, il suffira en général de calculer des valeurs approximées de  $a, A_\alpha \dots A_1, b, B_\alpha \dots B_1 \dots$  et de les substituer dans  $r(x)$  pour se convaincre que cette fonction ne s'évanouit pas.

Mais dans le cas où l'équation (1) est réductible, on ne pourra pas déterminer par des approximations, si  $r(x)$  s'évanouit ou non.

Dans ce cas il faut avoir recours au procédé suivant.

La fonction  $r(x)$  est une fonction rationnelle de  $x$ , des quantités  $a, A_\alpha \dots A_1, b, B_\alpha \dots B_1 \dots$  et des coefficients de  $r_1(x) \dots r_\mu(x)$ . Mais comme  $a, A_\alpha \dots A_1$  satisfont à des équations algébriques dont les coefficients sont des fonctions rationnelles des coefficients de  $r_1(x) \dots r_\mu(x)$ ,  $r(x)$  doit satisfaire à une équation algébrique

$$\varphi(r) = 0$$

dont les coefficients sont des fonctions rationnelles des coefficients de  $r_1(x), \dots, r_\mu(x)$ . Cette équation est donc formée par de seules opérations arithmétiques des coefficients de l'équation (1). Si le coefficient indépendant de  $r$  dans cette équation s'évanouit, il existe une fonction rationnelle  $v$  telle que l'équation (3) ait ses solutions communes avec l'équation (2); s'il ne s'évanouit pas, la même équation n'a pas de solution commune avec une équation du premier ordre.

Le résultat obtenu peut évidemment s'énoncer de la manière suivante:

»La condition nécessaire et suffisante pour qu'une équation différentielle linéaire

$$p_0(x) \frac{d^n y}{dx^n} + p_1(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + p_{n-1}(x) \frac{dy}{dx} + p_n(x)y = 0$$

où

$$p_r(x) = a_{r0} + a_{r1}x + \dots + a_{rq_r}x^{q_r} \quad r=0, \dots, n$$

soit satisfaite par toutes les solutions d'une équation différentielle de même forme et d'ordre  $q < n$ , peut être exprimée par la seule condition qu'une fonction entière rationnelle de  $x$  et des quantités  $a_{\alpha\beta}$

$$G_q(x, a_{00}, \dots, a_{0q_0}, \dots, a_{n0}, \dots, a_{nq_n})$$

s'annule identiquement.

En formant toutes les fonctions  $G_1, \dots, G_{n-1}$  et en mettant

$$G_1, G_2, \dots, G_{n-1} = G$$

nous sommes enfin parvenus au résultat que voici:

«La condition nécessaire et suffisante pour qu'une équation différentielle linéaire

$$p_0(x) \frac{d^n y}{dx^n} + p_1(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + p_{n-1}(x) \frac{dy}{dx} + p_n(x)y = 0$$

où

$$p_r(x) = a_{r0} + a_{r1}x + \dots + a_{rq_r}x^{q_r}$$

soit réductible, peut être exprimée par la seule condition qu'une fonction entière rationnelle de  $x$  et des quantités  $a_{\alpha\beta}$

$$G(x, a_{00}, \dots, a_{0q_0}, \dots, a_{n0}, \dots, a_{nq_n})$$

s'annule identiquement. La fonction  $G$  est formée par de seules opérations arithmétiques des coefficients  $a_{\alpha\beta}$ .

Dans le cas traité par M. FUCHS, où toutes les intégrales de l'équation (1) sont telles que leurs développements en séries au voisinage d'un point singulier quelconque ne contiennent qu'un nombre fini de puissances négatives, notre méthode est d'une application très facile.

Comme chaque déterminant

$$\left| \frac{d^r y_1}{dx^r}, \frac{d^r y_2}{dx^r}, \dots, \frac{d^r y_q}{dx^r} \right|_{r=k_0, k_1, \dots, k_{q-1}}$$

ne peut alors contenir qu'un nombre fini de puissances négatives, il est évident que l'équation différentielle à laquelle satisfait ce

déterminant est aussi telle que toutes ses intégrales ne contiennent qu'un nombre fini de puissances négatives.

Dans ce cas la fonction  $R(x)$  de la page 100 se réduit à

$$R(x) = \frac{\varrho_1}{x - a_1} + \frac{\varrho_2}{x - a_2} + \dots + \frac{\varrho_\mu}{x - a_\mu}$$

$a_1, a_2, \dots, a_\mu$  étant les points singuliers de l'équation (2) et  $\varrho_\nu$  désignant une racine de l'équation déterminante correspondante à  $a_\nu$ .

Avant de finir nous voulons appliquer notre méthode à un exemple.

Soit

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} \cdot \frac{\alpha^2 - 2\alpha x}{x^2(\alpha - x)} + \frac{\alpha^2 - 2\alpha x}{x^3(\alpha - x)} y = 0$$

l'équation différentielle que nous nous proposons d'étudier,  $\alpha$  étant une valeur constante.

On aura

$$\begin{aligned} -\frac{\alpha^2 - 2\alpha x}{x^2(\alpha - x)} &= -\frac{\alpha}{x^2} + \frac{1}{x} + \frac{1}{\alpha - x} \\ \frac{\alpha^2 - 2\alpha x}{x^3(\alpha - x)} &= \frac{\alpha}{x^3} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{x} - \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\alpha - x}. \end{aligned}$$

En mettant

$$y = e^{\int v dx}$$

l'équation en  $v$  devient

$$\frac{dv}{dx} + v^2 - v \cdot \frac{\alpha^2 - 2\alpha x}{x^2(\alpha - x)} + \frac{\alpha^2 - 2\alpha x}{x^3(\alpha - x)} = 0.$$

Soit

$$v = \frac{\beta_k}{x^k} + \frac{\beta_{k-1}}{x^{k-1}} + \dots + \frac{\beta_1}{x} + f(x)$$

une solution de cette équation, on voit que  $k \leq 2$  et pour  $\beta_2, \beta_1$  on obtient les équations suivantes

$$\beta_2^2 - \beta_2 \alpha = 0$$

$$-2\beta_2 + 2\beta_1\beta_2 + \beta_2 - \beta_1\alpha + \alpha = 0.$$

Ces deux équations donnent

$$\left. \begin{aligned} \beta_2 &= 0 \\ \beta_1 &= \alpha \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} \beta_2 &= \alpha \\ \beta_1 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Développons  $v$  en série au voisinage de  $x = \alpha$ , on aura

$$v = \frac{\gamma}{x - \alpha} + f(x - \alpha)$$

où  $\gamma$  satisfait à l'équation

$$\gamma^2 = 0$$

ce qui nous donne

$$\gamma = 0.$$

Mettons

$$y = e^{\int \frac{\alpha}{x^2} dx} \cdot z \\ = e^{\frac{-\alpha}{x}} \cdot z$$

$$\frac{dy}{dx} = e^{\frac{-\alpha}{x}} \left[ \frac{\alpha}{x^2} \cdot z + \frac{dz}{dx} \right]$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = e^{\frac{-\alpha}{x}} \left[ \frac{\alpha^2}{x^4} z - \frac{2\alpha}{x^3} z + 2 \frac{\alpha}{x^2} \frac{dz}{dx} + \frac{d^2z}{dx^2} \right].$$

En substituant ces expressions en l'équation donnée, on obtient

$$\frac{d^2z}{dx^2} + \frac{dz}{dx} \left[ \frac{\alpha}{x^2} + \frac{1}{x} + \frac{1}{\alpha - x} \right] = 0.$$

On voit donc que l'équation donnée a une solution commune avec l'équation différentielle

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\alpha}{x^2} y$$

L'équation en  $z$  nous donne en outre

$$\log \frac{dz}{dx} = \frac{\alpha}{x} + \log \frac{x - \alpha}{x}$$

ce qui nous permet d'écrire

$$z = C \int \left[ e^{\frac{\alpha}{x}} - \frac{\alpha}{x} e^{\frac{\alpha}{x}} \right] dx \\ = C x e^{\frac{\alpha}{x}} + C_1$$

d'où l'on conclut que

$$y = Cx + C_1 e^{\frac{-\alpha}{x}}$$

$C$  et  $C_1$  étant des constantes arbitraires.



# Skänker till Vetenskaps-Akademien's Bibliothek.

(Forts. från sid. 78.)

**Torino.** *Museo di zoologia ed anatomia comparata della R. università.*  
Bollettino. Vol. 6 (1891): N:o 94—111. 8:o.

**Toulouse.** *Académie des sciences, inscriptions et belles-lettres.*  
Mémoires. (9) T. 2. 1890. 8:o.

**Troyes.** *Société académique d'agriculture, arts & belles-lettres du  
départ. de l'Aube.*

Mémoires. T. 54 (1890). 8:o.

**Wien.** *Oesterreichische Gradmessungs-Commission.*

Astronomische Arbeiten: TINTER, W., Bestimmung der Polhöhe und  
des Azimutes auf den Stationen Krakau, Jauerling und St. Peter  
bei Klagenfurt. 1891. 4:o.

— *Naturhistorisches Hofmuseum.*

Annalen, redigert von F. v. HAUER. Bd. 6 (1891): N:o 1—4. st. 8:o.

— *Zoologisch-Botanische Gesellschaft.*

Verhandlungen. Bd. 41 (1891): Qu. 3—4. 8:o.

**Zürich.** *Naturforschende Gesellschaft.*

Vierteljahrsschrift, redigert von R. WOLF. Jahrg. 34 (1889): H. 3—4;  
35 (1890): 1—4; 36 (1891): 1—2. 8:o.

**Hr Lektor A. E. Törnebohm.**

Geologiska och mineralogiska småskrifter. 62 häften. 8:o.

## Författarne.

HOLM, G., Om mynningen hos Lituites Breyn. Sthm. 1891. 8:o.

BIGOURDAN, G., Histoire de l'astronomie à Toulouse. Paris 1883. 4:o.

— Mesures d'étoiles doubles faites à l'équatorial de la tour de l'ou-  
est de 1880—1884. Paris 1884. 4:o.

— Observations de nébuleuses et d'amas stellaires. 4:o.

SCHNEIDER, J. SPARRE, 1. Fortplantningstiden og Livsvarigheden hos  
Amphipoderne. 2. Mollusker og Crustaceer indsamlede i Malangen-  
fjord 1887. Tromsø 1891. 8:o.

SUNDELL, A. F., Berättelse om komparationen af justeringskommis-  
sionens hufvudlikare för viget med Finska statens urtyp för kilo-  
grammet. Hfors 1891. 4:o.

## Något om luften i Fucaceernas blåsor.

Af HEDVIG LOVÉN.

[Meddeladt den 10 Februari 1892 genom V. B. WITTROCK.]

I December 1888 utkom en uppsats af Dr N. WILLE med titeln: »Ueber die Blasen der Fucaceen». (Biologiska Föreningens Förhandlingar. Band I. N:o 3.) Häri meddelar han bland annat resultaten af analyser på den i Fucaceernas blåsor inneslutna luften. Dessa analyser äro emellertid så få, att han med stöd af dem ej kan lemna någon uttömmande förklaring af blåsornas fysiologiska betydelse. Mig veterligt har sedan dess intet, som rör denna intressanta fråga, utkommit af trycket.

Då jag sommaren 1890 vistades vid Kristinebergs Zoologiska Försöksstation i Bohuslän, insamlade jag ett antal luftprof ur blåsor af *Fucus vesiculosus* L. och *Ascophyllum nodosum* (L) Le Jolis. Luftprofven har jag, under loppet af vintern 1890—91, analyserat på Stockholms Högskolas Kemiska Laboratorium, och det är resultaten af dessa analyser, för hvilka här nedan närmare redogöres. Visserligen äro analyserna alldeles för få för att ur dem skulle kunna dragas några säkra slutsatser angående blås-luften och dess betydelse för algen, men då på detta område så fåga hittills blifvit gjordt, kunna de kanske, sammanställda med andras iakttagelser, bidra till att kasta ljus öfver betydelsen af de märkvärdiga organ, som kallas Fucaceernas blåsor.

Angående dessas anatomiska byggnad hänvisas till N. WILLES ofvannämnda uppsats.

Då jag helt nyligen <sup>1)</sup> skildrat såväl metoden för insamlande af blåsluften, som den för dess analyserande, anser jag mig ej behöfva närmare ingå härpå, utan öfvergår direkte till en redogörelse för analysernas resultat.

Det torde dock vara nödvändigt att förutskicka några anmärkningar.

Mina analyserade luftprof äro till antalet endast 28 och de flesta tagna under för algen mycket olika lefnadsvilkor, hvaraf framgår, att de vunna resultaten endast kunna betraktas som spridda iakttagelser.

Vidare kunna dessa analyser ej lemna några resultat angående blåsluftens kolsyrehalt. Den af mig använda apparaten för analyserande af luften var nämligen ej afsedd för påvisande af så små mängder kolsyra, som de i blåsluften befintliga. Kolsyrehalten uppgick nämligen i intet af profven till mer än 0,6 %.

---

En fråga, som är af vikt för utrönande af Fucacéblåsornas fysiologiska betydelse, är denna:

*Hvilken är blåsluftens syrehalt, då algen för sitt normala lif i hafvet?*

De i bredvidstående tabell meddelade syreprocenttalen torde kunna bidraga till besvarandet af denna fråga. De utgöra resultaten af analyser på blåsluft från alger, insamlade ur hafvet omedelbart före luftprovets tagande. Vid insamlingen af algerna fästes särskildt afseende vid, att de växte fullständigt under vattenytan och ej delvis flöto på densamma.

I de anförda profven vexlar blåsluftens syrehalt mellan 26,7 % och 36,2 %, och är således i allmänhet något lägre, än

---

<sup>1)</sup> HEDVIG LOVÉN: Några rön om Algernas andning. Bihang till K. Svenska Vet.-Akad. Handlingar. Band 17. Afd. III. N:o 3. Sid. 5—6.

Provet's nummer.	Algens art.	Datum för insamlingen.	Tid på dygnet.	Vattnets temperatur.	Väderleksförhållanden.	Syreprocent i blåsluften.
1	Ascophyllum nodosum (L.) Le Jolis	2:dra Juli	1,30 f. m.	+ 15°,4	Alldeles lugnt. Nästan klart. Dägning.	28,9
2	"	4:de "	2 "	+ 15°,0	Lugnt. Nästan alldeles mullet. Dägning.	34,3
3	"	3:dje Aug.	4 "	+ 15°,9	Lugnt och mullet. Full dager.	28,5
4	"	13:de "	4,30 "	+ 16°,9	Nästan alldeles mullet. Mycket svag nordvestlig vind. Full dager.	27,4
5	"	26:te "	4,45 "	+ 15°,4	Lugnt och nästan klart. Dägning.	26,7 <sup>1)</sup>
6	"	28:de Juni	1,30 e. m.	+ 14°,6	Stark sydvestlig blåst. Molnhöjd himmel och täta regnaktar.	32,1
7	"	15:de "	2,30 "	+ 13°,0	Klart. Svag vind.	36,2
8	"	4:de Aug.	3 "	+ 16°,7	Vestlig blåst. Omverlande klart och mullet, dock mest solaken.	34,6
9	"	6:te "	3 "	+ 17°,8	Sydvestlig vind. Solaken.	35,5
10	"	12:te "	3 "	+ 17°,4	Nästan lugnt. Alldeles mullet. Tryckande luft. Småregn hela dagen.	32,1
11	Fucus vericulosus L.	18:de Juni	3 "	+ 15°,0	Nästan klart. Något blåst.	31,9
12	Ascophyllum nodosum	31:sta Aug.	7,30 e. m.	—	Klart och lugnt hela dagen. På kvällen några åskmoln, men intet regn. Solnedgång.	34,1 <sup>2)</sup>
13	"	1:sta Sept.	8 "	+ 16°,6	Klart och svag vestlig vind hela dagen.	32,6
14	"	30:de Aug.	7,45 "	+ 15°,6	Klart och nästan lugnt hela dagen. Solen hade just gått ned.	35,3 <sup>2)</sup>

1) Analysen osäker.

2) De använda algexemplaren voro mycket öfvervuxna med snärrer algsorter.

den af N. WILLE funna, som är 35,0—37,4.<sup>1)</sup> Emellertid tyckes här af dennes antagande bestyrkas, nämligen att blåsluftens syrehalt ej kan förklaras endast genom en vanlig diffusion af den i hafsvattnet befintliga luften. Kunde den det, så borde naturligtvis vattenluftens och blåsluftens syrehalt vara densamma. Detta är emellertid ej fallet. Vattenluften innehåller nämligen 33—34 % syre, och blåsluftens syreprocent är i de flesta af mina prof en helt annan.

Vexlingarna i blåsluftens syrehalt äro, som af tabellen framgår, rätt stora, och det vore ju tänkbart, att de delvis finge sin förklaring genom de olika yttre omständigheter, hvarunder algerna lefvat och insamlats. En blick på tabellen bidrager till att klargöra denna fråga. För tydlighetens skull äro profven ordnade i 3 grupper, allt efter som de äro tagna vid dagbräckningen, vid middagstiden eller vid tiden för solnedgången. — I stort sedt tyckes verkligen en olikhet förefinnas mellan storleken af syreprocenterna i de 3 grupperna. Då nämligen blåsluftens syrehalt i den 1:sta gruppen (prof, tagna i dagningen) är 26,7—34,3, så är den i den 2:dra (prof, tagna vid middagstiden) 31,9—36,2, och i den 3:dje (prof, tagna vid solnedgången) 32,5—35,3.

Syrehalten är således lägre på natten, innan solen gått upp, än vid 2—3-tiden på dagen och vid 8-tiden på kvällen. Detta förhållande tyckes mig lätt förklarligt.

Under natten kunna algerna, i saknad af solljus, ej assimilera. Syreförrådet i blåsorna kan därför under denna tid af dygnet ej ökas. Däremot fortfar algen äfven under natten att genom andningen omsätta syre i kolsyra. Härtill använder den visserligen till största delen det syre, som finnes löst i det omgifvande vattnet, men det är, som senare skall visas, högst antagligt, att den samtidigt äfven förbrukar en del af det i blåsorna befintliga syret. Här af förklaras den låga syrehalten i blåsluften vid tiden för solens uppgång. Med solljusets åter-

<sup>1)</sup> N. WILLE: Ueber die Blasen der Fucaceen. Biologiska Föreningens Förhandlingar. Band I. Dec. 1888. N:o 3.

vändande börjar åter assimilationen, och algens syretillgång ökas härigenom så, att till och med syreförrådet i blåsorna röner intryck däraf och åter växer till ungefär den storlek, det innehade vid solnedgången föregående kväll. Med solljusets minskning i intensitet under loppet af eftermiddagen, aftager åter assimilationen därhän, att allt genom densamma produceradt syre åtgår till andningen, hvaraf förklaras, att blåsornas syrekvantitet vid 8-tiden på aftonen ej ytterligare ökats, utan är ungefär densamma, som vid middagstiden.

Äfven en annan omständighet än tidpunkten för insamlingen tyckes, enligt ofvanstående tabell, utöfva ett visst inflytande på storleken af den erhållna syreprocenten. Jag åsyftar här väderleken. Det ser nämligen ut, som om blåsorna en mulen dag skulle innehålla mindre syre (se prof 6 och 10), än en dag med klar himmel och solsken (se prof 7, 8 och 9).

Äfven detta förhållande förefaller helt naturligt, då på grund af den starkare belysningen assimilationen är lifligare — och således äfven syretillgången rikligare — en klar dag än en mulen. På natten, då ingen assimilation kan ega rum, spelar det naturligtvis härvidlag ingen rol, huruvida himmeln är klar eller mulen.

Nu uppställer sig till besvarande följande fråga:

*Hvad intryck röner blåsluftens syreprocent af en minskning i det omgifvande vattnets syrehalt?*

För besvarandet af denna fråga torde efterföljande försök, egentligen utförda med tanke på algernas andning, ega ett visst intresse.<sup>1)</sup> Deras resultat visa blåsluftens syrehalt, efter det att algerna en viss tid lefvat i mörker i en från den yttre luften afstängd vattenmassa.

<sup>1)</sup> HEDVIG LOVÉN: Några rön om Algernas andning. Bihang till K. Svenska Vet.-Akad. Handlingar. Band 17. Afd. III. N:o 3. Sid. 5—6.

Tabell II.

Försökets nummer.	Algens art.	Algens vikt. gr.	Datum för insamlingen.	Tid på dygnet.	Vattnets temperatur under försöket.	Vattenluftens syreprocent efter försöket.	Försökstid.	Syreprocent i blåsluften efter försöket.
15 <sup>1)</sup>	Ascophyllum nodosum (L.) Le Jolis	102,2	11-te Aug.	1 e. m.	17°,2	20,8	6 tim.	23,5
16 <sup>1)</sup>	„	223,2	29-de Juli	11,47 f. m.	15°,8—16°,0	1,9	6 $\frac{2}{3}$ tim.	18,0
17 <sup>1)</sup>	„	157,5	31-sta Juli	7 e. m.	15°,7—15°,8	10,2	12 tim.	11,3
18	„	130,6	28-de Aug.	7 e. m.	14°,8—15°,7	1,2	24 $\frac{1}{2}$ tim.	14,2
19	„	96,0	25-te „	10 f. m.	15°,1—15°,6	—	48 tim.	0,0
20	„	153,7	25-te Juni	5 e. m.	14°,0—16°,5	0,0	63 tim.	0,0
21 <sup>1)</sup>	„	69,5	14-de Aug.	8 f. m.	16°,8—17°,4	6,8	5 dygn	0,0
22	„	157,6	30-de Juni	1 e. m.	14°,4—17°,0	—	5 dygn	24,1

<sup>1)</sup> I »Några rön om algernas andning» är försök 15 numreradt med 7, försök 16 med 5, försök 17 med 3 och försök 21 med 1.

Beträffande försök 21 bör nämnas, att den till detta försök använda algen först stod under  $4\frac{1}{2}$  dygn i fullständigt mörker i ett och samma vatten, hvarefter dettas gaser analyserades och syret befans vara  $= 0,0$  %. Algen försågs därefter med nytt vatten af syrehalten  $28,6$  %, hvarefter den stod ytterligare  $13$  timmar i mörker. Den nu företagna analysen af vattnets gaser gaf den på tabellen upptagna syrehalten  $6,8$  %, och analysen af blåsluften gaf syrehalten  $0,0$  %. En analys af blåsluften, innan algen fick det nya vattnet, hade säkerligen äfven gifvit  $0,0$  % syre. Att blåsorna vid försökets slut ej innehöllo ett spår syre, ehuru det dem omgifvande vattnet ej var helt och hållet beröfvadt denna gas, synes mig tala för, att gasutbytet mellan blåsluften och vattenluften ej sker endast medelst vanlig diffusion. Gjorde den det, så borde väl i försök 21 på  $13$  timmar något spår af vattenluftens syre hafva hunnit diffundera in i blåsorna.

Dock är det tänkbart, ehuru ej troligt, att så verkligen varit förhållandet, och att algen, som länge varit beröfvad tillgång på den för livsverksamheten viktiga gasen, ögonblickligen förbrukat det genom diffusion i blåsorna inkommande syret.

Äfven försök 22 behöfver en utförligare redogörelse, än den tabellen lemnar. I detta försök lefde algen under  $120$  timmar i ett och samma vatten, men med omvexlande mörker och fullt dagsljus: först  $44\frac{1}{2}$  timmar mörker, så  $8\frac{2}{3}$  timmar ljus, därefter  $28\frac{3}{4}$  timmar åter mörker, så  $18$  timmar ljus, så  $12$  timmar mörker och sist  $36$  timmar normal belysning ( $2$  nätter och  $1$  dag). Försöket slutade kl.  $10$  f. m., då äfven blåsluften insamlades. Algen hade således de sista  $7-8$  timmarna varit utsatt för ljus. Två gånger under försöket hade algen i mörker fullständigt beröfvat vattnet dess syre, och därefter åter genom assimilation försedt det med rätt stora kvantiteter af denna gas. Efter hvad af försök 21 framgår, har man allt skäl antaga, att blåsorna således en eller ett par gånger under försöket varit beröfvade allt sitt syre. Blåsluftens syrehalt var emeller-



tid vid försökets slut 24,1 %. Denna syrekvantitet måste således genom algens assimilation hafva blifvit blåsorna tillförd.

Rörande antagandet, att blåsluftens syrehalt ej kan förklaras endast genom diffusion af vattenluften genom blåsväggen, lemnar ofvanstående tabell ytterligare några upplysningar.

Syrehalten 23,5 % i försök 15 kan möjligen förklaras genom diffusion mellan blåsluft och vattenluft, då den senare i detta försök har den närliggande syrehalten 20,3 %. Så är äfven fallet med försök 17, ty där är skillnaden mellan syrehalten inom och utom blåsorna ändå mindre, i det att den förra är 11,3 % och den senare 10,2 %.

Men försök 16 däremot utesluter fullkomligt möjligheten af en dylik förklaring. Här innehåller blåsluften nämligen 18,0 % syre, under det att vattenluften endast har 1,9 % af denna gas.

Äfven försök 18 talar för N. WILLES antagande. Visserligen är siffran för blåsluftens syreprocent ej fullkomligt säker, då antagligen vid luftens insamlande en blåsa af den yttre luften af misstag kommit med, men det här af orsakade felet kan ej gärna belöpa sig på mer än ett par procent, och blåsluftens syrehalt är således äfven i detta prof betydligt högre, än vattenluftens.

Af tabell II framgår äfven ett redan påpekadt förhållande, det nämligen, att blåsluftens syre angripes af andningsprocessen redan innan syretillgången i det omgifvande vattnet är slut. I försök 15, 16, 17 och 18 återstår ännu vid blåsluftens insamlande mer eller mindre af vattenluftens syre, men det oaktadt är i alla dessa försök blåsluftens syrehalt betydligt nedsatt.

Vidare visar tabellen, att storleken af denna minskning i blåsornas symängd hufvudsakligen tyckes vara beroende af, huru lång tid försöket varat, och ej så mycket af, huru stor minskningen är i den omgifvande vattenluftens syrekvantitet. Jämför man försök 16 och 17, så finner man nämligen, att syreprocenten i det senares blåsluft är mycket mindre än i det förras, ehuru förhållandet är omvänt i fråga om vattenluftens syrehalt i de båda försöken. Detta förklaras därigenom, att

algen i försök 17 under dubbelt så lång tid som den i försök 16 andats på bekostnad af syret i sina blåsor, utan att samtidigt något förnyande af det förbrukade syret genom assimilation kunnat ega rum.

Då det kan hafva sitt intresse att veta, huru algblåsornas väggar, i fråga om genomtränglighet, förhålla sig gent emot den yttre atmosfären, frågas:

*Huru förhåller det sig med blåsluftens syrehalt, om algen under någon tid legat torr i luften i mörker?*

Såsom svar härpå anföras här nedan några analyser på luftprof, som härstamma från alger, hvilka nuder en viss tid legat i mörker i luften. Till en början voro de fuktiga, men småningom torkade de allt mer, så att de, då luftprofven togos, delvis voro alldeles torra.

**Tabell III.**

Försöks- nummer.	Algens art.	Datum för insamlingen.	Tid på dygnet.	Luftens temp.	Försökstid.	Syre- procent i blåsluften.
23	<i>Fucus vesiculosus</i> L.	23:dje Juni	9 f. m.	15°,8	6¼ timr.	14,2
24	„	14:de „	9 „	13°,2	7 „	17,8
25	„	22:dra „	9 e. m.	16°,4	12½ „	15,7
26	„	15:de „	7 „	12°,9	12½ „	16,7
27	<i>Ascophyllum nodo- sum</i> (L.) Le Jolis	14:de „	7,30 „	13°,3	26 „	19,2
28	„	24:de „	10 f. m.	16°,0	24½ „	18,9

Blåsluftens syreprocent i ofvanstående tabell är i intet fall lika med den atmosfäriska luftens, som är omkring 20,9 %. Den är öfverallt lägre. Frånsedt mindre växlingar, förefaller det mig, som om man kunde spåra en viss olikhet mellan resultaten af de försök, där algen legat i mörker i luften 6—12 timmar och dem, där försöken varat 24—26 timmar. I de två prof,

som tillhöra den senare kategorien, är blåsluftens syrehalt nämligen omkring 19 %, ett tal, som närmar sig syreprocenten i den atmosfäriska luften, då den i de öfriga profven endast är 14,2—17,8 %.

Jag tänker mig att förklaringen härtill är denna: Då luftens temperatur i algernas mörka förvaringsrum ej i något af försöken gick upp högre än till 16°,4, så kan vattenafundstningen från de vid försökets början ännu helt våta algerna ej hafva varit särdeles stark. De höllo sig därför, såsom nämnt, fuktiga tämligen länge, och så länge blåsornas väggar voro genomträngda af vatten och sålunda befunno sig i ungefär samma tillstånd som i hafvet, förhöllo de sig äfven gent emot den atmosfäriska luften, såsom i hafvet emot vattenluften. Den i blåsorna inneslutna syrekvantiteten minskades genom andningen, och då algen på grund af mörkret ej kunde assimilera och dymedelst producera nytt syre, och då slutligen blåsornas väggar ej tilläto det omgifvande syret att diffundera in, så blef syreprocenten i blåsorna allt mindre. Men i den mån blåsväggarna torkade, inträdde för dem ett abnormt tillstånd, kanske döden, och de blefvo allt mer genomträngliga för den yttre luften. Det är detta förhållande, som visar sig i försök 27 och 28. Den yttre luften är här i färd med att intränga i blåsorna, och det felas ännu blott 2 %, innan syrehalten är densamma inom som utom dessa. Det är antagligt, att det äfven i försök 25 och 26 är början till denna den yttre luftens diffusion genom blåsväggarna, som orsakat, att syreprocenten i dessa försök ej är lägre än i försök 23 och 24, ehuru blåsorna i de förra försöken under dubbelt så lång tid, som i de senare blifvit beröfvade syre genom andningen, utan att samtidigt genom assimilationen kunna få sitt förråd af denna gas ökad.

De antaganden, som man på grund af nu skildrade iakttagelser, enligt mitt förmenande, kan göra, äro:

*Att blåsluftens sammansättning ej är densamma, som vattenluftens, och att gasutbytet dem emellan ej sker endast medelst vanlig diffusion.*

*Att syrehalten i blåsorna är olika vid olika tider på dygnet, störst vid middagstiden och minst på natten.*

*Att algerna till andningen använda en del af blåsornas syre, hvilket de dock genom assimilationen ersätta, och att de, vid syrebrist i det omgifvande vattnet, kunna fullständigt förbruka syret i blåsorna.*

*Att slutligen blåsluften, om ulgen får torka i luften, så småningom får samma sammansättning som den yttre luften.*

---



# ÖFVERSIGT

AF

## KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

---

Årg. 49. 1892. № 3.

---

Onsdagen den 9 Mars.

---

### INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar.....	sid. 119.
AURIVILLIUS, Neue Cirripeden aus dem Atlantischen, Indischen und Stillen Ocean.....	» 123.
BLADIN, Om triazol .....	» 135.
SÖDERHAUM, Om tvänne isomera dioximidopropionsyror.....	» 145.
LANGLET, Om azthinderivat. II. ....	» 165.
PORSELL, Om etylendiamins inverkan på tiobenzamid .....	» 173.
PHRAGMÉN, Sur la resolution des équations numériques.....	» 179.
BENDIXSON, Sur l'irréductibilité des fonctions de plusieurs variables....	» 189.
Skänker till Akademiens bibliotek .....	sidd. 122, 172, 178.

---

Hr Friherre NORDENSKIÖLD afgaf berättelse om en resa, som Filos. Kandidaten G. NORDENSKIÖLD under sistlidet år utfört i Norra Amerika, samt förevisade åtskilliga derifrån hemförda etnografiska föremål och fotografier.

Hr SMITT redogjorde för innehållet af de berättelser, som blifvit afgifna af Docenterne C. W. S. AURIVILLIUS och A. WIRÉN samt Amanuensen O. CARLGREN och Filos. Kandidaten E. BORGSTRÖM, hvilka af Akademien åtnjutit reseunderstöd.

Hr LINDSTRÖM dels refererade den berättelse, som Filos. Kandidaten C. WIMAN afgifvit om den resa, hvilken han med understöd af Akademien under sistliden sommar utfört i Jemtland för undersökning af dervarande cambriska och siluriska lager, dels öfverlemnade en afhandling af Docenten C. W. S. AURIVILLIUS: »Ueber einige obersilurische Cirripeden aus Gotland» (Se Bihang till Vet.-Akad. Handl.).

Hr GYLDÉN öfverlemnade en uppsats af Doktor I. BENDIXSON: »Sur irréductibilité des fonctions de plusieurs variables».

Hr WITTRÖCK meddelade en uppsats af Doktor A. Y. GREVILLIUS: »Om fruktbladsförökning hos Aesculus Hippocastanum L. (se Bihang etc.).

Sekreteraren öfverlemnade för intagande i Akademiens skrifter följande inkomna afhandlingar och uppsatser: 1:o »Kritische Bemerkungen über einige Arten der Flechtengattungen Lecanora, Lecidea und Micarea», af Filos. Licentiaten T. HEDLUND (se Bihang etc.); 2:o »Studier öfver Baltiska hafvets qvartära historia. I.», af Filos. Licentiaten H. MUNTHE (se Bihang etc.); 3:o »Om absorptionsspectra hos Didym och Samarium», af Filos. Kandidaten S. FORSLING (se Bihang etc.); 4:o »Ueber die Aenderung des elektrischen Leitungsvermögens einer Lösung durch Zusatz von kleinen Mengen eines Nichtleiters», af Docenten S. ARRHENIUS (se Bihang etc.); 5:o »Neue Cirripeden aus dem Atlantischen, Indischen und Stillen Ocean», af Docenten C. W. S. AURIVILLIUS\*; 6:o »Om triazol», af Docenten J. A. BLADIN\*; 7:o »Om tvänne isomerä dioximidopropionsyror», af Docenten H. G. SÖDERBAUM\*; 8:o »Om Azthinderivat. II.», af Filos. Kandidaten N. A. LANGLET\*; 9:o »Om etylendiamins inverkan på tiobenzamid», af Filos. Kandidaten G. FORSSELL\*; 10:o »Sur la résolution des équations numériques», af Filos. Doktor E. PHRAGMÉN\*.

Den FERNERSKA belöningen tillerkändes Filos. Doktor E. PHRAGMÉN för fem under året af honom författade och i Öfversigten af Akademiens förhandlingar införda matematiska uppsatser.

Den LINDBOMSKA belöningen skulle under form af guldmedaljer öfverlemnas åt Docenterne J. A. BLADIN och H. G. SÖDERBAUM för af dem under året till Akademien inlemnade och i Öfversigten intagna kemiska uppsatser.

Den FLORMANSKA belöningen tilldelades Medicine Kandidaten E. MÜLLER för hans under året från trycket utgifna arbete: »Untersuchungen über den Bau der Spinalganglien».

För vetenskapliga resor inom landet beslöt Akademien att anvisa följande understöd:

åt Amanuensen vid Stockholms Högskola O. CARLGREN 125 kr. för fullföljande vid Kristinebergs zoologiska station af hans undersökningar öfver vestkustens Actinior och Hydrozoer;

åt Filos. Kandidaten H. WALLENGREN 150 kr. för att vid Kristineberg idka studier öfver hafs-infusorierna, särdeles de parasitiska;

åt Filos. Kandidaten A. OHLIN 125 kr. för studerande vid Kristineberg af Hydrozoer;

åt Filos. Licentiaten H. SCHÖTT 100 kr. för att, jemväl vid Kristineberg, fortsätta redan påbörjade anatomiska studier öfver ectoparasitiska Trematoder;

åt Amanuensen H. DAHLSTEDT 125 kr. för undersökning af Hieraciefloran i de högländta delarne af Jönköpings län;

åt Filos. Licentiaten J. F. HEDLUND 225 kr. för lichenologiska forskningar i Ångermanland och Jemtland;

åt Amanuensen H. O. JUEL 150 kr. för undersökning af parasitsvampar, särskildt de heterociska rostsvamparne, i vestra Jemtlands fjelltrakter;

åt Filos. Licentiaten H. MUNTHE 200 kr. för att genom undersökningar i Skåne och Öresund fullfölja redan påbörjande studier öfver Baltiska hafvets historia; och

åt Filos. Kandidaten O. NORDENSKIÖLD 100 kr. för en geognostisk studieresa inom Dalarnes porfyrområde.

De statsmedel, som blifvit för året ställda till Akademiens förfogande för instrumentmakeriernas uppmuntran, beslöt Akademien att i lika lotter tilldela matematiske och fysiske instrumentmakarne P. M. SÖRENSEN och G. SÖRENSEN.

Genom anställda val kallades till ledamöter af Akademien, inom landet e. o. Professorn i analytisk kemi vid Upsala universitet OSCAR WIDMAN, samt i utlandet Professorn i kemi vid universitetet i Amsterdam J. H. VAN'T HOFF och Professorn i kirurgi vid medicinska fakulteten i Lyon LOUIS OLLIER.



Följande skänker anmäldes:

**Till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.**

- Lund.** *K. Fysiografiska sällskapet.*  
Handlingar. Ny följd. Bd. 1. 1889—90. 4:o.
- Berlin.** *K. Akademie der Wissenschaften.*  
Sitzungsberichte. Jahr 1891: N:o 41—53; Titel und Register. st. 8:o.  
— *Physikalische Gesellschaft.*  
Fortschritte der Physik. Jahrg. 41 (1885): Abth. 1—3. 8:o.
- Buffalo.** *Society of natural history.*  
Bulletin. Vol. 5: N:o 3. 1891. 8:o.
- Erfurt.** *K. Akademie gemeinnütziger Wissenschaften.*  
Jahrbücher. Neue Folge. H. 17. 1892. 8:o.
- Genève.** *Société de physique et d'histoire naturelle.*  
Mémoires. Vol. Supplémentaire (Centenaire de la fondation). 1891. 4:o.
- Glasgow.** *Philosophical society.*  
Proceedings. Vol. 22 (1890/91). 8:o.
- Helsingfors.** *Geografiska föreningen.*  
Tidskrift. Årg. 3 (1891): N:o 1—6.
- Kasan.** *K. Universitetet.*  
Utschenia sapiski — Vetenskapliga skrifter. Årg. 58 (1891): N:o 4—5.  
8:o.
- Kiew.** *Société des naturalistes.*  
Sapiski. — Mémoires. T. 10: Livr. 3—4; 11: 1—2. 1890—91. 8:o.  
» » T. 11: Priłoschenie. — Inledning. 1892. 8:o.
- London.** *R. Microscopical society.*  
Journal. Year 1891: P. 1—6. 8:o.
- Montreal.** *Natural history society.*  
Canadian record of science. Vol. 4: N:o 5—8. 1891. 8:o.
- München.** *K. Bayerische Akademie der Wissenschaften.*  
Abhandlungen. Bd. 64: 2; 62: 3. 4:o.  
= Philos.-hist. Classe. Bd. 19: Abth. 2. 1891.  
= Historische » Bd. 19: 3. 1891.
- RIEGLER, S.**, Gedächtnissrede auf Wilh. v. Giesbrecht. 1891. 4:o.
- Roma.** *Direzione generale della statistica.*  
Publicationer. 2 Band. 4:o & 8:o.  
— *Commissione geodetica Italiana.*  
RESPIGHI, L., ABETTI, A., LORENZONI, G., Differenze de longitudine fra  
Roma, Padova ed Arcetri determinate nel 1882 e nel 1884. Padova  
1891. 4:o.  
— *Reale accademia dei lincei.*  
Rendiconti. Vol. 7 (1891). 1: N:o 1—12; 2: 1—12. 8:o.

(Forts. å sid. 172.)

## Neue Cirripeden aus dem Atlantischen, Indischen und Stillen Ocean.

Vorläufige Mittheilung

von CARL W. S. AURIVILLIUS.

[Meddeladt den 9 Mars 1892 genom S. LOVÉN.]

Bei Durchmusterung und Bestimmung im Jahre 1890 der reichhaltigen Cirripedensammlung des Reichsmuseums zu Stockholm habe ich mehrere neue Formen gefunden, die hier vorläufig erwähnt werden. Es sind einige von Schwedischen Expeditionen in der Nordsee, um Grönland und im südlichen Atlanten angetroffen, andere sind von Schwedischen Forschern im Antillenmeere und um die Südküste Afrikas erworben. Dazu kommen noch einige Arten aus den Japanischen, Chinesischen und Indischen Meeren, welche theils dem Universitätsmuseum zu Upsala angehörig sind, theils vom Verfasser während einer Reise im Malayischen Archipel eingesammelt worden.

---

### A. Pedunculata.

*Lepas testudinata* n. sp.

Capitulum mit 5 feingestreiften Schalen. Carina nur mit <sup>2</sup>, ihrer Länge zwischen den Terga hineinreichend; der præumbonale Theil gegen den postumbonalen einen stumpfel Winkel

bildend, nach vorne zu kaum breiter, das Ende in der Höhe der Scutalbasis belegen. Die äusseren Enden der Terga ventralwärts dachähnlich hervorragend, die Umbones in der Verlängerung des Margo ocludens scutorum belegen. Pedunkel nach aussen nicht erweitert, macht im Durchmesser  $\frac{2}{3}$  der Capitulumbreite aus. Länge des Thieres 39 mm.; grösste Breite 15 mm.; Länge des Pedunkels 15 mm.

Fundorte: Süd-Afrika: a) in Taffelbay, b) bei Port Natal.

Nähert sich durch die Bildung der Carina mehr der Gattung *Poecilasma* DARW. als den bekannten Lepas-Arten, unter denen *L. fascicularis* mit ihr am nächsten in Vergleich kommt.

***Poecilasma vagans* n. sp.**

Capitulum mit 7 Schalen. Scutum aus 2 anliegenden Segmenten. Terga zur Mantelöffnung nicht hinaus reichend, ihre kürzeste Seite in der Verlängerung des bogenförmigen Mündungsrandes des ventralen Scutumsegmentes gelegen. Cirri des 6ten Paares ventralwärts zahlreiche Börstchen, dorsalwärts nur in den Suturen wenige Börstchen tragend.

Pedunkel weich, geringelt, mit Chitinkörnchen und -platten; macht  $\frac{2}{3}$  der Capitulumlänge aus. Länge des Thieres 12 mm.; grösste Breite 6,5 mm.

Im Nabel von *Nautilus umbilicatus* angetroffen.

Kommt dem *P. fissum* DARW. am nächsten, unterscheidet sich aber unter anderem durch die Terga und die Cirrenbewaffnung.

***Dichelaspis cor* n. sp.**

Capitulum herzförmig, mit 3 Schalen — Carina und Scuta. Terga fehlen. Das Randsegment des Scutum oft nur halb so breit wie das gegen die Mitte des Capitulum gerichtete Basalsegment. Der Winkel zwischen den Segmenten spitz.

Pedunkel oft doppelt so lang wie das Capitulum, noch vorne dicker. Länge des Thieres 5 mm.; grösste Breite 1,5 mm.

Fundort: Süd-Afrika, bei Port Natal auf den Kiemen eines Dekapoden.

Obwohl durch geringere Schalenzahl von den bekannten Dichelaspisformen abweichend scheint diese auf Grunde übriger Merkmale am besten hier eingereiht werden.

**Dichelaspis bullata n. sp.**

Capitulum mit 2 Schalen — Scuta —, um die vordere Hälfte der Mündung gegen einander gebogen, sodann nach vorne parallel, endlich kurz divergirend. Terga und Carina fehlen. Capitulum aufgeblasen, sowie der Pedunkel glashell. Die Äste des 6ten Cirrenpaares je 14- und 16-gliederig. Pedunkel von der Länge des Capitulum oder länger. Länge des Thieres 7 mm.; grösste Breite 2,5 mm.

Fundort: auf den Kiemen und auf der Innerwand der Kiemenhöhle eines *Palinurus* aus der Javasee.

Es gilt auch von dieser Art das über *D. cor* gesagte.

**Oxynaspis patens n. sp.**

Capitulum mit 5 Schalen. Carina stumpfwinkelig, der Winkel in der Mitte. Scutum nur die ventrale Hälfte der Capitulumseite deckend, die dorsale unverkalkt. Pedunkel weichhäutig, kaum halb so lang wie das Capitulum; sowie dieses von der Rinde einer Hornkoralle (*Antipathes*), der das Thier aufsitzt, bedeckt. Länge des Thieres 10 mm.; grösste Breite 4 mm.

Fundort: im Antillenmeere bei Anguilla in 200—70 Faden Tiefe.

Von der einzigen bekannten Art, *O. celata* DARW., besonders durch die unvollständige Verkalkung des Capitulum abweichend.

**Alepis japonica n. sp.**

Mantel ohne Schalen, von derbem Chitin, längs der Rücken-  
seite einen niedrigen Kamm bildend, der in gleichen Abständen 4 Böcker aussendet. Appendices caudæ 9—10-gliederig. Innerast des 6ten Cirrenpaares 15-gliederig, Aussenast 48-gliederig. Pedunkel macht  $\frac{2}{3}$  der Capitulumlänge aus, vorne wie hinten

gleich weit. Länge des Thieres 30 mm.; grösste Breite 16 mm.; Durchmesser des Pedunkels 8 mm.

Fundort: Japan, in der Hirado-Strasse — N. Br. 33° 10', O. L. 129° 18' — in 45 Faden Tiefe.

Erinnert — vom Pedunkel abgesehen — äusserlich an *A. cornuta* DARW., weicht aber durch den inneren Bau entschieden ab.

#### **Scalpellum gemma n. sp.**

Capitulum mit 13 Schalen, sämmtlich fast in derselben Höhe steckend; die *secundären* — Rostrum, Rostrolateralialia, Lateralialia, Carinolateralialia und Subcarina — um die Basis der *primären* — Scuta, Terga und Carina — rings umstehend. Die Enden der Scuta und Terga frei; zwischen diesen, die rückwärts gekrümmt sind, schiebt sich das Ende der schwach und einfach gebogenen Carina ein. Pedunkel kürzer als das Capitulum, mit dicken und breiten aus- oder abwärts stehenden Kalkschüppchen, höchstens 8 in jeder Längenreihe, dicht bedeckt. Schüppchen wie Schalen von der Spitze aus heranwachsend. Länge des Thieres 37 mm.; grösste Breite 26 mm.

Fundort: im nördlichen Eismeere unweit der Ostküste Grönlands in 1000 Faden Tiefe von der Schwedischen Sofia-Expedition im Jahre 1883 gefangen. Kommt *Sc. villosum* LEACH am nächsten, jedoch noch deutlicher als dieser und überhaupt alle recente Scalpellum-Arten den Übergang zur Gattung *Pollicipes* LEACH vermittelnd.

#### **Scalpellum scorpio n. sp.**

Capitulum mit 13 Schalen. Carina winkelig; der postumbonale Theil macht nur  $\frac{1}{3}$  des präumbonalen aus. Subcarina und Carinolateralialia ausstehend, angelförmig nach vorne gekrümmt. Rostrum bildet ein rechtwinkeliges Dreieck, die Spitze der Mantelöffnung zugewandt. Rostrolateralialia spitz ausstehend. Lateralialia triangulär mit gebogener Basis. Umbo sämmtlicher Schalen — ausser Carina — am hinteren oder am frei ausstehenden Ende

belegen. Alle Schalen von dickem feinhaarigen Chitin bedeckt; Carina und Tergum ausserdem in den Zuwachslinien 4—6 Querreihen grösserer Haare tragend. Pedunkel nur mit wenigen weit abstehenden Querreihen äusserst feiner Kalkhäkchen versehen, übrigens unbewaffnet, feinhaarig, von der Länge des Capitulum oder um  $\frac{1}{3}$  länger. Länge des Thieres 48 mm.; grösste Breite 20 mm.

*Zwergmännchen*, im vorderen Winkel der Mantelöffnung des vorigen befestigt. Capitulum mit 6 Schalen, von denen Carina am längsten, in der Mitte schwach gewölbt, Rostrum am kleinsten, mehr gekrümmt. Tergalrand des Scutum ausgeschnitten. Pedunkel wie Capitulum feinhaarig. Länge des Thieres 3,5 mm.; grösste Breite 2,5 mm.

Fundorte: a) im Chinesischen Meere 50 Meile S. von Amoy in 35 Faden Tiefe; b) bei Japan in der Hirado-Strasse in 45 Faden Tiefe.

Durch die Zahl und Charakter der Schalen, durch die Form und Stellung des Rostrum und der Rostrolateralia erinnert diese Art an *Sc. Peronii* J. E. GRAY. Die Abweichungen, besonders in Bezug auf Carina, Laterale, Carinolaterale und Pedunkel sind indessen sehr ausgeprägt. Das Zwergmännchen zeigt hinsichtlich der Schalen mit demjenigen des *Sc. villosum* LEACH Ähnlichkeit.

#### *Scalpellum gibberum* n. sp.

Capitulum mit 14 Schalen. Carina winkelig; ihr hinterer Theil verhält sich zum vorderen wie 4:7. Carinolaterale rückwärts mit  $\frac{1}{4}$  seiner Länge frei ausstehend. Rostrum vorne und hinten breiter, im Chitin verborgen; die rektanguläre Mitte erhaben. Umbo des Scutum am hinteren Ende, derjenige des Laterale ventralwärts und nach hinten vom Centrum, derjenige des Inframedianum nahe am vorderen Rande gelegen. Pedunkel mit erhabenen Kalkkörnchen, halb so lang wie das Capitulum. Länge des Thieres 8 mm., grösste Breite 4 mm.

Fundort: im Atlantischen Ocean, S. von La Plata in 52 Faden Tiefe von der Schwedischen Eugenie-Expedition im Jahre

1851 angetroffen. Schliesst sich in Bezug auf Carina, Carinolaterale und Rostrum dem *Sc. vulgare* LEACH an.

**Scalpellum calcaratum n. sp.**

Capitulum mit 14 Schalen. Carina winkelig; der hintere Theil macht  $\frac{1}{3}$  des vorderen aus. Carinolaterale mit  $\frac{1}{3}$  seiner Länge rückwärts frei herausragend. Der vordere breitere Theil des Rostrum im Chitin eingegraben, der hintere quadratische an die Oberfläche tretend. Umbones des Scutum, Laterale und Inframedianum wie bei *Sc. gibberum* belegen. Pedunkel mit kurzen Kalkstacheln in schiefen, von einander entfernten Reihen bewaffnet, beträgt  $\frac{2}{3}$  der Capitulumlänge. Länge des Thieres 8 mm.; grösste Breite 4 mm.

Fundort: im Stillen Ocean. Verwandschaft vergl. die vorige Art.

**Scalpellum septentrionale n. sp.**

Capitulum mit 14 Schalen. Carina winkelig; der hintere Theil  $\frac{1}{4}$  des vorderen betragend. Carinolaterale ragt nicht frei aus. Rostrum keilförmig, die Schärfe nach hinten, den ganzen Zwischenraum zwischen den ebenso langen als breiten Rostrolateralien ausfüllend. Umbones des Scutum und Laterale wie bei *Sc. gibberum*, derjenige des Inframedianum in der Mitte des Ventralrandes belegen. Pedunkel mit zirkelschnittförmigen, von einander abstehenden, in senkrechten Reihen geordneten Schüppchen bedeckt, welche diejenigen derselben Querreihe nicht erreichen. Der Pedunkel macht  $\frac{2}{3}$  der Capitulumlänge aus. Länge des Thieres 11 mm.; grösste Breite 4 mm.

Fundort: Nordsee, Skagerack, in 335—450 Faden Tiefe; die meisten Exemplare von der Schwedischen Gunhild-Expedition im Jahre 1879 gefangen.

Schliesst sich durch die Form der Carina und Rostrolaterale, nicht aber in Bezug auf Carinolaterale, Laterale und Pedunkel dem *Sc. Strömii* M. SÄRS an. Der Pedunkel erinnert an denjenigen des *Sc. angustum* G. O. SÄRS.

**Scalpellum obesum n. sp.**

Capitulum mit 14 Schalen. Carina winkelig; der hintere Theil macht  $\frac{1}{6}$  des vorderen aus. Carinolaterale ein wenig ausserhalb der Carina hinausragend. Rostrum keilförmig, die Basis nach vorne, mit knöpfchenartig erweitertem Hinterende. Rostrolateralialia am Rostralande ebenso lang wie breit. Umbones des Scutum, Laterale und Inframedianum wie bei *Sc. septentrionale* belegen. Pedunkel mit dicht stehenden Längen- und Querreihen der Grösse nach ungleicher Schüppchen, deren spitze Enden zwischen den benachbarten tief eingreifen. Der Pedunkel macht nur  $\frac{1}{3}$  der Capitulumlänge aus, aber seine Breite an der Basis des Capitulum ist ebenso gross wie die Länge. Länge des Thieres 12 mm.; grösste Breite 5 mm.

Fundort: Nordsee, Storeggen, in 60 Faden Tiefe.

Weicht durch das Carinolaterale und Rostrum sowie durch die Bewaffnung des Pedunkels von *Sc. Strömii* M. Sars ab, an welche Art er in anderen Hinsichten erinnert.

**Scalpellum erosum n. sp.**

Capitulum mit 14 Schalen. Carina winkelig; der hintere Theil beträgt  $\frac{1}{11}$  des vorderen. Carinolaterale nicht hinausragend. Rostrum keilförmig, die Basis nach vorne mit knöpfchenartig erweitertem Hinterende. Rostrolateralialia am Rostralande ebenso lang wie breit. Umbones des Scutum und Inframedianum wie bei *Sc. septentrionale*, derjenige des Laterale der hinteren Spitze näher als bei jener Art belegen. Pedunkel mit 8 Längensreihen von gleichgrossen Schüppchen; diejenigen jeder zweiten Reihe auf der Rückenseite einander berührend, auf der Bauchseite weiter abstehend, dadurch Längenfurchen bildend. Der Pedunkel macht  $\frac{2}{3}$  der Capitulumlänge aus. Die Schalen, besonders Scuta und Terga, sind angefressen. Länge des Thieres 11 mm.; grösste Breite 5 mm.

Fundort: im N.W. Atlanten, 53° 34' N. Br., 52° 1' W. L., in 980 Faden Tiefe von der Schwedischen Ingegerd-Gladan-Expedition im Jahre 1871 gefunden. Die Form der Capitulum-



schalen -- mit Ausnahme von Inframedianum und Rostrum -- erinnert an *Sc. angustum* G. O. SARS.

**Scalpellum aduncum n. sp.**

Capitulum mit 14 Schalen. Carina winkelig; der hintere Theil beträgt  $\frac{1}{11}$  des vorderen. Carinolaterale kaum rückwärts hervorragend. Rostrum stäbchenförmig, an beiden Enden abgestutzt, nach hinten breiter als nach vorne; die mittlere Breite macht  $\frac{1}{3}$  der Breite des Rostrolaterale aus. Rostrolateralien am Rostralende ebenso lang wie breit. Die Spitze des Tergum ventralwärts hakenförmig gebogen. Umbones des Scutum, Laterale und Inframedianum fast wie bei *Sc. erosum* belegen. Pedunkel mit wenigen breiten, unregelmässigen und von einander entfernten Schüppchen besetzt, macht  $\frac{1}{3}$  der Capitulumlänge aus. Länge des Thieres 2 mm.; grösste Breite 1 mm.

Fundort: Auf den Extremitäten eines Pycnogoniden, *Phoxichilidium fluminense* KRÖYER angetroffen.

**Scalpellum luridum n. sp.**

Capitulum mit 14 Schalen. Carina winkelig; der hintere Theil beträgt  $\frac{1}{11}$  des vorderen. Carinolaterale kaum rückwärts hervorragend. Rostrum stäbchenförmig; die Breite beträgt nur  $\frac{1}{6}$  der Breite des Rostrolaterale. Rostrolateralien am Rostralende nur halb so lang wie breit. Umbones des Scutum, Laterale und Inframedianum wie bei *Sc. septentrionale* belegen. Pedunkel mit abgestutzten Schüppchen, nach vorne spärlich, nach hinten doppelt so dicht stehend; er beträgt mehr als  $\frac{2}{3}$  der Capitulumlänge und ist hinten doppelt so breit wie vorne. Länge des Thieres 11 mm.; grösste Breite 4 mm.

Fundort: Baffinsbay, in 68° 8' N. Br., 58° 47' W. L., in 169 Faden Tiefe von der Schwedischen Ingegerd-Gladan-Expedition im Jahre 1871 angetroffen.

Auch dieser ist in gewissen Hinsichten, z. B. durch Rostrum und Rostrolateralien, mit *Sc. angustum* G. O. SARS näher verwandt als mit den übrigen; in Bezug auf Inframedianum und

Carina nähert er sich am meisten dem *Sc. erosum* mihi; die Pedunkelbewaffnung ist eigenartig.

**Scalpellum grönländicum n. sp.**

Capitulum mit 14 Schalen. Carina nicht deutlich winkelig; Umbo fast endständig. Carinolaterale rückwärts nicht hervorstehend. Rostrum keilförmig, die Basis nach hinten und mit abgestutztem vorderen Ende. Rostrolateralia am Rostralrande nur halb so lang wie breit. Umbones des Scutum, Laterale und Inframedianum wie bei *Sc. erosum* belegen. Pedunkel mit 8 Längenreihen von je 8 breiten, zur Hälfte zwischen den seitlichen eingeschalteten Schüppchen; er macht ungefähr die Hälfte der Capitulumlänge aus. Länge des Thieres 8.5 mm., grösste Breite 3 mm.

Fundort: Baffinsbay, in 72° 4' N. Br., 59° 50' W. L., in 227 Faden Tiefe, von der Schwedischen Ingegerd-Gladan-Expedition im Jahre 1871 gefunden.

Durch Carina, Laterale und Pedunkel mit *Sc. angustum* G. O. SARS am nächsten verwandt, weicht aber durch Rostrum, Inframedianum und Carinolaterale ab.

**Scalpellum prunulum n. sp.**

Capitulum mit 14 Schalen. Carina einfach gebogen. Rostrum rudimentär, nimmt nur  $\frac{1}{3}$  des Rostralrandes nach hinten auf; derselbe Rand macht  $\frac{2}{3}$  der Breite der Rostrolateralia aus. Umbones des Scutum und Laterale wie bei *Sc. erosum*, derjenige des Inframedianum am schmalen Vorderende belegen. Pedunkel mit 8 Längenreihen von je 5—6 von einander ziemlich entfernten Schüppchen versehen, deren äusserste Enden zwischen den nächststehenden sich einschalten. Der Pedunkel macht die Hälfte der Capitulumlänge aus. Länge des Thieres 6 mm., grösste Breite 2,5 mm.

Fundort: im Antillenmeere bei St. Martin in 200—300 Faden Tiefe.

Die Form des Inframedianum findet sich bei *Sc. distinctum* HOEK, *Sc. striolatum* G. O. SARS und *Sc. japonicum* HOEK wieder und der Pedunkel des letztgenannten hat vielleicht eine ähnliche Bewaffnung wie der fragliche, übrigens weichen sie aber bedeutend ab.

***Scalpellum galea* n. sp.**

Capitulum mit 12 Schalen. Carina einfach gebogen. Carinolaterale rückwärts frei hinausragend. Rostrum fehlt. Rostrolateralie sehr niedrig; das linke breiter, geht der Mündung vorbei und nimmt in ihrem gespaltenen Ende das ventralwärts spitz auslaufende rechte auf, welches schmaler als Scutum ist. Rechtes Inframedianum fehlt; linkes hakenförmig, die Spitze nach hinten; die Ausrandung ventralwärts. Umbones des Scutum, Laterale und Inframedianum an der hinteren Spitze belegen. Pedunkel mit 10—12 Längensreihen vorne von einander entfernter, hinten dicht steckender Schüppchen; er ist über halb so lang wie das Capitulum. Die ganze Oberfläche des Thieres feinhaarig. Länge 10 mm., grösste Breite 4,5 mm.

Fundort: im Atlantischen Ocean, S. von La Plata in 52 Faden Tiefe, von der Schwedischen Eugenie-Expedition im Jahre 1851 gefangen.

Am meisten dem *Scalpellum pedunculatum* HOEK ähnlich, und zwar durch die Form und Lage der Carina, Scutum, Laterale und — wie es scheint — Rostrolaterale. Carinolaterale steht geringer hervor und ist sowie Inframedianum anders geformt; Rostrum fehlt, der Pedunkel ist verschieden.

***Scalpellum stratum* n. sp.**

Capitulum mit 15 Schalen. Carina einfach gebogen; Subcarina vorhanden. Rostrum ebenso hoch wie der Mündungsrand der Scuta, konvex, nach hinten spitz, nach vorne zu breiter. Rostrolaterale triangulär, um  $\frac{1}{3}$  niedriger als Rostrum. Umbones aller Capitulumschalen am hinteren Ende belegen. Pedunkel wie gepflastert durch 14 schiefe Längensreihen von je 14—15 fast rhom-

boidischen Schüppchen; er erreicht kaum die halbe Länge des Capitulum, nimmt gegen diesen allmählig in Durchmesser zu. Länge 9 mm.; grösste Breite 3 mm.

Fundort: im Antillenmeere bei St. Martin in 200—380 Faden Tiefe.

Nur eine einzige mit dieser eigenthümlichen Art näher verwandte Form, *Scalpellum acutum*, ist von HOEK beschrieben; es weichen aber besonders die Lateralia und der Pedunkel ab. Die sonderliche Form des Rostrum sowie eine Subcarina findet sich auch bei *Sc. rostratum* DARW.

## B. Abdominalia.

### Lithoglyptidæ <sup>1)</sup> nov. fam.

Vier Paare zweiästiger Cirri am Hinterende. Appendices caudæ drei-vier-gliederig. Bohrend.

### Lithoglyptes n. gen.

Alle vier Cirrenpaare mit reichem Börstchenbesatz, an Länge nach vorne zu abnehmend; die zwei-gliederigen mit schräger Sutura versehenen Stiele sind von der Länge des letzten Körpersegments. Äussere Mundpalpen mit je zwei 5—6-gliederigen Ästen dem langen zwei-gliederigen gebogenen Stiele aufsitzend.

### Lithoglyptes indicus n. sp.

Mantel beutelförmig, nach dem Boden der Bohrhöhle zu abgerundet, geschlossen, nach aussen zusammengedrängt; die Mündung von der grössten Breite des Sackes, schlitzenförmig; Mündungsrand gerade, von der ovalen rückständigen Befestigungsfläche durch einen winkligen Einschnitt getrennt. Körper 11—12-gliederig. Appendices caudæ 3-gliederig, das Basalglied mehr als doppelt dicker als das äusserste Glied; im Ganzen nur  $\frac{1}{3}$  des nächsten Cirrenstieles messend. Mündungsrand und an-

<sup>1)</sup> Von λίθος, Stein und γλύφω, schnitzen, aushöhlen.

grenzende Theile des Mantels indigoblau. Länge des Thieres bis zu 6 mm.; grösste Breite 4 mm.

*Männchen.* Am Mantel des Weibchens befestigt, spulförmig, mit einem breit konischen Höcker. Generationsorgane — testis, receptaculum seminis, ein weit vorstülplbarer penis — und Auge vorhanden. Nahrungskanal fehlt. Länge 0,5 mm.

Bohrt in Korallen und Molluskenschalen. In der Javasee und im Indischen Ocean an der Westküste Sumatras angetroffen.

***Lithoglyptes bicornis* n. sp.**

Mantel beutelförmig, nach aussen schmaler, die Mündung nur  $\frac{1}{3}$  der grössten Breite betragend. Mündungsrand schwach gebogen mit 2 Paaren börstchentragenden konischen Chitinhörnern versehen. Befestigung wie bei *L. indicus*. Appendices caudæ 3-gliederig, schlank, fast ebenso lang wie die nächsten Cirrenstiele. Unterhalb der Mündung findet sich ein dunkel-violetter Streifen. Länge des Thieres 2,5 mm., grösste Breite 1,5 mm.

Bohrt in Korallen. Fundort: Javasee.

***Lithoglyptes ampulla* n. sp.**

Mantel kolbenförmig, nach aussen von der ovalen Befestigungsfläche halsförmig sich verengernd. Mündungsrand schwach gebogen, nur  $\frac{1}{4}$  der grössten Weite des Sackes betragend, einerseits mit 2 Angelhäkchen, andererseits mit 2 fühlernähnlichen gegliederten Hörnern versehen. Appendices caudæ 4-gliederig — die Sutura zwischen dem 2ten und 3ten Gliede undeutlich —, schwach entwickelt, im Ganzen nur halb so lang wie die Stiele des nächsten Cirrenpaares. Länge des Thieres 4,5 mm.; grösste Breite 2,5 mm.

Bohrt in Korallen. Fundort: Javasee.

Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

## 206. Om triazol.

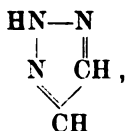
Af J. A. BLADIN.

[Meddeladt den 9 Mars 1892 genom P. T. CLEVE.]

De triazolföreningar, jag hittills beskrifvit, hålla alla åtminstone en fenylgrupp substituerande väte i triazolkärnan. Det var naturligtvis af stort intresse att komma till sådana triazolderivat, där ej någon sådan aromatisk radikal finnes, och af ännu större intresse att erhålla triazol sjelf. Det led ej något tvifvel därom, att denna förening kunde existera; tvärtom var det med den kännedom, jag hade om hithörande förenings beständighet, högst sannolikt, att fri triazol vore en mycket beständig förening, alldenstund triazolkärnan spränges först vid de mest energiska reaktionsmedels inverkan. Så kunna, utan att denna spränges, de vid den samma bundna alifatiska radikalerna oxideras till karboxyl medels kamäleon i alkalisk lösning, vid kokning af triazolderivat med en blandning af rykande salpetersyra och koncentrerad svafvelsyra eger ingen sönderdelning utan blott nitrering rum, ja åtskilliga triazolderivat kunna till och med kokas med kromsyra i isättiklösning, utan att någon inverkan sker.

Det gälde därför endast att finna någon metod att bortskaffa fenylgruppen.

V. PECHMANN <sup>1)</sup> har framställt en hel serie föreningar, som äro isomera med mina triazolderivat; de derivera också från en femledig kväfvekärna med 3 kväfveatomer, men under det att hos mina triazolföreningar en kväfveatom står skild från de bägge andra genom kolatomerna, äro hos V. PECHMANNS föreningar alla tre kväfveatomerna direkt bundna vid hvarandra. De derivera med andra ord från en modersubstans,



hvilken V. PECHMANN till skillnad från mina triazolföreningar benämnt osotriazol. Äfven de af nämde forskare direkt framställda osotriazolföreningarna hålla en fenylgrupp substituerande väte i kväfvekärnan, men det har lyckats honom att genom införande af en amidogrupp i benzolkärnan försvaga dennas motståndskraft mot oxidationsmedel, så att han medels kamäleon i alkalisk lösning kunnat bortoxidera den amiderade fenylgruppen och på detta sätt erhållit osotriazol sjelf, som visat sig vara en mycket beständig förening. Det var därför högst sannolikt, att man äfven ur triazolföreningarna genom användande af samma metod skulle kunna bortskaffa fenylgruppen (ersätta den med väte) och på detta sätt erhålla triazol sjelf, då triazolföreningarna i afseende på beständighet ej stå efter osotriazolföreningarna.

Jag påbörjade därför i november föregående år en undersökning i syfte att på den af V. PECHMANN anvisade vägen erhålla triazol och metyltriazol. Sedan jag genom förberedande försök öfvertygat mig därom, att verkligen på detta sätt triazol sjelf kan framställas,<sup>2)</sup> upprepade jag i början af innevarande år försöken med större mängder material för att erhålla denna så intressanta förening i tillräcklig mängd för att kunna analysera och karakterisera den samma. Försöken voro ock i det

<sup>1)</sup> Ann. Chem. 262,265 (1890).

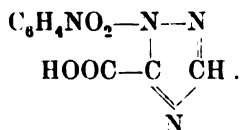
<sup>2)</sup> Vid dessa förberedande försök erhöles ock af mig denna förening, dock i så ringa mängd, att jag ej då kunde analysera den samma.

närmaste afslutade, då jag erhöill kännedom om, att ANDREOCCI äfven lyckats framställa föreningen.

Denne har <sup>1)</sup> på ett helt annat sätt än jag erhållit föreningar, som stå nära mina triazolföreningar, och några synas vara identiska med af mig förut framställda triazolderivat; han kallar sina kroppar för pyrrodiazolföreningar. Äfven de af ANDREOCCI direkt erhållna s. k. pyrrodiazolföreningarna innehålla en fenylgrupp, och det har lyckats honom att på ett annat sätt än det jag använt bortoxidera fenylgruppen och därvid erhållit triazol och metyltriazol (se sid. 142), af hvilka den förra visat sig vara identisk med den af mig framställda föreningen.<sup>2)</sup>

Med anledning af ANDREOCCIS uppsats anser jag mig redan nu böra lemna en redogörelse för mina undersökningar i detta hänseende, ehuru de ej äro fullständigt afslutade.

*Nitrofenyltriazolkarbonsyra.*



Fenyltriazolkarbonsyran nitreras jämförelsevis trögt. Godt utbyte af nitrosyran erhålles, om man förfar på följande sätt. 10 gr. af syran försättes med 100 gr. rykande salpetersyra (eg. v. 1,5); därvid löses syran under värmeutveckling, men någon nitrering synes icke ega rum. Lösningen försättes sedan med 50 gr. koncentrerad svafvelsyra och kokas så länge nitrosa gaser bortgå (c. 8 min.), hvarpå blandningen gjutes i snövattnen, då en nästan rent hvit geleartad fällning erhålles. (Vid ett försök erhöills på detta sätt 11½ gr. torkad nitroförening). Vid torkning blir den geleartade fällningen finkristallinisk. För fullständig

<sup>1)</sup> Regia Università degli Studi di Roma. Istituto chimico. Ricerche eseguite nell' Anno scolastico 1890—1891. Sid. 384. Ber. d. Deutsch. chem. Ges. XXV, 225 (1892).

<sup>2)</sup> Hvad beträffar de substituerande radikalernas ställning i triazolkärnan, har ANDREOCCI kommit till ett annat resultat än jag. Jag skall vid ett annat tillfälle återkomma till detta.



rening omkristalliseras den samma lämpligen ur isättika och innehåller då  $1\frac{1}{2}$  mol. kristallättiksyra, som lätt bortgår.

Analysen på vid  $110^\circ$  C. torkad substans:

1. 0,1763 gr. gaf vid förbränning med blykromat i slutet rör 0,3000 gr.  $\text{CO}_2$  (motsv. 0,08182 gr. C) och 0,0510 gr.  $\text{H}_2\text{O}$  (motsv. 0,00567 gr. H).

2. 0,1097 gr. gaf 22,6 ccm. N-gas, mätt öfver kalilut vid 752,5 mm. bar. tr. och  $15,6^\circ$  C.

	Beräknadt.		Funnet.	
			1.	2.
C,	108	46,2	46,4	—
H,	6	2,6	3,2	—
N,	56	23,9	—	24,2
O,	64	27,3	—	—
	234	100,0		

Ättiksyrebestämningarna gäfvö:

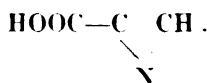
1. 0,1537 gr. förlorade vid  $110^\circ$  C. 0,0429 gr.

2. 0,2454 gr. förlorade vid  $110^\circ$  C. 0,0677 gr.

	Beräknadt	Funnet.	
		1.	2.
för $\text{C}_6\text{H}_4\text{NO}_2$ , $\text{C}_2\text{N}_3\text{H}$ , $\text{CO}_2\text{H}$ - $1\frac{1}{2}\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}$ .			
$1\frac{1}{2}\text{CH}_3 \cdot \text{CO}_2\text{H}$	27,8	27,9	27,6.

Föreningen är tämligen löslig i isättika och kristalliserar därur i färglösa glänsande blad. Den smälter vid  $202^\circ$  C. under stark gasutveckling till en gul olja.

*Amidofenyltriazolkarbonsyra.*



Nitrofenyltriazolkarbonsyra. erhållen ur 10 gr. fenyltriazolkarbonsyra (c.  $11\frac{1}{2}$  gr.). införes portionsvis i en varm lösning af 40 gr. tennklorur i 60 gr. rykande saltsyra. Häftig reaktion inträder därvid. Sedan all nitroförening blifvit införd, utspädes lösningen med ganska mycket vatten, då en hvit fällning af

amidosyran afskiljer sig. Efter uttvättning med vatten löses fällningen i utspädd ammoniak, lösningen filtreras från litet afskildt tennoxidhydrat och försättes med ättiksyra i öfverskott, hvarvid en hvit finkristallinisk fällning erhålles. (Vid ett försök erhöles på detta sätt 8 gr. amidosyra).

Analys på vid 100° C. torkad substans.

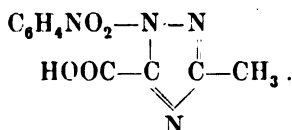
0,1300 gr. gaf 30,8 ccm. N-gas, mätt öfver kalilut vid 749 mm. bar. tr. och 17,2° C.

	Beräknadt.		Funnet.
C <sub>9</sub>	108	52,9	—
H <sub>8</sub>	8	3,9	—
N <sub>4</sub>	56	27,5	27,6
O <sub>2</sub>	32	15,7	—
	204	100,0	

Syran löses lätt i ammoniak redan vid vanlig temperatur, men i saltsyra först vid uppvärmning. Vid kokning af en alkalisk lösning af syran färgas den samma småningom brunaktig. Föreningen smälter vid 212° C. under stark gasutveckling.

Som jag också framställt nitro- och amidoföreningar af fenylmetyltriazolkarbonsyran, vill jag här äfven beskrifva dessa. Jag hade ämnat att af den amiderade syran framställa metyltriazol genom bortoxidering af fenylgruppen, men som ANDREOCCI redan före mig framställt denna förening och säger sig skola närmare studera den samma, fullföljdes ej försöken i denna riktning.

*Nitrofenylmetyltriazolkarbonsyra.*



Vid nitreringen af fenylmetyltriazolkarbonsyran förfors på samma sätt, som vid nitreringen af fenyltriazolkarbonsyran. Förening omkristalliserades nitrosyran ur isättika, hvarur den kristalliserar med 1 mol. kristallvatten, som bortgår vid 110° C.

Analys på vid 110° C. torkad substans:

0,2167 gr. gaf 41,1 ccm. N-gas, mätt öfver kalilut vid 770 mm. bar. tr. och 16,0° C.

	Beräknadt	Funnet.
för $C_6H_4NO_2 \cdot C_2N_3(CH_3) \cdot CO_2H$ .		
N	22,6	22,8.

Vattenbestämningarna gäfvö:

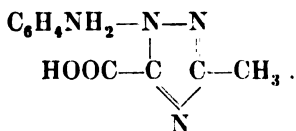
1. 0,2337 gr. förlorade vid 110° C. 0,0170 gr.

2. 0,4565 gr. förlorade vid 110° C. 0,0319 gr.

	Beräknadt	Funnet.
för $C_6H_4NO_2 \cdot C_2N_3(CH_3) \cdot CO_2H + H_2O$		1. 2.
H <sub>2</sub> O	6,8	7,3 7,0.

Föreningen är löslig i varm isättika, svårlöslig i kall och kristalliserar därur i färglösa prismor. Den smälter vid 184,5° C. under stark gasutveckling.

*Amidofenylmetyltriazolkarbonsyra.*



Denna framställdes ur nitroföreningen på samma sätt som amidofenyltriazolkarbonsyra. Då emellertid efter fulländad reduktion lösningen utspäddes med vatten, utföll ej någon amidosyra, hvadan denna syra tydligen har starkare basiska egenskaper än amidofenyltriazolkarbonsyra, liksom fenylmetyltriazolföreningarna i allmänhet äro starkare baser än fenyltriazolföreningarna. Tennet måste därför aflägsnas genom inledning af svafvelväte. Efter svafveltennets bortfiltrering afdunstades filtratet på vattenbad till torrhet. Därvid erhöles en föga färgad löslig massa, som löstes i vatten. Lösningen neutraliserades med ammoniak, något afskildt tennhydrat affiltrerades, och vätskan surgjordes med ättiksyra, hvarvid amidosyran afskilde sig i glänsande, något färgade kristaller. Genom upprepade lösningar i ammoniak och fällning med ättiksyra kunna emellertid de

färgade ämnena nästan fullständigt aflägsnas. Så erhållen innehåller syran 1 mol. kristallvatten, som bortgår vid 110° C.

En kväfvebestämning på vid 110° C. torkad substans gaf:

0,1320 gr. gaf 29,2 ccm. N-gas, mätt öfver kalilut vid 757 mm. br. tr. och 16,8° C.

	Beräknadt	Funnet.
för $C_6H_4NH_2 \cdot C_2N_2(CH_3) \cdot CO_2H$ .		
N	25,7	26,1.

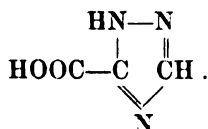
En vattenbestämning gaf:

0,6793 gr. förlorade vid 110° C. 0,0538 gr.

	Beräknadt	Funnet.
för $C_6H_4NH_2 \cdot C_2N_2(CH_3) \cdot CO_2H + H_2O$ .		
H <sub>2</sub> O	7,6	7,9.

Syran löses lätt både af ammoniak och saltsyra vid vanlig temperatur. Hon smälter vid 196—196,5° C. under stark gasutveckling.

### *Triazolkarbonsyra.*



8 gr. amidofenyltriazolkarbonsyra löstes i 60 gr. 50-procentig natronlut, och till den varma lösningen sattes portionsvis en äfvenledes varm koncentrerad kamäleonlösning (ungefär 40 gr. kamäleon). Därvid reducerades genast permanganatet, och brunsten utföll i mängd; mot slutet gick oxidationen långsammare. Sedan kolfven fått stå under ungefär 12 timmar på vattenbad, utan att kamäleonlösningen vidare affärgades, förstördes öfverskott af permanganat med litet alkohol, brunstenen affiltrerades och tvättades med vatten. Lösningen, som var gulfärgad, koncentrerades jemte tvättvattnet på vattenbad, hvarvid en gul kropp i ringa mängd afskilde sig, hvilken möjligen är en azoxiförening.<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Bland brunstenen finnes mera af denna gula förening. Löses nämligen brunstenen i svafvelsyrlighetsvatten, så kvarblifva olösta gula flockar, dock i ej synnerligen stor mängd.

Denna affiltrerades, lösningen surgjordes efter afsvälning med ättiksyra och försattes med klorkalciumlösning, så länge fällning uppstod. Efter kalciumoxalatets affiltrering försattes det i det närmaste färglösa filtratet med kopparsulfatlösning, hvarvid ett vackert blått, amorf kopparsalt afskilde sig, hvilket affiltrerades och uttvättades noga. Utan att torkas uppslammades det samma i vatten, och blandningen kokades med litet kalilut. Därvid inträffade stundom, att något litet af kopparn gick i lösning, men detta kan utfällas genom tillsats af några droppar nyberedt svafvelammonium. Efter kopparns affiltrering försattes lösningen efter afsvälning med svafvelsyra i ringa öfverskott, hvarvid en hvit fällning afskilde sig, som under mikroskop ej kunde upptäckas vara kristallinisk. Denna förening utgör triazolkarbonsyran, hvilket en kväfvebestämning bekräftade. Lufttorkad substans förlorade vid torkning vid 100° C. högst obetydligt i vikt.

0,1150 gr. vid 100° C. torkad substans gaf 35,8 ccm. N-gas, mätt öfver kalilut vid 764 mm. bar. tr. och 17,4° C.

	Beräknadt.		Funnet.
C <sub>3</sub>	36	31,9	—
H <sub>3</sub>	3	2,6	—
N <sub>3</sub>	42	37,2	37,0
O <sub>2</sub>	32	28,3	—
	113	100,0	

Denna syra bör vara identisk med en af ANDREOCCI (l. c.) erhållen triazolkarbonsyra. Genom att behandla en af honom framställd fenylmetyltriazol med kamäleon i *sur* lösning har han lyckats oxidera bort fenylgruppen direkt utan att i den samma behöfva införa någon amidogrupp och utan att metylgruppen angripes. Därigenom har han erhållit en metyltriazol och genom att nu behandla denna med kamäleon i *alkalisk* lösning har han oxiderat metylgruppen till karboxyl och på detta sätt erhållit en triazolkarbonsyra. Då han åter behandlade fenylmetyltriazol med kamäleon i alkalisk lösning, erhöll han genom metylgruppens oxidation till karboxyl en fenyltriazolkarbonsyra, som visade sig vara identisk med den fenyltriazolkarbonsyra, som jag användt

såsom utgångsmaterial för framställningen af triazolkarbonsyran. I ANDREOCCI och i min triazolkarbonsyra bör således karboxylgruppen intaga samma plats, hvilken denna än är. Med ett ord syrorna borde vara identiska.

Nu bildar det af mig framställda preparatet ett hvitt, amorft pulver, som knappast förlorar något i vikt vid  $100^{\circ}$  C. och smälter under stark kolsyreutveckling vid  $137^{\circ}$  C. ANDREOCCI beskriver sin syra såsom ett hvitt, kristalliniskt pulver, som redan vid  $80^{\circ}$  C. afgifver kolsyra och vid  $120^{\circ}$  C. fullständigt öfvergår till triazol. ANDREOCCI har emellertid blott ofullständigt undersökt föreningen, ja ej ens analyserat den samma.

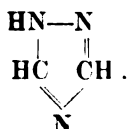
*Kopparsaltet*,  $(C_2N_3H_2 \cdot CO_2)_2Cu + 2H_2O$ . Det ofvan omnämnda amorfa blåa kopparsaltet utgör ej detta salt. Det visade sig vara jemförelsevis obeständigt och, då vid torkning ingen konstant vikt kunde erhållas, analyserades ej det samma. Syran tycks emellertid i detta blåa salt uppträda såsom tvåbasisk. Försattes emellertid detta salt i fuktigt tillstånd med så mycket koncentrerad svafvelsyra, att det går i lösning, och denna sedan utspädes med vatten, så börjar nästan genast ett finkristalliniskt tungt ljusgrönt pulver afskilja sig ur den blåa lösningen. Detta salt har ofvanstående formel. De bägge molekylerna kristallvatten bortgå vid  $115^{\circ}$  C., hvarvid saltet antar en ljusblå färg. Vid ytterligare upphettning vid  $180^{\circ}$  C. aftar saltet åter småningom i vikt och får en allt mera mörkblå färg; därvid eger sönderdelning rum. Lufttorkadt salt förlorade ej i vikt i exsickator öfver svafvelsyra.

1. 0,1392 gr. gaf vid förbränning 0,0339 gr. CuO. (Man måste vid förbränningen upphetta mycket försigtigt, ty i annat fall förpuffar saltet under eldfenomen).

2. 0,1314 gr. förlorade vid  $115^{\circ}$  C. 0,0145 gr. och gaf vid förbränning 0,0315 gr. CuO.

3. 0,1740 gr. gaf 38,2 ccm. N-gas, mätt öfver kalilut vid 758 mm. bar. tr. och  $18,6^{\circ}$  C.

	Beräknadt	Funnet.		
	för $(C_2N_3H_2 \cdot CO_2)_2Cu + 2H_2O$ .	1.	2.	3.
N	26,0	—	—	25,8
Cu	19,6	19,4	19,1	—
$2H_2O$	11,1	—	11,0	—

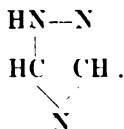
*Triazol.*

Triazolkarbonsyran afger vid smältning kolsyra och öfvergår därvid kvantitativt till triazol. Den kvarvarande nästan färglösa oljan stelnar lätt till en kristallinisk massa. För rening kan föreningen sublimeras.

0,0800 gr. gaf 41,6 ccm. N-gas, mätt öfver kalilut vid 746,5 mm. bar. tr. och 16,2° C.

	Beräknadt.		Funnet.
$C_2$	24	34,8	—
$H_3$	3	4,3	—
$N_3$	42	60,9	60,6.
	69	100,0	

Föreningen är löslig i vatten och alkohol, kan sublimera och bildar därvid färglösa nålar. Smältpunkt 120—120,5° C. Ger fällningar med metallsalter. Föreningen är tydligen identisk med den af ANDREOCCI på liknande sätt erhållna föreningen. Enligt A. kokar föreningen vid 260° C. A. har också genom en gastäthetsbestämning bekräftat sammansättningen. Härmed är det till fullo bevisadt, att ANDREOCCIS pyrrodiazolföreningar och mina triazolföreningar derivera från samma undersubstans, triazol,



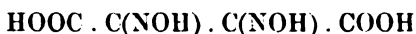
Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

## 205. Om tvänne isomera dioximidopropionsyror.

Af H. G. SÖDERBAUM.

[Meddeladt den 9 Mars 1892 genom P. T. CLEVE.]

I en föregående uppsats <sup>1)</sup> har blifvit visadt, att den genom inverkan af hydroxylamin på dioxivinsyra bildade dioximidobärnstenssyran



uppträder i två, med all sannolikhet stereoisomera modifikationer, de s. k.  $\alpha\alpha$ - och  $\beta\beta$ - eller — såsom de enligt HANTZSCHS senaste förslag till nomenklatur för stereoisomera kvävföreningar <sup>2)</sup> böra benämnas — anti- och syn-dioximidobärnstenssyror. Båda dessa dioximer afgifva med lätthet, om ock endast på indirekt väg, elementen till en molekyl vatten och en molekyl kolsyra samt öfvergå därvid till den s. k. cyanisonitrosoättiksyran



hvilken å sin sida står i nära genetiskt samband med de på senare tiden isynnerhet af L. WOLFF och hans medarbetare studerade »furazan»-derivaten.<sup>3)</sup>

Då ett fortsatt studium af denna nitrilsyra dels syntes vara af behovet påkalladt för att med full säkerhet kunna afgöra syrans konstitution, dels också lofvade att blifva af ett visst intresse i stereokemiskt afseende, så var jag betänkt på att utarbeta en bekvämare och mera gifvande metod för föreningens framställande än de båda hittills bekanta. I denna afsigt lät jag hydroxylamin inverka på den jämförelsevis lätt tillgängliga

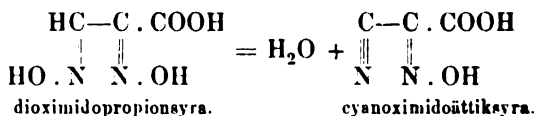
<sup>1)</sup> Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1891, sid. 497; Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXIV, 1215.

<sup>2)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXIV, 3479.

<sup>3)</sup> Ann. Chem. 240, 100; Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXIV, 1165.



dibrompyrodrufsyran i förhoppning att ur den — dittills okända — dioximidopropionsyran, som därvid efter all analogi i första hand borde bildas, genom sedermera följande afspaltning af 1 molekyl vatten komma fram till det åsyftade målet:



Uppgiften att på denna väg framställa cyanoximidoättiksyran stötte emellertid på svårigheter och väntar i sjelfva verket ännu på sin lösning. Den trängdes också snart i bakgrunden såsom en fråga af jämförelsevis underordnad intresse, sedan det redan vid undersökningens början visat sig, att äfven dioximidopropionsyran kan uppträda i åtminstone tvänne väl karakteriserade isomera modifikation, af hvilka den ena är labil, visar lägre smältpunkt och större löslighet samt bildas genom direkt inverkan af hydroxylamin på dibrompyrodrufsyra vid vanlig temperatur, under det att den andra är stabil, smälter vid högre temperatur, är svårlösligare och uppstår ur den förra genom uppvärmning, genom inverkan af vissa reagens, t. ex. klorväte samt t. o. m. genom frivillig omvandling.

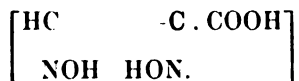
Föreliggande uppsats afser att lemna en öfversigt af dessa båda isomerers bildningssätt, egenskaper och viktigare reaktionsförhållanden.

Angående hydroxylamins inverkan på dibrompyrodrufsyra föreligger redan i literaturen en kortare notis af O. NASTVOGEL enligt hvilken nämnda reaktion skulle ge upphof till en — som det vill synas, ej analyserad eller närmare undersökt — sirupös bromhaltig produkt.<sup>1)</sup> Jag kan så tillvida icke bekräfta denna

<sup>1)</sup> Ann. Chem. 248, 86: det åsyftade stället i NASTVOGELS afhandling är af följande lydelse: »Die Neigung der Dibrombrenztraubensäure bei der Einwirkung der Hydrazine ihr sämtliches Brom zu verlieren, liess eine ähnliche Reaction mit dem Hydroxylamin und o-Tolaylendiamin erwarten. Der Versuch hat jedoch ein anderes Resultat ergeben. Hydroxylamin liefert ein sirupöses Product, welches wahrscheinlich das einfache Oxim ist» . . .

NASTVOGELS uppgift, som vid mina nedan beskrifna försök alltid fasta, halogenfria produkter erhöles; dock bestrides därmed naturligen icke, att under vissa, något förändrade försöksvilkor äfven den af NASTVOGEL omnämnda, bromhaltiga substansen kan uppstå.

### 1. Primär dioximidopropionsyra.



*Framställning:* 60 gr. dibrompyrodrufsyra, framställd enligt BÖTTINGERS <sup>1)</sup> något modifierade förfaringssätt, 48 gr. klorvätesyrad hydroxylamin och 80—90 gr. vattenfri soda löstes hvar för sig i vatten under iakttagande af, att samfälda vattenkvantiteten ej öfversteg 240 kbcm., hvarefter de olika lösningarne försigtigt blandades vid låg temperatur. Blandningen fick därpå stå någon tid vid 10—15° C. Efter en till två dagar började ett i kuber eller stora fyrsidiga taflor kristalliserande natriumsalt af den primära dioximidopropionsyran att afsätta sig. Så snart detta icke längre visade någon märkbar tillökning i mängd, skildes kristallerna från moderluten genom filtrering och präsning mellan papper. På detta sätt erhöles i allmänhet omkring 27 gr. natriumsalt af 30 gr. såsom utgångsmaterial använd pyrodrufsyra. Saltet löstes sedermera i utspädd svafvelsyra, och lösningen utskakades 4 till 5 gånger med eter. Genom eternas försigtiga afdunstning först på vattenbad, slutligen i evakuerad exsickator erhöles den primära dioximidopropionsyran i fritt tillstånd.

Under förutsättning, att fullt ren dibrompyrodrufsyra blifvit använd, visade sig den så framställda oximidocyran redan utan vidare vara så godt som fullkomligt ren. För analys renades den emellertid ytterligare genom upplösning i eter, lösningsmedlets afdunstning vid vanlig temperatur och den afsatta kristallmassans utpräsning på porös lera.

<sup>1)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XIV. 1236.

*Egenskaper.* Föreningen kristalliserar med en molekyl vatten i rent hvita, spolförmiga, rosettliskt grupperade nålar, som vid upphettning i kapillärrör sintra vid 80°, därpå under förlust af vatten ånyo stelna och slutligen smälta vid 141—143°. Smältningen är åtföljd af gasutveckling och förkolning. I vatten, alkohol och eter är föreningen löslig, i benzol nästan olöslig. Vattenlösningen reagerar starkt surt, löser karbonat under kolsyreutveckling och ger med *ferriklorid* en intensivt blodröd färgning, med *ferrosulfat* under tillsats af en droppe natronlut en obeständig, mörkviolett färgning och med *kopparacetat* en amorf, olivgrön fällning.

*Analys.* Kristallvattnet bortgår redan vid vanlig temperatur i exsickator öfver svafvelsyra.

I. 0,1985 gr. gaf 0,0227 gr. vatten.

II. 1,9655 gr. gaf 0,2290 gr. vatten.

	Ber. för $C_3H_4N_2O_4 \cdot H_2O$ .	Funnet.	
		I.	II.
$H_2O$	12,00	11,43	11,65 %.

Den vattenfria substansen lemnade vid förbränning följande värden:

I. 0,1809 gr. gaf 0,1808 gr. kolsyra och 0,0523 gr. vatten.

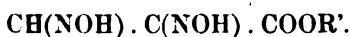
II. 0,1739 gr. gaf 31,8 ccm. kväfgas, mätt vid 20° och 756 mm.

	Ber. för $C_3H_4N_2O_4$ .	Funnet.	
		I.	II.
C	27,27	27,25	— %.
H	3,03	3,20	— %
N	21,21	—	21,26 %

En *molekylarviktbestämning*, utförd enligt *RAOULTS* krysopiska metod med vatten såsom lösningsmedel, lemnade följande resultat:

Substans.	Vatten.	Depression.	Molekylarvikt.	
			Funnet.	Beräknad.
0,7221 gr.	15,27 gr.	0,797°	112,7	132.

**Salter.** Den primära dioximidopropionsyran är en stark, enbasisk syra, som med de flesta metallradikaler ger karaktäristiska, ofta väl kristalliserande salter af allmänna formeln



Dels för att närmare karakterisera syran, dels ock för att pröfva dess natur af enhetlig substans hafva följande salter blifvit framställda och analyserade.

**Natriumsaltet,**  $\text{C}_3\text{H}_3\text{N}_2\text{O}_4\text{Na} + 3\text{H}_2\text{O}$ , uppstår, såsom redan blifvit nämnt, vid inverkan af hydroxylamin på dibrompyrodrufsyra i sodalösning vid vanlig temperatur och bildar stora, färglösa, tärningformiga kristaller eller tjocka, fyrsidiga tafloer, som vid upphettning till  $100^\circ$  förlora sitt kristallvatten.

- I. 0,2375 gr. gaf 0,1506 gr. kolsyra och 0,0959 gr. vatten.
- II. 0,1600 gr. gaf 18,4 kcm. kväfgas vid  $21,5^\circ$  och 755 mm.
- III. 0,2321 gr. gaf 0,0808 gr. natriumsulfat.
- IV. 0,2970 gr. lufttorkad substans afgaf vid  $100^\circ$  0,0797 gr. vatten.

	Ber. för	Funnet.			
	$\text{C}_3\text{H}_3\text{N}_2\text{O}_4\text{Na} + 3\text{H}_2\text{O}$ .	I.	II.	III.	IV.
C	17,31	17,29	—	—	— %.
H	4,33	4,48	—	—	— »
N	13,46	—	13,28	—	— »
Na	11,05	—	—	11,27	— »
$3\text{H}_2\text{O}$	26,56	—	—	—	26,83 »

**Ammoniumsaltet,**  $\text{C}_3\text{H}_3\text{N}_2\text{O}_4\text{H}_4\text{N}$ , erhöles genom syrans neutralisering med kaustik ammoniak och lösningens afdunstning vid vanlig temperatur i form af en hvit, i vatten särdeles lättlöslig kristallmassa af strålig struktur. Till analysen användes vid  $70^\circ$  torkad substans.

0,1845 gr. gaf 45,4 kcm. kväfgas, mätt vid  $22^\circ$  och 752 mm.

	Ber. för $\text{C}_3\text{H}_3\text{N}_2\text{O}_4$ .	Funnet.
N	28,19	28,26 %.

**Silfversaltet,**  $\text{C}_3\text{H}_3\text{N}_2\text{O}_4\text{Ag}$ , utkristalliserar vid tillsats af silfvernitratt till syrans vattenlösning. Det består af mikrosko-

piska, till knippen eller klotformiga aggregat förenade nålar af gulhvit färg och är tämligen beständigt emot ljuset.

0,2621 gr. gaf 0,1556 gr. klorasilfver.

Ber. för $C_3H_3N_2O_4Ag$ .		Funnet.
Ag	45,12	44,68 %.

*Kalciumsaltet*,  $(C_3H_3N_2O_4)_2Ca + 2H_2O$ , erhållet genom syrans neutralisering med rent kalciumkarbonat och den filtrerade lösningens frivilliga afdunstning, bildar fina, hvita, i vatten lätt lösliga nålar. Kristallvattnet bortgår fullständigt vid  $100^\circ$ .

0,2167 gr. lufttorkadt salt gaf 0,0237 gr. vatten och 0,0859 gr. kalciumsulfat.

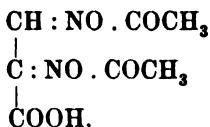
Ber. för $C_6H_6N_4O_8Ca + 2H_2O$ .		Funnet.
Ca	11,83	11,39 %.
$2H_2O$	10,65	10,94 %.

*Bariumsaltet*,  $(C_3H_3N_2O_4)_2Ba + 5H_2O$ . Framställningssättet analogt med kalciumsaltets. Sedan den neutrala lösningen adunstat till ringa volym, ansköt saltet i form af stora aggregat af fyrsidiga, snedvinkliga, glänsande taflor, som vid upphettning under förlust af kristallvatten antogo gul färg.

0,2569 gr. lufttorkadt salt afgaf vid  $80^\circ$  0,0464 gr. vatten och lemnade efter afrykning med svafvelsyra 0,1221 gr. bariumsulfat.

Ber. för $C_6H_6N_4O_8Ba + 5H_2O$ .		Funnet.
Ba	27,98	27,93 %.
$5H_2O$	18,41	18,06 %.

*Inverkan af ättiksyreanhydrid. Diacetylörening.* Den vattenfria, fint pulveriserade syran behandlades med ättiksyreanhydrid i öfverskott under flitig omskakning. (omkr. 5 cem. anhydrid på 1 gr. syra). Sedan fullständig lösning inträdt, afdunstades vätskan i vakuumexsickator öfver kali, hvarvid inom kort aflånga, sexsidiga taflor började utkristallisera. Den nya föreningen smälte vid  $135^\circ$  under stark gasutveckling, men utan förkolning. Enligt analysen visade den sig vara en *diacetylörening* af *dioximidopropionsyra*:



Det må särskildt framhållas, att alldeles samma förening uppstår, vare sig inverkan af ättiksyreanhydrid eger rum vid vanlig temperatur eller vid 50—60°, ja till och med vid 90—100°. I sistnämnda fallet går oximidosyran visserligen mycket hastigare i lösning, men utbytet ställer sig något, om också icke mycket ogynnsammare.

I. 0,1816 gr. gaf 0,2597 gr. kolsyra och 0,0665 gr. vatten.

II. 0,2430 gr. gaf 26 kcm. kväfgas, mätt vid 13,5° och 750 mm.

III. 0,1886 gr. gaf 21,6 kcm. kväfgas, mätt vid 10° och 729 mm.

	Ber. för $\text{C}_7\text{H}_8\text{N}_2\text{O}_6$ .	Funnet.		
		I.	II.	III.
C	38,89	38,98	—	— %
H	3,70	4,02	—	— >
N	12,96	—	12,62	13,29 >

Föreningen är löslig i alkohol och eter, löslig i kloroform, olöslig i benzol. Behandlad med litet vatten, går den till en början i lösning, men utkristalliserar redan efter några ögonblick i förening med en molekyl vatten. Det så erhållna *hydratet* bildar små fyrsidiga, tjocka taflor eller romboederliknande kristaller, som sintra vid 80° och smälta vid 90—92° under stark gasutveckling. Det förlorar den upptagna vattenmolekylen redan i exsickator öfver svafvelsyra och återtar därvid den ursprungliga högre smältpunkten.

0,2384 gr. gaf 0,0183 gr. vatten.

	Ber. för $\text{C}_7\text{H}_8\text{N}_2\text{O}_6 + \text{H}_2\text{O}$ .	Funnet.
$\text{H}_2\text{O}$	7,69	7,67 %

Vid tillsats af mera vatten går det emellertid i lösning. Later man denna lösning stå någon tid, inträder så småningom saponifikation. Anmärkningsvärdt är, att man härvid icke er-

håller den primära dioximidopropionsyran tillbaka i oförändradt tillstånd, utan i stället den därmed isomera sekundära syran, hvilken utan svårighet kunde identifieras genom sin högre smältpunkt och sina afvikande löslighetsförhållanden, äfvensom genom ammoniumsaltets karakteristiska förhållande till utspädd svafvelsyra (se nedan).

Vid diacetylföreningens behandling med *sodalösning* eller *natronlut* erhöles, utom ättiksyra, likaledes den sekundära dioximidopropionsyran, hvilken isolerades genom den alkaliska lösningens öfvermättning med utspädd svafvelsyra och därpå följande utskakning med eter.

*Upphettas* diacetylföreningen i profrör med tillhjälp af et svafvelsyrebad till  $130-140^{\circ}$ , så inträder under förlust af kolsyra (påvisad medels barytvatten) och ättiksyra en särdeles häftig sönderdelning, som fortgår, äfven ifall uppvärmningen afbrytes. Sedan gasutvecklingen fullständigt upphört, återstod en i det allra närmaste färglös, af ättiksyra starkt luktande olja, som torkad i exsickator öfver kali och sedermera utsatt för sträng vinterköld, utan svårighet stelnade till en stråligt kristallinisk massa. Den på porös lera torkade substansen smälte utan gasutveckling vid  $46^{\circ}$ . Analysen ledde till den empiriska formeln  $C_4H_4N_2O_2$ .

0,0887 gr. gaf 18,6 kcm. kväfgas, mätt vid  $14,5^{\circ}$  och 765 mm.

	Ber. för $C_4H_4N_2O_2$ .	Funnit.
N <sup>1)</sup>	25,00	25,14 %.

För denna förenings egenskaper och konstitution lemnas längre fram en utförligare redogörelse, enär, såsom vid samma tillfälle skall visas, en fullkomligt identisk produkt äfven uppstår vid direkt inverkan af ättiksyreanhydrid på sekundär dioximidopropionsyra.

*Inverkan af acetylklorid* på den primära dioximidopropionsyran lemnade egendomligt nog städse ett otillfredsställande resultat på grund af syrans utomordentliga ömtålighet gent emot

<sup>1)</sup> Om bestämningen af kol och väte se nedan.

detta reagens. Fick reaktionen försiggå vid vanlig rumstemperatur, inträdde i allmänhet mer eller mindre fullständig förhartsning, så att företrädesvis gulbruna, smetiga produkter erhöles, hvilka icke vidare kunde förarbetas. Vid 0° var förloppet så till vida gynsamare, som i detta fall en visserligen icke särdeles betydlig kvantitet af en kristalliserande diacetylförening kunde isoleras i analysrent tillstånd, men äfven härvid uppträdde alltid den nyssnämnda trögflytande, gulbruna oljan som bi- eller rättare sagt huvudprodukt.

Den fasta acetylföreningen befriades från moderluten genom utbredning på poröst lergods och upprepade befuktning med små mängder kall eter. Det obetydliga utbytet tillstodde icke fraktionerad omkristallisering. Antagligen på grund af små spår vidhäftande föroreningar, som i hvarje fall icke utöfvade något märkbart inflytande på analysresultaten, visade föreningen i allmänhet en något lägre smältpunkt (128—129°) än det med tillhjälp af ättiksyreanhydrid framställda diacetatet, med hvilket den för öfrigt noga öfverensstämde såväl i fråga om kristallform och löslighet som med hänsyn till sitt förhållande emot reagentier. Särskildt sönderfaller den vid saponifiering i ättiksyra och sekundär oximidosyra alldeles som det ofvannämnda, vid 135° smältande diacetatet, hvadan de båda föreningarnes identitet icke torde vara tvifvel underkastad.

#### Analys:

0,1836 gr. gaf 20,4 kcm. kväfgas, mätt vid 14° och 753 mm.

	Ber. för $C_7H_5N_2O_6$ .	Funnit.
N	12,96	13,13 %.

*Inverkan af saltsyra.* Om man löser den primära dioximidopropionsyran i vatten och inleder klorvätegas i lösningen, så färgas denna så småningom gul under utveckling af kolsyra och cyngas. Oximen *sönderfaller* således åtminstone delvis i enlighet med ekvationen:



Angående den omlagrande inverkan, som saltsyra under vissa omständigheter utöfvar på primär dioximidopropionsyra, se nedan.

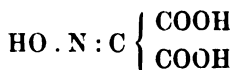


*Inverkan af alkalier.* Då syran kokades med stark kalilut (1 del kali på 3 delar vatten) under kylrör, gjorde sig efter omkr.  $\frac{1}{2}$  timmes förlopp en stark ammoniaklukt märkbar. Så snart ammoniakutvecklingen afstannat, hvilket inträffade först efter 4 till 5 timmars kokning, neutraliserades lösningen med ättiksyra, filtrerades därpå och försattes med alkohol i öfverskott. Härvid utföll det särdeles karakteristiska kaliumsaltet af *isonitrosomalonsyran* <sup>1)</sup> i form af färglösa oljedroppar, hvilka snart stelnade till hvita blad.

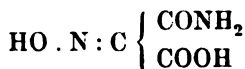
0,3096 gr. lemnade 0,2516 gr. kaliumsulfat.

Ber. för $C_3HNO_5K_2 + \frac{1}{2}H_2O$ .		Funnet.
K	35,84	36,43 %.

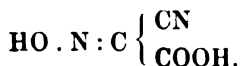
Bildningen af isonitrosomalonsyra



låter lätt förklara sig genom antagandet, att dioximidopropionsyran i första stadiet af reaktionen antingen omlagras till den isomera halfamiden af isonitrosomalonsyra:

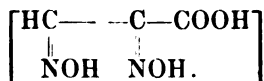


eller också under afspaltning af vatten öfvergår till cyanisonitrosoättiksyra:



I hvilketdera fallet som helst bör vid fortsatt inverkan af alkali tydligen isonitrosomalonsyra erhållas.

## II. Sekundär dioximidopropionsyra.



*Framställning.* Omsättningen mellan hydroxylamin och dibrompyrodrufsyra i sodalösning är vid vanlig temperatur aldrig fullständig. Om filtratet från det utkristalliserade natriumsaltet

<sup>1)</sup> Ann. Chem. 131, 292.

af den primära syran uppvärms på vattenbad till 50—60° under ett par timmars tid och därefter surgöres med svafvelsyra och upprepade gånger utskakas med eter, så erhålles vid eterlösningens afdestning ytterligare en kvantitet dioximidopropionsyra. Denna är emellertid icke identisk med den ofvan beskrifna primära oximen, utan utgör en ny, mera stabil modifikation, hvilken tillsvidare må benämnas *sekundär* dioximidopropionsyra. Denna skiljer sig från den primära syran framför allt genom sin högre smältpunkt (172°) äfvensom genom sin större svårslöslighet i vatten och eter. Utom på nyss angifna sätt kan den äfven erhållas genom att behandla den primära syran med klorväte eller till och med genom spontan omlagring af densamma.

Omlagringen medels klorväte verkställes lämpligen på det sätt, att man löser den primära syran i minsta möjliga mängd kaustik ammoniak och öfvermåttar den med snö afkylda lösningen med rykande saltsyra. På grund af sin svårslöslighet afskiljer sig härvid den sekundära syran i form af ett hvitt, tungt kristallpulver, hvilket omedelbart därefter upptages på sugfiltrum och tvättas med kallt vatten, till dess att filtratet är fritt från salmiak. Därefter renas produkten genom förnyad upplösning i ammoniak och fällning med, utspädd svafvelsyra. Naturligtvis kan äfven förfaras så, att den fria syran, som i detta fall bör vara fint pulveriserad, under någon tid lemnas i direkt beröring med rykande klorvätesyra, dock synes den förra metoden i allmänhet vara att föredraga.

Vid längre tids förvaring af primär dioximidopropionsyra, t. ex. i exsickator, förlorar den så småningom sin löslighet i vatten, hvilket beror på dess partiella omvandling i sekundär syra. Härvid stiger visserligen präparatets smältpunkt icke i någon väsentlig grad, men om man digererar substansen med kallt vatten, går den ännu oförändrade primära syran i lösningen, och isomeren kvarstannar i form af ett hvitt, svårslösligt pulver, som numera visar den högre smältpunkten (172°). Af 2,2 gr. primär oxim erhöles på detta sätt efter omkring tre veckors förlopp icke mindre än 1,5 gr. ren sekundär oxim.

*Egenskaper.* Den efter den ena eller andra metoden framställda sekundära dioximidopropionsyran bildar i vattenfritt tillstånd ett hvitt kristallpulver, som under stark gasutveckling och pösning förkolas vid omkring  $172^{\circ}$ . I alkohol är den tämligen löslig, i vatten och eter svårlöslig, i benzol och kloroform så godt som olöslig. Särdeles karaktäristiskt är dess förhållande till utspädd svafvelsyra, hvilken ur en ammoniakalisk lösning utfaller substansen i form af långa, fina, böjliga nålar — ett förhållande, som i förbigående sagdt erbjuder ett ypperligt medel att lätt och hastigt rena eller påvisa syran. Dessa nålar smälta redan vid omkring  $156^{\circ}$  och innehålla kristallvatten, hvilket emellertid redan vid föreningens utprässning i luften börjar bortgå med en sådan hastighet, att någon fullt tillförlitlig vattenbestämning icke kunde utföras.

*Analys.* Den vattenfria substansen lemnade vid förbränning följande värden:

- I. 0,1170 gr. gaf 0,1170 gr. kolsyra och 0,0365 gr. vatten.  
 II. 0,1751 gr. gaf 31,8 kcm. kväfgas, mätt vid  $19,5^{\circ}$  och 757 mm.  
 III. 0,1572 gr. gaf 28,2 kcm. kväfgas, mätt vid  $13,5^{\circ}$  och 743 mm.

	Ber. för. $C_3H_4N_2O_4$ .	I.	Funnet. II.	III.
C	27,27	27,27	—	— %
H	3,03	3,46	—	— ,
O	21,21	—	21,18	20,96 ,

*Molekylarvichtsbestämning.*

Substans.	Vatten.	Depression.	Molekylarvigt.	
			Funnen.	Beräkn.
0,230 gr.	15,65 gr.	0,253'	110,4	132.

Den sekundära dioximidopropionsyran är i likhet med isomeren en stark enbasisk syra. I sitt förhållande till ferriklorid, ferrosulfat och kopparacetat äfvensom till flera andra metallsalter företer densamma knappast någon afvikelse från den isomera syran. Afgjordt olika i afseende på kristallform eller vatten-

halt äro emellertid de nedan i korthet beskrifna salterna af natrium, ammonium, silfver, kalcium och barium.

*Natriumsaltet*,  $C_3H_3N_2O_4Na + 2H_2O$ , erhöles genom syrans neutralisering med natriumbikarbonat. Det är lösligt i varmt vatten och kristalliserar vid afsväning i form af fina, hvita nålar. Kristallvattnet kunde icke aflägsnas genom upphettning till  $70^\circ$ . Vid  $100^\circ$  inträdde mörkfärgning och betydande vikt-förlust.

I. 0,1390 gr. vid  $70^\circ$  torkadt salt gaf 0,0968 gr. kolsyra och 0,0472 gr. vatten.

II. 0,1468 gr. gaf 0,0548 gr. natriumsulfat.

	Ber. för	Funnet.	
	$C_3H_3N_2O_4Na + 2H_2O$ .	I.	II.
C	18,95	18,99	— %.
H	3,68	3,74	— >
Na	12,10	—	12,09 >

*Ammoniumsaltet*,  $C_3H_3N_2O_4H_4N$ , bildar korta, sexsidiga prismor eller tjocka, fyrsidiga, sneda tafkor. Det är svärlösligare i vatten än det isomera saltet.

0,2238 gr. gaf 51,1 kcm. kväfgas, mätt vid  $11^\circ$  och 758,4 mm.

	Ber. för $C_3H_7N_3O_4$ .	Funnet.
N	28,19	27,47 %.

*Silfversaltet*,  $C_3H_3N_2O_4Ag + 2H_2O$ , uppstår, om syrans vattenlösning försättes med silfverniträt, i form af en voluminös, geléartad fällning, hvilken emellertid snart omsätter sig till platta, sidenglänsande nålar. Saltet, som är ganska ljusbeständigt, antar vid upphettning gulaktig färg. Kristallvattnet läter nästan fullständigt aflägsna sig vid  $75^\circ$ . Vid något högre temperatur aftar vikten ytterligare på grund af inträdande sönderdelning.

I. 0,2186 gr. gaf 0,0276 gr. vatten och 0,1138 gr. klor-silfver.

II. 0,1862 gr. gaf 0,0962 gr. klorsilfver.

	Ber. för	Funnet.	
	$C_3H_3N_2O_4Ag + 2H_2O$ .	I.	II.
Ag	39,20	39,18	38,88 %.
$2H_2O$	13,10	12,62	— >

*Kalciumsaltet*,  $(C_3H_3N_2O_4)_2Ca + 4H_2O$ , framställt genom den fria syrans neutralisering med kalciumkarbonat, är jämförelsevis svårlösligt i vatten och bildar små färglösa, romboederliknande kristaller.

0,2130 gr. gaf 0,0415 gr. vatten (vid  $100^\circ$ ) och 0,0782 gr. kalciumsulfat.

Ber. för $C_6H_6N_4O_8Ca + 4H_2O$ .		Funnnet.
Ca	10,70	10,80 %.
$4H_2O$	19,25	19,48 >

*Bariumsaltet*,  $(C_3H_3N_2O_4)_2Ba + 2H_2O$ , är likaledes tämligen svårlösligt i vatten och bildar ett af korta, sexsidiga prismer bestående kristallpulver. Då vattenhalten ej kunde bestämmas direkt, verkställdes förbränning med kaliumbikromat i skepp.

I. 0,2120 gr. gaf 0,1267 gr. kolsyra och 0,0452 gr. vatten.

II. 0,2645 gr. gaf 0,1409 gr. bariumsulfat.

III. 0,1751 gr. gaf 0,0939 gr. bariumsulfat.

Ber. för $C_6H_6N_4O_8Ba + 2H_2O$ .		Funnnet.		
		I.	II.	III.
C	16,56	16,30	—	— %.
H	2,30	2,36	—	— >
Ba	31,46	—	31,30	31,51 >

*Inverkan af ättiksyreanhydrid.* Den sekundära dioximidopropionsyrans förhållande till detta reagens undersöktes vid olika temperaturer, nämligen vid  $15^\circ$ , vid  $50-60^\circ$  och vid  $90-100^\circ$ . I alla tre fallen erhöles emellertid sinsemellan fullkomligt identiska produkter.

Så snart all oxim gått i lösningen, afdunstades denna öfver kali i vakuumexsickator vid vanlig temperatur. Sedan allt öfverskott af ättiksyreanhydrid på detta sätt fullständigt aflägsnats, återstod en färglös olja, som vid afkylning utan svårighet stelnade till långa, breda, vanligen något tandade nålar. Dessa smälte vid  $46^\circ$  utan gasutveckling och visade sig äfven i alla andra afseenden fullkomligt identiska med den förut beskrifna spaltningsprodukten af det vid  $135^\circ$  smältande diacetatet.

Den så erhållna föreningen är löslig i vatten, alkohol och eter samt visar den anmärkningsvärda egenskapen att redan *vid vanlig temperatur* i märkbar mån aftaga i vikt, utan att sammansättningen därvid ändras. Af alkaliska vätskor sönderdelas den synnerligen lätt under utveckling af cyanlukt.

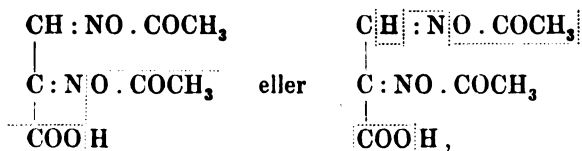
Analysen förde, såsom redan omnämnts, till den empiriska formeln  $C_4H_4N_2O_2$ .

I. 0,1475 gr. gaf 0,2294 gr. kolsyra och 0,0575 gr. vatten.

II. 0,1486 gr. gaf 30,3 kcm. kväfgas, mätt vid 14,5° och 774,5 mm.

	Ber. för $C_4H_4N_2O_2$ .	Funnet.	
		I.	II.
C	42,86	42,40	— %.
H	3,57	4,32	— »
N	25,00	—	24,75 »

Då samma förening enligt det föregående äfven uppstår af den primära oximens diacetylderivat under afspaltning af kolsyra och ättiksyra:



så kan dess konstitution svårigen vara någon annan än den genom följande formel uttryckta:



så vida man icke får antaga, att en atomomlagring samtidigt inträder, ett antagande, hvartill emellertid för närvarande åtminstone icke någon som helst anledning föreligger. Föreningen är följaktligen att uppfatta såsom ett *acetylderivat af oximido-acetonitril*.

Dess bildning genom inverkan af ättiksyreanhydrid på sekundär dioximidopropionsyra finner en osökt förklaring, i fall man antar, att äfven här i första hand ett diacetylderivat uppstår, hvilket emellertid af vissa orsaker, och sannolikt på grund af en olikartad stereokemisk konfiguration, redan vid vanlig

temperatur spontant undergår samma sönderdelning, för hvar framkallande hos den isomera föreningen en långt högre värme-grad erfordras.

*Interkan af acetylklorid på sekundär dioximidopropionsyra* försiggår vid lägre temperatur särdeles långsamt. Först efter flera dagars digerering med ett tämligen stort öfverskott af acetylklorid erhöles en produkt, hvilken delvis bestod af ett diacetylderivat, men delvis också af oangripen oximidosyra. Den genom utprässning på poröst lergods torkade blandningen särskildes genom behandling med eter, hvari acetyl-föreningen är löslig, oximidosyran däremot svårlöslig. Eterlösningen kvarlemnade vid frivillig afdunstning färglösa nålar eller prismer, som smälte vid omkring 90° under stark gasutveckling. Vid förvaring i exsickator öfver svafvelsyra förlorade substansen emellertid vatten och befanns sedermera ega smältpunkten 133°.

0,1430 gr. afgaf 0,0107 gr. vatten.

	Ber. för $C_7H_8N_2O_6 + H_2O$ .	Funnet.
$H_2O$	7,69	7,48 %.

Analysen af vattenfri substans gaf följande resultat:

0,1583 gr. gaf 17,5 cem. kväfgas, mätt vid 11° och 757,5 mm.

	Ber. för $C_7H_8N_2O_6$ .	Funnet.
N	12,96	13,28 %.

Vid saponifiering erhöles utom ättiksyra sekundär dioximidopropionsyra. Föreningen är alltså identisk med det genom inverkan af ättiksyreanhydrid på den primära syran erhållna diacetyl-derivatet.

Gent emot koncentrerad *kalilut* förhåller sig sekundär dioximidopropionsyra på fullkomligt samma sätt som isomeren. d. v. s. den afspaltar långsamt ammoniak och låter genom flera timmars kokning öfverföra sig till kaliumsaltet af isonitrosomalonsyra.

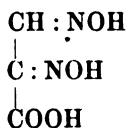
0,3282 gr. gaf 18,7 cem. kväfgas, mätt vid 13° och 738,5 mm.

	Ber. för $C_3HNO_3K_2 + \frac{1}{2}H_2O$ .	Funnet.
N	6,42	6,61 %.

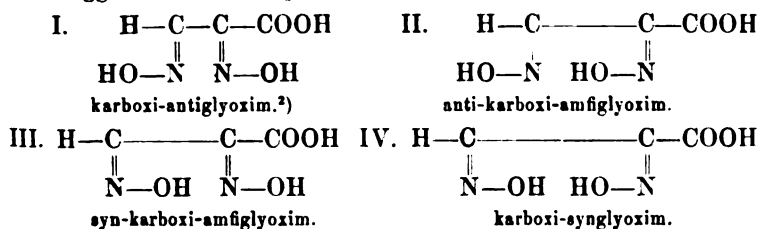
Tar man hänsyn till de båda ofvan beskrifna dioximido-propionsyrornas bildningssätt och egenskaper samt framför allt till den lätthet, med hvilken den ena syran omvandlas till den andra, så ligger det onekligen mycket nära tillhands att söka orsaken till deras isomeri i stereokemiska förhållanden; en förmodan, som vinner i sannolikhet genom den stora analogien mellan dessa båda föreningar å ena sidan och andra, bevisligen stereoisomera oximer å den andra. Tydligt är likväl, att detta antagande tarfvar ytterligare experimentel bevisning, till hvilken jag hoppas bli i tillfälle att lemna fortsatta bidrag i en kommande uppsats. Skulle detsamma därvid komma att besanna sig, så återstår sedermera ännu ett spörsmål, nämligen angående föreningarnes *konfiguration*.

De fakta, som föreligga, äro emellertid af den art, att de redan nu möjliggöra vissa slutsatser i detta afseende, isynnerhet om därvid skänkes tillbörlig hänsyn till öfriga, i analoga fall gjorda iakttagelser. Att dessa slutsatser icke kunna ega kraften af absolut bindande bevis, utan endast en, om också i och för sig ganska stor, sannolikhet, ligger i sakens natur.

För en förening af formeln



äro enligt den bekanta HANTZSCH-WERNERSka hypotesen<sup>1)</sup> icke mindre än fyra olika konfigurationer tänkbara, hvilka kunna åskådliggöras medels följande skema:

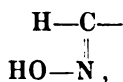


<sup>1)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXIV, 11, 2769.

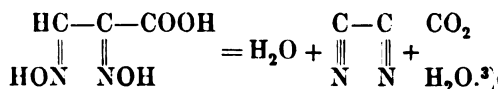
<sup>2)</sup> Jfr HANTZSCH, »Zur Nomenclatur stereoisomerer Stickstoffverbindungen» etc. Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXIV, 3479.



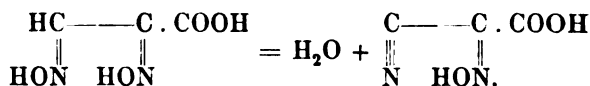
Då, såsom af en föregående undersökning <sup>1)</sup> framgår, antidioximidobärnstensyran vid behandling med ättiksyreanhydrid redan i köld glatt sönderfaller i vatten, kolsyra och dicyan, och då dessutom oximer, hvilka innehålla gruppen



med ättiksyreanhydrid spontant eller i hvarje fall med stor lätthet afspalta vatten och öfvergå till nitriler,<sup>2)</sup> så borde man med allt skäl vänta, att äfven antidioximidopropionsyran (I) under liknande försöksvilkor eller åtminstone vid 100° skulle undergå en analog sönderdelning i enlighet med ekvationen:

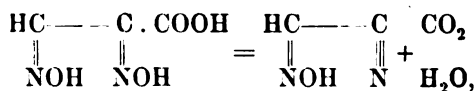


Däremot borde af samma skäl amfidioximen med korresponderande läge mellan väte och hydroxyl (II) i första hand under afspaltning af endast en molekyl vatten öfvergå till den redan bekanta cyanoximidoättiksyran:



En fortsatt afspaltning äfven af kolsyra vore däremot mindre sannolik redan af det skäl, att den nämnda cyanoximidocyran är tämligen beständig gent emot ättiksyreanhydrid.<sup>4)</sup>

I motsats härtill borde den andra möjliga amfidioximen med korresponderande läge mellan karboxyl och hydroxyl (III) eller dess i första hand bildade acetat jämförelsevis lätt förlora kolsyra och vatten resp. ättiksyra:



<sup>1)</sup> Öfvers. af K. Vet. Akad. Förh. 1891, 497.

<sup>2)</sup> Enligt benäget privatmeddelande från prof. HANTZSCH i Zürich gäller detta äfven för alifatiska aldoximer.

<sup>3)</sup> Jfr sid. 153.

<sup>4)</sup> Jfr Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXIV, 1234.

hvarvid man alltså borde erhålla antingen oximidoacetonitril eller dess acetylderivat. *På sistnämnda sätt reagerar nu i själfva verket den sekundära dioximidopropionsyran*, såsom i det föregående blifvit visadt.

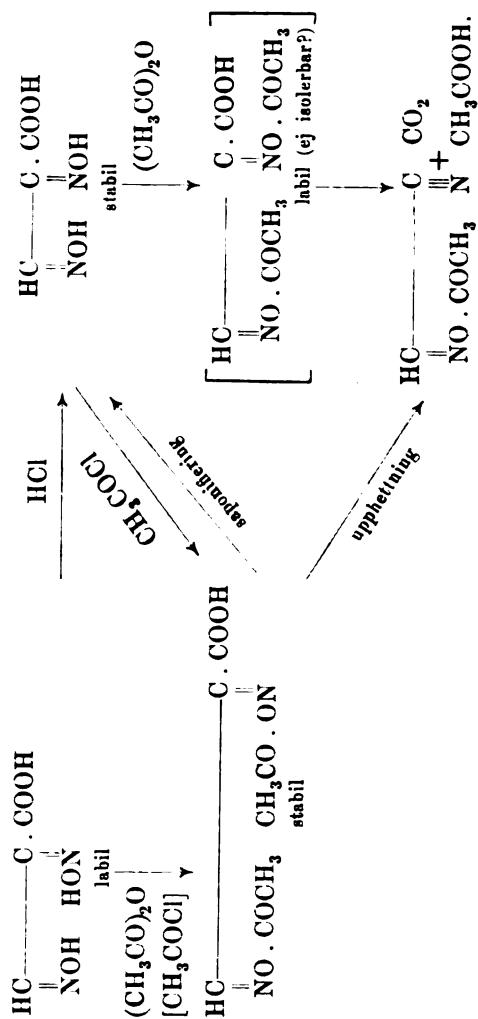
Hvad slutligen synkonfigurationen (IV) beträffar, så borde den däremot svarande oximen i likhet med syndioximidobärnstensyran visserligen i och för sig vara tämligen labil, men på samma gång bilda ett jämförelsevis beständigt diacetat utan att därvid spontant afge vare sig vatten eller kolsyra. *Detta öfverstämmer fullständigt med den primära dioximidopropionsyrans förhållande*, ty denna ger med ättiksyreanhydrid ett acetylderivat, som lätt låter isolera sig, och som först vid 130—140° sönderfaller under förlust af ättiksyra och kolsyra.

Då i hvarje fall (den primära) synoximens diacetat bör vara beständigare än (den sekundära) amfloximens, så är det äfven lätt förklarligt, att det förra under vissa omständigheter, t. ex. under inverkan af den omlagrande acetylkloriden, kan uppstå ur den i och för sig stabilare (sekundära) amfisyran. Acetylderivatens stabilitet förhåller sig således i visst afseende alldeles omvänt mot de fria oximernas, en iakttagelse som ju inom de stereoisomera kväfväforeningarnes kemi ingalunda saknar sitt motstycke.

Att det nyssnämnda, väl utan tvifvel till syndioximidowsyran hörande diacetylderivatet vid saponifiering alltid ger den sekundära amfisyran, lärer väl i betraktande af den förstnämnda syrans stora labilitet icke vara egnadt att väcka någon förvåning.

På grund af de båda isomera dioximidopropionsyrornas hittills kända reaktionsförhållande torde alltså den *primära* syran vara att uppfatta såsom *karboxi-synglyoxim*, den *sekundära* åter såsom *syn-karboxi-amfiglyoxim*.

Följande tabell afser att lemna en öfversigt af hithörande föreningars bildningssätt och viktigare reaktioner:



Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

## 207. Om azthinderivat. II.

Af N. A. LANGLET.

[Meddeladt den 9 Mars 1892 genom P. T. CLEVE.]

I föregående uppsats<sup>1)</sup> har jag beskrifvit ett hydrerad mazthinderivat, erhållet af  $\beta$ -jodpropionsyra och xantogenamid. Genom användande af substituerade xantogenamider har jag lyckats erhålla mazthinföreningar, hvilka hafva den vid qväfvet stående väteatomen utbytt mot en organisk radikal. De såsom mellanprodukt uppstående karbaminthiomjölksyrorna äro, tvärt-  
emot hvad som är fallet vid motsvarande azthiol-(thiazol-)derivat, mycket lätt isolerade och utgöra den enda produkten, om reaktionen försiggår utan användande af kondensationsmedel.

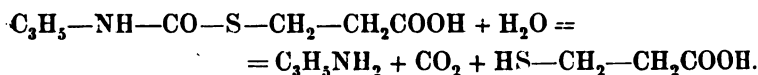
*Allylkarbaminthiomjölksyra,*

erhålles vid upphettning af en blandning af lika mol.  $\beta$ -jodpropionsyra och allylxanthogenamid. Reaktionen förlöper spontant, och den bildade produkten behandlas på samma sätt, som är nämnt vid karbaminthiomjölksyra. Ur den heta vattenlösningen kristalliserar syran i stora glasglänsande blad, som smälta vid 103°. Analys:

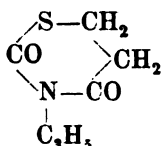
	Beräkn. för $\text{C}_7\text{H}_{11}\text{NSO}_3$ .	Funnet.
C	44,46	44,67
H	5,82	5,88
N	7,41	7,65
S	16,93	17,07

<sup>1)</sup> Denna öfversigt N:o 10: 757.

Föreningen löses lätt af vatten och alkohol, svårt af eter, och är olöslig i benzol och gasolja, som därför med fördel kan användas i st. f. eter vid syrans renande. Den är temligen obeständig och sönderfaller genom inverkan af alkalier (delvis äfven genom kolsyrade) i allylamin, kolsyra och  $\beta$ -thiomjölksyra:



*Allyldiacitetrahydromazthin,*



Om allylxanthogenamid upphettas med  $\beta$ -jodpropionsyra och acetanhydrid, så inträffar visserligen en mycket liflig reaktion, men ur den bildade produkten afskiljes ej, äfven efter flere dagars indunstning på vattenbad, några kristaller. Först efter upprepad lösning i eter och utfällning med gasolja erhålles en ytterst ringa mängd färglösa nålar, som smälta vid 78°. Det obetydliga materialet räckte endast till en qväfvebestämning (utförd å 0,0704 g.) som gaf:

	Ber. för $\text{C}_7\text{H}_9\text{NSO}_2$ .	Funnet.
N	8,18	8,34.

*Fenylkarbaminthiomjölksyra,*

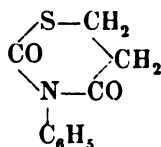


framställes på samma sätt som allylföreningen af fenylxanthogenamid och  $\beta$ -jodpropionsyra. Råprodukten löses i en ringa mängd alkohol, lösningen blandas med mångdubbla volymen kokande vatten och filtreras. Vid afsvälning stelnar lösningen till en gröt af fina hvita nålar. Föreningen smälter vid 152°, är svår-löslig i kallt vatten och eter, ytterst lättlöslig i alkohol, olöslig i benzol. Den har utprägladt sur reaktion, men tyckes icke

kunna sönderdela karbonat. Några salter har jag således icke lyckats erhålla, då alkalier och öfriga oxidhydrat genast sönderdela den i anilin, kolsyra och  $\beta$ -thiomjölksyra. Analys:

	Beräkn. för $C_{10}H_{11}NSO_3$ .	Funnet.
C	53,34	53,73
H	4,90	4,92
N	6,24	6,46
S	14,20	13,97

*Phenyldiacitetetrahydromazthin*



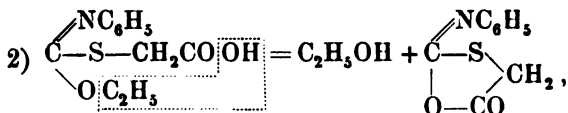
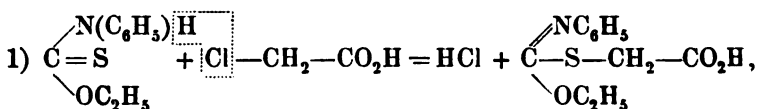
erhålles lätt ur fenylxanthogemamid på samma sätt som sinap-anpropionsyra ur xanthogenamid. Ur den varma alkohollösningen kristalliserar den i långa praktfulla nålar, som smälta vid  $139^\circ$  och äro svårslösliga i vatten och kall alkohol, olösliga i eter och benzol, lättlösliga i varm alkohol. Analys:

	Beräkn. för $C_{10}H_9NSO_2$ .	Funnet.
C	57,97	58,11
H	4,35	4,53
N	6,76	6,89
S	15,46	15,77

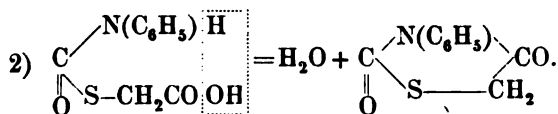
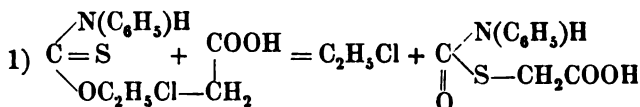
Ur metylxantogenamid har jag icke lyckats erhålla någon kristalliserbar produkt, ehuru det tyckes, som om reaktionen skulle förlöpa på samma sätt; åtminstone utvecklas betydliga kvantiteter etyljodid. Metyl-xantogenamid, som ej finnes upptagen i de kemiska handböckerna och därför ej synes vara framställd, är en olja, som stelnar i en köldblandning af klorcalcium och snö och som kokar vid omkring  $193^\circ$ .

Hvad reaktionen emellan de substituerade xantogenamiderna och  $\beta$ -jodpropionsyra beträffar, så är det väl icke tvifvel underkastadt, att den vid närvaro af acetanhydrid förlöper fullkomligt

analogt med den reaktion, som eger rum mellan förstnämnda kroppar och monoklorättiksyra. Åt denna reaktion har förut gifvits tvänne tolkningar, dels af LIEBERMANN: <sup>1)</sup>

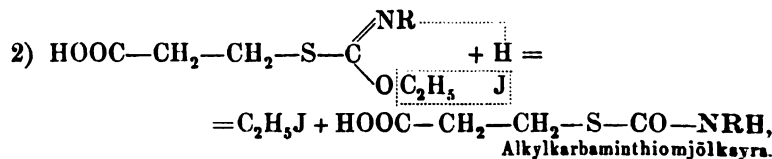
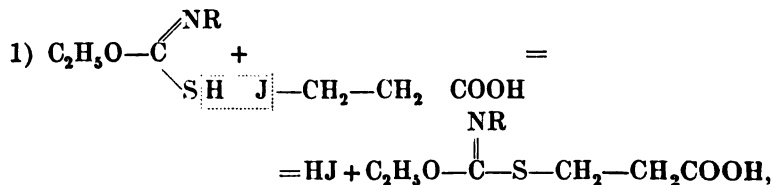


dels af P. MEYER <sup>2)</sup>



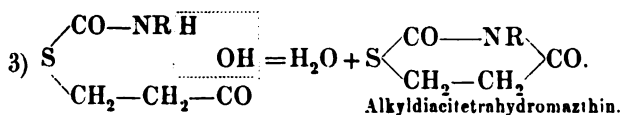
Den af LIEBERMANN antagna sammansättningen är länge sedan bevisad vara oriktig, och om hans, så väl som om MEYERS tolkning, gäller ju den anmärkningen att de antaga den numera förkastade formeln  $\text{C}_2\text{H}_5\text{O}-\text{CS}-\text{NHR}$  för xanthogenamiderna.

Enklarest och sannolikast tolkas, enligt min åsigt, reaktionen genom följande eqvationer.



<sup>1)</sup> Ann. Chem. Pharm. 207: 137. Ber. d. deutsch. chem. Ges. XIII: 276.

<sup>2)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XIV: 1663.

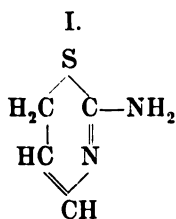


### *Propinsvafvelurinämne.*

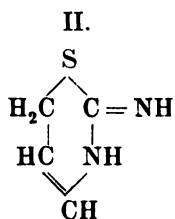
Denna förening, af hvilken jag i min förra uppsats meddelade en analys, framställes lättast ren på följande sätt. 5 g. svafvelurinämne och 5 g.  $\beta$ -klorpropionaldehyd öfvergjutas i en kolf med 20 g. isättika, och blandningen kokas i en half timme med uppåtvänt kylrör. Efter afsvälning tillsättes en lika volym absolut alkohol, lösningen filtreras och blandas med fyrdubbla volymen vattenfri eter. Härvid utfaller klorhydratet af basen i form af sega klumpar, hvilka, sedan etern afhållts, lösas i vatten. Efter filtrering, om så behöfves, utfälles basen med ammoniak. Om fällningen sker vid tillräckligt låg temperatur afskiljes föreningen i form af ett gulhvitt pulver, ytterst svårlösligt i alla lösningsmedel utom syror. Föreningen quarhåller med stor kraft en half mol. vatten, som först bortgår vid upphettning öfver  $150^\circ$ . Vid denna temperatur börjar föreningen att mjukna, men smälter ej fullständigt innan den sönderdelas (vid ungef.  $165^\circ$ — $170^\circ$ ). Fukta med vatten, reagerar den starkt alkaliskt; syror lösa den lätt men aldrig fullständigt och lösningen håller ammoniumsalt, hvilket tyckes visa att sönderdelning delvis eger rum. Ur dessa lösningar fälla platinaklorid och qvicksilfverklorid amorfa dubbelsalter, hvilka dock icke kunnat erhållas af konstant sammansättning: så växlar t. ex. platinahalten i Pt-saltet från 28 % till 36 %. De öfriga salterna äro amorfa gummiliknande massor, i hög grad hygroskopiska och omöjliga att analysera, med undantag af pikratet, som faller såsom ett gult pulver vid tillsats af pikrinsyrelösning till basens lösning i klorvätesyra. En kväfvebestämning å det samma gaf  $N=21,13$ , ber. 20,41,



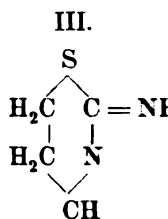
I afseende på föreningens konstitution har man att v på tre olika formler:



amidomazthin,

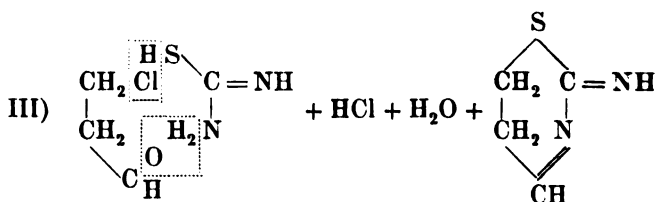
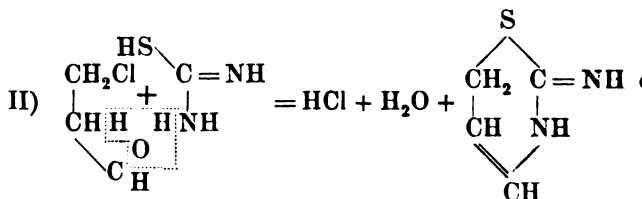
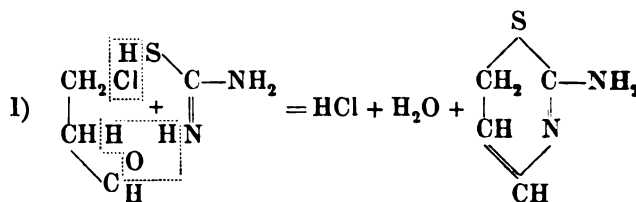


imidoortodihydromazthin,



imidoparadihydromazthin,

motsvarande tre olika reaktionsförlöpp:



Då basen icke ger vare sig någon diazoförening eller ac eller nitrosoderivat, och det öfver hufvud taget ej synes mö att af densamma erhålla några derivat med sådana egensk att de kunna analyseras, så tyckes det vara svårt om omöjligt att på denna väg afgöra, huru vida det föreligger amido- eller imidoförening.

För att i någon mån vinna klarhet härutinnan har jag försökt att genom oxidation af thiosinnamin erhålla en liknande förening. Genom kokning af thiosinnamins diiodadditionsprodukt har jag verkligen lyckats erhålla en ringa mängd af en substans, som till stor del öfverensstämmer med den af  $\beta$ -klorpropionaldehyd och svafvelurinämne erhållna produkten, men som afviker från densamma genom sin beständighet vid upphettning (den sönderdelas ej förrän vid  $250^\circ$ ). En qväfvebest. å den samma gaf något för lågt resultat sannolikt beroende på att den trots upprepade lösning i HCl och utfällning med  $\text{NH}_3$  ej blifvit fullständigt befriad från en envist vidhängande oljaktig förorening. Emellertid kan man med full säkerhet antaga att den produkt som på detta sätt bildas ej är identisk med ofvan beskrifna propinsvafvelurinämne. I sådant fall kan ej den med II betecknade konstitutionsformeln tillkomma sistnämnda förening, då thiosinnamindibromiden borde ge upphof till en förening af nämnda konstitution. Sannolikast är väl, att reaktionen förlöper analogt med bildningen af de TRAUMANN'ska amidothiazolerna (reaktionsförloppet I). Den långsamhet, hvarmed den förstnämnda reaktionen försiggår i jemförelse med den sednare, har väl varit anledningen till att TRAUMANN<sup>1)</sup> uppgifvit, att  $\beta$ -klorpropaldehyd ej inverkar på svafvelurinämne, hvilket förhållande han förklarar med den sexlediga kärnans ringa beständighet.

De till denna grupp hörande alkylimidoföreningarne, hvilka erhållas af motsvarande thiokarbamider, äro ytterst svåra att få rena och inbjuda till följd af sina fysikaliska egenskaper knappast till vidare undersökning.

Deremot synes det, som om andra thiamider t. ex. xanthogenamid och thiobenzamid skulle gifva kristalliserbara derivat, hvilkas undersökning erbjuder mera intresse.

<sup>1)</sup> Ann. Chem. Pharm. 249: 35.

## Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. från sid. 12)

**San Francisco.** *California academy of sciences.*

Proceedings. (2) Vol. 3: P. 1. 1891. 8:o.

**S:t Petersburg.** *K. Universitetet.*Otschott... — Redogörelse öfver undersökningar och arbete  
1890/91. 8:o.**Sydney.** *Royal society of N. South Wales.*

Journal and proceedings. Vol. 24(1890): P. 2. 8:o.

— *Linnean society of N. South Wales.*

Proceedings. (2) Vol. 1—4, 6: 1. 1888—91. 8:o.

**Tiflis.** *Physikalisches Observatorium.*

Magnetische Beobachtungen. Jahr 1888—90. 8:o.

**Washington.** *U. S. Geological survey.*

Annual report. 10(1888/89): P. 1. Geology; 2. Irrigation. st. 8:o.

Bulletin. N:o 62, 65, 67—81. 1890—91. 8:o.

**Wien.** *K. K. Geographische Gesellschaft.*

Mittheilungen. Bd. 34(1891). 8:o.

**Zürich.** *Naturforschende Gesellschaft.*

Vierteljahrsschrift. Jahrg. 34(1889): H. 3—4; — 36(1891): 1—2.

Neujahrsblatt. Jahr 1892. 4:o.

**Utgifvarne.**Zoologischer Anzeiger, hrag. von J. V. CARUS. Jahrg. 14(1891):  
353—380. 8:o.American Journal of science, ed. by J. and E. DANA. (3) Vol. 4:  
(1891): N:o 241—252. 8:o.Annals of Scottish natural history... ed. by J. A. HARVIE-BROWN,  
J. W. H. TRAIL, W. E. CLARKE. Vol. 1(1892): N:o 1. 8:o.Revista Argentina de historia natural, publication dirigida por  
AMEGHINO. T. 1(1891): Entr. 1, 6. 8:o.**Författarne.**AURIVILLIUS, CHR., Collection d'Insectes formée dans l'Indo-Chine  
Pavie: Curculionines. Paris. 4:o.BÄCKSTRÖM, H., Beiträge zur Kenntniss der Isländischen Lippen-  
(Diss. Heidelberg.) Sthm. 1892. 8:o.

KROK, TH. O. B. N., Svensk botanisk literatur 1890. Lund 1891.

NORDSTEDT, O., On the value of original specimens. Padova 1891.

— Särtryck ur Botaniska notiser. 24 häften. 8:o.

ABETTI, A., Osservazioni astronomiche fatte a Padova nel  
Venezia 1891. 8:o.ANGELITTI, F., Variazioni della declinazione magnetica osservate  
Capodimonte nell' anno 1889. Napoli 1890. 4:o.

(Forts. å sid. 173)

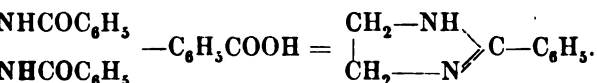
Meddelanden från Upsala kemiska laboratorium.

Om etylendiamins inverkan på tiobenzamid.

Af G. FORSSELL.

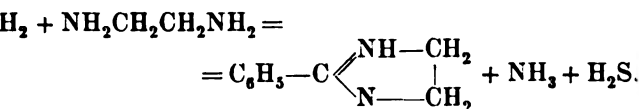
[Meddeladt den 9 Mars 1892 genom P. T. CLEVE.]

En upphettning af dibenzoyletylendiamin, antingen en-  
er bättre i en ström af torr klorvätegas, har v. HOF-  
mållit föreningen benzenyletylendiamin: <sup>1)</sup>



beskrifver densamma som en stark bas, som smälter  
och är löslig i alkohol och eter, mindre lös i  
Med saltsyra, svavelsyra och salpetersyra ger den i  
h alkohol lösliga, väl kristalliserande salter. HOF-  
ej analyserat sjelfva basen, utan endast bestämt pla-  
och guldhalt i resp. platina- och guldchloriddubbel-

jag haft tillfälle nämna i ett föregående meddelande,<sup>2)</sup>  
amma förening äfven genom etylendiamins inverkan på  
id enligt schemat:



enzamid upphettades i kolf på vattenbad med något mer  
nade mängden etylendiaminhydrat  $\text{C}_2\text{H}_4(\text{NH}_2)_2 + \text{H}_2\text{O}$ .

Deutsch. chem. Ges. XXI, p. 2332.  
af K. Vet.-Akad. Förh. 1891, N:o 10.

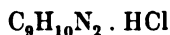
Utvecklingen af ammoniak och svafvelväte försiggick i b under stark pösning. Upphetningen fortsattes till dess l af svafvelväte i det närmaste upphört. Den klara, gulb sirapsliknande reaktionsprodukten slogs på ett täckglas, där snart stelnade till en stråligt kristallinisk massa. Efter u ning med en ringa mängd vatten tillsattes saltsyra till sur tion. Därvid förblefvo olösta dels en grüngul, i alkohol löslig svafvelhaltig substans, dels en hartsartad, i kall al olösliq kropp. Efter filtrering försattes den saltsura lösni med natronlut, hvarvid en tung olja utföll. Inom kort ste densamma till kristaller, hvilka renades genom omkristallis antingen ur en blandning af benzol och gasolja, eller u senare lösningsmedlet oblandadt. Föreningen erhöles på sätt i stora vattenklara, hårda nålar, som började mjukna ungefär 98° och smälte vid 101°.

Analysen gaf i procent:

	Ber. för $C_9H_{10}N_2$ .	Funnet.
$C_9$	73,97	73,51
$H_{10}$	6,85	7,08
$N_2$	19,18	19,45.

Föreningen är en stark bas, som i vattenlösning b rödt lackmuspapper. Den är löstlösliq i alkohol och b svårlösliq i gasolja och vatten. Ur vattenlösning kan den dragas med eter.

#### *Klorhydratet.*

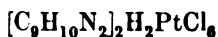


Hvita nålar eller fjäll, löstlösliqa i vatten och alkohol. Det senare lösningsmedlet fällbara med eter.

En klorbestämning gaf i procent:

	Beräknadt.	Funnet.
HCl	20,00	19,30.

#### *Kloroplatinatet.*

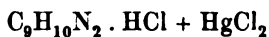


Orangegul fällning. Smältpunkt 200°.

ys:

	Beräknadt.	Funnet.
Pt	27,88	27,32.

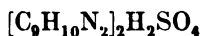
*Kvicksilfverkloridföreningen.*



ls som hvita nålar vid blandning af en lösning af  
altsyra med en sublimatlösning. Smältp. 192—195°.  
analys erhöills:

	Beräknadt.	Funnet.
Cl	23,48	23,14
N	6,17	6,38.

*Sulfatet.*

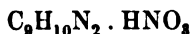


nålar. Lättlösligt i vatten och i alkohol; fäldes ur  
lösningsmedlet med eter.

ys:

	Beräknadt.	Funnet.
$\text{H}_2\text{SO}_4$	40,16	40,26.

*Nitratet.*



ösligt i vatten och i alkohol; ur det senare fällbart

vebestämning:

	Beräknadt.	Funnet.
N	20,10	19,64.

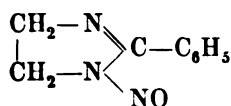
*Pikratet.*



ls som en fällning af vackra, gula nålar genom bland-  
alkohollösningar af pikrinsyra och basen. Smältpunkt

vebest.:

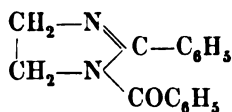
	Beräknadt.	Funnet.
N	18,67	18,77.

*Nitrosoföreningen.*

Några decigram af basen löstes i utspädd isättika, hv större öfverskott af syra undveks; därpå tillsattes en kor trerad lösning af kaliumnitrit, då inom kort en klar olja u som snart stelnade till nålar. Efter omkristallisering ur alkohol visade de smältpunkten 66—67°. Färgen stötte nä rödgult.

En kväfvebestämning gaf i procent:

	Beräknadt.	Funnnet.
N	24,00	24,35.

*Benzoylderivat,*

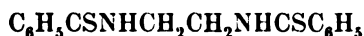
Basen skakades med natronlut och benzoylklorid i ö skott. Den sålunda erhållna klibbiga produkten tvättades svag natronlut. Vid försök att omkristallisera densamm skilda lösningsmedel visade den sig lätt löslig till och med alkohol, kloroform och benzol, olöslig i kall, svårlösli i kok gasolja. Den kunde ej på detta sätt erhållas kristallinisk, endast som en seg olja, som äfven efter flere dagars upphet till öfver 100° ej visade fullt konstant vigt men väl tecke kristallisering. Då en liten kvantitet af oljan i flera dagar stå under gasolja, började små bollar af hvita nålar visa Möjligen föreligger här benzoylderivatet i kristalliserad Analyserna, som gjordes på den nyssnämnda torkade oljan, visserligen lika väl på en förening af dibenzoyletylen dia sammansättning; att dock icke denna senare förening, uta sökta benzoylderivatet af anhydrobasen här föreligger, fra med full säkerhet af de från dibenzoyletylen diamin ytters

fysiska egenskaperna. Dibenzoyletylendiamin, som för  
s skull framställes, erhöles nämligen genast i fast,  
rad form, och visade sig, i full enlighet med v. HOF-  
uppgift, ytterst svärlöslig i alkohol; äfven i kloroform  
endast med svårighet.

ne kväfvebestämningar gåfvo i procent:

	Beräknadt.	Funnit.
N	11,20	10,78 10,97.

i början omtalade svafvelhaltiga, i alkohol lättlösliga,  
och syror olösliga substansen har jag trots upprepade  
kunnat erhålla i ren form. Än visar den en smält-  
gande mellan 120° och 135°, än smälter den temligen  
158°. En kväfvebestämning äfvensom en kol- och  
ning gåfvo värden, väl stämmande med en förening  
e sammansättning:



dibenzoyletylendiamin.

velbestämningarna stämde däremot hvarken med ofvan-  
ormel eller sinsemellan.

meddelar emellertid analyserna:

knadt för	Funnet.					
$(\text{CSNHCH}_2)_2$ .	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
64,00	63,64	—	—	—	—	—
5,33	5,61	—	—	—	—	—
9,33	—	9,63	—	—	—	—
21,33	—	—	17,84	17,82	15,64	28,14.

att se om föreningens molekylarvigt stämde med den  
ibenzoyletylendiamin beräknade eller 300, gjordes försök  
ylarvigtsbestämning enligt RAOULS metod med isättika  
ngsmedel. Härvid erhöles följande värden:

P = 0,0826; L = 19,15; C = 0,048° C.; M = 350.

P = 0,1952; L = 19,15; C = 0,144° C.; M = 276.



**Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.**

(Forts. från sid. 172.)

- BLYTT, A., Bidrag til Kundskaben om Norges Soparter. 2—3. Kra 1891—92. 8:o.
- Nye Bidrag til Kundskaben om Karplanternes Udbredelse i Norge. Kra 1892. 8:o.
- Om to Kalktufdannelser i Gudbrandsdalen. Kra 1892. 8:o.
- DÖLLEN, W., Stern-Ephemeriden auf das Jahr 1892 zur Bestimmung von Zeit und Azimut . . . Berlin 1891. 8:o.
- HALE, G. E., Recent results in solar prominence photography. Chicago 1891. 8:o.
- HARTMANN, J., Die Vergrößerung des Erdschattens bei Mondfinsternissen. Lpz. 1891. st. 8:o.
- LEMSTRÖM, S., Om elektricitetens inflytande på växterna. Hfors 1890. 4:o.
- Expériences sur l'influence de l'électricité sur les végétaux. Hfors 1890. 4:o.
- PETERSEN, C. G. J., Det videnskabelige Udbytte af Kanonbaaden Hauch's Togter i de Danske Have indenfor Skagen. 4. Kjöbenh. 1891. 4:o.
- Beretning til Indenrigsministeriet fra den Biologiske Station. 1 (1890/91). st. 8:o.
- ZALESKI, S. Sz., Sibirskia mineralnia vadi . . . — Eaux et boues minérales de la Sibérie. 1. Lac Ingol. Recherches médico-topographo-chimiques. Tomsk 1891. 8:o.

Meddelanden från Stockholms Högskola. N:o 128.

## Sur la résolution des équations numériques.

Par E. PHRAGMÉN.

[Note présentée le 9 mars 1892 par M. D. G. LINDHAGEN.<sup>1)</sup>]

La théorie des équations numériques algébriques a, comme on sait, ce caractère particulier que tout problème déterminé appartenant à cette théorie peut être résolu par un nombre fini d'opérations élémentaires. Mais il est évident que ce nombre peut être plus ou moins grand, et qu'il faut demander, des méthodes proposées pour la solution de tout problème particulier, d'une part qu'elles n'exigent pas de travail superflu, et de l'autre qu'elles permettent d'estimer approximativement, à chaque pas du calcul, combien il reste de travail pour arriver à bonne fin, afin qu'on ne s'engage point dans un calcul qu'on n'aura pas le temps d'achever. Ce point de vue est loin d'être nouveau, bien qu'il me semble qu'on ne l'ait pas fait assez valoir, dans les exposés usuels des méthodes classiques de séparer les racines réelles d'une équation algébrique.

On est généralement d'accord que la méthode de WARING, adoptée par LAGRANGE dans son Mémoire de 1767, est de beaucoup trop laborieuse pour être pratiquée avec avantage, même avec les simplifications apportées par LAGRANGE lui-même et par CAUCHY.

C'est la méthode proposée par FOURIER dans son «Analyse des équations déterminées» (1831) qui est recommandée, par la plupart des auteurs, comme celle qui conduit, dans la plupart des cas, le plus facilement au but. Cette méthode, telle qu'elle est enseignée par FOURIER, et d'après lui, par la plupart des auteurs

<sup>1)</sup> Cette Note est le résumé d'un discours fait devant la Conférence de mathématiques de l'université de Stockholm, le 27 février 1892.

de traités sur ce sujet, a cependant certains inconvénients, dont les auteurs ne sont d'ailleurs pas inconscients, il est juste de l'ajouter. Dans certains cas, elle exige l'emploi de l'algorithme d'Euclide pour la recherche du plus grand diviseur commun à deux polynômes,<sup>1)</sup> ce qui est en général une opération fort laborieuse; et, malgré cela, elle ne donne pas de moyen pour reconnaître, à chaque phase du calcul, combien il reste de travail pour arriver jusqu'au but. Cette dernière observation s'applique à la plupart des autres méthodes qu'on a proposées, et, en particulier, aux méthodes de DANIEL BERNOULLI et de GRÄFFE. Et, ce qui est assez curieux, il y a lieu d'appliquer la même critique à la manière dont on propose, dans les traités d'algèbre les plus répandus, de se servir du théorème de STURM, pour résoudre le problème que nous avons en vue.<sup>2)</sup> Cela paraît assez singulier, puisque dans ce cas il est très facile d'éviter cette critique, et que les mêmes auteurs la font valoir assez sévèrement au sujet de la méthode de FOURIER.<sup>3)</sup> D'ailleurs il est évident qu'il suffit de combiner le théorème de STURM avec la méthode de trouver une limite inférieure des différences des racines proposée par LAGRANGE dans la Note IV de son *traité de la résolution des équations numériques de tous les degrés* (1<sup>ère</sup> éd. 1798), pour avoir une méthode sûre, élégante et uniforme de résoudre notre problème. Seulement, les calculs auxquels on est conduit sont extrêmement laborieux. C'est pourquoi on préfère presque toujours, dans la pratique, la méthode de FOURIER, simplifiée par l'emploi du procédé de HORNER,<sup>4)</sup> ou celle de GRÄFFE, qui vient d'être simplifiée, en des points importants, par M. CARVALLO,<sup>5)</sup> bien que ces méthodes soient

<sup>1)</sup> Voir *Analyse des équations déterminées*, pages 123, 124.

<sup>2)</sup> Cette remarque a été faite entre autres par M. CAYLEY, dans l'article *Equation* de la 9<sup>e</sup> édition de l'*Encyclopædia Britannica*.

<sup>3)</sup> Cfr SERRET, *Cours d'Algèbre supérieure*, 4<sup>e</sup> édition, p. 301, 305, TODHUNTER, *Theory of equations*, p. 133.

<sup>4)</sup> dont la priorité appartient d'ailleurs à BUDAN, à ce qu'il semble (cfr HILL, *Numeriska equationers lösning genom convergenta operationer*, Lund 1836, p. 46).

<sup>5)</sup> Thèse présentée à la faculté des sciences de Paris en 1890.

loin d'être irréprochables si on les envisage sous le point de vue que nous venons de préciser.

Or, il est facile de modifier la méthode de FOURIER de manière qu'elle ne donne plus lieu aux critiques formulées ci-dessus. C'est ce que je me propose de montrer dans les pages qui suivent.

Le résultat est facile à prévoir. On trouve qu'il n'est jamais nécessaire d'avoir recours à l'algorithme d'Euclide, et on parvient sans difficulté à une limite supérieure du nombre des opérations qui restent à chaque pas du calcul. On verra, d'ailleurs, que la méthode de FOURIER n'est pas distincte, en principe, de la *méthode des cascades* de ROLLE.

Les problèmes fondamentaux de la théorie des équations numériques algébriques sont les suivants:

1:0 *Séparer les racines réelles d'un système d'équations algébriques à coefficients entiers;*

2:0 *Ayant défini d'une manière univoque deux quantités algébriques en formant des fonctions rationnelles à coefficients entiers de deux solutions réelles entièrement séparées d'un système d'équations algébriques à coefficients entiers, décider si ces deux quantités sont égales, ou laquelle des deux est la plus grande.*

Envisagés sous un point de vue purement théorique, ces deux problèmes peuvent être réduits l'un à l'autre de plusieurs manières différentes. En particulier, ils peuvent être réduits tous les deux, *théoriquement*, à cet autre que nous traiterons ici en premier lieu, puisque il nous semble résumer, de la manière la plus simple, les difficultés qu'on a à surmonter.

*Étant donnée une équation algébrique*

$$(1) \quad f(z) = 0$$

*à coefficients entiers, et deux quantités réelles  $a$  et  $b$  telles que le produit  $f(a)f(b)$  soit négatif et que la fonction dérivée  $f'(z)$  reste numériquement plus grande qu'une quantité donnée positive dans l'intervalle de  $a$  à  $b$ , décider si un polynôme donné  $g(z)$ , également à coefficients entiers, est positif, nul ou négatif quand on y substitue la racine de l'équation (1) contenue entre  $a$  et  $b$ .*

En adoptant une notation de KRONECKER, suivant laquelle

$$\operatorname{sgn} \alpha$$

désigne

$$-1, 0, \text{ ou } +1$$

selon que la quantité réelle  $\alpha$  est négative, nulle ou positive, on peut donner à ce problème l'énoncé abrégé que voici :

*Ayant séparé une racine réelle simple de l'équation  $f(z)=0$ , déterminer  $\operatorname{sgn} g(z)$  pour cette racine.*

Rien n'est plus facile, au point de vue purement théorique, que de calculer la valeur de  $g(z)$  à une quantité donnée  $\sigma$  près. En effet, on pourra déterminer immédiatement une limite supérieure de la valeur numérique de la dérivée  $g'(z)$  pour les valeurs de  $z$  entre  $a$  et  $b$ . Soit  $\mathfrak{G}'$  cette limite supérieure. En substituant dans  $f(z)$  les termes consécutifs d'une progression arithmétique à différence  $\delta$  et en choisissant l'un des deux termes entre lesquels  $f(z)$  change de signe, on aura déterminé la racine cherchée à  $\delta$  près, et par conséquent la valeur de  $g(z)$  à moins de  $\mathfrak{G}'\delta$  près. Il suffit, par conséquent, de choisir

$$\delta \leq \frac{\sigma}{\mathfrak{G}'}$$

pour arriver au but proposé. On voit aisément que ce calcul peut être arrangé d'une manière très pratique, en employant le procédé de HORNER, mais on voit aussi que cela ne suffit pas pour déterminer  $\operatorname{sgn} g(z)$  d'une manière infailible.

Il est nécessaire, à cet effet, de savoir *a priori* jusqu'à quel point il faut pousser l'approximation, pour être sûr d'avoir le signe correct.

Il est vrai qu'on pourrait toujours s'assurer, d'une manière tout à fait certaine, si  $\operatorname{sgn} g(z)$  est nul ou non, en appliquant le procédé pour chercher le plus grand diviseur commun à  $f(z)$  et  $g(z)$ . Soit  $h(z)$  ce commun diviseur, on aura  $\operatorname{sgn} g(z)$  égal ou non à zéro, selon que  $\operatorname{sgn} h(a)h(b)$  est égal à  $-1$  ou à  $+1$ .

Dans le cas où  $\operatorname{sgn} g(z)$  n'est pas égal à zéro, on pourrait dire, en se plaçant au point de vue de FOURIER, que, dans chaque cas particulier, on parviendra à déterminer sans ambiguïté le signe de  $g(z)$ . En effet, en désignant par  $z'$  et  $z' + \delta$  deux valeurs de  $z$  donnant des signes différents à  $f(z)$ , il suffit qu'on ait

$$\frac{|g(z')|}{\delta} > \Theta' \quad \text{ou} \quad \frac{|g(z' + \delta)|}{\delta} > \Theta'$$

pour qu'on soit sûr que le signe des valeurs approximatives est aussi le signe de la valeur exacte. Il suffit même, comme on s'en convainc aisément, d'avoir

$$|g(z')| + |g(z' + \delta)| > \delta \Theta'.$$

Or il est évident que toutes ces inégalités finiront toujours par être satisfaites. Cette remarque simple paraît n'avoir pas été faite avant FOURIER. Du moins il l'indique lui-même comme le caractère le plus distinctif de sa méthode.<sup>1)</sup> Nous avons déjà critiqué cette solution du problème, et nous avons vu qu'une règle de cette espèce, quelque simple qu'elle soit, ne résout pas la question d'une manière satisfaisante à moins qu'on ne puisse assigner une limite extrême au delà de laquelle il n'est jamais nécessaire de pousser l'approximation. C'est justement ce que font les méthodes classiques de WARING et LAGRANGE et de CAUCHY, qui s'adaptent, en effet, au problème que nous avons en vue, aussi bien qu'à celui pour la solution duquel elles ont été inventées. Nous allons les examiner de plus près, pour chercher à les simplifier autant que possible.

La méthode de WARING, adoptée par LAGRANGE dans ses premières recherches sur le sujet, repose sur la formation de l'équation algébrique à laquelle satisfait  $y = g(z)$ , quand  $z$  est une racine quelconque de l'équation  $f(z) = 0$ . Si on a

$$\begin{aligned} f(z) &= a_0 z^m + a_1 z^{m-1} + \dots + a_m, \\ g(z) &= b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \dots + b_n, \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> «un élément essentiel», «le point le plus difficile de toute la théorie», *Analyse des équations*, p. 117.

cette équation peut, comme on sait, être écrite sous la forme d'un déterminant de la manière suivante:

$$\begin{array}{l} (n \text{ lignes}) \\ (m \text{ lignes}) \end{array} \left\{ \begin{array}{l} a_0 \ a_1 \dots a_m \\ \quad a_0 \dots a_{m-1} \ a_m \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ b_0 \ b_1 \dots b_n - y \\ \quad b_0 \dots b_{n-1} \ b_n - y \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \end{array} \right\} = 0.$$

C'est une équation du degré  $m$  en  $y$ , à coefficients entiers, et le coefficient de  $y^m$  est égal à  $a_0^n$ . Ayant formé cette équation, on pourra trouver une limite inférieure des valeurs numériques de celles de ses racines qui sont différentes de zéro. Désignant cette limite par  $\sigma$ , il suffira de calculer  $g(z)$  à  $\frac{\sigma}{2}$  près pour pouvoir déterminer, en toute sûreté, le signe de  $g(z)$ . En effet, si la valeur approximative de  $g(z)$  est inférieure à  $\frac{\sigma}{2}$  numériquement, la valeur exacte sera numériquement inférieure à  $\sigma$ , et on aura

$$g(z) = 0.$$

Au contraire, si la valeur approximative est numériquement supérieure à  $\frac{\sigma}{2}$ , la valeur exacte aura le même signe que la valeur approximative.

Or, généralisant une remarque de CAUCHY, on voit que le dernier coefficient de notre équation qui n'est pas nul, est numériquement égal au produit de  $a_0^n$  par toutes les valeurs différentes de zéro qu'on obtient en substituant dans  $g(z)$  les racines de l'équation  $f(z)=0$ . Ce coefficient étant un entier différent de zéro, sera supérieur ou égal à 1 numériquement, et on aura par conséquent

$$a_0^n \prod |g(z_i)| \geq 1,$$

où le produit doit être étendu à toutes les racines de l'équation  $f(z)=0$  pour lesquelles  $g(z)$  est différent de zéro. Désignant

donc par  $g_i$  une quantité positive supérieure à  $|g(z_i)|$ , en ayant soin de choisir  $g_i \geq 1$  dans tous les cas où on est encore incertain si  $g(z_i)$  est nul ou non, on aura, ou

$$|g(z_k)| \geq \frac{1}{a_0^n \prod_{i \leq k} g_i},$$

ou

$$g(z_k) = 0.$$

Si on ne sait rien du tout sur la situation des racines  $z_i$ , on pourra toutefois toujours indiquer une limite supérieure de leurs valeurs numériques. En désignant cette limite par  $G$ , et en ayant soin de la choisir supérieure à 1, on aura donc toujours, ou

$$|g(z_k)| \geq \frac{1}{a_0^n G^{m-1}}$$

ou

$$g(z_k) = 0.$$

Mais il est clair que dans la pratique de la méthode on profitera de toute connaissance qu'on puisse avoir de la situation des racines  $z_k$ , pour choisir les quantités  $g_i$  de manière que leur valeur numérique soit aussi petite que possible. Cette remarque est surtout importante si on veut déterminer le signe de  $g(z)$  pour toutes les racines réelles de l'équation  $f(z) = 0$ .

Il est donc possible, et même très facile, de résoudre complètement notre problème, sans avoir recours à l'algorithme d'Euclide.

Il serait superflu d'exposer ici les méthodes connues auxquelles conduit l'emploi de cet algorithme. Aussi je me contenterai de rappeler une généralisation facile du théorème de STURM que j'ai donnée dans les Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris du 1 février de cette année. Si on exécute l'algorithme de STURM en partant des fonctions  $f(z)$  et  $g(z)f'(z)$  (ou le reste de la division de cette fonction par  $f(z)$ ), et qu'on désigne par  $V(z)$  le nombre des variations de signes dans la



suite des fonctions de STURM auxquelles on est ainsi conduit, la différence

$$V(z') - V(z'')$$

sera égale à la somme

$$\sum \operatorname{sgn} g(z)$$

étendue à toutes les racines réelles et distinctes de l'équation

$$f(z) = 0$$

entre  $z'$  et  $z''$  ( $z' < z''$ ). Dans le cas particulier où il n'y a qu'une seule racine entre  $z'$  et  $z''$  on aura donc

$$\operatorname{sgn} g(z) = V(z') - V(z'').$$

Le problème que nous venons de traiter et de résoudre complètement sans avoir recours à l'algorithme d'Euclide, peut être utilisé de différentes manières pour opérer la séparation des racines réelles d'une équation donnée  $f(z) = 0$ .

La méthode la plus simple et la plus pratique à laquelle on est conduit, est sans comparaison la méthode des cascades de ROLLE.

D'après le théorème de ROLLE on sait en effet qu'entre deux racines réelles de l'équation dérivée  $f'(z) = 0$ , il ne peut y avoir qu'une racine de l'équation proposée. Pour savoir s'il y en a une ou non, il suffit de connaître le signe de  $f(z)$  pour ces deux racines de l'équation dérivée. En désignant ces racines par  $\alpha$  et  $\beta$ , si on a

$$\operatorname{sgn} f(\alpha) f(\beta) = -1$$

l'équation  $f(z) = 0$  a une racine simple entre  $\alpha$  et  $\beta$ ; si, au contraire, on a

$$\operatorname{sgn} f(\alpha) f(\beta) = +1$$

l'équation  $f(z) = 0$  n'a pas de racine entre  $\alpha$  et  $\beta$ . Enfin si on a

$$\operatorname{sgn} f(\alpha) f(\beta) = 0$$

l'équation  $f(z) = 0$  aura la racine  $\alpha$  ou la racine  $\beta$  selon que c'est  $f(\alpha)$  ou  $f(\beta)$  qui est nul, et l'ordre de multiplicité de cette

racine sera plus élevé d'une unité que l'ordre qui lui appartient comme racine de l'équation dérivée.

Le problème de séparer les racines réelles de l'équation  $f(z)=0$  se réduit donc au problème de séparer les racines réelles de l'équation dérivée  $f'(z)=0$  et au problème que nous venons de traiter.

De même le problème de séparer les racines réelles de  $f''(z)=0$  se réduit au problème de séparer les racines réelles de  $f'''(z)=0$  et ainsi de suite.

C'est précisément la méthode des cascades de ROLLE.

D'ailleurs on voit immédiatement que la règle des signes de BUDAN et de FOURIER y est contenue implicitement, et que, dans la pratique, cette méthode se confond avec la méthode de FOURIER.

Il ne serait pas difficile, en se plaçant au même point de vue que ci-dessus, de traiter d'une manière analogue certains problèmes relatifs à des systèmes d'équations à plusieurs inconnues, sans faire d'élimination. C'est ce que je me propose de montrer dans un autre travail.

Mais aussi dans la théorie des équations d'une seule inconnue, il y a d'autres problèmes qu'il peut être plus avantageux de traiter par la voie des approximations successives, que par les méthodes purement arithmétiques. Tel est, par exemple, le problème de savoir si une équation donnée à coefficients entiers

$$f(z) = a_0 z^m + a_1 z^{m-1} + a_2 z^{m-2} + \dots + a_m = 0$$

est irréductible ou non. En calculant toutes les racines réelles et imaginaires de cette équation à une quantité  $\delta$  près — ce qui n'a pas de difficulté théorique, et n'implique pas leur séparation complète — on pourra vérifier presque immédiatement, s'il y a une racine qui, multipliée par  $a_0$ , devient égale à un nombre entier, diviseur de  $a_0 a_m$ , à  $a_0 \delta$  près, ou s'il y a deux racines dont la somme, multipliée par  $a_0$ , devient égale à un nombre entier à  $a_0 \delta$  près, et dont le produit, toujours multiplié

par  $a_0$ , devient égal, avec l'approximation nécessaire, à un nombre entier diviseur de  $a_0 a_m$ , etc.

Dans le cas où l'équation est réductible, on arrivera de cette manière assez vite à la connaissance du diviseur irréductible du degré le moins élevé — qu'il faudra d'ailleurs vérifier en effectuant la division — et dans le cas contraire il arrivera le plus souvent que déjà le produit de  $a_0$  par la somme d'un nombre des racines ne donne jamais un nombre entier. Le calcul sera donc très facile, dans la plupart des cas de beaucoup plus facile que celui qu'exigent les méthodes purement arithmétiques, comme celle proposée par KRONECKER dans sa *Festschrift*.

Meddelanden från Stockholms Högskola N:o 127.

## Sur l'irréductibilité des fonctions de plusieurs variables.

PAR IVAR BENDIXSON.

[Meddeladt den 9 Mars 1892 genom H. GYLDÉN.]

En cherchant à déterminer les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'une fonction entière rationnelle

$$f(x, y) = p_0(x)y^n + p_1(x)y^{n-1} + \dots + p_{n-1}(x)y + p_n(x)$$

où

$$p_r(x) = a_{r0} + a_{r1}x + \dots + a_{rq_r}x^{q_r}$$

soit réductible, je suis parvenu à un résultat, très facile à établir, qui me semble digne d'y attirer l'attention des géomètres.

*On peut en effet par une suite d'opérations arithmétiques former une fonction entière rationnelle de  $x$  et des coefficients  $a_{r1}$*

$$G(x, a_{00}, \dots, a_{0q_0}, \dots, a_{n0}, \dots, a_{nq_n})$$

*telles que la condition nécessaire et suffisante, pour que  $f(x, y)$  soit réductible, s'exprime par la seule condition que la fonction  $G$  s'annule identiquement.*

La fonction  $G$  est complètement déterminée, aussitôt que les degrés  $q_0, \dots, q_n$  des fonctions  $p_r(x)$  sont fixés.

Les méthodes données ordinairement pour la détermination de la réductibilité d'une fonction entière algébrique sont basées comme celle de KRONECKER <sup>1)</sup> sur une suite de tentatives laborieuses et on ne peut pas par ces méthodes exprimer, sous une forme satisfaisante les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'une fonction soit réductible.

<sup>1)</sup> KRONECKER »Grundzüge einer Arit. Theorie d. Algebr. Gröss.« page 11.

Il nous a donc paru digne de quelque intérêt que l'on peut éviter tout calcul tentatif et donner une méthode plus directe qui nous donne les dites conditions sous la forme développée ci-dessus.

En nous proposant d'abord de déterminer si

$$f(x, y) = p_0(x)y^n + p_1(x)y^{n-1} + \dots + p_{n-1}(x)y + p_n(x)$$

a un facteur du premier degré en  $y$ , nous mettons

$$p_0(x)y = \eta.$$

On aura donc

$$\overline{p_0(x)}^{n-1} f(xy) = \bar{f}(x, \eta) = \eta^n + q_1(x)\eta^{n-1} + \dots + q_{n-1}(x)\eta + q_n(x),$$

$$q_r(x) = \overline{p_0(x)}^{r-1} \cdot p_r(x).$$

Si cette nouvelle fonction a un facteur du premier degré en  $\eta$ , ce facteur sera nécessairement de la forme

$$\eta - g(x)$$

où  $g(x)$  est une fonction entière rationnelle de  $x$ . Si  $l_1, l_2, \dots, l_n$  désignent les degrés des fonctions  $q_1(x), \dots, q_n(x)$ , on déterminera un nombre entier positif  $m$  plus grand que toutes les quantités

$$l_1, \frac{l_2}{2}, \dots, \frac{l_n}{n}.$$

On sait donc que le degré de  $g(x)$  est  $< m$ , d'où l'on conclut que l'équation

$$(1) \quad \bar{f}(x, \eta) = 0$$

doit être satisfaite par une valeur de  $\eta$  qui fait

$$\frac{d^m \eta}{dx^m} = 0.$$

Mais en dérivant l'équation (1), on voit que  $\frac{d\eta}{dx}$  s'exprime en fonction rationnelle de  $x$  et  $\eta$

$$\frac{d\eta}{dx} = - \frac{\bar{f}'_x(x, \eta)}{\bar{f}'_\eta(x, \eta)}.$$

En dérivant cette équation, on obtient  $\frac{d^2\eta}{dx^2}$  en fonction rationnelle de  $x$  et de  $\eta$  et on aura enfin

$$\frac{d^m\eta}{dx^m} = R_m(x, \eta)$$

où  $R_m$  est une fonction rationnelle de  $x, \eta$ , formée par de seules opérations arithmétiques des coefficients de l'équation donnée.

Soient  $\eta_1, \dots, \eta_n$  les  $n$  racines de l'équation (1), et formons

$$\prod_{\nu=1}^n R_m(x, \eta_\nu) = R(x).$$

Le membre gauche étant une fonction symétrique des racines, on en conclut que  $R(x)$  est une fonction rationnelle de  $x$ , dont les coefficients sont formés par de seules opérations arithmétiques de ceux de  $f(x, \eta)$ .

En mettant  $R(x)$  sous la forme

$$R(x) = \frac{G(x)}{H(x)}$$

où  $G$  et  $H$  sont des fonctions entières rationnelles, on voit que  $G(x)$  doit s'annuler identiquement, si  $f(x, \eta)$  a un facteur du premier degré en  $\eta$ .

De l'autre côté il est évident que, si  $G(x)$  s'annule identiquement, l'une des quantités

$$\frac{d^m\eta_1}{dx^m}, \dots, \frac{d^m\eta_n}{dx^m}$$

doit s'annuler.

Nous avons de cette manière donné, sous la forme signalée ci-dessus les conditions nécessaires et suffisantes pour que la fonction  $f(x, y)$  ait un facteur du premier degré en  $y$ .

Quant aux conditions pour que la fonction  $f(x, y)$  ait un facteur de degré  $k$  en  $y$ , elles se déterminent aisément à l'aide des considérations précédentes.

Soient en effet  $y_1, \dots, y_n$ , les racines de l'équation

$$f(x, y) = 0$$

et formons

$$\prod_{r_1 \dots r_k} [z - (t - y_{r_1})(t - y_{r_2}) \dots (t - y_{r_k})] = q(z, t, x)$$

le produit s'étendant à tous les systèmes de valeurs différentes de  $k$  nombres entiers pris entre les nombres  $1, \dots, n$ . Comme cette expression est symétrique en  $y_1, \dots, y_n$ , la fonction est une fonction entière des variables  $z, t$ , dont les coefficients sont des fonctions rationnelles de  $x$ , formées par de seules opérations arithmétiques de ceux de  $f(x, y)$ . Il ne nous reste donc qu'à rechercher les conditions pour que  $q(z, t, x)$  ait un facteur du premier degré en  $z$ , ce qui s'exprime par une seule relation

$$G_k(x, a_{00}, \dots, a_{0q_0}, \dots, a_{n0}, \dots, a_{nq_n}) \equiv 0.$$

En réunissant toutes ces équations pour  $k = 1, 2, \dots, n - 1$ , en une seule

$$G_1 \cdot G_2 \dots G_{n-1} = G(x, a_{00}, \dots, a_{0q_0}, \dots, a_{n0}, \dots, a_{nq_n}) \equiv 0$$

nous sommes parvenus au résultat énoncé à la page 1.

Nous n'avons traité ici que les fonctions de deux variables, mais la méthode s'applique évidemment au cas de plusieurs variables.

La condition pour qu'une équation

$$f(x, y) = 0$$

soit résoluble par radicaux s'exprimant d'après les théorèmes de GALOIS par la condition que le résolvant de GALOIS ait un diviseur de degré donné, on voit que l'on peut énoncer le théorème suivant:

» *La condition nécessaire et suffisante pour que l'équation*

$$p_0(x)y^n + p_1(x)y^{n-1} + \dots + p_{n-1}(x)y + p_n(x) = 0$$

où

$$p_r(x) = a_{r0} + a_{r1}x + \dots + a_{rq_r}x^{q_r}$$

*soit résoluble par radicaux peut toujours s'exprimer par la seule condition qu'une fonction entière rationnelle de  $x$  et des coefficients  $a_{\alpha\beta}$*

$$G(x, a_{00}, \dots, a_{0q_0}, \dots, a_{n0}, \dots, a_{nq_n})$$

*s'annule identiquement.*





# ÖFVERSIGT

AF

## VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

1892.

N<sup>o</sup> 4.

Onsdagen den 18 April.

### INNEHÅLL:

Bankomstens förhandlingar.....	sid. 195.
Le théorème de Dirichlet.....	» 199.
Phenylazol.....	» 207.
Phenylendiamins inverkan på $\beta$ -Tionastamid.....	» 215.
Beskrifvelse om en år 1891 utförd resa till Malayiska öarna.....	» 221.
Resan under en resa i Tyskland sommaren 1891 .....	» 231.
Beskrifvelse.....	» 237.
Akademins bibliotek.....	sidd. 197, 214, 236.

Meddelades att bland Akademiens utländska ledamöter  
af akademien vid universitetet i Heidelberg HERMAN KOPP  
var närvarande vid ophthalmologiska hospitalet i London  
HERMAN med döden afgått.

En afkommitte af komiterade antogs till införande i Akade-  
mien en afhandling af Amanuensen H. DAHLSTEDT:  
»Die südliche Sveriges Hieraciumflora. II. Archieraciæ»,  
en afhandling af Docenten D. BERGENDAL: »Studien  
über die Vermehrung durch Quertheilung  
von Hieracium kewense.»

HERMAN meddelade resultaten af sina nyaste under-  
sökningar om hörselnervernas ändringssätt.

För intagande i Akademiens skrifter öfverlemnades:

af Hr. GYLDÉN en afhandling af Observatorn C. CHARLIER: »Studier öfver trekropparproblemet» (se Bihang K. Vet.-Akad. Handl.);

af Hr. WIDMAN en uppsats af Docenten J. A. BL. »Om tetrazol»\*;

af Hr. MITTAG-LEFFLER en afhandling af Fil. Dr. I. DIXSON: »Sur les équations linéaires homogènes» (se Bihang samt en uppsats af Dr. E. PHRAGMÉN: »Sur un theoreme DIRICHLET»\*);

af Sekreteraren följande afhandlingar och uppsatser: »Ueber die Diffusion von in Wasser gelösten Stoffen», af Doc. S. ARRHENIUS (se Bihang etc.); 2:o »Om Etylendiamins inverkan på  $\beta$ -Tionaftamid», af Filos. Kandidaten G. FORSELL\* ; 3:o »Rättelse om en år 1891 utförd resa till Malayiska Archipel», af Docenten CARL AURIVILLIUS\* ; 4:o »Anteckningar under en resa i Tyskland sommaren 1891», af Docenten A. WIRÉN\*.

Intendenten vid det Naturhistoriska Riksmuseets afdelning för lägre evertebrater Professor S. LOVÉN hade inkommit med ansökan om afsked från denna befattning, att räknas från den 1:a gången af instundande Augusti månad; och blef denna ansökan bifallen under uttalande af Akademiens tacksamma erkännande af de stora förtjenster om Museum, som han inlagt under sin 51-åriga tjenstetid derstädes.

Genom anställda val kallades till utländska ledamöter i Akademien: Astronomiæ Professorn och ständige sekreteraren i Kongl. Vetenskaps Akademien i Berlin Geheime Regeringsråd ARTHUR AUVERS och Direktorn för astronomiska observatoriet i Paris, ledamoten af Franska Institutet FRANÇOIS F. TISSERAND.

Genom val utsågs Hr. ADELSKÖLD till Præses under det ingående akademiska året, hvarefter Hr. ALMÉN nedlade på sin plikt som Præses i Akademien ett föredrag öfver frågan: »Hvilka förändringar förordas beträffande utspisningen vid våra allmänna anstalter?»

Följande skänker anmälades:

**Till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.**

**Stockholm.** *Entomologiska Föreningen.*

Entomologisk tidskrift. Årg. 10(1889): H. 5; 11(1890): 1—4; Register.

Årg. 1—10. 8:o.

— *Turistföreningen.*

Årsskrift. År 1892. 8:o.

Meddelanden. N:o 10. 1892. 8:o.

**Kristiania.** *K. Universitets-Biblioteket.*

Norsk Bogfortegnelse. Aar 1890. 8:o.

**Tromsø.** *Museum.*

Aarshefter. 14(1891). 8:o.

**Belfast.** *Natural history and philosophical society.*

Report and proceedings. Session 1890/91. 8:o.

**Berlin.** *Deutsche entomologische Gesellschaft.*

Deutsche entomologische Zeitschrift. Jahrg. 1891: H. 2. 8:o.

— *Entomologischer Verein.*

Berliner entomologische Zeitschrift. Bd. 36(1891): H. 2. 8:o.

— *Physikalische Gesellschaft.*

Verhandlungen. Jahr 1891. 8:o.

**Bruxelles.** *Société Belge de microscopie.*

Bulletin. Année 17(1890/91): N:o 1—3, 5—10. 8:o.

**Calcutta.** *R. Botanic garden.*

Annals. Vol. 3. 1891. F.

— *Indian museum.*

SCLATER, W. L., List of snakes. 1891. 8:o.

**Haag.** *K. Nederländska regeringen.*

BOERLAGE, J. G., Handleiding tot de Kenniss der Flora van Nederlandsch Indië. D. 2: St. 1. Leiden 1891. 8:o.

**Hamburg.** *Naturhistorisches Museum.*

Mitteilungen. Jahrg. 8(1890)—9(1891): H. 1. 8:o.

**Krakau.** *Akademia umiejętności.*

Rozprawy:

Wydział matematyczno-przyrodniczy. (2) T. 3. 1891. 8:o.

» filologicznego. T. 15. 1891. 8:o.

Sprawozdanie komisji fizyograficznej. T. 26. 1891. 8:o.

» » językowej. T. 4. 1891. 8:o.

» » do antropologii krajowej. T. 15. 1891. 8:o.

Zbiór wiadomości do badania historii Sztuki w Polsce. T. 5: Z. 1;

Index. T. 1—4. 1891. 4:o.

Atlas geologiczny Galicji. Z. 4. Tekst & Kart. 1891. 8:o & Tvf.

KOTULA, B., Rozmieszczenie roślin naczyniowych w Tatrach. — *Distributio plantarum vasculosarum in montibus Tatricis.* Krakow. 1889—90. 8:o.

Editiones Collegii historici. N:o 47. 1891. 4:o.

**La Plata.** *Observatorio.*

Anuario. Año 1892. 16:o.

**Lausanne.** *Société Vaudoise des sciences naturelles.*

Bulletin. (3) Vol. 27: N:o 105. 1892. 8:o.

**London.** *British association for the advancement of science.*

Meeting 61(1891), Cardiff, Report. 8:o.

— *R. Institution.*

Proceedings. Vol. 13: N:o 85. 1892. 8:o.

— *British Museum.*

Catalogue of Birds. Vol. 20. 1891. 8:o.

— *Chemical society.*

Journal. Vol. 59—60(1891): N:o 338—349: a—b. 8:o.

— *Geographical society.*

Proceedings. Vol. 13(1891): N:o 1—12. 8:o.

**Luxembourg.** *L'Institut Royal-Grand-Ducal.*

Publications. T. 21. 1891. 8:o.

**Madras.** *Government of Madras.*

Results of observations of the fixed stars made with the meridian circle at the government observatory, Madras, in the years 1871—1873, ... by C. M. SMITH. 1892. 4:o.

**Moscou.** *Soc. Imp. des naturalistes.*

Bulletin. (3) T. 5(1891): N:o 2—3. 8:o.

**Odessa.** *Nyryska naturforskarsällskapet.*

Sapiski. T. 16: V. 2. 1892. 8:o.

» Matematiska afdelningen. T. 12. 1892. 8:o.

**Paris.** *Société d'études scientifiques.*

Bulletin. Année 13(1890): Sem. 1—2: 1—2. 8:o.

Feuille des jeunes naturalistes. Année 20(1889/90): N:o 233—237, 239; 21(1890/91): 241—252. 8:o.

Catalogue de la bibliothèque. Fasc. 8—14. 1890—92. 8:o.

— *Société de géographie.*

Compte rendu des séances. Année 1891: N:o 1—20. 8:o.

Bulletin. (7) T. 11: (1890): Trim. 1—4.

**Prag.** *K. Böhmsche Gesellschaft der Wissenschaften.*

Abhandlungen. Classe für Philosophie, Geschichte und Philologie. (7) Bd. 4. 1892. 4:o.

» Mathematisch-naturwissenschaftliche Classe. (7) Bd. 4. 1892. 4:o.

Sitzungsberichte. » » » Jahr 1891. 8:o.

(Forts. &amp; sid. 214.)

Meddelanden från Stockholms Högskola. N:o 130.

## Sur un théorème de DIRICHLET.

Par E. PHRAGMÉN.

[Note présentée le 13 avril 1892 par M. MITTAG-LEFFLER.]

Dans une lettre adressée à M. POINCARÉ, dont un extrait a paru dans les Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris, le 15 février de cette année, j'ai parlé d'une addition qu'on peut faire à un raisonnement de LEJEUNE-DIRICHLET et à l'aide de laquelle on parvient facilement à quelques résultats assez intéressants appartenant à l'Arithmétique supérieure. Comme le théorème en question a été énoncé par DIRICHLET sous différentes formes, et qu'il en a donné plusieurs démonstrations, qui ne se prêtent pas également bien à la généralisation que nous avons en vue, il ne sera peut-être pas superflu de préciser les indications succinctes de ma lettre citée, et d'en donner la démonstration détaillée.

Voici l'énoncé du théorème, que je formule, ainsi que la démonstration, en me conformant autant que possible à l'énoncé et à la démonstration de DIRICHLET, tels qu'on les trouve dans son important *Mémoire Recherches sur diverses applications de l'analyse infinitésimale à la théorie des nombres* (Crelle, Journal für die reine und angewandte Mathematik, t. 19 et 21. — G. LEJEUNE-DIRICHLET'S Werke, tome premier, p. 411):

*Soient*

$$(1) \quad l_1, l_2, l_3, \dots, l_n, \dots$$

*des constantes positives et inégales en nombre infini ordonnées d'après leur grandeur et telles que  $\lim l_n = \infty$ ; soient de même*

$$(2) \quad c_1, c_2, c_3, \dots, c_n, \dots$$

d'autres quantités en nombre infini, positives ou négatives ou nulles; soit enfin  $f(t)$  une fonction discontinue de la variable positive  $t$ , qui exprime la valeur de la somme

$$\sum c_n$$

étendue sur toutes les valeurs de l'indice  $n$  pour lesquelles la valeur de  $l_n$  ne surpasse pas celle de  $t$ .

Cela posé, si la fonction  $f(t)$  peut être mise sous la forme

$$(3) \quad f(t) = ct + t^\gamma \psi(t),$$

$c$  et  $\gamma$  désignant des constantes dont la seconde est positive et inférieure à l'unité, et la nouvelle fonction  $\psi(t)$ , abstraction faite de son signe, et quelque grande qu'on y suppose la variable  $t$ , restant toujours moindre que la constante positive  $C$ , je dis que la somme

$$(4) \quad \varphi(\rho) = \frac{c_1}{l_1^{1+\rho}} + \frac{c_2}{l_2^{1+\rho}} + \frac{c_3}{l_3^{1+\rho}} + \dots,$$

dans laquelle  $\rho$  désigne une variable positive, sera telle que la différence

$$(5) \quad \varphi(\rho) - \frac{c}{\rho}$$

pourra se développer d'après la formule de Taylor, procédant suivant les puissances positives de  $\rho$ , et ce développement restera convergent du moins tant qu'on aura

$$(6) \quad \rho < \frac{1-\gamma}{2}.$$

Pour le démontrer, il faut commencer par un cas particulier connu depuis longtemps, mais dont nous donnerons néanmoins une démonstration élémentaire, pour plus d'uniformité dans le raisonnement. D'ailleurs cette démonstration n'est pas différente de celle qu'a donnée M. JENSEN (C. R. t. 104, p. 1156).

Considérons la différence

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^{1+\varrho}} - \frac{1}{\varrho};$$

je dis qu'elle peut être représentée par un développement de TAYLOR convergent pour  $\varrho < 1$ .

Ecrivons l'identité

$$\frac{1}{n^{1+\varrho}} - \frac{1}{\varrho} \left( \frac{1}{m^{\varrho}} - \frac{1}{(m+1)^{\varrho}} \right) = \frac{m \left[ \left( 1 + \frac{1}{m} \right)^{\varrho} - 1 \right] - \frac{m^2}{\varrho} \left[ \left( 1 + \frac{1}{m} \right)^{\varrho} - 1 - \frac{\varrho}{m} \right]}{m^2(m+1)^{\varrho}}.$$

Les expressions

$$m \left[ \left( 1 + \frac{1}{m} \right)^{\varrho} - 1 \right], \quad \frac{m^2}{\varrho} \left[ \left( 1 + \frac{1}{m} \right)^{\varrho} - 1 - \frac{\varrho}{m} \right]$$

représentent des fonctions entières transcendantes de  $\varrho$ , pour la valeur numérique desquelles il est facile d'avoir une limite supérieure indépendante de  $m$ , quand on assujettit  $\varrho$  à la condition

$$|\varrho| < 1.$$

On peut écrire, en effet,

$$m \left[ \left( 1 + \frac{1}{m} \right)^{\varrho} - 1 \right] = m \left( \varrho \log \left( 1 + \frac{1}{m} \right) + \frac{\left( \varrho \log \left( 1 + \frac{1}{m} \right) \right)^2}{2} + \dots \right).$$

On a donc

$$\begin{aligned} \left| \left( 1 + \frac{1}{m} \right)^{\varrho} - 1 \right| &< m \log \left( 1 + \frac{1}{m} \right) \cdot \left\{ 1 + \frac{\log \left( 1 + \frac{1}{m} \right)}{1} + \frac{\left( \log \left( 1 + \frac{1}{m} \right) \right)^2}{2} + \dots \right\} \\ &= (m+1) \log \left( 1 + \frac{1}{m} \right) < 2. \end{aligned}$$

De même, on a

$$\begin{aligned} &\frac{m^2}{\varrho} \left[ \left( 1 + \frac{1}{m} \right)^{\varrho} - 1 - \frac{\varrho}{m} \right] \\ &= \frac{m^2}{\varrho} \left\{ \varrho \left( \log \left( 1 + \frac{1}{m} \right) - \frac{1}{m} \right) + \frac{\left( \varrho \log \left( 1 + \frac{1}{m} \right) \right)^2}{2} + \dots \right\} \end{aligned}$$



et par conséquent

$$\left| \frac{m^2}{\varrho} \left[ \left( 1 + \frac{1}{m} \right)^{\varrho} - 1 - \frac{\varrho}{m} \right] \right| < m^2 \left( \frac{1}{m} - \log \left( 1 + \frac{1}{m} \right) \right) + \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{\log \left( 1 + \frac{1}{m} \right)}{1} \right\} + \\ < \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{m} \right) < 2.$$

Cela suffit pour démontrer que la somme

$$\sum \left[ \frac{1}{m^{1+\varrho}} - \frac{1}{\varrho} \left( \frac{1}{m^{\varrho}} - \frac{1}{(m+1)^{\varrho}} \right) \right]$$

est uniformément convergente pour

$$|\varrho| < \varrho_0$$

si  $\varrho_0 < 1$ , et que, par conséquent, elle peut être développée d'après la formule de TAYLOR. Or on a

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{m^{1+\varrho}} - \frac{1}{\varrho} \left( \frac{1}{m^{\varrho}} - \frac{1}{(m+1)^{\varrho}} \right) \right] = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^{1+\varrho}} - \frac{1}{\varrho}$$

ce qui achève la démonstration de notre cas particulier.

Pour arriver à la démonstration du cas général, nous choisissons avec DIRICHLET une quantité positive  $\delta$ , que nous laisserons arbitraire jusqu'à nouvel ordre.

Puis nous partageons les quantités  $l_n$  en groupes, en joignant dans un même groupe toutes celles qui satisfont aux inégalités

$$(m) \quad (m-1)^{\delta} < l_n \leq m^{\delta}.$$

Si nous formons maintenant la somme

$$\sum_{(m)} \frac{c_n}{l_n^{1+\varrho}}$$

étendue sur toutes les valeurs de l'indice  $n$  pour lesquelles la quantité  $l_n$  appartient au groupe  $(m)$ , la différence

$$\sum_{(m)} \frac{c_n}{l_n^{1+\varrho}} - \frac{c\delta}{m^{1+\delta\varrho}}$$

est une fonction entière transcendante de  $\rho$ , et il est facile de trouver une limite supérieure de sa valeur numérique. On a en effet

$$\left| \frac{1}{l_n^{1+\varrho}} - \frac{1}{m^{\delta(1+\varrho)}} \right| = \left| \frac{1}{m^{\delta(1+\varrho)}} \right| \cdot \left| \left( \frac{m^\delta}{l_n} \right)^{1+\varrho} - 1 \right|$$

$$< \frac{1}{m^{\delta(1+\varrho)}} \left[ \left( \frac{m}{m-1} \right)^{\delta(1+\varrho)} - 1 \right] < \frac{\delta(1+|\varrho|)}{\left(1 - \frac{1}{m}\right)^{\delta(1+\varrho)}} \cdot \frac{1}{m^{1+\delta-|\varrho|\delta}}.$$

La somme de toutes les quantités  $c_n$  qui appartiennent au groupe  $(m)$  est égale à

$$f(m^\delta) - f((m-1)^\delta)$$

et cette différence est, quant à sa valeur numérique, inférieure à

$$|c| \delta m^{\delta-1} + 2Cm^\delta$$

c'est-à-dire, en faisant

$$\delta = \frac{2}{1-\gamma},$$

inférieure à

$$\left( |c| \delta + \frac{2C}{m} \right) m^{\delta-1}.$$

Par conséquent, on obtient

$$\left| \sum_{(m)} \frac{c_n}{l_n^{1+\varrho}} - \frac{f(m^\delta) - f((m-1)^\delta)}{m^{\delta(1+\varrho)}} \right| < \frac{\left( |c| \delta + \frac{2C}{m} \right) \delta(1+|\varrho|)}{\left(1 - \frac{1}{m}\right)^{\delta(1+\varrho)}} \cdot \frac{1}{m^{2-|\varrho|\delta}}.$$

On a de même

$$\frac{f(m^\delta) - f((m-1)^\delta)}{m^{\delta(1+\varrho)}} - \frac{c\delta}{m^{1+\delta\varrho}}$$

$$= \frac{cm^2 \left( 1 - \frac{\delta}{m} - \left( 1 - \frac{1}{m} \right)^\delta \right)}{m^{2+\delta\varrho}} + \theta \cdot \frac{2C}{m^{\delta(1+\varrho-\gamma)}} \quad (-1 < \theta < 1)$$

et par conséquent

$$(8) \quad \left| \frac{f(m^\delta) - f((m-1)^\delta)}{m^{\delta(1+\varrho)}} - \frac{c\delta}{m^{1+\delta\varrho}} \right| < \frac{A}{m^{2-\delta|\varrho|}} + \frac{2C}{m^{\delta(1-\gamma-|\varrho|)}}$$

$$= \frac{A + 2C}{m^{2-\delta|\varrho|}},$$

$A$  désignant une limite supérieure des quantités

$$\left| cm^2 \left( 1 - \frac{\delta}{m} - \left( 1 - \frac{1}{m} \right)^\delta \right) \right|.$$

En comparant les inégalités (7) et (8), on trouve qu'on a

$$\left| \sum_{(m)} \frac{c_n}{l_n^{1+\varrho}} - \frac{c\delta}{m^{1+\delta\varrho}} \right| < \frac{B}{m^{2-\delta|\varrho|}},$$

$B$  étant une certaine constante finie. Donc la somme

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left( \sum_{(m)} \frac{c_n}{l_n^{1+\varrho}} - \frac{c\delta}{m^{1+\delta\varrho}} \right)$$

est uniformément convergente pour

$$|\varrho| < \varrho_0$$

si  $\varrho_0$  est une quantité positive inférieure à  $\frac{1}{\delta}$ , c'est-à-dire à  $\frac{1-\gamma}{2}$ . Cette somme peut donc être représentée par un développement à la TAYLOR, et comme la même chose a lieu au sujet de la différence

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{c\delta}{m^{1+\delta\varrho}} - \frac{c}{\varrho},$$

il est démontré que la différence

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{l_n^{1+\varrho}} - \frac{c}{\varrho}$$

peut être représentée par un développement à la TAYLOR convergent tant qu'on a

$$|\varrho| < \frac{1-\gamma}{2},$$

pourvu seulement qu'on ait

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{l_n^{1+\varrho}} = \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \sum_{(m)} \frac{c_n}{l_n^{1+\varrho}} \right\}.$$

égalité a lieu en effet, car la somme du côté gauche  
te, tant que  $\rho$  est positif. En effet, on peut écrire,

$$\sum_{n=1}^{\nu} c_n = s_{\nu},$$

$$\sum_{n=1}^{n+p} \frac{s_{\nu} - s_{\nu-1}}{l_{\nu}^{1+\rho}} = \frac{s_{n+p}}{l_{n+p}^{1+\rho}} - \frac{s_n}{l_{n+1}^{1+\rho}} + \sum_{\nu=n+1}^{n+p-1} s_{\nu} \left( \frac{1}{l_{\nu}^{1+\rho}} - \frac{1}{l_{\nu+1}^{1+\rho}} \right).$$

$s_{\nu} = f(l_{\nu})$ , il existera une certaine constante positive  
aura

$$|s_{\nu}| < k l_{\nu}.$$

c aussi

$$\left| \frac{c_{\nu}}{l_{\nu}^{1+\rho}} \right| < k \left\{ \frac{l_{n+p}}{l_{n+p}^{1+\rho}} + \frac{l_n}{l_{n+1}^{1+\rho}} + \sum_{\nu=n+1}^{n+p-1} l_{\nu} \left( \frac{1}{l_{\nu}^{1+\rho}} - \frac{1}{l_{\nu+1}^{1+\rho}} \right) \right\}$$

$$= 2k \frac{l_n}{l_{n+1}^{1+\rho}} + k \sum_{\nu=n+1}^{n+p} \frac{l_{\nu} - l_{\nu-1}}{l_{\nu}^{1+\rho}}.$$

tivité  $l_{n+1}$  étant plus grande que  $l_n$  et convergeant  
en même temps que  $n$ , on sait que la somme

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{l_{\nu} - l_{\nu-1}}{l_{\nu}^{1+\rho}}$$

te pour les valeurs positives de  $\rho$ , d'après un  
ABEL. Par conséquent, la somme

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{c_{\nu}}{l_{\nu}^{1+\rho}}$$

te pour les mêmes valeurs de  $\rho$ .

LET a démontré ailleurs (Journal de mathématiques  
, t. 1<sup>er</sup> de la 2<sup>e</sup> série) qu'en faisant  $c_n = 1$ , et en  
ulement que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{f(t)}{t} = c$$

on aura encore

$$\lim_{\varrho=0} \varrho \sum \frac{1}{l_n^{1+\varrho}} = c.$$

Il est facile de s'assurer que le théorème que nous venons de démontrer ne peut être généralisé dans la même étendue. En effet, faisant p. ex.

$$l_n = n - \frac{n}{\log n},$$

on aura

$$\lim_{t=\infty} \frac{f(t)}{t} = 1.$$

Or la valeur de la fonction

$$\sum \frac{\left(1 - \frac{1}{\log n}\right)^{-(1+\varrho)} - 1}{n^{1+\varrho}} = \left(\sum \frac{1}{l_n^{1+\varrho}} - \frac{1}{\varrho}\right) - \left(\sum \frac{1}{n^{1+\varrho}} - \frac{1}{\varrho}\right)$$

est plus grande que

$$\sum \frac{1 + \varrho}{n^{1+\varrho} \log n}$$

et devient par conséquent infinie pour  $\varrho = 0$ . Elle ne peut donc pas être représentée par un développement à la TAYLOR.

Cette remarque simple paraît propre à jeter quelque jour sur la vraie signification de la condition que la différence  $f(t) - ct$  doit devenir infinie moins vite qu'une puissance de  $t$  à l'exposant inférieur à l'unité.

Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

## 209. Om tetrazol.

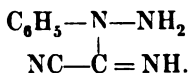
Af J. A. BLADIN.

Meddeladt den 13 April 1892 genom O. WIDMAN.]

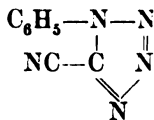
såsom jag nyligen visat,<sup>1)</sup> lyckats mig att ur fenylsyran framställa triazol själf på det sätt, att jag andret af en amidogrupp i fenylgruppen först föres motståndskraft mot oxidationsmedel och sedan den aniderade fenylgruppen medels kaliumperman- ganska lösning och slutligen genom upphettning aflägs- lar gruppen ur den så bildade triazolkarbonsyran, så ej otänkbart, att äfven tetrazol skulle kunna på ett erhållas ur fenyltetrazolkarbonsyran, förutsatt att den ej spränges vid permanganatets inverkan. Af försöken har det ock framgått, att tetrazol på detta framställas.

Jag öfvergår till redogörelsen härför, vill jag emeller- lundt skicka några anmärkningar rörande de af mig nämnda tetrazolföreningarnes (och således äfven tetrazols)

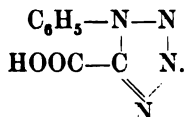
föreningarna hafva af mig som bekant framstälts som additionsprodukt, som bildas vid inverkan af cyan på en lösning af fenyldiazin, genom inverkan af salpeter- syra och upphettning af en därvid i första hand bildad lösning såsom sannolik konstitutionsformel för denna addi- tion, s. k. dicyanfenylhydrazin, har jag antagit



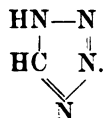
Sedan jag först uppställde denna formel, har jag i flera seenden studerat denna förening och funnit formeln i allmänhet bekräftad. Är nu denna formel riktig, kan den genom inverkan af salpetersyrighet på dicyanfenylhydrazin erhållna fenyltetrazol icke hafva annan konstitution än



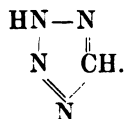
och den därur erhållna karbonsyran ingen annan än



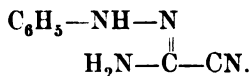
Den ur denna syra genom bortoxidering af fenylgruppen utdrifvande af karboxylgruppen erhållna tetrazol bör därför



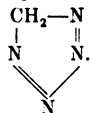
Af tetrazoler <sup>1)</sup> bör det emellertid finnas ännu en, nämligen den af formeln,



Nu anser ANDREOCCHI <sup>2)</sup> af skäl, för hvilka det blefvit långt att här redogöra, att dicyanfenylhydrazin ej eger denna konstitution, utan har sammansättningen

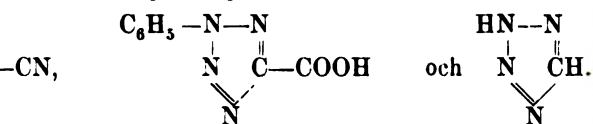


<sup>1)</sup> Frånsedt en möjlig sådan, som ej håller någon NH-grupp,



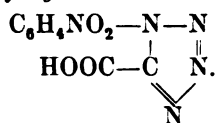
<sup>2)</sup> Regia Università degli Studi di Roma. Istituto chimico. Ricerche esperimentali nell' Anno scolastico 1890—1891. Sid. 384 och ff.

blifva formlerna för fenylcyantetrazol, fenyltetrazol- och tetrazol sjelf följande:



emellertid af flera skäl är tvifvelaktigt, huruvida formel är att föredraga framför min, kommer jag att bibehålla mina gamla formler.

*Nitrofenyltetrazolkarbonsyra.*



Nitrofenyltetrazolkarbonsyra kokades med 100 gr. rykande så länge nitrosa ångor bortgingo, och lösningen göts i vatten. Därvid afskilde sig nitrosyran i form af en röd, amorf fällning, som vid torkning vid 100° C. blef vit. Utbyte 10 gr. För att rena syran kan man kristallisera den samma ur isättika, hvori den är lös. Därur kristalliserar syran än i färglösa ganska stora nålar. De förra vittra i luften och innehålla nitrosyran, de senare, hvilka ej vittra, hålla 1 molekyl vatten, som bortgår vid 100° C. Analyser på vid 17,2° C. af substans gifvo:

0,1000 gr. gaf vid förbränning i slutet rör 0,3804 gr. CO<sub>2</sub> (0,0875 gr. C) och 0,0570 gr. H<sub>2</sub>O (motsv. 0,00633 gr. H). 0,1000 gr. gaf 30,3 ccm. N-gas, mätt öfver kalilut vid 17,2° C.

Beräknadt.		Funnet.	
		1.	2.
96	40,9	41,5	—
5	2,1	2,5	—
70	29,8	—	30,0
64	27,2	—	—
235	100,0		



En ättiksyrebestämning på bladen gaf:

0,1522 gr. förlorade vid 110° C. 0,0307 gr.

	Beräknadt	Funnet.
för $C_6H_4NO_2 \cdot CN_4 \cdot CO_2H + CH_3CO_2H$ .		
$CH_3 \cdot CO_2H$	20,3	20,2.

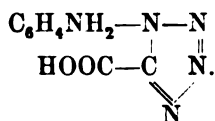
En vattenbestämning på nålarna gaf:

0,2711 gr. förlorade vid 110° C. 0,0196 gr.

	Beräknadt	Funnet.
för $C_6H_4NO_2 \cdot CN_4 \cdot CO_2H + H_2O$ .		
$H_2O$	7,1	7,2.

Såväl bladen som nålarna smälte vid 175° C. under gasutveckling till en gul olja. Antänd förpuffar föreningen

*Amidofenyltetrazolkarbonsyra.*



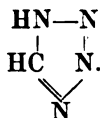
10 gr. nitrofenyltetrazolkarbonsyra infördes i små portioner i en varm lösning af 40 gr. tennklorur i 60 gr. rykande syra. Häftig reaktion egde därvid rum. Lösningen utspäddes med vatten, då amidosyran småningom utkristalliserade i form af ett hvitt tungt pulver. Utbyte 7 gr. Föreningen renas genom upplösning i ammoniak och fällning med svavelvätergas. Den aftar ej i vigt vid 110° C.

0,1204 gr. gaf 34,5 ccm. N-gas, mätt öfver kalilut vid 769 mm. bar. tr. och 16,5° C.

	Beräknadt.		Funnet.
$C_8$	96	46,8	—
$H_7$	7	3,4	—
$N_5$	70	34,2	34,2
$O_2$	32	15,6	—
	205	100,0	

Föreningen smälter vid 196° C. under fullständig sönderdelning.

*Tetrazol.*



midofenyltetrazolkarbonsyra löstes i 56 gr. 50-procentlut under uppvärmning; vid vanlig temperatur löses ofullständigt i stark natronlut, emedan det i långa bliserande natriumsaltet är tämligen svårlösligt däri. lösningen försattes därpå med en äfvenledes varm kaliumpermanganatlösning (ungefär 35—40 gr. per mindre portioner. Permanganatlösningen affärgades t. Sedan all lösning blifvit tillsatt och vätskan ej ades efter flera timmars stående i värme, förstördes f permanganat med litet alkohol och mangansupererades och tvättades. Det gula filtratet koncentrefafsvauning afskilde sig en gul kropp i ringa mängd, erades. (Bland mangansuperoxiden förefinnes denna g i ej obetydlig mängd, hvilket nedtrycker utbytet Det är möjligen en azoxiförening, som uppkommit ion af amidogruppen. Upplöses mangansuperoxiden ghetsvatten, stannar föreningen olöst i form af blek- ). Lösningen surgjordes därpå med salpetersyra, till nära kokning och försattes med silfverniträt, nästan färglöst silfversalt afskilde sig, som noga Det uppslammades i vatten, försattes med litet uppvärmdes; klorsilfret affiltrerades, och filtratet på vattenbad till fullkomlig torrhet, hvarvid återktig, kristallinisk massa, som utgöres af nästan ren n hade kunnat vänta, att på detta sätt tetrazol-skulle erhållas, men antagligen har denna vid uppmed salpetersyra förlorat kolsyra och öfvergått i r fullständig rening kan föreningen omkristalliseras

## Analyserna gäfvo:

1. 0,1262 gr. gäfvo vid förbränning med blykromat i rör 0,0806 gr. CO<sub>2</sub> (motsv. 0,02198 gr. C) och 0,0395 gr. (motsv. 0,00439 gr. H).

2. 0,1121 gr. gaf 75,0 ccm. N-gas, mätt öfver kalilut 763 mm. bar. tr. och 14,8° C.

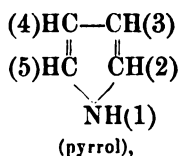
3. 0,1222 gr. gaf 81,8 ccm. N-gas, mätt öfver kalilut 762,5 mm. bar. tr. och 15,6° C.

	Beräknadt.		1.	Funnet. 2.	3.
C	12	17,1	17,4	—	—
H <sub>2</sub>	2	2,9	3,5	—	—
N <sub>4</sub>	56	80,0	—	80,1	79,8.
	70	100,0			

Föreningen är löslig i vatten, alkohol, aceton och ättika, svåröslig i eter, kloroform, benzol och toluol. Ur alkohol kristalliserar den samma i hårda, till bollar förenade kristaller ur toluol i färglösa glänsande blad. Den sublimerar vid upphettning redan före smältning, ja om ock långsamt redan vid 100° C. Den smälter utan sönderdelning vid 155° C. Den bildar med metallsalter svårösliga eller olösliga fällningar, hvilka vid upphettning på ett platinableck häftigt förpuffa, kopparföreningar med en svag knall. En vattenlösning af föreningen färgar lakmus rödt. Några basiska egenskaper synes föreningen knappt ega. Ger ej med salpetersyrighet något nitrosoderivat.

Efter upptäckten af tetrazol känner man för närvarande följande enkla representanter för föreningar, som hålla en förenad ledig kvävekärna: <sup>1)</sup>

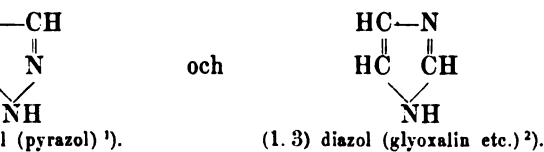
den enda möjliga monazolen,



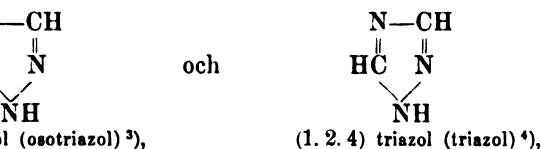
(pyrrol),

<sup>1)</sup> Om de femlediga kvävekärnornas nomenklatur se O. WIDMAN, Journ. pr. Chem. N. F. 45, 200.

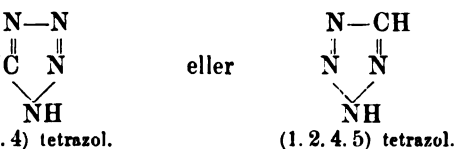
diazolerna,



de fyra möjliga triazolerna, nämligen



en af de bägge möjliga tetrazolerna nämligen den  
a, för hvilken det tills vidare får lemnas oafgjordt,  
har formeln,



tabell lemnar jag en jämförande öfversigt af deras  
genskaper.

	Löslighet i vatten.	Reaktion mot lakmus.	Smältpunkt.	Kokpunkt.
}	olöslig	—	olja	130—131°
}	lättlöslig	neutral	69—70°	186—188°
}	lättlöslig	alkalisk	88—89°	255°
}	lättlöslig	neutral	22,5°	203—204°
}	lättlöslig	svagt sur	120—120,5°	260°
}	lättlöslig	sur	155°	—

Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXII, 846, 2165. L. BALBIANO,  
h. chem. Ges. XXIII, 1106.

n. Chem. Pharm. 107, 204. F. JAPP, Ber. d. deutsch. chem. Ges.

. BAMBERGER & B. BERLT, Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXV, 274.

z H. v. PECHMANN, Ann. Chem. 262, 220.

r, Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXV, 225. J. A. BLADIN,

t. Akad:s Förh. 1892 N:o 3, sid. 135.

# Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. från sid. 198.)

- Prag.** *K. Böhmische Gesellschaft der Wissenschaften.*  
Sitzungsberichte. Philosophisch-historisch-philologische Classe. Jahr 1891. 8:o.  
Jahresbericht. Jahr 1891. 8:o.  
Spisův potěných jubileí... Císlo 6. 1891. 8:o.
- St. Petersburg.** *Académie Imp. des sciences.*  
Mémoires. (7) T. 38: N:o 7-8; 39. 1891. 4:o.  
Bulletin. (2) Vol. 2: N:o 3-4. 1892. st. 8:o.
- Sydney.** *Australian museum.*  
Report. Year 1891. F.  
— *Geological survey of N. S. Wales.*  
Memoirs. Palæontology. N:o 8. 1891. 4:o.
- Washington.** *U. S. National museum.*  
Bulletin. N:o 38, 42. 1890-91. 8:o.
- Wien.** *K. K. Gradmessungs-Bureau.*  
Astronomische Arbeiten. Bd. 3. 1891. 4:o.  
Småskrift. 1.  
— *K. K. Geologische Reichsanstalt.*  
Verhandlungen. Jahrg. 1891: N:o 1-18. st. 8:o.
- Würzburg.** *Physikalisch-Medicinische Gesellschaft.*  
Verhandlungen. Bd. 25: N:o 6-7. 1891. 8:o.  
Sitzungsberichte. Jahrg. 1891: N:o 4-9. 8:o.
- Hr. Kommendörkapten N. Juel.**  
Norsk Fiskeritidende. Aarg. 1(1882)—10(1891). Bergen. 8:o.
- Författarne.**  
BERGSTRAND, C. E., Hjelpreda ... vid de konstgjorda gödningsämne-  
nas användande. Sthm. 1891. 16:o.  
DAHLSTEDT, H., Hieraciernas innovationssätt ... Lund 1892. 8:o.  
HARTMANN, C. W., Om ciderfabrikationen i Frankrike ... Sthm. 1890.  
st. 8:o.  
LINDBERG, G. A., *Rhipsalis trigona* Pfr. Berlin 1891. 8:o.  
— Småskrifter. 3 st.  
WESTERLUND, C. A., Fauna der in der paläarktischen Region ...  
lebenden Binnenconchylien. 6. Lund 1886. 8:o.  
— Småskrifter. 14 st.  
ANSPACH, L., L'École Alsacienne a-t-elle raison contre Zeuner? — Le  
role de l'eau dans les cylindres à vapeur. Liège 1892. 8:o.  
DESBROCHERS DES LOGES, J., Examen critique de quelques Curculio-  
nides du genre Apion appartenant au Musée de Stockholm ... Paris.  
1891. 8:o.  
— Småskrift. 1.

(Forts. å sid. 236.)

ongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1892. N:o 4.  
Stockholm.

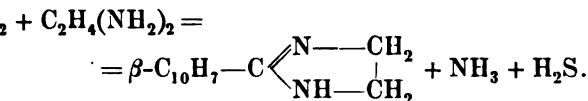
delanden från Upsala kemiska laboratorium.

etylendiamins inverkan på  $\beta$ -tionaftamid.

Af G. FORSSELL.

Meddeladt den 13 April 1892 genom P. T. CLEVE.]

nitiooxamid (rubeanväte) och tiobenzamid, så in-  
 $\beta$ -tionaftamid vid vattenbadstemperatur med ytter-  
etylendiaminhydrat. Reaktionen förlöper på van-  
er afskiljande af ammoniak och svafvelväte enligt

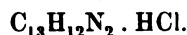


tiamid upphettades i kolf på vattenbad med 7  
adt: 4,17) etylendiaminhydrat, till dess lukten af  
godt som fullständigt upphört, hvartill åtgår  
. Vid afsvälning stelnade det mörkfärgade kolf-  
ett segt harts, som löstes i utspädd saltsyra med  
af en gul, antagligen svafvelhaltig substans, som  
ersökt. Natronlut gaf med den saltsura lösningen  
som inom kort, allt efter föroreningarnas mängd,  
gen en tung, snart stelnde olja, eller en ljus  
allinisk fällning. Omkristalliserad ur gasolja eller  
af gasolja och benzol består föreningen af korta,  
, hvita nålar och visar smältpunkten 116°. Den  
i vatten, gasolja och eter, löslig i alkohol, is-  
orm och benzol. Till sina kemiska egenskaper är  
stark ensyrig bas, som blånar lackmuspapper.

Analyserna utfördes på ur gasolja en gång omkristall vid något under 100° torkadt material och gäfvö följande

	Beräknadt för:		Funnet:	
	$C_{13}H_{12}N_2$ .		I.	II.
$C_{13}$	156	79,59	79,27	—
$H_{12}$	12	6,12	6,45	—
$N_2$	28	14,29	—	14,39
	196	100,00		

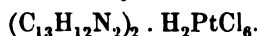
*Klorhydrat.*



Hvita nålar, lösliga i vatten och alkohol; ur det lösningsmedlet fällbara med eter. En klorbestämning procent:

	Beräknadt:	Funnet:
HCl	15,70	15,82

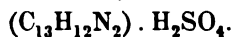
*Kloroplatinat.*



Ljust orangegul fällning. Smältp. 219—221°. För aftog ej i vikt vid upphettning till omkring 100°. En bestämning gaf i procent:

	Beräknadt:	Funnet:
Pt	24,31	24,08

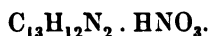
*Sulfat.*



Ur en lösning af basen i svafvelsyra och alkohol fälder eter en olja, som snart stelnar till nålar. Enligt analys ligger det sura sulfatet:

	Beräknadt:	Funnet:
$H_2SO_4$	33,33	33,29

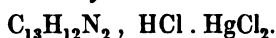
*Nitrat.*



Förhåller sig till lösningsmedel som klorhydratet och sulfatet. En kväfvbestämning gaf:

	Beräknadt:	Funnet:
N	16,22	16,49.

*Kvicksilfverdubbelklorid.*

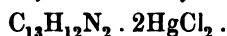


som en vit, kristallinisk fällning vid blandandet af  
 orid i vattenlösning med en saltsur lösning af basen.  
 kad substans förlorar ej i vikt vid 100°. Smält-  
 186°.

na gäfvö i procent:

	Beräknadt:	Funnet:
Cl	21,15	21,54
N	5,56	6,14

*Kvicksilfveradditionsförening.*



holiska lösningar af basen och kvicksilfverklorid  
 as en vit, ostliknande fällning af ofvan angifna  
 ng. Den förlorar ej i vikt vid 100°, börjar mörkna  
 200° och smälter till en gråbrun tjära vid 230—250°.

:

	Beräknadt:	Funnet:
Cl	19,24	19,86
N	3,79	4,29

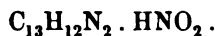
*Pikrat.*



genom att blanda pikrinsyra, löst i alkohol, med  
 ning af basen och bildar små gula, glittrande fjäll.  
 196°. Förlorar ej i vikt genom torkning vid 100°.  
 vebestämning gaf i procent:

	Beräknadt:	Funnet:
N	16,47	16,66

*Nitrit.*



erhålles, om en lösning af kaliumnitrit sättes till  
 ler svagt sur lösning af ett salt af basen. Det  
 tillstånd en tjock, något gulaktig fällning, som är



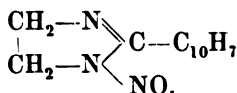
ytterst löslig äfven i kall alkohol, hvarur föreningen färglös för eter. Smältpunkt 166—167°.

Analys verkställdes på vid omkring 100° torkadt mat

	Beräknadt:	Funnet:
N	17,28	16,95

Nitritet sönderdelas af syror, äfven ättiksyra, under gasutveckling.

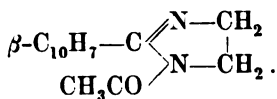
*Nitrosoförening.*



För att erhålla nitrosoderivatet användes en koncentrerad lösning af basen i ungefär lika delar vatten och isä hvarigenom bildande af nitrit förhindras. Nitrosoföreningen skiljes därur vid tillsats af kaliumnitritlösning som en mer mindre färgad, snart stelnde olja. Den erhöles analysren efter tvenne omkristalliseringar ur varm alkohol, hvarur faller i små hopgyttrade, ljus crème färgade nålar, som sönderdelas af mineralsyror. Smältpunkt 101°. Exsickatortorkadt material förlorade ej i vikt genom flere timmars upphettning omkring 90°. En kväfvbestämning på vid denna temperatur torkad substans gaf följande värde:

	Beräknadt:	Funnet:
N	18,67	18,79.

*Acetylörening.*



Några decigram af basen pulveriserades och behandlades med acetylklorid, hvarvid en temligen häftig reaktion eger rum. Öfverskott af acetylklorid aflägsnades genom uppvärmning, efter den ljusgula reaktionsprodukten urkokades några gram med benzol, hvarur vid afsvalning utföll en nästan färglös flockig fällning, som efter torkning bildade en hvit, kristallin substans. Smältpunkt 160—166°. Samma derivat framställdes äfven med acetanhydrid i köld. Reaktionsprodukten ska

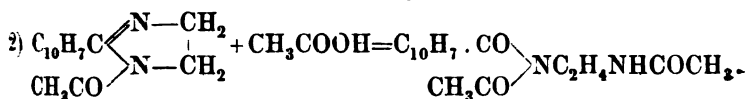
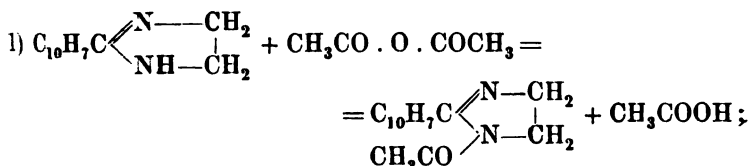
med vatten och kloroform, hvarmed den fick stå en tid till för-  
störing af oangripen acetanhydrid. Den efter kloroformlösningens  
afdunstning återstående, endast delvis fasta substansen försattes  
med litet benzol, då ett hvitt pulver utföll. Det smälte mellan  
162 och 167°. En kväfvebestämning på exsickatortorkadt mate-  
rial gaf i proc.:

	Beräknadt:	Funnet:
N	11,76	11,72.

*β-Naftyl-diacetyl-etylendiamin.*



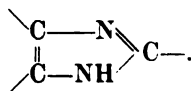
Vid ett försök att framställa acetylöreningen med tillhjälp  
af acetanhydrid förfors på följande sätt. Några decigram af  
basen löstes i acetanhydrid. Genom uppvärmning på vattenbad  
afhängnades det mesta af den oangripna acetanhydriden, hvarpå  
torkades i torkskåp vid omkr. 100° till konstant vikt. Där-  
igenom erhöles ett småningom hårdnande, ljusgult till brungult  
harts. Som analyserna visa, måste en sprängning af ringen ha  
egt rum enligt följandt ekvationer:



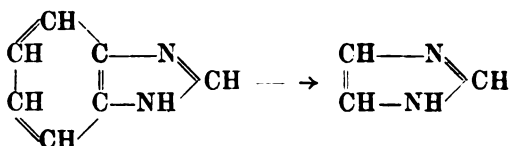
Analyserna gäfvö följande värden:

	Beräknadt:		Funnet:	
			I.	II.
C <sub>17</sub>	204	68,46	68,60	—
H <sub>18</sub>	18	6,04	6,46	—
N <sub>2</sub>	28	9,40	—	9,85
O <sub>3</sub>	48	16,10	—	—
	298	100,00		

Sedan jag inlemnade mitt senaste meddelande till Vetenskapsakademien, har genom BAMBERGERS forskningar ådagalagdt det nära sambandet mellan glyoxalin och de aromatischer baser som erhållas genom inverkan af karbonsyror på aromatischer ortodiaminer. I alla dessa föreningar ingår som gemensamt stämsdel atomkomplexen

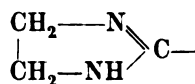


Af den enklaste föreningen af denna typ, benzimidazol, BAMBERGER och BERLÉ <sup>1)</sup> genom oxidation erhållit glyoxalin



och därigenom bevisat riktigheten af den s. k. Jappska glyoxalinformeln.

Då nu de föreningar jag erhållit af etylendiamin och benzamid, resp.  $\beta$ -tionaftamid, med nödvändighet innehålla den nämnda gruppen



så måste de kunna betraktas såsom derivat af *dihydrerad glyoxalin*. Detta eger sitt stora intresse af det skäl, att man hithittills intet sätt lyckats framställa sådana hydroföreningar genom direkt hydrering af glyoxalin eller dess derivat.

Jag hoppas bli i tillfälle att inom närmaste framtid genom några oxidationsförsök med nyss nämnda föreningar för att på denna väg kunna framtränga till glyoxalin.

<sup>1)</sup> Ber. d. Deutsch. Chem. Ges. XXV (1892), p. 277.

Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1892. N:o 4.  
Stockholm.

om en år 1891 utförd resa till Indo-Malayiska Archipelagen.

Af CARL W. S. AURIVILLIUS.

[Utdragt den 9 Mars och 13 April 1892 genom S. Lovén.]

Utsädes hvars utförande jag åtnjutit understöd af Kongl. Akademien, anträdde från Stockholm den 5:te Mars, togs öfver Hamburg och Basel till Genua. Den 10:de jag der ombord på en holländsk ångare med sällskapsort och framkom till Batavia den 10:de

Utsyftet med resan var *studiet af korallöar och särskild hänsyn till deras evertebratfauna*, vid återkomsten nödiga förberedelser för utfärder till Javasjön mellan 5° 10' och 6° sydlig bredd i ögruppen (Duizend Eilanden). Under fjorton dagarna först öarne Edam och Alkmar, hvarvid mellan studier af de omgifvande korallrefven, så som blefvo tillgängliga, och båtfärder öfver underne i förening med draggningar på djupare vatten. De refbyggande korallerna sjelfva, visade faunan på korallerna vid dessa öar en sammansättning, som utdrag återfinnes äfven vid öfriga öar af likartad denna del af archipelagen. Karakteristisk är framkommande på individer af samma art som här gör sig till kostnad af artmångfalden, så att inom ett mycket område en betydande mängd exemplar af samma erhållas. De djurgrupper, om hvilka detta kan

sägas och som sålunda äro mest utmärkande för korallrefven och deras laguner, äro *Echinodermerna* (framför allt: *Holothurier*, *Echinider*, *Ophiurider*) samt bland *Cnidarierna* de mjuka *Polyperna*, som betäcka stora sträckor af hafsbotten och ej mindre än de förkalkade formerna gifva denna en egendomlig prägel. Om de öfriga djurgrupperna kan detta ej sägas, med undantag för någon enstaka form, såsom bland *Molluskerna*: *Jättemusslan* (*Tridacna*), som ofta träffas i håligheter inuti döda korallblock, *Cypræor* och *Doridider*; bland *Spongierna* en och annan massvis uppträdande art samt bland manteldjuren de mångfärgade *Synascidier* som betäcka döda korallstycken i lagunerna eller på refbarrieren.

Redan på kort afstånd från korallrefvens brant stupande yttre sida upphör korallsanden eller -gruset, som ofta utfyller äfven lagunernas håligheter, och ersättes af slam- eller fastare lerbotten. På denna, som inom Javasjön i dess helhet ej sänker sig djupare än 50 famnar under vattenytan, är djurlifvet vida fattigare på former än kring korallöarne eller korallbankarne samt består hufvudsakligen af Mollusker, Maskar och Echinider.

Efter återkomsten till Batavia nödgades jag, på grund af helsoskäl, för en månad afbryta vistelsen på hafvet, men kom deremot i tillfälle att besöka Javas högland, och uppehöll mig derunder dels i Buitenzorg, dels i Sukabomi och på sanatoriet Sindanglaja. På förstnämnda ställe gjordes samlingar af en del sötvattensdjur — Mollusker och Crustaceer — samt insekter. Vid prepareringen af det insamlade hade jag fördelen att vistas på laboratoriet i Buitenzorgs botaniska trädgård, der en plats blef mig erbjuden för ändamålet af trädgårdens prefekt, Prof. TREUB.

Liknande samlingar gjordes på de andra orterna, och från Sindanglaja besöktes äfven den på vulkanen Gedés norra sluttning vid 4,700 fots höjd liggande botaniska trädgården Tjibodas, som utgör en afdelning af Buitenzorgs och liksom denna på ett utmärkt sätt lämpar sig såsom utgångspunkt för sammanhängande forskning öfver inre Javas flora eller fauna

af Juni anträdde en andra färd på Javasjön, den nordligaste af Tusenöarne, Nordwachter, Sumatras ostkust än Javas nordkust, och till följande jämförlig med de förr nämnda sydliga öarne. Öarna i denna vidsträckta grupp omgifves den af sin yta en äkta korallö. Dess högsta punkt ligger 100 meter öfver flodmärket och dess största utsträckning till söder — utgör endast omkring 1000 fot. af den rikaste tropiska växtlighet, hvaribland en förutom de här fåtaliga Mangroveträden, äro alla genom den betydelse de, på grund af sitt rika och vida rotsystem, måste äga för sjelfva öarna.

Veckors vistelse på ön blef studiet af sjelfva dess inledning af det här särdeles väl utpräglade korall- och tre håll bågformigt omgifver ön, en af hufvud- och närmaste samband med denna fråga anställdes att undersöka de inom lagunen, på refvets utsida samt vid ön — åt det håll, der ref saknades — lefvande och särskild uppmärksamhet egnades vidare åt de mestastade större korallblock, som, ehuru koralldjuren äro igen för lång tid tillbaka, upphört med sin verksamhet dels på sin yta dels i sitt inre hysa en mängd ordningar — musslor, kräftdjur, spindlar, maskar och sjelfva genom sin borrande förmåga der skaffat sig också skydd i gångar eller håligheter gjorda vid insamlingen af dessa djur i många fall en kalkblocken är nödvändig, förklaras sannolikt genom fyndorternas säregna natur djurens sällsynta ullkomliga frånvaro i sådana samlingar från tropiska för öfrigt äro rikhaltiga och omfattande. Bland de på anföras arter af det borrande Cirripedslägtet och dess bygnad och verksamhet af brist på fullständigt endast delvis bekanta; tre andra förut okända, som leda, i systematiskt hänseende stående närmast

*Alcippe*, men med mindre reducerade appendikulära organ. Detta slägte, hvilkas små håligheter ofta förekomma i ett antal att djuret kan sägas verksamt bidra till upplösningen af dylika korallblocks yta; m. fl. Andra sällsynta Cini-slägten, såsom *Ibla*, m. fl., träffades fästade på ytan af såväl korallblock, som endast vid högsta flod nås af vattnet, och sålunda i regeln under en stor del af dygnet torra. Men de *levvande* korallerna, såväl de greniga som de plattade och massformiga, lemna herberge åt andra djur, som så lätt äro lifskraftiga följa koralldjurens tillväxt, så att de ständigt befinna sig i jemnhöjd med dessas yta. Exempel härpå äro lifskraftiga följa koralldjurens tillväxt, så att de ständigt befinna sig i jemnhöjd med dessas yta. Exempel härpå äro Balanidsläktena *Pyrgoma* och *Creusia*. Verkligt borran deremot det högst egendomliga Dekapodsläktet *Cryptopoda*, hvars raka cylindriska gångar tränga djupt ned i lefnadens Goniastrea.

Bland den fångst som gjordes vid håfningar i eller omedelbart under hafsytan må anföras såsom karakteristiska för haf: Salper, Porpita och Physalia, — de två sistnämnda ofta uppkastade på korallrefven af vågsvallet — samt larier.

Återvägen till Batavia togs öfver Sundasundet, hvarest skildt besöktes Sumatras sydligaste udde, Vlakkehoef, en skörd gjordes af Gorgonider, Echini, Mollusker och Balaner, bland hvilka senare en *Acasta*-art träffades inbäddad i lefnad af en Gorgonia.

Efter två dygns uppehåll i Batavia anträdde den 13 med en af det Holländsk-Indiska tennbolagets ängare, en till Billiton. Landstigningen egde rum i distriktet Mangrove östra kusten, som dock på grund af den nu rådande ostindien ej lämpade sig för de undersökningar som åsyftades, hvar jag delvis seglande på Chinesiska sjön längs nordöstra kusten delvis öfver land begaf mig till öns hufvudort, Tandjongdan, på vestsidan. En segelbåt med sju mans besättning hyrdes här för 12 dagar, som användes på undersökning af del större och mindre öar — Mendanao, Batoe Din

m. fl. — i Gasparsunden mellan Banka och

hafsadjursfaunan visade här i flere afseenden en  
 ättning än vid Tusenöarne, uppenbarligen bero-  
 ing med element från det i norr tillstötande  
 et, hvars fauna, ehuru hittills föga känd, dock  
 många egendomliga djurformer. Redan strand-  
 området för ebb och flod, är synnerligen karak-  
 tistisk stranden utgöres af klippor — på alla större  
 — eller är långgrund, sandig. I förra fallet be-  
 och stenar af den genom sin inre byggnad såväl  
 utseende från öfriga Balaner helt afvikande  
*Phonarien* och *Ostreider*; i senare fallet finnas i  
 ger talrikt de eljest sällsynta Clypeastridslägena  
*Chinarachnius*, af hvilka det senare, der sanden  
 lemna högst egendomliga spår i densamma vid  
 för de sydliga öarne främmande Alcyonider och  
 till Chinesiska hafvets område inskränkt *Limu-*  
*indicauda*) m. fl. Men äfven korallrefven hysa  
 Javasjöns afvikande fauna, i det sådana djur  
 och Doridider här uppträda talrikare, likaså en  
 n. läng borstmask, rörmaskar med korta spiral-  
 af 2 cm. diameter, i Spongier lefvande Balaner,  
 och Holothurier af flere former, tunglika Fungia-  
 ån undervattensbankar upptogs genom dykare:  
 , bland dem den s. k. »svarta korallen» (*Plex-*  
 , infödingarnes »Akar-bahar», hvars axelskelett  
 användning till ringar m. fl. prydnader, en stor  
 id (*Acanthaster*), Crinoideer och Ophiurider. Vid  
 bottenskrapa erhöles ytterligare en fjäderlik Hy-  
 dydande storlek, hornkoraller och mollusker samt  
 ongier.

sfärd till den i Gasparsundens s. ö. del liggande  
 nu en del nya former till den förut gjorda sam-  
 de vid denna årstid starka ostliga vindarne



hindrade mig att bekomma lefvande exemplar af »perlbåten» (*Nautilus*), om hvars förekomst vid Billitons S.O. kust inom distriktet Dindang jag inhemtade säkra underrättelser.

Af Billitons säregna däggdjurs-fauna må anföras: *Tragulus Kantjil*, en myrkott (*Manis*) och spökapan (*Tarsius spectrum*), af hvilka jag erhöll exemplar, samt *Cervus russa*, *C. muntjac*, två *Cercopithecus*-arter, vildsvin och den Indiska sjökon (*Halimcore djong*), hvilken sistnämnda, ehuru för öfrigt sällsynt inom archipelagen, ej sällan träffas vid Billitons lågländta sydkust och stundom der fångas.

Den 9:de Augusti inträffade jag åter i Batavia samt företog nu en färd tvärs öfver höglandet till Javas sydkust, i särskildt syfte att der erhålla en af de sällsyntare Cirripedformer, som äro inskränkta till Sunda-archipelagen, men äfven der uppträda endast på vissa lokaler af egendomlig natur. En sådan var den branta klippstranden vid Wijnkoopsbai, der jag fann djuren — *Pollicipes mitella* — fästade i remnor och sprickor, ständigt utsatta för ett öppet hafs våldsamma bränningar. Under samma säregna förhållanden lefde i klipphålur: inkrusterade Zoanthider. Chitoner, Echini m. fl., och på ett stycke sandstrand funnos uppkastade perforerade Scutellider samt åtskilliga Mollusker.

Efter återkomsten till Batavia afsändes en del af samlingarne direkt till Europa, under det de öfriga medtogos till Sumatra. der jag tillbragte den sista månaden af min vistelse i Indien. Staden Padang på Sumatras västkust blef nu utgångspunkten för mina färder, hvilka framför allt hade till mål undersökningen af de många småöar af olika natur, antingen vulkaniska klippor med omgifvande korallref eller ock låga korallöar i egentlig bemärkelse, som förekomma på längre eller kortare afstånd från denna kust.

Till förra slaget höra de i Padangs omedelbara närhet liggande Pulo Pisang Gadang och Pulo Pisang ketjil, hvilka båda innehålla samma bergart som det motliggande fastlandet. men afvika från hvarandra i afseende på det omgifvande korallrefvets bildning och läge. Till senare slaget höra dels flere inuti

darne uppskjutande, endast af korallgrus betäckta Pulo Pasir i Koninginnebai —, dels sådana, ex-  
p, Tengah och Oedjong utanför staden Priaman,  
på längre afstånd från kusten och liksom Tusen-  
rik vegetation.

bjödo vissa underhafsbankar, som vid ebb endast  
ett särskildt intresse genom den föreställning de  
et för de äkta korallöarnes bildning inom detta

slutligen beträffar den hittills så godt som öppna  
underlags beskaffenhet, på hvilket korallerna upp-  
tiga bygnader, måste det resultat som just i dessa  
ts vid borring i ett korallref i Koninginnebai,  
af der pågående hamnarbeten, anses i hög grad  
rdt.

ningen företogs på förslag och under ledning af  
n J. W. YZERMAN i Padang och har offentlig-  
C. PH. SLUITER i Naturk. Tijdschrift voor Neder-  
1889, vid sidan af hans egna iakttagelser öfver  
uppträdande dels vid vulkanön Krakatau i Sunda-  
dess utbrott 1883, dels i hafsviken vid Batavia i  
motsats till det förut gängse antagandet, att koral-  
nedelbart på klippgrund, visade det sig af en mängd  
tnämnda hafsvik, att ännu på 34 meters djup berg-  
e träffas, att de lefvande korallerna närmast hvi-  
korallgrenar, dessa åter på ett lager af dylika  
lera, men att under detta endast fans lera eller  
na beskaffenhet, som ännu förekommer öfverallt i  
na delar och som utmärkes af dess rikedom på en  
, *Operculina complanata*. Vid Krakatau och i  
n SLUITER små korallkolonier — som af honom  
första början till korallref — fästade på lösa  
e på slambotten. Af dessa förhållanden framgår  
ndigt att fast berggrund ingalunda är nödvändig  
art underlag för ett korallref.

Men hvilken stor vikt ett sådant resultat än måste ha för  
 det dock ej blott möjligt utan äfven af flere omständigheter  
 sannolikt, att dylika borringar — hvilka för öfrigt ut-  
 anses som det enda fullt tillförlitliga medel att lösa frågan  
 skulle utfalla i viss mån annorlunda, i fall de utfördes på  
 ref eller korallöar med ett friare, från de af en större fast  
 kust betingade inflytelser mera oberoende läge än de nu ha.  
 En noggrann jämförelse mellan flere sådana i öppet haf liksom  
 öar — t. ex. Nordwachter i Javasjön, Anso vid Sumatras  
 afseende både på östrandens form och korallbarrierens ut-  
 bredd, synes nämligen angifva, att ett underlag finnes af be-  
 begränsning, som just derföre att det ej utbredt sig likformigt  
 alla håll ej öfverallt lämpat sig lika väl för korallernas ve-  
 xet, utan t. ex. åt ett håll gifvit upphof till en vid lagun-  
 egen bredd, under det på motsatta sidan en sådan hufvud-  
 hållet saknas och östranden stupar nästan lodrätt i djupa  
 äfven under förutsättning att slambankar af dylik form  
 kunna uppstå i närheten af en större kust eller inom en  
 ögrupp genom vågsvallets eller hafsströmmarnes inverkan  
 förlora dessa faktorer sin betydelse i fråga om bildning af  
 grundvalen till en korallö, som lik en oregelbunden kägla  
 at ett håll brant stupande, åt ett annat långsluttande  
 reser sig ur ett djup af 20—100 famnar och på flere kilo-  
 meter afstånd från närmaste land.

Hafsevertebratfaunan vid Sumatras vestkust erbjuder en  
 skildt intresse ur *djurgeografisk* synpunkt, emedan hö-  
 iakttagelser förut blifvit gjorda öfver densamma. Om den  
 till sin sammansättning i flere afseenden visar frändska-  
 pater med Javasjön, så träffades dock dels åtskilliga former som erin-  
 dra om Gasparsundens och de Chinesiska farvattnens djurlif, dels  
 som torde vara egendomliga för denna kust.

Bland de senare må anföras vissa Dekapoder samt *Calappa*-  
*mulus*-art, som afviker såväl från den i Javasjön och vid  
 lukkerna lefvande *L. moluccanus* som från den vid Chinesiska  
 kuster uppträdande *L. rotundicauda*. Talrika Spongier

a Holothurie och en del Mollusker, som ej under  
e delen af resan iakttagits, träffades äfven. Af  
blott förekom *Lithotrya*, utan visade sig på som-  
allmän, öfverallt genomkorsande korallblocken med  
ångar; på samma lokaler träffades tillika talrika  
oma samt den ytterst sällsynta *Octomeria brunnea*,  
ongier uppträdde *Acasta*-former inborrade i sådant  
regelbundet, att mynningarne till deras hålör vid  
anskning kunde misstagas för att vara svampens

erbjöd sig ock här, liksom en och annan gång  
a biologiska iakttagelser öfver en del kräftdjur,  
a krabbor och eremitkräftor, som föra ett amphi-  
itt. Sälunda befans en stor *Coenobita*-art ofta  
a vandringar på det torra och sågs till och med  
ett skal i den täta skogen på midten af en korallö;  
unda samma förmåga som den närbeslägtade, i  
lättrande »röfvarkräftan» (*Birgus latro*) att kunna  
risk luft. Vanorna hos vissa krabbor, hvilka gräfva  
dbrädden och vid ebbén i stora skaror komma fram  
o i flere afseenden egnade att tilldraga sig upp-

tlandet gjordes äfven en resa till den närbelägna  
- »de Padangsche Bovenlanden» —, der under-  
källdes öfver faunan i vulkansjön Singkara, belägen  
200 fots höjd öfver hafvet, vid foten af vulkanerna  
Singalang-Tandikat. Djurlifvet var emellertid här  
lt, inskränkt till några få fiskarter, snäckor och  
enare dock genom sin ymnighet föremål för fångst  
nes sida.

e September lemnade jag Sumatra och Indien och  
å en ångare, som öfver Aden och Suez skulle gå  
Under ett kort uppehåll i Aden medhanns endast  
en del stranddjur på klippkusten vid staden; i  
e jag deremot ångaren och egnade mig under ett

par veckor dels åt undersökningar af korallref och fauna i Suezviken, dels åt samlingar längs Suezkanalens strand, Timsahsjön från Ismailia och vid egyptiska medelhavskusten från Port Said.

I sistnämnda stad steg jag åter ombord på en höllångare och ankom till Genua den 2:dra November.

Derifrån besöktes zoologiska stationen och aqvarier i Neapel, hvarefter återfärden anträdde öfver Rom till München. Här, liksom i Berlin och Köpenhamn togs kännedom af zoologiska institutionerna, med särskild hänsyn till vissa af de af exotiska Krustacéer.

Återkomsten till Stockholm skedde den 18:de November.

---

under en resa i Tyskland sommaren 1891.

Af A. WIRÉN.

Meddeladt den 13 April 1892 genom S. LOVÉN.]

kortare uppehåll i Köpenhamn och ungefär en vecka i Kiel, der jag arbetade på Professor FLEMMING's laboratorium för att taga kännedom om en del nyare undersökningsmetoder, särskildt hans metoder för histologisk delning, gjorde jag under juli månad en rundresa i Tyskland, hvarunder de zoologiska och anatomiska institut och museerna i Hamburg, Göttingen, Heidelberg, München, Jena, Leipzig och Berlin besöktes.

Under denna resa i Tyskland ha de zoologiska museerna under de senaste åren fullständigt omorganiserats och delvis såsom i Berlin, Göttingen m. fl. städer inrymmts i nya, tidsenligt utrustade byggnader.

Det zoologiska museum i allmänhet har till uppgift både att utbilda och att förse med utbildningsmedel för den kunskapssökande allmänheten. För att undanhålla material för vetenskapliga undersökningar och för högre undervisningen, så har den åsigt att allt mer och mer utvidga, att museet, för att kunna anordnas så att det fullt måtto motsvarar detta dubbla ändamål, bör delas upp i flera afdelningar, den vanligen i samband med laboratorier och s. k. vetenskapliga samlingen och den för allmänheten tillgängliga i expositionssalarna uppställda samlingen. En sådan anordning vinnas bland annat de fördelarna,

att hufvudmassan af samlingarna kunna förvaras billigare och kräfva mindre utrymme, än om allt skulle monteras och exponeras, och de i museet arbetande störas icke af allmänhetens besök. Men i synnerhet vinner den för allmänheten utställda samlingen på ett sådant museets tudelande. Från denna kunna nu utgallras de för ögat tröttande, stora massorna af temligen likartade föremål, som ofta hindra besökaren att koncentrera sin uppmärksamhet på det, som för honom kunde vara af största intresse. Samlingen blir sålunda vida mera lärorik, då den blott kommer att innehålla ett urval af viktigare typer, hvartill också kunna komma särskilda samlingar af sådana djur, som i den menskliga hushållningen äro af större betydelse.

Samlingarnas delning enligt ofvan angifna principer är emellertid ingalunda konsekvent genomförd i alla de af mig besökta tyska zoologiska museerna, i de större sträffvar man dock att göra det och i det nya, förträffliga Hamburgermuseet och framför allt i museet i Berlin är delningen fullständigt genomförd. I Berlin upptages museilokalens nedre våning af expositionssalarne, under det att den öfre, till hvilken allmänheten icke har tillträde, inrymmer de för vetenskapliga undersökningar afsedda samlingarna.

På anskaffande af i möjligaste motto fullständiga och lärorika samlingar för den för allmänheten tillgängliga delen af museet och på dessa samlingars ändamålsenliga ordnande och montering har man i flere af de större museerna, särskildt i Berlin, Hamburg, München och Leipzig nedlagt ett verkligen storartadt arbete, så att det måste erkännas att ganska mycket blifvit gjordt för förverkligande af det mål, som Berlinermuseets Direktor Professor K. MÖBIUS angifvit, då han yttrat, att det zoologiska museet bör gifva en sammanträngd bild af djurrikets viktigaste typer och att det bör åskådliggöra ej blott djurens yttre form utan äfven deras inre byggnad, deras utveckling och deras lefnadssätt.

Med afseende på samlingarnas uppställning tillämpas i Berlin det s. k. kammarsystemet, d. v. s. de stora expositionssalarne

kåp afdelade i ett stort antal små rum, af hvilka ett blott innehåller ett mindre antal föremål, hvilka äro hans och äro afsedda att med hvarandra jemföras af de representanter af nära beslägtade familjer eller af ett och samma organ från olika djurgrupper. Detta bereddes icke på en gång öfverblicka någon större del af materialet. Denna åtgärd har vidtagits för att förmå att utan att förbryllas af den stora mängden utvalda taga de enskilda preparaten i noggrannare be-

akt. Kildring af konserverings- och prepareringsmetoder är icke behöfva uppehålla mig, då jag icke erhållit några sådana, som icke äfven hos oss äro kända. Några anmärkningar torde dock vara på sin plats synnerhet i Upsala med så utmärkt framgång som den att torka vissa organ såsom tarmar, magar, lever, lefrar, mjeltar m. m. med varm luft är i Tyskland som okänd. Magar, tarmar o. d. behandlas der med Wickersheimers Conservierungsflüssigkeit, hvarefter de äro i slutna glaskärl. Dessa preparat antaga en god konsistens och kunna vid behof blåsas upp. Detta medför visserligen den fördelen, att eljes så skrymmande som t. ex. stora magar kräfvat för sitt förvarande en stor plats, men har å andra sidan den olägenheten att endast genom en sådan behandling kan åskådligt på dessa preparat naturligtvis icke kan skära ut de delar på sidorna. Torkade magar och tarmar finnas icke äfven på alla tyska museer, men torkade preparat äro äro sällsynta.

Nästan alla organ användbara, ehuru i de flesta fall tillfredsställande paraffinindränkningssmetoden visar sig synnerligen förträffligt medel att erhålla torrprenade skelett. I synnerhet i det zoologiska museet finnas utmärkta, på detta sätt behandlade skelett.



Särskildt anmärkningsvärd är Berliner-museets stora och vackra samling af metallafgjutningar af innerörat m. fl. organ. Bland anatomiska preparat af lägre djur spela i museerna i Berlin och Kiel makroskopiska snitt gjorda genom frusna kroppar en stor rol. Ett synnerligen praktiskt, i synnerhet i Göttingen användt sätt att framställa vissa ömtåligare lägre djurs inre byggnad, särskildt aktiniors, medusors m. fl. är att insmälta de i fråga varande djuren hela i pyroxylin och derefter skära sönder dem i lämpliga stycken. De kunna före denna operation färgas. De mellan organen kvarsittande pyroxylinmassorna kvarhålla naturligtvis dessa i deras lägen men äro i sprit nästan osynliga.

För uppfästning af i sprit förvarade preparat på glasskifvor begagnas numera öfverallt pyroxylin. Ett stort antal evertebrater äfvensom fiskar, ormar, ödlor och grodor äro i museerna i Berlin och Hamburg uppfästade med pyroxylin på allt efter omständigheterna hvita, svarta eller genomskinliga glasskifvor och förvarade i platta burkar, ett visserligen temligen dyrbart men utmärkt vackert monteringsätt.

För åskådliggörande af mindre djurs form och byggnad äfvensom af larver och embryoner har man i allmänhet i mycket stor utsträckning tagit sin tillflykt till plastiska efterbildningar, fotografier och planscher. Främst står i detta afseende museet i Berlin. Utom en mycket rikhaltig samling af plastiska efterbildningar delvis af betydande dimensioner, såsom en modell i naturlig storlek af en Architheutis, har detta museum exponerat en talrik mängd plancher, bland hvilka märkas Leuckarts stora väggtaflor och plancherna till åtskilliga vetenskapliga specialarbeten såsom Längs stora turbellariemonografi. I samma museum är framför fönstren i evertebratafdelningen uppsatt en mycket rikhaltig samling af synnerligen vackra på glas utförda fotografier af protozoa och andra små organismer, af spicula af sponnier, alcyonider m. fl., af mundelar af insekter o. s. v.

I Berliner-museet äro de utställda samlingarna af lägre djur beundransvärdt vackra och lärerika. I jämförelse härmed synas mig vertebraterna vara mera styfmoderligt behandlade. En lycklig

att man vid de flesta skåpen uppsatt kartor som  
äldda djurens geografiska utbredning.

Äfven sökt åstadkomma framställningar af djurens  
sådant låtit sig göra. Beundransvärdt vackra  
äro de utställda insektsamlingarna i Berlin och i  
München, ehuru de ännu blott till en mindre del  
De utgöras af ett urval af ur zoologisk eller  
punkt mera anmärkningsvärda former (vid tiden  
koro ännu blott några familjer af skalbaggar  
rdnade), af hvilka alla utvecklingsstadier, ägg,  
storlekar, puppor och imago jemte kokonger, kon  
psatta på mäterligt väl konserverade växter eller  
på hvilka de i naturen förekomma, så att man  
betraktandet af dessa samlingar erhöi en ganska  
og om den rol de utställda djuren spela i naturen.

**Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.**

(Forts. från sid. 214.)

**Författarne.**

ENGLEB, A., Über die Hochgebirgsflora des tropischen Afrika. Berlin 1892. 4:o.

HJELT, O. E. A., Svenska och Finska medicinalverkets historia 1663—1812. H. 2—7. Hfors. 1891—92. 8:o.

TÉBAR, J. M., Estrellas fugaces, Bóidos y Aerolitos. Caracas 1891. 8:o.

TONI, J. B. DE, Sylloge Algarum hucusque cognitarum. Vol. 2: Sect. 2. Patavii 1892. 8:o.

WARMING, E., Geschichte der Flora Grönlands. Antikritische Bemerkungen zu A. G. Nathorst's Aufsatz. Lpz. 1891. 8:o.

hvad sig tilldragit inom Kongl. Vetenskaps-Akademien under året 1891—1892. Af Akademien afgifven på högtidsdagen den 31 Mars 1892.

År som förflutit, sedan Vetenskaps-Akademien senast offentlig redogjorde för sin verksamhet, förande ostördt kunnat egna sig åt fullföljandet af sitt uppdrag att främja den vetenskapliga forskningen och samverka med de vetenskapliga sällskapen i hemlandet och utlandet. Fortfarande hafva också dessa sällskapen burit rika frukter, och det inlägg i vetenskapernas fortgående förkofran, som utgått från vår sida, torde icke ringa, när man tager i betraktande den alltjemt rikedom, som utmärker deras utgifna skrifter. I vårt eget land, detta lyckliga förhållande varit beroende af det insigtsfulla och kraftiga hägn, hvarvet i odlingen hos oss städse varit och fortfarande är främmande från tronen än från Riksdagens sida, är det oss till dyr pligt att under djup tacksamhet offentlig

meddela de förflutna årets anteckningar, som Akademien för sin verksamhet från det förflutna året anteckna, må följande här

1. Maj:s derom gjorda framställningar har Riksdagen för året 1892 beviljat:

2,000 kronor till inköp och insamling af naturalier vid det under Akademiens inseeende stående Naturhistoriska Riksmuseets afdelning för arkegoniater och fossila växter, till arbetsbiträden derstädes och till bestridande af andra med arbetena vid afdelningen förenade utgifter;

2,800 kronor för vård, underhåll och förkofran af Riksmuseets etnografiska samling;

4,000 kronor till understöd för fortsatt utgifvande af tidskriften »Acta mathematica», att tillhandahållas tidskriftens hufvudredaktör.

Af under hand hafvande medel har Kongl. Maj:t auvisat ett belopp af 900 kronor åt statens under Akademiens inseeende stående Meteorologiska Centralanstalt för anordnande under Juli—September månader af sistlidet år af telegrafiska väderleksmeddelanden äfven på eftermiddagarne till landtbrukets nytta;

samt 1,100 kronor såsom bidrag till ersättning åt telegrafverket för väderlekstelegraferingen under år 1891.

Af statsanslaget till resestipendier samt läroböckers och lärda verks utgifvande har Kongl. Maj:t på Akademiens underdåniga förord tilldelat Amanuensen Doktor HJ. STOLPE ett reseunderstöd af 1,500 kronor för att vid museer i England, Frankrike, Belgien och Holland med flera länder idka studier öfver naturfolkens ornamentik för utgifvande af ett arbete i samma ämne.

Med anledning af en från Kongl. Spanska Regeringen inkommen inbjudning till deltagande från Sveriges sida i en fest, som under instundande Augusti månad kommer att firas i Madrid till minne af Amerikas upptäckt för 400 år sedan genom Columbus, har Kongl. Maj:t, efter det Akademien fått tillfälle att deröfver afgifva underdånigt tillstyrkande utlåtande, tackts förklara, att Sverige skall vid detta tillfälle representeras af ett eller två ombud, som af Kongl. Maj:t komma att utses.

Öfver vetenskapliga resor, som under året blifvit med understöd af Akademien inom landet utförda, hafva berättelser blifvit afgifna

af Docenten A. WIRÉN, som vid Kristinebergs zoologiska station studerat lägre hafsdjur, i främsta rummet mollusker;

tektorn G. ADLERZ, som jemväl vid Kristineberg ut-  
a undersökningar öfver pantopoderna;

sosie Licentiaten G. ANDERSSON, som i botaniskt och  
hänseende undersökt torfmossar i trakten af Omberg;

s. Kandidaten O. CARLGREN, som fortsatt föregående  
r vestkustens Actinior;

s. Kandidaten E. BORGSTRÖM, som vid Kristineberg  
t studiet af i fiskar lefvande parasiter af echinoryn-  
pp;

s. Kandidaten A. Y. GREVILLIUS, som på Öland  
arväxternas morfologi och anatomi;

s. Kandidaten E. NYMAN, som undersökt lefvermoss-  
Norrbottens län och särskildt i Lule lappmark; och  
eranden C. WIMAN, som anställt geologiska och pa-  
a forskningar inom Jemtland.

om har Akademien mottagit berättelse om en resa,  
en CARL AURIVILLUS utfört, till en del med under-  
ademien, till Malayiska archipelagen för zoologiskt

m Assistenten vid den kemiska stationen i Kalmar  
ANDER afgifvit berättelse om den resa, hvilken han i  
f Byzantinsk stipendiat utfört, och hvarunder han  
uppehållit sig vid landtbruksinstitutet i Göttingen,  
besökt andra agrikulturkemiska laboratorier och för-  
i Tyskland, såsom Wiesbaden, Darmstadt, Halle och

demiens två närmast föregående årsberättelser hafva  
underhandlingar, som blifvit förda angående en före-  
minerad svensk-australisk expedition till de södra polar-  
hvilken expedition skulle hafva till uppgift dels att  
priskt och geografiskt hänseende anställa forskningar  
tarktiska landen och hafven, och dels att undersöka,  
de delar af den antarktiska oceanen, som af expedi-  
le komma att besökas, några värdefulla jagt- och  
finnas. Dessa underhandlingar hafva äfven under

det förflutna året blifvit fortsatta, men hafva icke ledt till någon öfverensstämmelse, hvarför frågan om denna expedition kunna anses hafva tills vidare förfallit.

Akademien har vidare fått mottaga meddelanden om en som Filos. Kandidaten G. NORDENSKIÖLD under förliden som enskild bekostnad utfört i Norra Amerika för geologiska etnografiska studier och insamlingar.

Äfven under det förflutna året har Akademien på Maj:ts befallning haft att afgifva utlåtanden i åtskilliga allmänna administrationen hörande ämnen, vid hvilka vetenskaplig utredning erfordrats, såsom i besvärsmål om fiskets bedrivande, och i frågor rörande anslag för vetenskapliga ändamål.

Utgifvandet från trycket af Akademiens skrifter har under året oafbrutet fortgått och fortskridit i den mån deras växande omfång det medgifvit. Af Akademiens Handlingar 23:dje bandet fullständigt utkommit i två starka qvart-volymers tillsammans innehållande 15 större afhandlingar, hvarjemte utgör en del af det 24:de bandet, för åren 1890 och 1891, äfven utgånne till pressen. — Af Bihaget till Handlingarne har 16:de bandet, eller det för år 1890, utkommit i sina fyra afdelningar, tillsammans innefattande 34 afhandlingar, hvarförutom det 17:de bandet är helt nära sin fullbordan. — Af Öfersigten af Akademiens förhandlingar har 48:de bandet, eller det för år 1890, innehållande 47 större och mindre afhandlingar eller uppsatser, nyligen blifvit i sin helhet tillgängligt för allmänheten, af hvilka början blifvit gjord med tryckningen af innevarande års öfersigt. — Af arbetet »Meteorologiska iakttagelser i Sverige» har 28:de bandet utkommit, äfvensom af »Astronomiska iakttagelser och undersökningar på Stockholms Observatorium» 4:de bandet, 2:dra och 5:te häften, med hvilka häften detta arbetes 4:de bandet är afslutadt. — Af de lefnadsteckningar, som Akademien utgifver öfver aflidna ledamöter, har ett första häfte af 3:dje bandet utgifvits, innehållande biografier öfver kemisten C. W. SÖDERSTRÖM, Professor GUSTAF SVANBERG, Doktor A. F. REGNELL,

SUND, Öfversten Friherre N. ERICSON och Professor  
— Härtill kommer en ny publikationsserie, som  
Bergianska stiftelsens bekostnad och under ledning  
af Professorn, under titel »Acta horti Bergiani», hvaraf  
ett under året utkommit.

Akademiens **Observatorium** har föreståndarens verk-  
samt året företrädesvis varit egnad åt theoretiska forsk-  
ningsberäkningar, hvaraf frukterna blifvit nedlagda i två  
bänd, som för närvarande äro under tryckning. Det  
andra bändet bär titeln: »Nouvelles recherches sur les séries em-  
ployées dans les théories des planètes» och offentliggöres i tid-  
ningen *Annales mathematiques*. Det andra arbetet, med titeln:  
*Critique des arbitres absolues des huit planètes princi-  
pales*, en sammanfattning af de undersökningar öfver huf-  
vudsakliga teorier, hvarmed Akademiens astronom sedan  
1870 ha varit sysselsatt, och hvartill ett särskildt stats-  
bidrag anvisadt. — Med den astrofotografiska refraktorn  
och annat, fotografier af stjerngruppen Præcepe blifvit  
tillgängliga äro ämnade att tjena till bestämning af de inbör-  
skas och riktningarne mellan stjernorna inom denna  
— Såsom amanuens vid Observatorium har Filos.  
A. SCHULTZ-STEINHEIL under större delen af året,  
och stjärnbiträde Filos. Kandidaten K. DICKMAN från och  
med 1. Oktober månad varit anställda. För Kaptenen vid  
Marin S. VON KONOW har under någon tid af sista  
året Observatorium beredts tillfälle att öfva sig i astro-  
nomiska observationers anställande, och Doktor C. V. L. CHAR-  
lier af åtskilliga tillfällen begagnat sig af observatoriets  
utrustning för att anställa astrofotografiska obser-  
vationer af föränderliga stjernor.

Akademiens **Fysiska Institution** hafva de arbeten blif-  
vit under året fortsatta, hvilka afse en detaljerad  
undersökning af metallernas emissionsspectra i elektriska ljuslägan.  
Undersökande af de starka elektriska strömmar, som för  
närvarande erfordras, blef intill medlet af förra året begagnat.



nad en strömledning från en af Tekniska Högskolans dynamo-maskiner, medelst hvilken anordning en noggrann undersökning af lerjordens emissionsspectrum blef utförd med det resultat, att ett antal af närmare 3,000 nya linier blifvit i detta spectrum till sina våglängder bestämda. På grund af förändrade förhållanden i afseende på användandet af Tekniska Högskolans elektricitetsmotorer har denna utväg sedermera icke längre kunnat anlitas hvarför sedermera för institutionens räkning anskaffats ett eget elektricitetsverk med gas såsom drifkraft. Med dessa nya hjälpmedel, som i allo visat sig ändamålsenliga, har undersökningen af metallernas spectra blifvit fortsatt på ett systematiskt sätt och afser för närvarande de tre metallerna nickel, kobolt och chrom, i hvilkas spectra de tagna spectralfotografierna visa en stor rikedom på nya linier. — Under större delen af förra året har doktor O. NEOVIUS från Helsingfors varit vid institutionen sysselsatt med spektroskopiska undersökningar och dervid på fotografisk väg undersökt luftens emissionsspectrum i ändamål att i detsamma skilja syrets och qväfvets linier från hvarandra. — De Thamiska föreläsningarne hafva i föreskrifven ordning blifvit under året hållna af Akademiens Fysiker, som dervid behandlat de vigtigaste delarne af den geometriska optiken.

Vid **Bergianska Stiftelsens** trädgårdsskola har antalet elever under året varit 15. Undervisningen har omfattat den praktiska och teoretiska hortikulturens olika grenar, botanik, fysik, kemi, aritmetik, välskrifning samt trädgårdsritning. — Arbetena för ordnande af stiftelsens nya trädgård hafva oafbrutet fortgått. Bland verkställda nya anläggningar må nämnas anordnandet af afdelningar för hafsstrandsväxter från Ishafvet och Medelhafvet, anläggning af ett parti för klättrväxter, fullbordandet af strandvägen på trädgårdens norra sida samt anläggning och plantering af omkring en tredjedel af den växtsystematiska afdelningen. En närmare redogörelse för Bergielunds botaniska trädgårds tillstånd år 1891, åtföljd af en detaljerad karta, har blifvit lemnad af Bergianske Professorenn uti *Acta horti Bergiani*. Band I: 2. — Stiftelsen har under året ihågkommit med talrika

af levande växter som af frön. Främst bland  
må nämnas en större samling Cactéer skänkt

A. LINDBERG. Mindre samlingar af levande  
emmnats af Hofrättsrådet K. A. ALMGREN, Rektor  
Amanuensen G. ANDERSSON, Doktor F. ANTONI,  
C. AULIN, Professor CHR. AURIVILLIUS, Herr A.  
, Ingeniör C. O. BOIJE AF GENNÄS, Kamrer C.  
Trädgårdseleven J. A. CARLSSON, Amanuens  
r, Kandidat M. ELFSTRAND, Kyrkoherden L. J.  
Adjunkt K. JOHANSSON, Kollega N. G. W. LAGER-  
höfding S. B. G. LAGERVALL, Adjunkterne C. J.  
LAURELL, Grefve STEN LEWENHAUPT, Fröken  
N, Fru MOLL, Jägmästaren H. W. ROSENDAHL,  
THEDENIUS, Kollega G. TISELIUS, Revisions-  
WERN, Justitierådet E. A. WESTMAN, Skol-  
V. WITTROCK och Jägmästaren V. TH. ÖRTEN-  
hafva erhållits af Adjunkt F. R. AULIN (från  
C. A. FALSTEDT (från Nya Holland), Amanuens  
Lektorerne C. H. JOHANSSON och N. C. KIND-  
at E. NYMAN, Professor C. J. ROSSANDER (från  
), Amanuens HJ. STOLPE och Jägmästaren O.  
(från Norra Amerika). En större karta öfver  
gården i Kew har skänkts af Lektor C. A. M.  
Såsom deltagare i det allmänna internationela frö-  
gården utdelat frön och mottagit frön från om-  
niska trädgårdar och likartade institutioner i in-  
Med anledning deraf, att ett hundra år förflytit  
ka Stiftelsen kom i Vetenskaps-Akademiens ego,  
sistlidne September i Akademiens Hörsal en enkel  
dra stiftarnes, Professor P. J. BERGII och Banko-  
B. BERGII, minne, hvarvid åminnelsetal hölls af  
fessorn. Vid samma tillfälle utdelades första  
ianska Stiftelsens nya publikation: »Meddelanden  
Svenska Vetenskaps-Akademiens trädgård (Acta

herti Bergiani)» N:r 1—8, hvilken publikation inleades med en framställning af den Bergianska Stiftelsens historia.

Akademiens **Bibliotek** har regelbundet hållits tillgängligt för besökande under bestämda timmar hvarje Onsdag och Lördag, och dessutom, med undantag af sommarmånaderna, jemväl de flesta öfriga förmiddagar så väl för studier på stället som för hemlåning af böcker. För närvarande äro derifrån utlånade 10,179 band och lösa nummer af tidskrifter. Genom gåfvor, inköp och byten har boksamlingen tillväxt med 3,356 band och småskrifter. — Akademiens egna skrifter utdelas för närvarande till 787 institutioner och personer, hvaraf 231 inom och 556 utom landet.

Vid **Statens Meteorologiska Centralanstalt** och dess underlydande meteorologiska stationer inom riket har verksamheten haft sin oafbrutna jemna fortgång. På grund af de till anstalten dagligen inkomna in- och utländska väderlekstelegram hafva upprättats öfversigtskartor, som inom hufvudstaden blifvit bekantgjorda dels genom offentliga anslag och dels i förminskad skala genom de större dagliga tidningarne, med bifogande af en sammanfattning af väderleksförhållandet för dagen och af utsigterna för närmast förestående väderlek. Samma meddelanden hafva med telegraf jemväl öfversändts till 15 kommuner i riket, hvilka till Telegrafverket erlagt den därför stadgade afgiften. En mera kortfattad sammanställning af väderlekstillståndet jemte utsigter har tillsändts Styrelsen för statens jernvägstrafik, som låtit anslå densamma å alla större jernvägsstationer, en anordning som äfven blifvit vidtagen å flera privata banlinier, hvilka erhållit sina uppgifter från närmaste statsstation. De till anstalten ankommande dagliga morgontelegrammen publiceras fortfarande i *Bulletin du Nord*, en tidskrift som bekostas af de tre skandinaviska ländernas meteorologiska Centralanstalter gemensamt. — Sedan Kongl. Maj:t under den 23 Juli 1891 af allmänna medel anvisat åt anstalten ett belopp af 900 kr. i och för anordnandet af en särskild till jordbrukets gagn afsedd daglig väderlektjänst på eftermiddagarne under Augusti och September månader samma

vid anstalten en dylik anordning, genom hvilken under hvarje dag kl. 6 e. m. utsigter för följande dags utsända. Dessa utsigter, som grundade sig på observationer från 9 inländska och 13 utländska stations dels genom offentliga anslag och pressen i hufvudsak genom telegram till abonnenter i landsorterna. Dessutom till Stockholms läns Hushållningssällningar samt till Stockholms—Vesterås—Bergslagens telegrafstation och spriddes vidare genom telefon samt till andra signalers hissande å ångbåtar och en del i de olika länen. — Statens meteorologiska stationer närvarande 34 till antalet, hvarförutom observationer af nederbörd och temperatur anställas å flera privat- eller allständiga observationsserier hafva inlemnats af kapten R. BILLMANSON i Nora, Jägmästaren J. J. Jönsson i Björkholm (Halland), Kapten TH. EKENMAN i telegrafkommissarien G. A. LARSSON i Nässjö, från Gysinge bruk och Experimentalfältet vid stationer från en station i Hallands och en i Upsala län, underhållna på de respektiva allskapens bekostnad. Af de med skogsmedel beträffande meteorologiska försöksstationerna hafva iakttagelser öfver lufttemperatur och jordtemperatur fortfarande blifvit utställda den utförliga nederbördsstationen vid Tegeludden har fortfarande varit i oafbruten verksamhet. — Af stationer för iakttagelser öfver nederbörden och lufttemperaturen, som bekostas af Hushållningssällningar, är ännu i fortsatt, oförminskad verksamhet. Om de stationer läggas statens stationer, så väl de som vid centralanstalten som under Nautisk meteorologiska stationer som de privata och skogsstationerna, vid hvilka alla observeras efter en och samma plan, blir antalet stationer i riket 429, fördelade på rikets samtliga län mindre än under föregående året. Alla dessa stations iakttagelser till Anstalten vid hvarje månads

utgång. Desamma offentliggöras i den månatliga tidskriften: »Månadsöfversigt af väderleken i Sverige», hvilken redigeras af Amanuensen Doktor H. E. HAMBERG under Anstaltens inseende och uppehålls hufvudsakligen genom prenumeration af Hushållningssällskapen. Af denna tidskrift hafva 11 årgångar, för åren 1881—1891, hittills utkommit. — Det system af iakttagelser öfver isförhållanden, åskväder och fenologiska företeelser, som sedan år 1881 stått under Centralanstaltens ledning, har under det förflutna året fått en icke obetydlig utvidgning efter en af Anstalten till Hushållningssällskapen ställd uppmaning om förökande af dessa stationers antal. Till Anstalten hafva under året inkommit journaler från 123 observatörer öfver iakttagna åskväder, från 80 öfver isläggning och islossning, samt från 148 öfver periodiska företeelser inom växt- och djurverlden. — Öfversigtstabeller öfver väderleksförhållandena inom landet hafva upprättats för hvarje dag af året 1890 och en del af 1891, upptagande nederbördens art och mängd, åskväder, dimma, dagg, rimfrost, luftens genomskinlighet, solrök, norrsken m. m. I dessa tabeller ingå landets samtliga stationer. — Under sistlidne sommar inspekterades af Amanuensen Dr HAMBERG följande stationer: Nyköping, Linköping, Vestervik, Nässjö, Vexjö, Kalmar, Karlshamn, Kristianstad, Östersund, Huså och Visby. — Anstalten har under året meddelat en mängd upplysningar åt så väl in- som utländska myndigheter och enskilda personer.

Det **Naturhistoriska Riksmuseum** har fortfarande hållits öppet för allmänheten alla Onsdagar och Lördagar kl. 12—2 samt Söndagar kl. 1—3 på dagen. Endast om Lördagarne har en afgift af 25 öre för person erlagts, eljest har tillträdet varit afgiftsfritt. Jemväl på andra tider har på derom särskildt gjord begäran museum fått besökas isynnerhet af skolor och under lärares ledning och undervisning.

Riksmuseets *Mineralogiska afdelning* har äfven under det förflutna året erhållit intressanta bidrag från skandinaviska mineralfyndorter. Sälunda har vid Nordmarkens grufvor en ny fyndort blifvit upptäckt för de tre mineralen Kondrodit, Humit

och Klinohumit, af hvilka synnerligen vackert utbildade kristaller anträffats, — en upptäckt som för mineralogen har ett ej ringa intresse, då dessa tre mineral, hvilka i kemiskt och kristallografiskt hänseende äro hvarandra närstående, men dock väsentligen skilda, och hvilka äro af stor betydelse för frågan om sammanhanget mellan kristallform och kemisk sammansättning, här för första gången blifvit funna tillsammans å ett och samma ställe. Ett beryllmangansilikat, benämndt Trimerit, som för några år sedan först påträffades vid Harstigen i Vermland, har nu äfven funnits vid Jakobsberg, nära Nordmarken, jemte Gahnit och bättre utbildade kristaller af Piemontit än de, som förut erhållits från denna fyndort. Det första blysilikat, benämndt Ganomalit, som mineralogen varit i tillfälle att inregistrera bland jordskorpan alster, och som för några år sedan först påträffades vid Jakobsberg och vid de närbelägna Långbansgrufvorna ehuru i så ringa mängd, att utländska mineraloger betvivlade tillvaron af detta ovanligt sammansatta mineralspecies, har nu träffats i stor mängd vid Jakobsbergs manganskärpning. Vidare har för Museum inköpts tuffer af ett nytt arseniat, Swabit, från Harstigen och af några nya ännu ofullständigt undersökta, oansenliga men genom deras ovanliga sammansättning anmärkningsvärda antimon- och arsenikmineral från Sjögrufvan i Vestmanland, äfvensom af Turmalinkristaller från Årbu fältspatgrufva i Norge. Dessutom hafva till kompletterande af de sviter af skandinaviska mineral, som redan förut förefunnits vid Museum, omfattande inköp gjorts hufvudsakligen från arbetare vid grufvor och stenbrott, t. ex. från Åker, Långban, Taberg, Nordmarken, Jakobsberg, Sjögrufvan, Österby, trakterna af Moss, Brevig, Christiansand m. m. Deremot hafva inköp från utländska fyndorter endast kunnat företagas i mindre omfång än som för samlingarnes komplettering varit önskvärdt. Museets meteoritsamling har ökats genom inköp af meteorjern från Carlton och Kendall county, båda i Texas, Merceditas i Chile, och genom en i utbyte mot en svensk meteorsten erhållen meteorit från Aumale i Algeriet. Meteoritsamlingen omfattar för närvarande meteorstenar från 125 fall och

stenjernmeteoriter samt meteorjern från 98 fyndorter, eller inalles 223 fyndorter. — Bland skänker må nämnas en särdeles vacker svit af saltartade mineral från Stassfurth, skänkt af M. FRAENCKEL & C:o i Göteborg, vackra profver på åtskilliga med konst framställda mineral af Docenten A. AF SCHULTÉN i Helsingfors, en samling af fosfater och andra mineral från Florida af Filos. Kandidaten G. NORDENSKIÖLD, diamantsand från Pasvig af Herr C. RABOT. Dessutom hafva gåfvor lemnats af Professor W. G. BROWN i Lexington, Herr G. LÖFSTRAND, Kandidat S. A. HEDIN, Statsrådet M. HIRIAKOFF, Ingeniör A. LARSSON. Disponenten G. A. GRANSTRÖM, Magister LISITZIN m. fl. — Från dublettörråden har en omfattande samling blifvit såsom gåfva öfverlemnad till Södermalms högre Allmänna Läroverk, äfvensom en del för undervisning afsedda mineral till bergsskolan i Filipstad.

Den *Botaniska afdelningen* af Riksmuseum har under året förkofrats så väl genom skänker som genom köp och byten. Vetenskaps-Akademien har till afdelningen öfverlemnad de växtsamlingar, som Amanuensen H. DAHLSTEDT, D:r A. Y. GREVILLIUS och Kandidat G. MALME, hvilka af Akademien åtnjtit reseunderstöd, enligt föreskrift insändt. Bland öfriga gåfvor må främst nämnas en särdeles värdefull samling franska alger, skänkt af Akademiens ledamot D:r E. BORNET i Paris och Professor CH. FLAHAULT i Montpellier, samt en rik samling skandinaviska Salices, skänkt af Med. Kandidaten B. FLODERUS och Rektor M. M. FLODERUS. Vidare må nämnas alger af Professor G. LAGERHEIM i Quito, Patron A. E. LUHR och Telegrafkommissarien F. SVANLUND; fanerogamer af Jernvägsbokhållaren A. ARVÉN, Lektor H. W. ARNELL, Kyrkoherden L. J. ENANDER, Kandidat A. FRYXELL, Studeranden K. H. HAMBERG, Adjunkt K. JOHANSSON, Student J. LILLIESKÖLD, Patron A. E. LUHR och Telegrafkommissarien F. SVANLUND; morfologiska föremål af Amanuens G. ANDERSSON, Herr E. BJÖRKLUND, Lektor K. F. DUSÉN, Professor A. G. NATHORST, Kanslisekreteraren S. NORDSTRÖM, Student O. ROSENBERG och Kyrkoherden A. G. A. TORSSANDER. Bland de

genom köp förvärfvats, må nämnas exsiccatur-  
 STEDT, *Hieracia sueciæ exsiccaturæ*. Cent. IV, och  
 Fungi parasitici scandinavici exsiccati. Fasc. VII  
 G. HIERONYMUS et F. PAX, *Herbarium cecido-*  
 I; vidare alger från Ostindien af Docent C.  
 fanerogamer från Mexiko af M:r C. G. PRINGLE,  
 gamer af M:r E. RÉVERCHON, fanerogamer från  
 Herr J. A. BJÖRLING, fanerogamer från Novaja  
 O. EKSTAM, samt fanerogamer från Bosnien af  
 BECK. Genom byte med de botaniska museerna  
 on, Cambridge och St. Petersburg hafva växter  
 dsdelar erhållits. — Delar af de skandinaviska,  
 nna och Regnellska herbarierna hafva för bear-  
 tlånade till specialister i Sverige, Norge, Danmark,  
 and och Belgien. — Vetenskapliga undersökningar  
 ningen blifvit utförda, utom af Intendenten sjelf,  
 ALMQVIST, Amanuens G. ANDERSSON, Doktor J.  
 mmer C. H. BRANDT, Amanuens H. DAHLSTEDT,  
 LFSTRAND, Hofkamrer O. H. HAFSTRÖM, Licen-  
 ND, Amanuens O. JUEL, Professor F. R. KJELL-  
 T. O. B. N. KROK, Kamrer G. A. LINDBERG,  
 NATHORST, Lektor L. A. NILSSON, Doktor O.  
 Kandidat, L. ROMELL, Telegrafkommissarien F.  
 a Kyrkoherden A. G. A. TORSSANDER. Såsom  
 nuens har tjenstgjort Herr H. DAHLSTEDT. En  
 följd afhandling öfver Regnellska herbariets Bro-  
 ttad af f. d. Regnellske Amanuensen Lektor C.  
 N, har under året blifvit offentliggjord.

afdelningen af Riksmuseum har under året haft  
 många värderika gåfvor från så väl svenska som  
 are. Från Buenos Ayres har Ingeniör KULLBERG  
 ning naturalier, från Java har en samling anländt  
 af Kapten VAN ENDE. Konservator STORM har  
 ta fiskar från Norge, Grosshandlaren FREDRICH-  
 mn har fortfarande ihågkommit museum med säll-



synta fiskar från Nordsjön, och Professor OUCHTERLONY har insändt åtskilliga reptilier från Nordamerika. Bland svenska gynnare må nämnas Professor RETZIUS, Grefvarne CLAES och ADAM LEWENHAUPT, Enkefru Professorskan STÅL, Kommendör ENGSTRÖM, Trädgårdsmästaren WAHLBERG, Ingeniör BARTHOLDY, Enkefru LEVERTIN, Friherre SKOGMAN, Handlandena LINDGREN och AHLSTEDT i Öregrund, Fogelhandlaren TIBERG, Apotekaren STRÖMHOLM vid Berg i Jemtland, LÜTZES menageri å Djurgården, Friherre ARMFELT å Hunnestad, Grosshandlaren J. LJUNGLÖF, Herrar C. A. DAHLSTRÖM, P. G. BORÉN och G. BERGGREN samt Löjtnant REHBINDER. Genom inköp har afdelningen bland annat förvärfvat en större samling af fiskar från Medelhafvet och en del dyrbara subfossila däggdjursben från Sibirien. — Det vetenskapliga arbetet vid Afdelningen har i främsta rummet egnats åt bearbetning af fisksamlingen. Vid konservatorsverkstaden, der största delen af tiden upptagits med rengöring af det förlidit år inköpta, stora puckelhvalskelettet och tre andra däggdjurskelett samt preparering och uppställning af sju fiskskelett, hafva på grund af det tränga utrymmet i museum, som knappast medgifver utställning af nya föremål, endast 10 foglar och 4 däggdjur blifvit uppstoppade. — Etnografiska samlingen har erhållit sin största tillökning under året genom en samling af nordamerikanska arkeologiska och moderna föremål, skänkta af Professor OUCHTERLONY. En likaledes rätt betydlig gåfva, bestående af kläder och husgerådssaker m. m. från Indien och Arabien, har samlingen genom testamente erhållit af aflidne Svensk-Norske konsuln i Jeddah Herr P. VAN DER CHIJS. Några etnografiska föremål hafva ock blifvit skänkta af Professor HAMBERG. Herr G. A. GUSTAFSSON, som en längre tid uppehållit sig i Kongo, och af hvilken museum inköpt åtskilliga redskap derifrån, har såsom gåfva öfverlemnadt andra synnerligen vackra föremål af liknande art. Afdelningens Amanuens, som under största delen af året varit tjenstledig för företagande af en resa till Sibirien i etnografiskt och arkeologiskt syfte, har vid återkomsten medfört, bland annat, en mycket

ärdeles fullständig etnografisk samling från Ostia-  
 ets *afdelning för lägre Evertebrater* har äfven  
 flutna året blifvit ihågkommen med välkomna gåf-  
 af Herr ADOLF GROTH i Batavia med en ny  
 sällsynta Cephalopoder; af Kandidat Y. SJÖSTEDT  
 full samling från Kamerun; af Sjökapten J. MELJER  
 samling af hafsdjur från Stilla hafvet och Austra-  
 kapten SUNDQVIST med en sådan från La Plata och  
 hafvet. Genom byte hafva från Museum i Trond-  
 hems län sviter af väl bibehållna koralldjur från  
 den i Trondhjemsfjorden, och genom inköp har för-  
 en af Docenten C. AURIVILLIUS, under hans nyli-  
 resa till Java, i denna ös omgifningar och vid Su-  
 njord betydande samling, dels af Docenten BOVAL-  
 ng från Medelhafvet, dels ock ett större antal ark-  
 från Norges nordligaste trakter. — Arbetet med  
 registrering och provisoriskt ordnande af de myc-  
 rråden har oafbrutet fortgått. För vetenskapliga  
 delar af samlingarne varit tillhandahållna Docen-  
 LIUS och WIRÉN samt Kandidaten O. CARLGREN.  
 giska stationen vid Kristineberg begagnades under  
 nmar af Professorerne TULLBERG och THEEL, Do-  
 N, Doktor G. ADLERZ, Kandidaterna CARLGREN,  
 ORGSTRÖM, HAHR, MALME och ROTHSTEIN. Från  
 Museum mottagit sviter af der insamlade föremål.  
 omologiska *afdelningen* af Riksmuseum har under  
 in ojemförligt största och viktigaste tillökning från  
 ordvestra Afrika. Sedan nemligen Grosshandlaren  
 i London till afdelningens förfogande ställt en  
 0 pd st., samt firman Knutson, Waldau och Heil-  
 lofvat att mottaga och under ett år underhålla i  
 yngre Zoolog, afreste i början af November 1890  
 aten YNGVE SJÖSTEDT till Kamerun och har der-  
 hela det förflutna året samlat för afdelningens räk-

ning. Hittills hafva endast de samlingar, som gjorts under första kvartalet af år 1891 blifvit hemsända. Dessa samlingar, som till största delen redan blifvit ordnade och preparerade, fylla ej mindre än 30 stora lådor och omfatta alla insektsordningar. Såsom samlingens måhända värdefullaste del må en framhållas vackra serier af alla utvecklingsstadier till 40 olika fjärilarter. Samlingen vittnar synnerligen fördom om den flit och skicklighet, hvarmed Kandidat SJÖSTEDT utför det värf, som blifvit honom anförtradt. De öfriga samlingar, som lära omfatta mer än tre gånger så mycket, som de hemsända, äro att hitförvänta under instundande April eller Maj. — I öfrigt har afdelningen ihågkommit med följande gåfver sekter af alla ordningar från Kongo, insamlade och skänkta af Kapten A. EKBLOM; några afrikanska Coleoptera från Dr. VINIER i Belgien och O. E. JANSON i London; några svenska insekter, som förut saknats i museum, af entomologen S. LAMPA; en samling Cerambycider från Dr O. STAUR; några Staphylinider från A. FAUVEL i Caen: åtskilliga europeiska svenska fjärilar och insekter af Kassör G. HOFGREN; en samling sällsynta skalbaggar, hvaribland de flesta arterna af det chilenska släktet Ceroglossus, från Bankkamreraren J. E. JENSEN i Göteborg; några Coleoptera från C. J. GAHAN i London; Kapten CH. KERREMANS i Bryssel; en samling Histerider af Pastor J. SCHMIDT, samt en af svamp angripen och dödad fjäril af Jägmästaren J. WERMELIN. Genom inköp har afdelningen dessutom förvärfvat: en samling fjärilar och skalbaggar från Java; 100 Coleoptera från Columbien; insekter från alla ordningar, hemförda af Dr C. FRISTEDT; en samling exotiska Coleoptera och Lepidoptera från Dr O. STAUR; en samling sällsynta europeiska Curculionider från J. DUBOIS i Chers i Tours; några Ostindiska dagfjärilar från W. SCHNEIDER i Halle, samt ett exemplar af den besynnerliga prioniden *Cephalus* från H. DEYROLLE i Paris. — Utlåningen af böcker och spindeldjur till vetenskapsmän i in- och utlandet har varit ganska omfattande, och bland dem, som på detta sätt be

skatter, må nämnas: Professor K. KRÆPELIN i J. DESBROCHERS i Tours, Mr CH. O. WATER-son, Professor O. M. REUTER i Helsingfors, Pro-Cambridge, Herr A. FAUVEL i Caen, Kapten CH. Bryssel, Banningeniören TH. BECKER i Liegnitz ÖRENSEN i Köpenhamn. Dessutom hafva Licen-, Docent C. AURIVILLIUS, Häradshöfding J. HULT-ogen S. LAMPA, Löjtnant CL. GRILL, Regements-RÉN, Kandidat J. PEYRON och Jägmästaren J. H. egna studier på platsen begagnat sig af de ento- ingarne.

*Palæontologiska afdelning* har riktats med en be- af Professorn vid universitetet i Louisville J. A. , bestående i en rikhaltig samling af nordameri- iska försteningar i utsökta och sällsynta exemplar. afdelningen fått mottaga af Köpenhamns universi- museum ett större planschverk öfver sydameri- erier, af Studeranden G. ANDERSSON i Örebro Nerike, af Landträntmästaren N. TH. ENEQVIST kert exemplar af en sällsynt Crinoidé, af Doktor i Lund en Goniaster från skånska kritformatio- professor A. G. NATHORST en devonisk fiskklemning k Brachiopod från Ryssland samt land- och söt- r från svenska torfmossar. — I utbyte mot sven- r hafva större och mindre samlingar lemnats från n i London, från Stadtmuseum i Gera, från Mr ERK i Indiana samt Mr W. R. HEAD i Chicago. ingar hafva blifvit inköpta från Jemtland, Nerike, Öland, Skåne och Gotland. — Samlingarne hafva ga arbeten begagnåts af Studeranden G. ANDERS- A. BATHER, Doktor G. HOLM, Doktor A. GOËS erne SCHÖTT och WIMAN.

museets *afdelning för Arkegoniater och fossila* herre OSCAR DICKSON täckts öfverlemnna ett be- onor för insamling af tertiära växtfossil i Kame-

run, hvarest svenske Ingeniören P. DUSÉN upptäckt ett växtförande lager. När dessa samlingar hit anlända, skola de tvifvelsutan komma att bilda en särdeles viktig fyllnad till de växtfossil, som museum redan eger från vidt skilda trakter af jorden. Såsom en särdeles värdefull gåfva må äfven anföras en samling kritväxter från Blekinge, hvilka museum erhållit från Professor CONWENTZ i Danzig, och hvilka delvis utgöra originalen till dennes i Akademiens Handlingar intagna arbete häröfver. Af öfriga gåfvor må nämnas mossor och ormbunkar ur framlidne Amanuensen Grefve H. STRÖMFELTS herbarium, skänkta af dennes fader Grefve F. STRÖMFELT, några sällsynta svenska mossor af Lektor H. W. ARNELL, blad af amerikanska växter af Doktor TH. HOLM i Washington, rätiska växter från Tatra och Polen af Doktor M. RACIBORSKI i Krakau, stenkolsväxter från Amerika af Professor OUCHTERLONY, kalktuffväxter från Skåne af Baron C. KURCK och från Jemtland af Professor G. LINDSTRÖM, Crednerior från Quedlingburg af Rittmeister C. VON HAENLEIN i Blankenburg, några chondriter med tillhörande slipprof af Docent H. RAUFF i Bonn, några lerprof och frön från Holsteins qvartärlager af Professor VON FISCHER BENZON i Kiel, diverse gåfvor från Intendenterna för Riksmuseets botaniska och palæontologiska afdelningar, hvarjemte Akademien till afdelningen öfverlemnade den samling qvartära växtfossil från Östergötland, som hopbragts af Licentiat G. ANDERSSON, som af Akademien åtnjutit reseunderstöd. — Genom byte hafva förvärfvats permiska växter från Tyskland, brunkol från Skåne och mossor från norra Amerika; samt genom inköp och insamling en omfattande, af afdelningens Intendent hopbragt samling arktiska växtfossil från elfva olika lokaler i Ryssland och Tyskland, växter i kalktuff från Lappland, kritväxter och stenkolsväxter från norra Amerika, rätiska växter från Stabbarp, qvartära växter från olika delar af landet, första centurionen af ULES »Bryotheca brasiliensis», sällsynta mossor från Småland, monströsa bildningar af tall och gran samt diverse jämförelsematerial. — För vetenskaplig bearbetning hafva samlingarne anlitats af Lektor H. W.

nköping, Professor H. CONWENTZ i Danzig, Professor  
ERSSÉN i Königsberg, Docent S. MURBECK i Lund.  
US, Apotekaren J. PERSSON, Doktor ULANDER  
WITTROCK i Stockholm, samt Docent H. RAUFF

teafkastningen af donationer, som tid efter annan  
ien anförtrodda för främjande af den fosterländ-  
ga verksamheten eller för andra allmännyttiga ända-  
nemien under året varit i tillfälle att på efterföl-  
a för donatorernes ädla syftemål.

den donation, som af H. M. Konung OSCAR II  
skilda män blifvit till Akademien öfverlemnad för  
astronomiska föreläsningar i hufvudstaden, har, i  
else med donationsbrevfets föreskrift, blifvit ställd  
s Astronomis förfogande, hvilken fortfarande hållit  
theoretisk astronomi vid Stockholms Högskola.

terstedtska donationens årsränta, fortfarande be-  
9,000 kronor, har Akademien träffat förfoganden  
nelse med de för denna donation gällande bestäm-  
la har Akademien, som sjelf denna gång egt att  
etterstedtska resestipendiet, utgörande 4,200 kro-  
diat utsett Intendenten vid det i Naturhistoriska  
professorn CHRISTOFER AURIVILLIUS, hvilken har  
under resor i utlandet, företrädesvis mellersta och  
dels anställa vissa entomologiska forskningar så  
som i museer, dels taga kännedom om nyare me-  
nologiska samlingars preparering och anordning, och  
mlingar för Riksmuseum. — Det Letterstedtska  
enstfulla originalarbeten eller viktiga uppfinningar  
tillerkänt i form af guldmedaljer dels Professorn  
SSON, och Ingeniören GUSTAF EKMAN för af dem  
örda hydrografiska undersökningar i Kattegat och  
arom en utförlig afhandling blifvit under året in-

förd i Akademiens Handlingar, och dels Ingeniören GUSTAF DE LAVAL för en af honom uppfunnen ångturbin med böjlig axel. — Det Letterstedtska priset för förtjenstfull öfersättning till svenska språket har Akademien icke funnit anledning att denna gång bortgifva, utan kommer motsvarande räntebelopp att läggas till det donerade kapitalet. — De Letterstedtska räntemedlen för maktpåliggande vetenskapliga undersökningar har Akademien ställt till förfogande af Filos. Licentiaten G. ANDERSSON för anställande af fortsatta undersökningar af svenska torfmossar i stratigrafiskt växtpalæontologiskt hänseende. — Af donationens ränteafkastning hafva dessutom föreskrifna andelar blifvit öfverlemnade till Domkapitlet i Linköping för utdelande af belöningar åt förtjenta folkskolelärare inom Linköpings stift, till Pastors-embetet i Wallerstads församling af samma stift för utdelande af premier i församlingens folkskola, för bildande af ett sockenbibliotek m. m., samt till Direktionen för Serafimerlasarettet i Stockholm för nödlidande sjuke resandes vård å detta lasarett.

Den *Letterstedtska Föreningens* fonder, hvilka af testator blifvit ställda under Vetenskaps-Akademiens förvaltning, utgjorde vid 1891 års slut i kapital en summa af 631,328 kronor 80 öre, hvarförutom fans ett disponibelt räntebelopp af 16,824 kronor 21 öre, som sedermera blifvit till Föreningens styrelse aflemnadt.

Årsräntan af *Wallmarkska* donationen har Akademien i två lika delar såsom understöd anvisat åt Docenten S. ARRHENIUS för fortsättande af hans undersökningar öfver den elektrolytiska dissociationsteorien, och åt Filos. Licentiaten D. S. HECTOR för utförande af undersökningar öfver de tre stora grupperna af urinämnen.

Den *Edlundska* donationens ränta har Akademien ställt till sin Fysikers förfogande såsom bidrag till anskaffande af åtskilliga dyrbara spektralfotografiska apparater, hvartill den fysiska institutionen saknade tillräckliga medel, men hvilka apparater funnits behöfliga för de spektralanalytiska undersökningar, hvarmed Fysikern för närvarande är sysselsatt.

nerska belöningen har Akademien tillerkänt Filos.  
H. RAGMÉN för flera under året af honom författade  
ten af Akademiens förhandlingar införda förtjenst-  
iska uppsatser.

Obomska belöningen har under form af guldmedaljer  
d Docenterne i kemi vid Upsala universitet J. A.  
H. G. SÖDERBAUM, båda för af dem under året  
n inlemnade och i hennes Öfversigt intagna för-  
iska uppsatser.

manska belöningen har Akademien öfverlemnadt åt  
didaten E. MÜLLER för hans under året utgifna  
rsuchungen über den Bau der Spinalganglien».

owska stipendiet har blifvit tilldeladt Filos. Kandi-  
SLING, som har till uppgift att vid Akademiens  
ution utföra undersökningar öfver sällsynta jord-  
onsspectra.

onibla årsräntan af *Regnells zoologiska gåfvomedel*  
n låtit sålunda fördela, att

essor S. LOVÉNS förfogande ställts 492 kr. 46 öre  
för Kristinebergs zoologiska stations behof;

essor F. A. SMITTS förfogande 400 kr. för utförande  
öfver hvalskelett;

essor CHR. AUTIVILLII förfogande 300 kr. för pre-  
bearbetande af de samlingar från Kamerun, som  
tomologiska afdelning dels redan fått mottaga och  
e har att förvänta från Filos. Kandidaten Y. SJÖ-

nten E. LÖNNBERG 300 kr. för fortsatta studier  
aviens Cestoder; och

erksadjunkten C. A. WESTERLUND 200 kr. såsom  
slutande af hans arbete: »Fauna der in der palä-  
tion lebenden Binnenconchylien».

*Regnellska resestipendiet*, afsedt för resor för bota-  
i Brasilien eller andra intertropiska länder, har,  
na blifvit i vederbörlig ordning kungjordt till an-



sökning ledigt, tilldelats Lektorn vid Stockholms norra latinläroverk C. A. M. LINDMAN och Filos. Kandidaten G. O. ANDERSSON MALME, af hvilka den förre är utsedd till den förestående expeditionens ledare och den senare till hans vetenskapliga biträde. Derest icke oförutsedda hinder inträffa, kommer resan, som skall omfatta en tid af minst två år, att anträdas i början af instundande juli månad.

För utförande af vetenskapliga resor inom landet har Akademien anvisat följande reseunderstöd:

åt Amanuensen vid Stockholms Högskola O. CARLGREN 125 kronor för fullföljande vid Kristinebergs zoologiska station af hans föregående undersökningar öfver vestkustens Actinior och Hydrozoer;

åt Filos. Kandidaten H. WALLENGREN 150 kronor för att vid Kristineberg idka studier öfver hafsinfusorierna, särdeles de parasitiska;

åt Filos. Kandidaten A. OHLIN 125 kronor för studerande af Hydrozoer, äfvenledes vid Kristineberg;

åt Filos. Licentiaten H. SCHÖTT 100 kronor för att vid Kristineberg fortsätta påbörjade studier öfver ectoparasitiska Trematoder;

åt Amanuensen H. DAHLSTEDT 125 kronor för undersökning af Hieraciefloran i de högländta delarne af Jönköpings län;

åt Filos. Licentiaten J. F. HEDLUND 225 kronor för licheno-logiska forskningar i Ångermanland och Jemtland;

åt Amanuensen H. O. JUEL 150 kronor för undersökning af parasitsvampar, särskildt heteröciska, i vestra Jemtlands fjell-trakter;

åt Filos. Licentiaten H. MUNTHE 200 kronor för att genom undersökningar i Skåne och Öresund fullfölja sina började studier öfver Baltiska hafvets historia; och

åt Filos. Kandidaten O. NORDENSKIÖLD 100 kronor för en geognostisk studieresa inom Dalarnes porfyrområde.

De statsmedel, som Akademien för året haft till förfogande för instrumentmakeriernas uppmuntran, har hon i lika delar

öfverlemnad åt matematiska och fysiska Instrumentmakarne P. M. SÖRENSEN och G. SÖRENSEN.

Den minnespenning, som Akademien till denna sin högtidsdag låtit prägla, är egnad åt minnet af hennes framlidne ledamot Generaldirektören MAGNUS HUSS.

Genom döden har Akademien under året förlorat, bland sina inländska ledamöter f. d. Generaldirektören i Medicinalstyrelsen NILS JOHAN BERLIN, samt bland de utländska ledamöterna Professorn i botanik vid universitetet i München CARL WILHELM VON NÆGELI, f. d. Professorn i fysik vid universitetet i Göttingen ERNST WILHELM WEBER, Professorn i fysik vid Conservatoire des arts et métiers i Paris ALEXANDRE EDMOND BECQUEREL, Professorn i kemi vid universitetet i Bryssel JEAN SERVAIS STAS, f. d. Direktorn för astronomiska observatorium i Greenwich GEORGE BIDDLE AIRY, Professorn i fysiologi vid universitetet i Wien ERNST WILHELM VON BRÜCKE, Professorn i astronomi vid universitetet i Cambrigde JOHN COUGH ADAMS, och Professorn i kemi vid universitetet i Heidelberg HERMAN KOPP.

I afgångna ledamöters ställe har Akademien deremot med sitt samfund förenat, inom landet e. o. Professorn i analytisk kemi vid universitetet i Upsala OSCAR WIDMAN, samt i utlandet Direktorn för botaniska trädgården i St. Petersburg EDVARD VON REGEL, Direktorn för fysikaliska Centralobservatorium i St. Petersburg HEINRICH WILD, Professorn i botanik vid universitetet i Berlin ADOLF ENGLER, Professorn i fysik vid Ecole polytechnique i Paris ALFRED CORNU, Professorn i kirurgi vid medicinska Fakulteten i Lyon LOUIS OLLIER, och Professorn i kemi vid universitetet i Amsterdam JACOB HENRIK VAN'T HOFF.

Till sin juridiske Ombudsman efter Justitierådet K. G. LINDBÄCK, som på grund af sin vunna befordran afsagt sig denna befattning, har Akademien antagit Revisionssekreteraren JOHAN OLOF RAMSTEDT.



# ÖFVERSIGT

AF

## VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

---

1892.

Nº 5.

---

Onsdagen den 11 Maj.

---

### INNEHÅLL:

ankomstens förhandlingar .....	sid. 261.
ur le procédé alterné de Mr. SCHWARZ .....	> 265.
ntégration d'un système d'équations aux différentielles .....	> 271.
s équations différentielles régulières .....	> 279.
s photographiques aux sels manganiques .....	> 287.
miens bibliotek .....	sidd. 263, 264, 278, 286.

---

gafs att bland Akademiens utländska ledamöter  
emi vid universitetet i Berlin AUGUST WILHELM  
nt Direktorn för Kejsarl. botaniska trädgården i  
EDVARD VON REGEL med döden afgått.

kan af Komiterade antogs till införande i Akade-  
gar en afhandling af W. BARWELL TURNER:  
ulcis Indiæ orientalis».

erre NORDENSKIÖLD redogjorde för de inkomna  
a stoftfallet den 3 Maj.

DÉN förevisade en af Hrr. LUMIÈRE et fils enligt  
etod utförd fotografi af spektrum samt meddelade  
A. ET L. LUMIÈRE: »Procédés photographiques  
aniques»\*.

Hr. AURIVILLIUS anmälde, att Filos. Kandidaten Y. SJÖSTEDT, som under ett och ett halft år vistats vid Kamerun för anställande af entomologiska forskningar och insamlingar, återkommit till fäderneslandet, och att de af honom hopbragta rikhaltiga samlingarne blifvit öfverlemnade till Riksmusei entomologiska afdelning.

Hr. DUNÉR meddelade resultaten af sina undersökningar öfver orsaken till oregelbundenheterna i ljusvexlingen hos den föränderliga stjernan i stjernbilden Cygnus.

Ingeniör C. W. SCHMIDT, bosatt i Paris och nu på besök i sitt fädernesland, förevisade och beskref den af honom konstruerade och nu mera fullkomnade kronograf, medelst hvilken en projektils utgångshastighet kan uppmätas med en noggranhet af  $\frac{1}{1000}$  sekund.

Hr. MITTAG-LEFFLER öfverlemnade för intagande i Akademiens Öfversigt följande uppsatser: 1:o) »Note sur le procédé alterné de M. SCHWARZ», af Doktor E. PHRAGMÉN\*; 2:o) »Sur l'intégration d'un système d'équations aux différentielles totales», af Doktor I. BENDIXSON\*; 3:o) »Sur les équations différentielles régulières», af densamme\*.

Sekreteraren öfverlemnade en uppsats af Amanuensen H. O. JUEL med titel: Ueber einige Pilze, welche die Wurzeln von Vallota bewohnen (se Bihang till K. Vet. Akad. Handl.), äfvensom en uppsats af Fröken A. PALMQVIST: »Undersökningar öfver luftens kolsyrehalt». (Se Bihang etc.).

Till Intendent vid det Naturhistoriska Riksmuseets afdelning för lägre evertebrater i den med början af instundande September månad inträdande ledigheten efter Professor S. LOVÉN kallade och utnämnde Akademien e. o. Professorn i jemförande anatomi vid Upsala universitet Dr. JOHAN HJALMAR THÉEL.

Till Berzeliansk stipendiat utsågs Docenten i kemi vid Upsala universitet Dr. PER WILHELM ABENIUS.

Följande skänker anmälades:

### Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

**Kristiania.** *K. Universitetet.*

Archiv for Mathematik og Naturvidenskab. Bd. 15: H. 2—3. 1892. 8:o.

— *Norsk meteorologisk Institut.*

Jahrbuch. Jahr 1890. 4:o.

**Trondhjem.** *K. Norske Videnskabers Selskab.*

Skrifter. Aar 1888—90. 8:o.

**Baltimore.** *Johns Hopkins university.*

Circulars. Vol. 11: N:o 94—97. 1891—92. 4:o.

Journal, American chemical. Vol. 13(1891): N:o 7—8; 14(1892): 1. 8:o.

» » of mathematics. Vol. 14: N:o 1. 1891. 4:o.

» » philology. Vol. 12: 2—3. 1891. 8:o.

Studies in historical and political science. Ser. 9: 9—12; 10: 1—3. 1891—92. 8:o.

**Bonn.** *Naturhistorischer Verein der Preussischen Rheinlande...*

Verhandlungen. (5) Jahrg. 8(1891): H. 2. 8:o.

**Budapest.** *K. Ungarische Geologische Anstalt.*

Földtani Közlöny. K. 22(1892): F. 1—4. 8:o.

Jahresbericht. Jahr 1890. 8:o.

**Buenos Aires.** *Museo nacional.*

Anales. Entr. 18. 1891. 4:o.

**Edinburgh.** *Edinburgh geological society.*

Transactions. Vol. 6: P. 3. 1892. 8:o.

**Granville, U. S.** *Denison university.*

Bulletin of the scientific laboratories. Vol. 6: P. 1—2. 1892. 8:o.

**Halifax.** *Yorkshire geological and polytechnic society.*

Proceedings. New ser. Vol. 12: P. 1: s. 1—130. 1892. 8:o.

**Harlem.** *Teylers tweede Genootschap.*

Archives du musée Teyler. (2) Vol. 3: P. 7. 1892. 4:o.

**Helsingfors.** *Statistiska centralbyrån.*

Bidrag till Finlands officiella statistik. 6: 17—18; 21: 1. 1890—91. 8:o.

Statistisk årsbok för Finland. Årg. 13(1892). 12:o.

**Kiel.** *K. Universität.*

Akademiskt tryck. År 1890/91. 114 häften. 4:o & 8:o.

— *Naturwissenschaftlicher Verein für Schleswig—Holstein.*

Schriften. Bd. 9: H. 2. 1892. 8:o.

**Kjøbenhavn.** *Naturhistorisk Forening.*

Videnskabelige Meddelelser. Aarg. 43(1891). 8:o.

**Liège.** *Société R. des sciences.*

Mémoires. (2) T. 17. 1892. 8:o.

**Leipzig.** *Jablonowski'sche Gesellschaft.*

Jahresbericht. 1892, März. 8:o.

**Leipzig.** *K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften.*

Abhandlungen. Bd. 30: N:o 3-4; 31: 1-4. 1891-92. st. 8:o.

= » Philologisch-historische Classe. Bd. 13: 3-4.

= » Mathematisch-physische » Bd. 18: 1-4.

Berichte. » » » Bd. 43 (1891): 1-5. 8:o.

» Philologisch-historische » » 43 (1891): 1-3. 8:o.

**London.** *K. Storbritanniska regeringen.*

Report on the scientific results of the voyage of H. M. S. Challenger,  
1873-1876: Deep-sea deposits. 1891. 4:o.

— *Entomological society.*

Transactions Year 1891. 8:o.

— *Zoological society.*

Transactions. Vol. 13: P. 4. 1892. 4:o.

Proceedings of the scientific meetings. Index 1881-1890. 8:o.

» » general meetings for scientific business. Year 1891: P.  
4. 8:o.

**Madrid.** *Comisión del mapa geológico de España.*

Boletín. T. 17 (1890). 8:o.

**Middelburg.** *Zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen.*

Archief. D. 7: St. 2. 1892. 8:o.

NAGTGLAS, F., Levensberigten van Zeeuwen. Afl. 3. 1891. 8:o.

**Minneapolis.** *Minnesota academy of natural sciences.*

Bulletin. Vol. 3: N:o 2. 1891. 8:o.

**Philadelphia.** *Academy of natural sciences.*

Proceedings. Year 1891: P. 3. 8:o.

— *American philosophical society.*

Proceedings. Vol. 29: N:o 136. 1891. 8:o.

List of surviving members. 1892 <sup>9</sup>/<sub>1</sub>. 8:o.

**Rochester.** *Rochester academy of science.*

Proceedings. Vol. 1: Brochure 2. 1891. 8:o.

**Utrecht.** *Provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen.*

Verslag van het verhandelnde in de algemeene Vergadering 1891  
<sup>16</sup>/<sub>6</sub>. 8:o.

Aanteekeningen van het verhandelnde in de Sectie-Vergaderingen 1891  
<sup>16</sup>/<sub>6</sub>. 8:o.

KAISER, O., Die Funktionen der Ganglienzellen des Halsmarkes.  
Haag 1891. 8:o.

(Forts. & sid. 278.)

Meddelanden från Stockholms Högskola. N:o 131.

## Note sur le procédé alterné de M. SCHWARZ.

Par E. PHRAGMÉN.

[Présentée le 11 mai 1892 par G. MITTAG-LEFFLER.]

On sait de quelle utilité a été, pour le développement de la théorie des équations linéaires aux dérivées partielles du second ordre et du type elliptique, la belle méthode connue sous le nom du *procédé alterné* de M. SCHWARZ. On sait aussi que le point fondamental de cette méthode est la démonstration d'un lemme que M. SCHWARZ énonce de la manière suivante: <sup>1)</sup>

« Soit  $T$  une région, pour laquelle il est possible d'intégrer l'équation aux dérivées partielles  $\Delta u = 0$  de manière que la fonction  $u$  prenne sur le contour des valeurs arbitrairement données. Partageons le contour de  $T$  en un nombre limité de parties et répartissons ces parties en deux groupes, de manière que chaque groupe contienne du moins *une* partie du contour. Désignons par  $L$  un nombre limité de lignes faisant partie de  $T$ , qui n'approchent pas indéfiniment des parties du contour appartenant au *second* groupe, si ce n'est en leurs points extrêmes et qui, même en ces points, n'y sont pas tangentes.

Soit  $u$  une solution de l'équation  $\Delta u = 0$  qui prend la valeur 0 sur les parties du contour appartenant au *premier* groupe, et la valeur 1 sur celles qui appartiennent au *second*.

Alors il existe un nombre  $q$  positif et inférieur à l'unité et tel qu'on a sur  $L$

$$u \leq q.$$

<sup>1)</sup> Voir p. ex. Über einen Grenzübergang durch alternirendes Verfahren, Gesammelte math. Abhandl., p. 133.



La démonstration de ce lemme peut être partagée en deux parties. Dans la première partie, on prouve qu'on peut diviser les lignes  $L$  en un nombre limité de portions, de manière que le lemme soit vrai pour toutes les portions qui approchent indéfiniment du contour de la région  $T$ . Dans la seconde partie on démontre le lemme pour tout système de lignes contenues dans une région  $T_1$  qui est située tout entière à l'intérieur de  $T$ .

La première partie de la démonstration ne présente rien de remarquable, et ce n'est que de la seconde partie que nous nous occuperons ici.

Chez M. SCHWARZ elle est très courte, et peut se résumer ainsi:

Si la fonction  $\varphi$  pouvait, dans  $T_1$ , approcher indéfiniment de la valeur 1, il existerait à l'intérieur ou sur la limite de  $T_1$  un point où on aurait exactement  $\varphi = 1$ . Alors, d'après une propriété fondamentale des fonctions harmoniques, puisque on n'a pas identiquement  $\varphi = 1$ , il y aurait dans le voisinage de ce point d'autres points où la valeur de  $\varphi$  serait plus grande que 1, ce qui ne peut pas être. Donc, dans la région  $T_1$ , la fonction  $\varphi$  ne peut approcher indéfiniment de la valeur 1.

La plupart des mathématiciens n'auraient peut-être rien à redire à cette démonstration.

Toutefois, il y a là quelque chose qui ne me satisfait pas, et qui, sans doute, n'aurait pas satisfait à KRONECKER, car c'est à une conversation avec l'illustre géomètre, dont j'eus le bonheur de faire la connaissance personnelle en 1889, que je dois en grande partie ma susceptibilité en pareille matière.

Il est démontré que  $q$  est inférieur à l'unité, j'en conviens, mais rien n'empêche que  $q$  ne soit, dans un cas particulier quelconque, supérieur à  $\frac{99}{100}$ , ou à  $\frac{999}{1000}$ , ou à tout nombre inférieur à l'unité. On pourrait même dire qu'il ne résulte pas de la démonstration de M. SCHWARZ qu'il existe un seul cas où  $q$  est inférieur à  $\frac{99}{100}$ , ou à  $\frac{999}{1000}$ , ou à tout autre nombre

inférieur à l'unité. Or dans ces circonstances il ne semble pas trop de dire que la démonstration du principe de DIRICHLET qu'on construit sur ces prémisses — en particulier sur la convergence de la somme  $\sum q^n$  — ne laisse pas d'être très subtile.

Ce sont de telles considérations qui m'ont amené à chercher une démonstration du lemme en question qui consiste à former réellement, à l'aide d'éléments qui caractérisent, suffisamment pour ce but, les régions  $T$  et  $T_1$  et la fonction  $\varphi$ , une quantité  $q$ , plus ou moins grande selon les circonstances, mais toujours inférieure à l'unité.

Comme il arrive généralement en pareil cas, aussitôt que j'avais posé la question sous cette forme précise, la solution se présenta d'elle-même. En effet, pour réaliser ma pensée, il suffit de s'appuyer sur l'important principe connu sous le nom de *principe de Harnack*. Ce principe résulte immédiatement de la représentation d'une fonction  $\varphi$  harmonique dans un cercle de rayon  $a$  à l'aide de la formule de POISSON

$$\varphi = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(a, \vartheta) \frac{a^2 - r^2}{a^2 - 2ar \cos(\vartheta - \theta) + r^2} d\vartheta$$

et peut s'énoncer ainsi:

»Si une fonction  $\varphi$  harmonique dans un cercle de rayon  $a$  est positive ou nulle dans ce cercle, le rapport de deux valeurs de  $\varphi$  dans un cercle concentrique de rayon  $r$  ( $r < a$ ) ne peut pas dépasser les limites

$$\left(\frac{a-r}{a+r}\right)^2 \text{ et } \left(\frac{a+r}{a-r}\right)^2.$$

De même, si on envisage une région continue  $R$  formée par la réunion de plusieurs cercles de rayons  $r_1, r_2, \dots, r_n$  et en même temps la région  $A$  formée par la réunion des cercles concentriques de rayons  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , où chaque rayon  $a_k$  est plus grand que le rayon correspondant  $r_k$ ; si la fonction  $\varphi$  est harmonique et positive ou nulle dans  $A$ , le rapport de deux valeurs de  $\varphi$  dans  $R$  ne dépassera pas les limites

$$\frac{1}{G} = \prod_{k=1}^n \left( \frac{a_k - r_k}{a_k + r_k} \right)^2 \text{ et } G = \prod_{k=1}^n \left( \frac{a_k + r_k}{a_k - r_k} \right)^2,$$

comme on le démontre immédiatement.

Si nous revenons maintenant au lemme de M. SCHWARZ, il convient de l'énoncer de la manière suivante:

*Soit  $T$  une région donnée, et soit  $\varphi$  une fonction harmonique en  $T$ . Supposons que cette fonction  $\varphi$  reste inférieure ou égale à l'unité dans la région  $T$  et qu'on sache déterminer à l'intérieur de  $T$  un point  $P$  où la valeur de  $\varphi$  est inférieure à  $\delta$ ,  $\delta$  étant un nombre positif inférieur à l'unité. Soit  $T_1$  une région située tout entière à l'intérieur de  $T$ .*

*Alors on saura former un nombre  $q$  positif et inférieur à l'unité, et tel que l'inégalité*

$$\varphi \leq q$$

*ait lieu dans la région  $T_1$ .*

En effet, il est facile de voir comment on pourra construire deux régions analogues à celles que nous avons désignées ci-dessus par  $A$  et  $R$ , de manière que  $T_1$  soit contenue dans  $R$ , et  $A$  dans  $T$ , et que de plus la région  $R$  contienne le point  $P$ .

Cela posé, on aura, dans  $T$  et par conséquent dans  $A$ ,

$$1 - \varphi \geq 0.$$

Donc le rapport de deux valeurs de  $1 - \varphi$  dans  $R$  sera compris entre les deux limites

$$\frac{1}{G} \text{ et } G,$$

$G$  étant la quantité définie plus haut.

Or dans le point  $P$  qui appartient à  $R$ ,  $1 - \varphi$  est supérieur à  $1 - \delta$ .

Donc  $1 - \varphi$  est supérieur à

$$\frac{1 - \delta}{G}$$

dans toute la région  $R$  et par conséquent aussi dans  $T_1$ .

En écrivant

$$q = 1 - \frac{1 - \delta}{G},$$

ce qui est un nombre positif et inférieur à l'unité, on aura donc dans la région  $T_1$

$$\varphi < q.$$

On se convainc facilement que c'est précisément le lemme ainsi démontré dont on a besoin pour la théorie des fonctions harmoniques dans une région limitée.

Pour pouvoir traiter les fonctions harmoniques dans une région fermée, la connaissance d'un autre lemme est indispensable. On peut le formuler de la manière suivante:

*Soit  $T$  une région donnée et soit  $T_1$  une région située tout entière à l'intérieur de  $T$ .*

*On saura toujours former un nombre  $q$  positif et inférieur à l'unité et tel que, si  $\varphi$  est une fonction harmonique dans  $T$  et que la différence de deux quelconques des valeurs qu'elle prend dans cette région ne dépasse pas  $D$ , la différence de deux quelconques des valeurs qu'elle prend dans  $T_1$  ne dépassera pas  $qD$ .*

Pour le démontrer, construisons comme plus haut deux régions  $A$  et  $R$  de manière que  $A$  soit contenue dans  $T$  et  $T_1$  dans  $R$ , et formons le nombre  $G$  qui y correspond.

Soient  $\alpha$  et  $\beta$  les limites inférieures et supérieures des valeurs de  $\varphi$  dans  $T$ , de manière que, dans cette région,  $\varphi$  reste compris entre  $\alpha$  et  $\beta$  mais approche indéfiniment de chacune de ces quantités, et soient  $\alpha_1$  et  $\beta_1$  les deux valeurs qui jouent le même rôle par rapport à  $T_1$ .

Les fonctions

$$\varphi - \alpha \text{ et } \beta - \varphi$$

étant positives ou nulles dans  $T$ , et la fonction  $\varphi$  approchant indéfiniment de  $\alpha_1$  et de  $\beta_1$  dans  $T_1$ , on aura

$$\begin{aligned} \beta_1 - \alpha &\leq G(\alpha_1 - \alpha), \\ \beta - \alpha_1 &\leq G(\beta - \beta_1). \end{aligned}$$

Faisant la somme de ces deux inégalités, on trouve

$$(\beta_1 - \alpha_1) \leq \frac{G-1}{G+1} \cdot (\beta - \alpha).$$

Notre lemme est donc vrai si on fait

$$q = \frac{G-1}{G+1},$$

ce qui est bien un nombre positif et inférieur à l'unité.

C'est ce même lemme dont fait usage M. C. NEUMANN dans la première de ses méthodes combinatoires (*Untersuchungen über das logarithmische und Newton'sche Potential*, p. 313). Au sujet de la démonstration qu'en donne M. NEUMANN il y a lieu de faire les mêmes observations que nous avons déjà faites au sujet de la démonstration du lemme de M. SCHWARZ.

Dans la théorie de M. SCHWARZ, on n'a besoin que du cas où les régions  $T$  et  $T_1$  sont deux cercles concentriques.

Meddelanden från Stockholms Högskola. N:o 132.

## Sur l'intégration d'un système d'équations aux différentielles totales.

Par IVAR BENDIXSON.

[Note présentée le 11 mai 1892 par G. MITTAG-LEFFLER.]

En étudiant un système d'équations linéaires aux différentielles totales entre les variables indépendantes  $x_1, \dots, x_q$ , et les quantités  $x_{q+1}, \dots, x_{q+r}$ , regardées comme des fonctions de ces variables

$$(1) \quad \begin{array}{cccccccc} dx_{q+1} & = & U_{11}dx_1 & + & U_{12}dx_2 & + & \dots & + & U_{1q}dx_q \\ \text{—} & \text{—} & \text{—} & \text{—} & \text{—} & \text{—} & \text{—} & \text{—} & \text{—} \\ dx_{q+r} & = & U_{r1}dx_1 & + & U_{r2}dx_2 & + & \dots & + & U_{rq}dx_q \end{array}$$

où les coefficients  $U_{\alpha\beta}$  sont des fonctions quelconques de  $x_1, \dots, x_{q+r}$ , on se borne en général à la détermination des solutions du système (1) dans le cas, où les fonctions  $x_{q+1}, \dots, x_{q+r}$ , peuvent contenir  $r$  constantes arbitraires, et on réduit dans ce cas le système d'équations (1) à un système complet d'équations linéaires aux dérivées partielles.<sup>1)</sup>

Il est pourtant aisé de voir qu'il existe des cas où le système (1) n'admet pas des intégrales contenant  $r$  constantes arbitraires, mais où l'on peut trouver des fonctions  $x_{q+1}, \dots, x_{q+r}$ , contenant un nombre moindre de constantes arbitraires, et satisfaisant au système (1).

<sup>1)</sup> Voir par exemple GOUSSAT »Leçons sur l'intégration des équat. aux dérivées partielles du premier ordre» Paris 1891 page 70.

Cela arrivera par exemple, si l'on considère l'équation

$$dy = \frac{\partial F}{\partial x_1} dx_1 + \left[ (y - F)f + \frac{\partial F}{\partial x_2} \right] dx_2$$

où  $F$  et  $f$  sont des fonctions quelconques de  $x_1, x_2$ . Cette équation n'aura en général pas d'intégrale contenant une constante arbitraire, mais il est évident que  $y = F$  est toujours une intégrale de l'équation.

Dans les pages suivantes je me suis proposé de donner une méthode par laquelle on peut déterminer tout système de fonctions  $x_{q+1}, \dots, x_{q+r}$ , contenant des constantes arbitraires ou n'en contenant pas, et satisfaisant au système d'équations (1).

Soient en effet  $x_{q+1}, \dots, x_{q+r}$ , des fonctions de  $x_1, \dots, x_q$ , satisfaisant aux équations (1), et soit  $\varphi$  une telle fonction que l'on a

$$\varphi(x_1, \dots, x_q, x_{q+1}, \dots, x_{q+r}) = 0$$

pour toutes les valeurs des variables  $x_1, \dots, x_q$ .

On aura donc

$$d\varphi = A_1\varphi dx_1 + A_2\varphi dx_2 + \dots + A_q\varphi dx_q = 0$$

où

$$A_\alpha\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial\varphi}{\partial x_{q+1}} U_{1\alpha} + \dots + \frac{\partial\varphi}{\partial x_{q+r}} U_{r\alpha} \quad \alpha=1, \dots, q$$

La fonction  $\varphi$  doit par conséquent satisfaire au système d'équations

$$(2) \quad A_\alpha\varphi = 0 \quad \alpha=1, \dots, q$$

Mais  $A_\alpha\varphi$  étant une fonction qui s'annule pour les valeurs de  $x_{q+1}, \dots, x_{q+r}$ , satisfaisant à (1) on aura

$$0 = dA_\alpha\varphi = A_1A_\alpha\varphi dx_1 + A_2A_\alpha\varphi dx_2 + \dots + A_qA_\alpha\varphi dx_q$$

d'où l'on conclut que

$$A_\beta A_\alpha\varphi = 0 \quad \begin{matrix} \alpha=1, \dots, q \\ \beta=1, \dots, q \end{matrix}$$

Les intégrales du système (1) doivent donc satisfaire aux équations suivantes

$$(3) \quad A_\alpha A_\beta\varphi - A_\beta A_\alpha\varphi = 0 \quad \begin{matrix} \alpha=1, \dots, q \\ \beta=1, \dots, q \end{matrix}$$

Si toutes les expressions (3) s'annulent identiquement, indépendamment des valeurs attribuées aux quantités  $x_{q+1}, \dots, x_{q+r}$ , les équations (2) forment un système complet, et on aura  $r$  intégrales indépendantes  $\varphi_1, \dots, \varphi_r$  du système (2), ce qui nous donne le résultat bien connu que le système (1) est dans ce cas satisfait par  $r$  fonctions  $x_{q+1}, \dots, x_{q+r}$ , contenant  $r$  constantes arbitraires.

Si au contraire le système d'équations (3) n'est pas satisfait identiquement, on pourra toujours par la méthode de JACOBI réduire le système (2) à un système complet.<sup>1)</sup>

Supposons d'abord qu'en appliquant la méthode de JACOBI, on parvient à un système de  $q + r$  équations indépendantes.

Cela fait voir que le système (2) n'a pas d'intégrale, satisfaisant au système d'équations indépendamment des valeurs données aux quantités  $x_{q+1}, \dots, x_{q+r}$ . Mais il peut pourtant arriver que l'on peut déterminer  $x_{q+1}, \dots, x_{q+r}$ , en fonctions de  $x_1, \dots, x_q$  de telle manière que les équations (2) peuvent avoir des solutions. Cela a lieu par exemple dans l'exemple de la page précédente.

Soient donc

$$\overline{A}_\alpha \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial \varphi}{\partial x_{q+r}} V_\alpha = 0 \quad \alpha = 1, \dots, q+r-1$$

où  $V_\alpha$  désigne une fonction de  $x_1, \dots, x_{q+r}$ , les  $q + r - 1$  premières équations indépendantes que l'on obtient par la méthode de JACOBI, et formons maintenant toutes les équations

$$(\overline{A}_\alpha \overline{A}_\beta - \overline{A}_\beta \overline{A}_\alpha) \varphi = 0.$$

Nous parvenons à un système d'équations

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_{q+r}} \cdot W_\alpha = 0 \quad \alpha = 1, 2, \dots, q+r-2$$

$W_\alpha$  désignant des nouvelles fonctions de  $x_1, \dots, x_{q+r}$ .

Mais comme

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_{q+r}} = 0$$

<sup>1)</sup> Voir par exemple BOOLE 'Treatise on Diff. Equat.' Supplementary Volume page 86, 87. Cambridge 1865.



conduirait à

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_\alpha} = 0 \quad \alpha = 1, \dots, q+r$$

ce qui ne donne pas de solution, nous aurons nécessairement

$$(4) \quad W_\alpha = 0 \quad \alpha = 1, 2, \dots, q+r-2$$

S'il existe des fonctions  $x_{q+1}, \dots, x_{q+r}$ , satisfaisant aux équations (1), ces fonctions doivent par conséquent satisfaire aux équations (4).

Si plus de  $r$  des fonctions  $W_\alpha$  sont indépendantes, il est donc évident que le système (1) n'admet pas de solution. S'il y a  $r$  seulement des fonctions  $W_\alpha$  qui sont indépendantes, les équations (4) font connaître  $x_{q+1}, \dots, x_{q+r}$ , en fonctions de  $x_1, \dots, x_q$ , et il faut rechercher, si ces fonctions satisfont au système (1).

Si enfin le nombre des fonctions  $W_\alpha$  qui sont indépendantes est  $k = r - s$ , les  $x_{q+s+1}, \dots, x_{q+r}$ , s'expriment en fonctions de  $x_1, \dots, x_{q+s}$ , à l'aide des équations (4). En substituant ces valeurs dans les équations (1), les  $k$  dernières d'entre elles, donnent naissance, si elles ne sont pas identiquement satisfaites, à un nouveau système d'équations, auxquelles doivent satisfaire  $x_1, \dots, x_q, x_{q+1}, \dots, x_{q+s}$ , et on pourra à l'aide d'elles exprimer encore quelques unes des quantités  $x_{q+\nu}$  en fonction des autres quantités  $x_{q+\nu}$  et des variables  $x_1, \dots, x_q$ .

On procédera ainsi jusqu'à ce que l'on aura déterminé  $h = r - t$  fonctions  $x_{q+t+1}, \dots, x_{q+r}$ , des quantités  $x_1, \dots, x_{q+t}$  qui, ou satisfont identiquement aux  $h$  dernières des équations (1), ou donnent naissance à des équations auxquelles on ne peut satisfaire, tant que  $x_1, \dots, x_q$  sont des variables indépendantes. Dans le dernier cas on voit que le système (1) n'a pas de solution; dans le premier au contraire on aura à étudier le système d'équations

$$(5) \quad \begin{array}{l} dx_{q+1} = U_{11}dx_1 + \dots + U_{1q}dx_q \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ dx_{q+t} = U_{t1}dx_1 + \dots + U_{tq}dx_q \end{array}$$

où il faut substituer dans les  $U_{\alpha\beta}$  les valeurs déterminées de  $x_{q+1}, \dots, x_{q+r}$ .

Nous observons ici que, si le système d'équations linéaires aux dérivées partielles correspondant au système (5) est un système complet, son intégration se fait comme à la page 273, et on sait alors que le système (5) admet des intégrales contenant  $t$  constantes arbitraires. Ces solutions sont alors aussi des solutions du système (1).

Retournons maintenant au système d'équations (2) et supposons qu'en y appliquant la méthode de JACOBI on parvient à un système complet de  $q + r - s$  équations. On sait alors que le système (2) admet  $s$  et pas plus de  $s$  intégrales indépendantes  $\varphi_1, \dots, \varphi_s$ .

En posant

$$y_{q+r} = \varphi_r(x_1, \dots, x_q, x_{q+1}, \dots, x_{q+r}) \quad r=1, \dots, s$$

les quantités  $x_{q+1}, \dots, x_{q+s}$  s'expriment en fonctions des  $y_{q+1}, \dots, y_{q+s}, x_{q+s+1}, \dots, x_{q+r}$  et des variables  $x_1, \dots, x_q$ . Le système (1) se transforme en ce-ci

$$\begin{aligned} dy_{q+1} &= 0 \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ dy_{q+s} &= 0 \\ (6) \quad dx_{q+s+1} &= \bar{U}_{s+1,1} dx_1 + \dots + \bar{U}_{s+1,q} dx_q \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ dx_{q+r} &= \bar{U}_{r1} dx_1 + \dots + \bar{U}_{r,q} dx_q \end{aligned}$$

où les fonctions  $\bar{U}_{\alpha\beta}$  désignent ce que deviennent les fonctions  $U_{\alpha\beta}$  en y mettant les valeurs des quantités  $x_{q+1}, \dots, x_{q+s}$  exprimées en fonction des  $x_1, \dots, x_q, y_{q+1}, \dots, y_{q+s}, x_{q+s+1}, \dots, x_{q+r}$ .

Soient  $x_{q+s+1}, \dots, x_{q+r}$ , des fonctions de  $x_1, \dots, x_q$ , satisfaisant au système (6), et soit  $\varphi$  une telle fonction que l'on ait

$$\varphi(x_1, \dots, x_q, y_{q+1}, \dots, y_{q+s}, x_{q+s+1}, \dots, x_{q+r}) = 0$$

pour toutes les valeurs des variables  $x_1, \dots, x_q$ .

On aura donc

$$(7) \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial \varphi}{\partial x_{q+s+1}} \bar{U}_{s+1, \alpha} + \dots + \frac{\partial \varphi}{\partial x_{q+r}} \bar{U}_{r\alpha} = 0 \quad \alpha = 1, \dots, q.$$

Il est clair que l'on n'a pas de fonction  $\varphi$  qui satisfait aux équations (7) indépendamment des valeurs de  $y_{q+1}, \dots, y_{q+s}, x_{q+s+1}, \dots, x_{q+r}$ , car une telle fonction serait aussi une intégrale du système (2), qui aurait alors plus de  $s$  intégrales indépendantes, ce qui est contraire à notre supposition.

Pour le système d'équations (7) on sait donc qu'en la réduisant à un système complet par la méthode de JACOBI, on obtient nécessairement  $q + r - s$  équations distinctes. Pour la résolution de ce système on a donc à opérer de la même manière que nous avons développé ci-dessus, et on parvient à un système d'équations

$$(8) \quad \bar{W}_\alpha = 0$$

qui doivent être satisfaites par les fonctions cherchées.

Ici il faut d'abord rechercher si les équations (8) peuvent être satisfaites en regardant  $y_{q+1}, \dots, y_{q+s}$ , comme des constantes arbitraires, et si les solutions ainsi obtenues satisfont au système (6). Si cela n'a pas lieu, il peut arriver que les équations auxquelles on parvient donnent comme résultat que certaines relations doivent subsister entre les constantes  $y_{q+1}, \dots, y_{q+s}$  ou même qu'il faut attribuer des valeurs spéciales à ces constantes, pour que les équations (6) soient satisfaites.

En continuant maintenant de la même manière que ci-dessus, on parviendra à un système analogue au système (5). Ayant formé le système d'équations aux dérivées partielles correspondant, trois cas peuvent se présenter: Ou ces équations forment elles un système complet, ou n'en forment elles pas, mais admettent pourtant des intégrales communes, ou enfin n'ont elles pas d'intégrale commune. Nous avons ci-dessus indiqué, comment il faut procéder dans chacun de ces cas.

Pour fixer les idées nous traiterons un exemple facile.

Soit

$$dz = \frac{\partial F}{\partial x_1} dx_1 + \left( \frac{\partial F}{\partial x_2} + (y - f)x_1 \right) dx_2;$$

$$dy = \left( \frac{df}{dx_1} + (y - f)x_2 \right) dx_1 + \frac{df}{dx_2} dx_2;$$

le système d'équations donné, où nous supposons que  $F$  et  $f$  soient des fonctions quelconques de  $x_1, x_2$ .

Les équations (2) se réduisent dans ce cas à

$$A_1\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x_1} + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \frac{\partial F}{\partial x_1} + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \left[ \frac{\partial f}{\partial x_1} + (y - f)x_2 \right] = 0;$$

$$A_2\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x_2} + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \left[ \frac{\partial F}{\partial x_2} + (y - f)x_1 \right] + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial x_2} = 0;$$

d'où l'on obtient

$$A_2\varphi = (A_1A_2 - A_2A_1)\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial z}(y - f)(1 + x_1x_2) - \frac{\partial\varphi}{\partial y}(y - f) = 0;$$

$$(A_1A_3 - A_3A_1)\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial z}(y - f)[x_1x_2 + 2]x_2 = 0;$$

$$(A_2A_3 - A_3A_2)\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial z}(y - f)2x_1 = 0.$$

La seule valeur satisfaisant à ces deux dernières équations est  $y = f$ .

En substituant cette valeur dans les équations données, la dernière est identiquement satisfaite, et l'intégration de la première se réduit à l'intégration d'un système complet qui nous donne  $z = F + \text{constante}$ . Les intégrales du système sont donc

$$y = f;$$

$$z = F + \text{constante};$$

ce que l'on peut en outre voir sans aucun calcul.

## Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. från

**Washington. Bureau of ethnology.**

DORSEY, J. O., Omaha and Ponka letters. 1891. 8:o.

THOMAS, C., Catalogue of prehistoric works east of the  
Mountains. 1891. 8:o.— *Bureau of equipment.*Astronomical papers prepared for the use of the American  
and nautical almanac. Vol. 2: P. 6; 3: 5. 1891. 8:o.— *Department of agriculture.*

VASEY, G., Illustrations of American grasses. 1891. st. 8:o.

— *Smithsonian institution.*Annual report of the national museum. 1889 <sup>30</sup>/<sub>6</sub>. 8:o.— *U. S. Naval observatory.*

Observations. Year 1887 &amp; Appendix. 1—3. 4:o.

**Hr. Grosshandlaren B. Kempe och Fru Henriette**

Egenhändiga bref och smärre anteckningar af C. Linné.

» » af J. Burman. 18 st.

**Hr. Ingeniören K. Sondén.**BERZELIUS, J., Föreläsningar öfver mineralogi, upptecknad  
Sondén. D. 1—2. Hss. 8:o.

— » » phytokemi, » ». Hss. 8:o.

**Författarne.**BACKLUND, O., Calculs et recherches sur la comète d'Encke  
Petersburg. 1892. 4:o.EKSTRAND, Å. G., Zur Kenntniss der Naphtoësäuren. I  
1888—91. 8:o.SEDERHOLM, E., Den elastiska väfnaden i huden hos medel-  
åldre personer. Sthm. 1892. 8:o.STOLPE, HJ., Entwicklungserscheinungen in der Ornamentik  
Naturvölker. Wien 1892. 4:o.ALBERT I, PRINCE DE MONACO, Carte des courants de l'Atlantique  
Avec texte. Paris 1892. Fol. & 4:o.BOECK, W., DANIELSSEN, D. C., Samling af Iakttagelser over  
Sygdomme. H. 4—5. Bergen 1862. F.

BORNET, E., Note sur quelques Ectocarpus. Paris 1891. 8:o.

— Småskrifter. 2 st. 8:o.

(Forts. &amp;

Meddelanden från Stockholms Högskola. N:o 133.

## Sur les équations différentielles régulières.

PAR IVAR BENDIXSON.

[Note présentée le 11 mai 1892 par G. MITTAG-LEFFLER.]

Dans deux traités, présentés à l'académie des sciences le 10 février et le 13 avril cette année, j'ai développé quelques théorèmes qui ont montré sous un point de vue nouveau l'analogie intime qui existe entre les équations différentielles linéaires et les équations algébriques.

En se bornant pourtant à l'étude des équations différentielles régulières,<sup>1)</sup> c'est-à-dire des équations, qui au voisinage d'un point singulier quelconque n'ont que des intégrales régulières,<sup>2)</sup> on peut démontrer quelques théorèmes qui font ressortir encore plus cette analogie.

Nous supposons que l'équation différentielle régulière est de la forme

$$(1) \quad \frac{d^n y}{dx^n} + p_1(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + p_n(x) y = 0$$

où les fonctions  $p_i(x)$  sont des fonctions rationnelles de  $x$ , car on peut toujours à l'aide d'une substitution bien simple la réduire à une telle forme, que le coefficient de  $\frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}}$  s'annule identiquement.

<sup>1)</sup> Voir le second de mes mémoires mentionnés »Sur les équat. diff. liné.» page 13.

<sup>2)</sup> Voir THOMÉ »Zur Theorie d. lin. Diff. Gleich.» Journal f. die reine u. angew. Math. Tome 96 page 188.

On peut donc énoncer le théorème qui suit :

»Si

$$y_1 = \mathfrak{P}_1(x - a)$$

est le développement en série procédant suivant les puissances entières et positives de  $x - a$  d'une intégrale de l'équation différentielle irréductible (1), on peut tracer de tels contours  $C_n$ , dans le plan des  $x$ , qu'en faisant décrire à  $x$  les courbes  $C_2, \dots, C_n$ ,  $y_1$  se change successivement en  $y_2, \dots, y_n$ . Les fonctions  $y_1, y_2, \dots, y_n$ , formant un système fondamental d'intégrales de l'équation (1).

Supposons en effet qu'en faisant décrire à  $x$  tous les contours possibles dans le plan des  $x$ , la fonction  $y_1$  ne change que en plus de  $k$  intégrales indépendantes  $y_1, \dots, y_k$ , et

$$Z_k = \frac{\left| \frac{d^v y_1}{dx^v}, \frac{d^v y_2}{dx^v}, \dots, \frac{d^v y_k}{dx^v} \right|_{v=0, \dots, k-1}}{\left| \frac{d^v y_1}{dx^v}, \frac{d^v y_2}{dx^v}, \dots, \frac{d^v y_k}{dx^v} \right|_{v=0, \dots, k-1}}$$

La fonction  $Z_k$  est évidemment une fonction uniforme de  $x$ , car en faisant décrire à  $x$  un contour quelconque, chaque fonction  $y_l$  se change en une fonction linéaire de  $y_1, \dots, y_k$ , ce qui ne fait pas changer la valeur de  $Z_k$ .

L'équation (1) étant régulière, on sait de plus qu'une intégrale reste finie pour  $x = a$  un point singulier  $a$  quelconque si on l'a préalablement multipliée par une puissance convenable de  $x - a$ , d'où l'on conclut que  $Z_k$  n'a que des pôles en  $x = a$ .

On peut donc affirmer que  $Z_k$  est une fonction méromorphe de  $x$ .

Mais  $y_1, \dots, y_k$ , satisfont alors à une équation différentielle linéaire d'ordre  $k$  à coefficients rationnels en  $x$ . On fait voir que  $k = n$ , l'équation (1) étant par supposition irréductible.

On voit aisément que ce théorème n'a pas en général lieu pour les équations différentielles irréductibles qui ne sont pas régulières. L'équation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + g(x)y = 0$$

par exemple, où  $g(x)$  est une fonction entière rationnelle, sera en général irréductible, mais chaque intégrale sera pourtant une fonction monogène uniforme dans tout le plan.

À l'aide de ce théorème concernant les équations régulières on parvient à un résultat qui nous semble offrir de l'intérêt. Pour le cas de  $n=2$  M. SCHWARZ a démontré que, si le rapport de deux intégrales de l'équation (1) est une fonction algébrique de  $x$ , l'équation en question a toutes ses intégrales algébriques. Nous voulons prouver que ce théorème subsiste, tant que  $n$  est un nombre premier.

Soient à cette fin  $y_1, y_2$ , deux intégrales de l'équation (1), dont le rapport

$$\frac{y_2}{y_1} = \eta_1$$

satisfait à une équation irréductible du degré  $l$

$$(2) \quad f(x, \eta) = 0.$$

Soient  $\eta_1, \dots, \eta_l$ , les racines de l'équation (2), et  $u_1, \dots, u_l$ , des quantités indéterminées quelconques.

Formons enfin le résolvant de GALOIS

$$\prod_{r_1 \dots r_l} (\xi - u_{r_1} \eta_1 - u_{r_2} \eta_2 - \dots - u_{r_l} \eta_l)$$

le produit s'étendant à toutes les combinaisons possibles  $r_1, \dots, r_l$ , des nombres  $1, \dots, l$ , et soit  $G(\xi, x)$  un facteur irréductible de cette expression.

Soient de plus  $\xi_1, \dots, \xi_r$  les racines de

$$(3) \quad G(\xi, x) = 0.$$

On sait alors que  $\tau_1, \dots, \tau_l$ , s'expriment en fonctions rationnelles de  $x$  et  $\xi_1$ .

Posons maintenant

$$y = \eta_1 z.$$

L'équation (1) se transforme alors en celle-ci



$$(4) \quad \frac{d^n z}{dx^n} + \left[ n \frac{d\eta_1}{dx} \cdot \frac{1}{\eta_1} \right] \frac{d^{n-1} z}{dx^{n-1}} + \dots + \left[ \frac{d^n \eta_1}{dx^n} \cdot \frac{1}{\eta_1} + p_2(x) \frac{d^{n-2} \eta_1}{dx^{n-2}} \cdot \frac{1}{\eta_1} + \dots + p_n(x) \right] z = 0.$$

Mais toutes les dérivées de  $\eta_1$  s'exprimant en fonctions rationnelles de  $\eta_1$  et  $x$ , on voit, que les coefficients de cette équation sont des fonctions rationnelles de  $\eta_1$  et  $x$ .

L'équation (1) a une intégrale commune avec l'équation (4), et le coefficient de  $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$  n'étant pas égal au coefficient de  $\frac{d^{n-1}z}{dx^{n-1}}$ , on conclut que l'équation (1) est réductible, si l'on adjoint la fonction  $\eta_1$ ,<sup>1)</sup> ou, ce qui revient à la même chose, si l'on adjoint la fonction  $\xi_1$ .

Il existe donc nécessairement une équation différentielle

$$(5) \quad \frac{d^k y}{dx^k} + \gamma_1(x, \xi_1) \frac{d^{k-1} y}{dx^{k-1}} + \dots + \gamma_{k-1}(x, \xi_1) \frac{dy}{dx} + \gamma_k(x, \xi_1) y = 0$$

dont les coefficients  $\gamma_r(x, \xi_1)$  sont des fonctions rationnelles de  $x$  et  $\xi_1$ , qui a toutes ses solutions communes avec l'équation (1), et qui est irréductible, si l'on adjoint la fonction  $\xi_1$ .

Nous allons prouver que l'ordre  $k$  de l'équation différentielle (5) est nécessairement un diviseur de  $n$ .

Soit  $P(y)$  l'expression différentielle du membre gauche de l'équation (1), et  $Q(\xi_1, y)$  celle du membre gauche de l'équation (5), on peut écrire

$$P(y) \equiv \frac{d^{n-k}}{dx^{n-k}} (Q(\xi_1, y)) + q_1(x, \xi_1) \frac{d^{n-k-1}}{dx^{n-k-1}} (Q(\xi_1, y)) + \dots + q_{n-k}(x, \xi_1) Q(\xi_1, y),$$

où les fonctions  $q_r(x, \xi_1)$  sont des fonctions rationnelles de  $x$ ,  $\xi_1$ . Mais cette identité doit donc subsister pour chaque racine de l'équation irréductible (3), d'où l'on conclut que chacune des équations

<sup>1)</sup> Confer à ce sujet le second de mes mémoires cités page 1.

$$(6) \frac{d^k y}{dx^k} + \gamma_1(x, \xi_a) \frac{d^{k-1} y}{dx^{k-1}} + \dots + \gamma_{k-1}(x, \xi_a) \frac{dy}{dx} + \gamma_k(x, \xi_a) y = 0$$

$\alpha=1, \dots, r$

a toutes ses solutions communes avec l'équation (1).

Chacune des équations (6) sera en outre irréductible. Supposons en effet que l'une d'entre elles soit réductible, et soit

$$(7) \frac{d^{k_1} y}{dx^{k_1}} + \bar{\gamma}_1(x, \xi_a) \frac{d^{k_1-1} y}{dx^{k_1-1}} + \dots + \bar{\gamma}_{k_1-1}(x, \xi_a) \frac{dy}{dx} + \bar{\gamma}_{k_1}(x, \xi_a) y = 0$$

une équation irréductible ayant toutes ses solutions communes avec l'équation correspondante (6). Si  $y_1 = \mathfrak{P}(x-a)$  est le développement en série procédant suivant les puissances entières et positives de  $x-a$  de l'une des intégrales de l'équation (7) au voisinage de  $x=a$ , et si l'on fait décrire à  $x$  un tel contour que  $\xi_a$  se change en  $\xi_1$ , alors  $y_1$  qui satisfait à l'équation (6), se change évidemment en une intégrale  $y_2$  de l'équation (5). Cette intégrale  $y_2$  satisfait évidemment aussi à l'équation qu'on obtient de l'équation (7) en y mettant  $\xi_1$  au lieu de  $\xi_a$ , et l'équation (5) ne serait donc pas irréductible.

On conclut enfin de cela que, si deux des équations (6) ont une solution commune, elles ont nécessairement toutes leurs solutions communes, car tous les  $\xi_r$  s'expriment en fonctions rationnelles de l'une d'entre elles.

Supposons que les équations qu'on obtient, en mettant  $\alpha=1$ ,  $\alpha=2$ , dans l'équation (6) n'ont pas de solution commune. On peut alors former une équation différentielle d'ordre  $2k$  ayant toutes les solutions de ces deux équations différentielles et dont les coefficients sont formés par de seules opérations arithmétiques de leurs coefficients.

Si parmi les équations (6) il y en a une qui n'a pas de solution commune avec cette nouvelle équation, on formera de la même manière une équation différentielle d'ordre  $3k$ , ayant toutes les solutions de ces deux équations.

On parvient ainsi à une équation différentielle d'ordre  $\rho k$

$$(8) \frac{d^{\rho k} y}{dx^{\rho k}} + S_1(x, \xi_1) \frac{d^{\rho k-1} y}{dx^{\rho k-1}} + \dots + S_{\rho k-1}(x, \xi_1) \frac{dy}{dx} + S_{\rho k}(x, \xi_1) y = 0.$$

dont les coefficients sont des fonctions rationnelles de  $x$  et  $\xi_1$ , et qui est telle que chacune des équations (6) a au moins une intégrale commune avec cette équation. Mais les équations (6) étant irréductibles, elles auront alors toutes leurs intégrales communes avec l'équation (8).

On peut alors prouver que l'équation (8) est identique à l'équation (1).

Soit en effet comme ci-dessus  $y_1 = \mathfrak{P}_1(x - a)$  le développement en série, procédant suivant les puissances entières et positives de  $x - a$ , de l'une des intégrales de l'équation (5). En faisant décrire à  $x$  un contour quelconque, ou la fonction  $\xi_1$  maintient sa valeur, quand  $x$  retourne à  $a$ , et la fonction  $y_1$  se change alors en l'une des intégrales de cette même équation (5), ou la fonction  $\xi_1$  se change en l'une des fonctions  $\xi_2, \dots, \xi_r$ , et la fonction  $y_1$  se change alors en l'une des intégrales de quelqu'une des équations (6). Quel contour que l'on fasse décrire à  $x$ ,  $y_1$  ne peut donc jamais se changer qu'en des fonctions qui sont des intégrales de l'équation (8).

On conclut donc que l'expression

$$Z_k = \frac{\left| \frac{d^r y_1}{dx^r}, \frac{d^r y_2}{dx^r}, \dots, \frac{d^r y_{\rho k}}{dx^r} \right|_{r=0, \dots, k-1, k+1, \dots, \rho k}}{\left| \frac{d^r y_1}{dx^r}, \frac{d^r y_2}{dx^r}, \dots, \frac{d^r y_{\rho k}}{dx^r} \right|_{r=0, 1, \dots, \rho k-1}}$$

est une fonction monogène uniforme,  $y_1, \dots, y_{\rho k}$ , désignant un système fondamental d'intégrales de l'équation (8). Mais toutes les intégrales de l'équation (8) sont des intégrales de l'équation régulière (1), d'où l'on conclut que  $Z_k$  n'a d'autres points singuliers que des pôles, c'est-à-dire que  $Z_k$  est une fonction rationnelle de  $x$ . On aura donc enfin établi que les coefficients de l'équation (8) sont des fonctions rationnelles de  $x$ . L'équation (1) étant de plus irréductible, cela fait voir que

$$\rho k = n.$$

Si  $n$  est un nombre premier, on voit donc que  $k$  est nécessairement égal à 1.

L'équation différentielle (1) aura donc dans ce cas une intégrale commune avec une équation différentielle du premier ordre

$$(9) \quad \frac{dy}{dx} + \gamma_1(x, \xi_1)y = 0.$$

Mais ce cas a été étudié dans le second de mes mémoires. » Sur les équations différentielles linéaires homogènes, » où j'ai montré que, si une équation de la forme (9) a son intégrale commune avec l'équation (1), dont l'ordre est un nombre premier, et si en outre le rapport de deux intégrales de l'équation (1) est une fonction algébrique, alors cette équation n'a que des intégrales algébriques.

On aura donc le théorème qui suit:

*Si le rapport de deux intégrales de l'équation différentielle régulière irréductible (1), dont l'ordre  $n$  est un nombre premier, est une fonction algébrique de  $x$ , toutes les intégrales de cette équation sont des fonctions algébriques.»*

**Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.**

(Forts. fr. sid. 278.)

**Författarne.**

DALL, W. H., Early expeditions to the Bering sea and straits.  
Washington 1891. 4:o.

DARGET, L., Théories géométriques diverses . . . Auch. 4:o.

HARLÉ, E., Un mandibule de singe du repaire de hyènes de Mont-  
saunès. Toulouse 1892. 8:o.

PLATEAU, F., La ressemblance protectrice dans le règne animal.  
Bruxelles 1892. 8:o.

RIZZO, G. B., Variazioni prodotte dal calore in alcuni spettri d'as-  
sorbimento. Torino 1891. 8:o.

---

## Procédés photographiques aux sels manganiques.

Par AUGUSTE et LOUIS LUMIÈRE.

[Note communiquée le 11 mai 1892 par H. GYLDÉN.]

### I.

Dans une précédente communication, <sup>1)</sup> nous avons montré que le phosphate de sesquioxyde de manganèse peut être utilisé en photographie grâce à la propriété qu'il possède d'être ramené à l'état de sel manganoux sous l'action de la lumière.

Nous avons montré également que cette substance présente, au point de vue pratique, des inconvénients nombreux qu'elle partage d'ailleurs avec tous les sels manganiques préparés jusqu'ici.

En cherchant d'autres méthodes de préparation, nous avons pu obtenir la plupart des sels organiques de sesquioxyde de manganèse oxalate, tartrate, citrate, lactate etc. et nous avons trouvé à ces corps des propriétés précieuses au point de vue photographique.

M. FRÉMY, dans ses recherches sur les sels formés par le peroxyde de manganèse, <sup>2)</sup> indique un mode d'obtention d'un sousulfate manganique qui consiste à traiter le permanganate de potasse par l'acide sulfurique.

Reprenant cette idée, nous avons étudié l'action des acides sur le permanganate de potasse et nous avons pu constater les faits suivants: <sup>3)</sup>

<sup>1)</sup> Bulletin de la Société Française. 1892 p. 218.

<sup>2)</sup> Comptes rendus 1876 p. 175 et p. 1231.

<sup>3)</sup> Nous avons entrepris l'étude des substances qui prennent naissance dans ces réactions, au point de vue chimique pur, en collaboration avec M. SEYEWITZ.

1:0 Lorsqu'on ajoute peu à peu, jusqu' à décoloration, un acide organique à une solution concentrée de permanganate de potasse, on précipite une substance noire dont la composition n'a pas encore été déterminée d'une façon très précise mais qui paraît être un oxyde manganique.

2:0 Cette substance, lavée avec soin et desséchée, se dissout dans les acides organiques pour donner des solutions brunes ou rouges foncées qui présentent tous les caractères des sels manganiques.

3:0 Si, sans laver le précipité noir d'oxyde, on continue à introduire dans la liqueur une plus grande quantité d'acide, ce précipité se redissout en donnant une liqueur colorée dont les propriétés sont les mêmes, au point de vue des applications photographiques, que celles des sels préparés au moyen de l'oxyde préalablement isolé.

4:0 Additionnées de réducteurs, ces solutions se décolorent rapidement sous l'influence de la chaleur ou de la lumière.

5:0 Les autres permanganates alcalins ainsi que les manganates donnent lieu aux mêmes réactions. Il y a lieu de supposer que nous sommes en présence de sels manganiques. En attendant que l'analyse de tous ces sels vienne confirmer cette hypothèse, nous tenons à faire à ce sujet quelques réserves et nous ne voulons, quant à présent, envisager que les propriétés photographiques de ces solutions.

### A. Acide Oxalique.

Lorsqu' on traite 6 grs de permanganate de potasse additionnés de 50 grs d'eau par une solution à 8 p. % d'acide oxalique, on constate que la liqueur devient d'abord brune, puis se décolore peu à peu en donnant un précipité noir. Il y a dégagement d'acide carbonique pendant cette réaction; la décoloration est complète quand on a ajouté environ 6 grs d'acide oxalique. Le précipité noir se redissout dans un excès d'acide oxalique et la dissolution est entière lorsqu'on a ajouté 10 grs environ d'acide

organique. La liqueur est rouge foncé; elle est très instable et se réduit rapidement en se décolorant, même dans l'obscurité.

Si, aussitôt après la préparation de cette solution rouge, (d'oxalate manganique probablement) on imprègne de cette liqueur sensible un papier gelatiné, le sel manganique se réduit bien un peu pendant la dessiccation du papier mais, lorsque le séchage est terminé, le papier présente encore une teinte rouge très nette qu'il peut conserver pendant quelques jours.

Ce papier est très sensible à la lumière; quelques secondes d'exposition au soleil suffisent pour le décolorer complètement.

C'est le plus sensible de tous les sels manganiques que nous avons pu préparer jusqu'ici.

Il est regrettable que d'autres de ses propriétés le fassent rejeter pratiquement.

En effet: Cette substance est peu soluble dans l'eau. Il n'est pas possible alors de concentrer la solution. Le papier retient trop peu de matière sensible et les images qu'il donne sont trop faibles. Il a encore l'inconvénient de ne pas pouvoir se conserver plus de quelques jours.

### B. Acide Citrique.

En opérant comme il a été indiqué pour l'acide oxalique, en faisant réagir le permanganate de potasse sur l'acide citrique, on obtient une liqueur jaune foncé dont la stabilité est relativement grande; aussi les essais d'impression photographique tentés avec cette substance n'ont-ils pas abouti à cause du manque de sensibilité des préparations qu'elle peut fournir.

### C. Acide Tartrique.

On obtient une solution brune d'oxyde manganique dans l'acide tartrique en ajoutant cet acide à une solution saturée de permanganate de potasse jusqu'à dissolution complète du précipité noir qui se forme au début de la réaction.

Des papiers imprégnés de cette solution sont beaucoup plus sensibles à la lumière que ceux qui sont préparés avec l'acide citrique.



Si inversement on introduit dans l'acide tartrique des cristaux ou une solution de permanganate de potasse, la réaction s'effectue en présence de l'excès d'un acide qui est très réducteur, la masse s'échauffant toujours un peu, le sel manganique est partiellement réduit et la solution se décolore notablement. Cette solution, incomplètement décolorée, abandonnée dans l'obscurité, laisse déposer, d'abord des cristaux blancs de tartrate manganéux peu soluble dans l'eau, puis des cristaux bruns presque-insolubles dont la composition n'a pas encore été déterminée.

#### D. Acide Lactique.

Cet acide nous a donné les meilleurs résultats au point de vue de la conservation des préparations sensibles.

On obtient la liqueur sensible en traitant 3 grs de permanganate de potasse par 6 c.c. d'acide lactique ( $d = 1,225$ ) et en prenant la précaution de refroidir le récipient dans lequel la réaction s'effectue.

La quantité d'acide lactique que l'on pourrait mettre en excès ne paraît influer d'une façon appréciable ni sur la sensibilité ni sur la coloration de l'épreuve développée. L'excès de cet acide a eu toutefois l'inconvénient d'empêcher le papier de sécher complètement; l'humidité qu'il conserve en précipite l'altération.

Nous avons essayé d'augmenter la sensibilité à la lumière de cette liqueur et nous avons étudié dans ce but l'action des corps réducteurs tels que le sel de seignette, l'acide oxalique, l'hydrate de chloral, la saccharose, le glucose, les formiates, la phénylglucosazone, la benzaldéhyde etc. . . . Avec le glucose, la sensibilité est beaucoup augmentée mais le papier reste poisseux et s'altère vite.

La phénylglucosazone et la benzaldéhyde ne peuvent être employées qu'en solution hydroalcoolique, au moment de la préparation du papier sensible, la liqueur sensibilisatrice pénètre rapidement jusqu'au dos de ce papier. La substance qui se trouve alors dans l'épaisseur n'est pas réduite pendant l'exposi-

tion à la lumière et l'épreuve est invariablement ternie par l'action du développeur.

Les formiates alcalins n'ont aucun de ces inconvénients et conviennent très bien pour le cas qui nous occupe.

Les autres réducteurs essayés n'ont pas donné de bons résultats.

Tous ces réducteurs se comportent d'ailleurs de la même manière avec les autres sels manganiques.

### E. Autres acides organiques.

La même méthode de préparation peut servir à obtenir avec la plupart des acides organiques les solutions manganiques sensibles à la lumière.

C'est ainsi que se comportent les acides acétique, malique, tannique, gallique, benzoïque etc. . . . etc. Leur étude reste actuellement à faire presque complètement.

## II.

Jusqu'ici le procédé photographique aux sels manganiques qui nous a donné les meilleurs résultats est le suivant:

On introduit dans un ballon maintenu vers 15° par un courant d'eau froide

{Eau distillée . . . . .	50 c.c.
{Permanganate de potasse . . . . .	6 grs.

On ajoute petit à petit:

Acide lactique ( $D=1,225$ ) = . . .	16 c.c.
puis formiate de potasse . . . . .	3 grs.

La solution est filtrée et versée dans une cuvette placée dans un laboratoire éclairé par la lumière artificielle telle que la lumière du gaz.

On fait alors flotter à la surface du liquide une feuille de papier légèrement gélatiné.

Après une minute de contact environ, il convient d'enlever le grand excès de solution sensible en plaçant la feuille entre des papiers buvards après quoi elle est suspendue pour sécher à

l'abri de la poussière et de la lumière. L'exposition a lieu sous une image positive, si l'on a bien opéré, l'impression exige un peu plus de temps que l'impression du papier albuminé.

Lorsque les fonds ou les grands blancs de l'épreuve sont complètement décolorés, on immerge l'épreuve dans une solution à 5 % de chlorhydrate de paramidophénol; l'épreuve atteint rapidement l'intensité convenable et il ne reste plus alors qu'à éliminer par un lavage le plus grand excès des sels solubles qui imprègnent le papier, ce qui n'exige que quelques minutes.

La teinte légèrement jaunâtre que prend l'image peut être enlevée à l'aide d'acide chlorhydrique.

A la suite d'un lavage sommaire, l'épreuve est achevée comme s'il s'agissait d'une épreuve aux sels d'argent.

Les photographies obtenues ainsi, exposées au soleil pendant 3 semaines, n'ont pas subi la moindre altération.

En continuant, ce que nous nous proposons de faire, l'étude de ces procédés, nous ne doutons pas qu'ils ne puissent donner lieu à des applications pratiques.

---

## Procédés photographiques aux sels manganiques.

Par AUGUSTE et LOUIS LUMIÈRE.

[Note présentée par M. HUGO GYLDÉN le 11 mai 1892.]

### I.

Dans son traité de photographie <sup>1)</sup> VAN MONCKHOVEN indique la propriété que possède le manganate de potasse d'être modifié sous l'action de la lumière.

Nous avons constaté que tous les manganates et les permanganates alcalins jouissent de cette même propriété.

Les expériences faites jusqu'ici dans le but d'appliquer ces substances à la production d'images photographiques ont complètement échoué parceque leur emploi présente les inconvénients suivants:

Les manganates sont décomposés par l'eau pure; en solution alcaline ils sont, comme les permanganates, réduits plus ou moins complètement, même dans l'obscurité, par les matières organiques, gélatine, albumine, gomme etc. Lorsqu'on imprègne une feuille de papier de ces dissolutions, la réduction a lieu partiellement; la substance brun jaune qui prend naissance blanchit incomplètement sous l'action des rayons solaires.

Si l'on cherche à introduire ces mêmes corps dans du collodion, la réduction a lieu également dans l'obscurité.

Toutes les tentatives faites pour éviter cette décomposition n'ont donné aucun résultat. On a essayé notamment d'addi-

<sup>1)</sup> 5<sup>me</sup> édition p. 223.

tionner les solutions manganiques d'oxydants énergiques, de préparer des collodions sans alcool, à l'aide d'autres dissolvants, d'opérer à basse température et dans l'obscurité la plus complète; aucune de ces précautions n'a réussi à empêcher l'altération qu'il est indispensable d'éviter. De sorte que les images que peuvent fournir les manganates et les permanganates après exposition pendant plusieurs jours au soleil, sont très faibles, voilées et complètement inutilisables.

Le bioxyde de manganèse dissous dans le cyanure de potassium a été indiqué aussi comme étant sensible à la lumière.<sup>1)</sup> Cette substance paraît présenter des inconvénients analogues à ceux qui ont fait abandonner les corps précédemment cités.

## II.

Depuis longtemps les sels de sesquioxyde de fer, que la lumière transforme en sels de protoxyde, sont employés en photographie. C'est sur cette réaction que sont basés les procédés dits au platine, au ferropurssiate etc.

Dans la série des métaux la place du manganèse étant voisine de celle du fer, et les propriétés des combinaisons correspondantes de ces métaux se rapprochant d'une façon générale, nous avons été conduits à supposer que les sels de sesquioxyde de manganèse pourraient être ramenés au minimum, sous l'influence de la lumière, de la même façon que les sels de fer correspondants.

Nous avons rencontré, dans l'examen de cette hypothèse, de nombreuses difficultés parce que les sels manganiques n'ont été étudiés que superficiellement et par un petit nombre de chimistes seulement.

La plupart de ces sels sont d'une grande instabilité; ils sont généralement dissociés par l'eau, décomposés à basse température ou à froid sous l'action de la lumière, des matières organiques; de sorte que ces substances ont été plutôt entrevues que sérieusement isolées et étudiées, du moins pour un grand

<sup>1)</sup> FABRE. Traité encyclopédique de phot. LIII, p. 184.

nombre d'entre elles. Parmi les mieux connues, nous devons citer: le fluorure manganique (BERZÉLIUS, NICKLÈS) le sulfate,<sup>1)</sup> le phosphate,<sup>2)</sup> les sulfates doubles manganico-aluminique, manganico-chromique, manganico-ferrique<sup>3)</sup> enfin l'arséniate et l'acétate manganique.<sup>4)</sup> Quelques autres tels que le chlorure manganique n'ont été obtenus qu'en solution.

Le fluorure et l'acétate étendus sur du papier sont réduits par la lumière à l'état de sels manganoux et peuvent donner des images photographiques mais, lorsqu'on veut ensuite traiter l'épreuve par un réactif capable de différencier le sel manganoux du sel manganique non décomposé, de façon à accentuer cette image tout en la fixant, ou, lorsqu'on veut la soumettre à des lavages, l'eau dissocie le sel manganique qui a pénétré la pâte du papier et précipite ainsi l'oxyde qui donne une teinte uniformément brunâtre à l'épreuve.

Le sulfate manganique n'existe en solution qu'en présence d'un grand excès d'acide sulfurique, il est également dissocié par l'eau. Enfin les sulfates doubles ne sont pas sensibles ou fort peu sensibles à la lumière.

Par conséquent ces différentes substances ne paraissent pas pouvoir être utilisées. Le phosphate manganique, plus stable, reste donc le seul des sels de sesquioxyde préparés jusqu'ici, auquel il soit permis de recourir pour l'objet qui nous occupe.

### III.

Le phosphate manganique s'obtient en traitant le peroxyde de manganèse par l'acide phosphorique concentré en excès. On obtient un liquide sirupeux violet, améthyste foncé qui se solidifie par refroidissement et qui se dissout dans l'eau avec une couleur rouge rubis. Vers 250°, le bioxyde de manganèse perd

<sup>1)</sup> CARIUS Ann. der chem. und Pharm. t. XCVIII, p. 53.

<sup>2)</sup> H. ROSE Pogg. arm. t. CV, p. 289 et Repert. de Chemie pure 1859, p. 239.

<sup>3)</sup> Etard Comptes rendus t. LXXXVI, p. 1399 et LXXXVII, p. 602.

<sup>4)</sup> CHRISTENSEN. Journ. für prakt. t. XXVIII, p. 163.

un partie de son oxygène, se transforme en sesquioxyde qui se combine à l'acide phosphorique.

La réaction s'effectue plus rapidement et plus régulièrement avec la peroxyde de manganèse hydraté. Ce dernier est obtenu en précipitant une solution de sulfate manganoux par un excès de chlorure de chaux en solution. Le précipité est recueilli sur filtre, lavé puis chauffé avec quatre fois son poids d'acide phosphorique à 60° B. Lorsque la masse est devenue violette, on cesse de chauffer puis on laisse refroidir complètement avant de dissoudre dans l'eau distillée. Si l'on ajoute l'eau avant refroidissement il y a décomposition partielle et formation d'un corps gris violacé.

Le phosphate manganique est soluble dans l'eau froide, indécomposable par un grand excès de ce liquide. La solution se décolore cependant à la longue ou lorsqu'on la chauffe laisse déposer la substance gris violacé dont il est question plus haut. Il précipite la gélatine comme tous les sels manganiques d'ailleurs. Les reducteurs décolorent le phosphate manganique en le ramenant à l'état de sel manganoux ou précipitent le sesquioxyde de manganèse. La potasse et les alcalis agissant de la même manière.

Nous avons remarqué que les propriétés éminemment oxydantes des sels manganiques permettent de transformer un grand nombre de substances organiques en matières colorantes. C'est ainsi qu'ils agissent sur les leucobases, les sels de monamines, de diamines, d'amidophénols, sur les homologues de ces corps etc., lorsque ces réactifs peuvent donner par oxydation des matières colorantes insolubles qui se précipitent à mesure qu'elles se forment sur le substratum de la substance sensible dans les points où cette dernière n'a pas été réduite; les parties réduites par la lumière ne précipitant pas de matière colorante, on peut obtenir ainsi des épreuves photographiques. Pour ne citer qu'un exemple: les sels d'aniline (chlorhydrate, sulfate etc.) sont transformés en noir d'aniline après avoir fourni les produits d'oxydation intermédiaires, emeraldine, azurite.

Nous avons utilisé ces propriétés dans le procédé que nous décrivons plus loin, et c'est grâce à elles que nous avons pu produire des épreuves d'une grande variété de coloration.

Lorsqu'on fait flotter pendant quelques instants une feuille de papier gelatiné sur une solution concentrée de phosphate manganique, préparée comme il a été indiqué plus haut, la couche de gélatine prend une teinte rouge intense qu'elle conserve si le papier est desséché dans l'obscurité. Exposé aux rayons solaires ce papier blanchit par suite de la réduction au minimum du sel manganique, mais, dans ces conditions, la substance est très peu sensible à la lumière. Nous avons pu augmenter cette sensibilité en ajoutant à la solution de phosphate certains réducteurs tels que des acides organiques. L'acide tartrique à la dose de 1 gr. pour 100 gr. de solution manganique est celui qui a donné les meilleurs résultats. La sensibilité s'accroît au fur et à mesure que l'on augmente la proportion d'acide tartrique.

Préparé sans ce reducteur le papier ne donne une épreuve bien intense qu'après 48 heures d'exposition au soleil. L'addition de 1 p. % d'acide tartrique permet de réduire le durée de pose à 2 heures. Une plus grande quantité d'acide tartrique ne paraît pas avoir d'influence appréciable sur l'accroissement de sensibilité.

Ce papier insolé sous un positif, donne un positif; il se décolore dans les points correspondant aux parties transparentes de l'écran tandis que le sel manganique reste intact sous les points opaques du cliché. Lorsque les fonds sont bien décolorés, on a une image rougeâtre sur fond blanc. Il convient alors de traiter cette épreuve par un réactif susceptible d'accentuer l'image tout en la fixant.

Parmi les substances qui nous ont paru le mieux remplir ces conditions nous devons citer le chlorhydrate de paramidophénol qui s'oxyde sous l'influence du sel manganique en donnant une substance brune insoluble. Immersée dans une solution à 5 p. % de ce chlorhydrate, l'image est développée et



fixée en quelques secondes. Il ne reste plus qu'à laver abondamment l'épreuve.

Les inconvénients du procédé que nous venons de décrire succinctement sont nombreux :

1:0 Le phosphate manganique ne peut être employé qu'en solution très acide. Lorsqu'on cherche à neutraliser la liqueur, il y a précipitation d'une substance non encore étudiée. L'excès d'acide phosphorique empêche alors le séchage complet du papier.

2:0 Cette humidité constante de la substance sensible facilite sa réduction dans l'obscurité; on ne peut par suite la conserver que pendant quelques jours.

3:0 Malgré les tentatives faites pour augmenter la sensibilité, il faut au moins deux heures d'exposition en plein soleil pour obtenir de bonnes épreuves.

Nous concluons des considérations qui précèdent qu'aucun des sels manganiques préparés jusqu'ici ne paraît pratiquement utilisable en photographie.

Nous avons dû diriger nos recherches dans un autre sens et tenter d'obtenir des sels plus sensibles que le phosphate.

Nous sommes arrivés à préparer de nouveaux sels manganiques qui n'ont pas tous ces inconvénients.

Leur grande sensibilité, la variété de colorations que présentent les épreuves, la facilité de manipulation, les prix de revient très réduits nous ont permis d'instituer tout une classe de procédés photographiques qui nous ont paru extrêmement intéressants.

Les épreuves qui accompagnent cette note ont été obtenues, à l'aide de ces nouvelles substances. Certaines d'entre elles peuvent être comparées aux épreuves sur papier albuminé.

Nous nous proposons de décrire ces nouveaux procédés dans une très prochaine communication.

# ÖFVERSIGT

AF

## VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

1892.

Nº 6.

Onsdagen den 8 Juni.

### INNEHÅLL:

hankomstens förhandlingar.....	sid. 299.
n théorème de M. LIE.....	> 301.
nderivat. III.....	> 307.
ylendiamins inverkan på $\alpha$ -Tionaftamid.....	> 313.
emiens bibliotek.....	sidd. 300, 319.

Orkan af komiterade antogs till införande i Akademiens förhandlingar en afhandling af Docenten A. WIRÉN, med titeln: Über die Solenogastres. II. Chætoderma nitidulum, eine Monemenia.

Herrn O. L. BLADIN, som af Akademien blifvit tilldelat ett af de afrikanska stipendiet för att i utlandet taga närmare kunnskap om der använda mossodlingsmetoder, hade afslutat sin resa om den utländska resa som han för detta ändamål företagit.

Herrn LOVÉN redogjorde för innehållet af Herr BLADINS afhandling och dess berättelse.

Herrn NILSSON meddelade resultaten af den undersökning öfver luftens kolsyrehalt, som blifvit vid Stockholms Observatorium af Fröken AUGUSTA PALMQVIST.

Sekreteraren öfverlemnade för intagande i Akademiens skrifter följande uppsatser: 1:o »Sur un théorème de M. LIE,» af Filos. Doktor I. BENDIXSON\*; 2:o »Om azthinderivat. III,» af Filos. Kandidaten N. A. LANGLET\*; 3:o »Om etylendiamins inverkan på  $\alpha$ -tionaftamid,» af Filos. Kandidaten G. FORSSELL\*.

Genom anställda val kallades till utländska ledamöter af Akademien: Professorn och ledamoten af Franska Institutet GABRIEL AUGUSTE DAUBRÉE, samt Professorn i anatomi vid universitetet i Leipzig WILHELM HIS.

Följande skänker anmäldes:

### Till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

#### H. MAJ:T KONUNGEN.

MARTIUS, C. F. PH., EICHLER, A. G., URBAN, J., Flora Brasiliensis. F. 111. Lips. 1892. F.

#### Brunn. Naturforschender Verein.

Verhandlungen. Bd. 29(1890). 8:o.

Bericht der meteorologischen Commission. 9(1889). 8:o.

#### Cambridge. U. S. Museum of comparative zoology.

Memoirs. Vol. 17: N:o 2. 1892. 8:o.

Bulletin. Vol. 22: N:o 1-4; 23: 1-2. 1891-92. 8:o.

Annual report. Year 1890/91. 8:o.

#### Cincinnati. Cincinnati society of natural history.

Journal. Vol. 14(1891/92). 8:o.

#### Coimbra. Sociedade Broteriana.

Boletim. 9(1891): F. 1-2. 8:o.

#### Edinburgh. R. Physical society.

Proceedings. Vol. 11: P. 1. 1892. 8:o.

#### Giessen. Oberhessische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde.

Bericht. 28. 1892. 8:o.

#### Güstrow. Verein der Freunde der Naturgeschichte in Mecklenburg.

Archiv. Jahr 45(1891). 8:o.

#### Haag. K. Nederländska regeringen.

OUDEMANS, J. A. C., Die Triangulation von Java. Abth. 3. Haag 1891. 4:o.

#### Haarlem. Hollandsch Maatschappij der Wetenschappen.

Natuurkundige Verhandelingen. (3) D. 5: St. 2. 1892. 4:o.

#### Helsingfors. Société Finno-Ougrienne.

Mémoires. 2. 1891. 8:o.

Journal. 10. 1892. 8:o.

(Forts. å sid. 319.)

Meddelanden från Stockholms Högskola N:o 134.

## Sur un Théorème de M. LIE.

Par IVAR BENDIXSON.

[Note présentée le 8 juin 1892 par D. G. LINDHAGEN.]

Dans ses remarquables recherches sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre M. SOPHUS LIE est parvenu à un théorème qui constitue la généralisation du théorème fondamental de CAUCHY sur l'existence des intégrales d'une équation aux dérivées partielles du premier ordre et qui conduit en même temps immédiatement à une simplification importante de la méthode d'intégration de JACOBI et de CLEBSCH.<sup>1)</sup>

Le théorème en question peut, comme l'a observé M. GOURSAT, (dans ses »Leçons sur l'intégration des équat. aux dérivées part.» Paris 1891) être énoncé de la manière suivante:

»Étant donné un système d'équations

$$(1) \quad p_\alpha = F_\alpha(x_1, \dots, x_n, p_{m+1}, \dots, p_n), \quad \alpha = 1, \dots, m$$

en involution, c'est à dire telles que les fonctions  $F_\alpha$  satisfont identiquement aux relations

$$-F_\alpha, p_\beta - F_\beta = \frac{\partial F_\alpha}{\partial x_\beta} - \frac{\partial F_\beta}{\partial x_\alpha} - \sum_{\nu=m+1}^n \left[ \frac{\partial F_\alpha}{\partial x_\nu} \frac{\partial F_\beta}{\partial p_\nu} - \frac{\partial F_\alpha}{\partial p_\nu} \frac{\partial F_\beta}{\partial x_\nu} \right] = 0, \quad \begin{matrix} \alpha = 1, \dots, m \\ \beta = 1, \dots, m \end{matrix}$$

il existe toujours une et une seule solution du système (1)  $\varphi(x_1, \dots, x_n)$ , telle qu'en y mettant  $x_1 = \hat{x}_1, \dots, x_m = \hat{x}_m$ , elle se réduit à une fonction  $\chi(x_{m+1}, \dots, x_n)$  donnée d'avance.»

<sup>1)</sup> Voir LIE »Allgem. Theorie d. part. Diff. Gleich 1 Ordn.» Math. Annal. B:d 9 Page 286.

MAYER »Die LIE-sche Integrations methode etc.» Math. Annal. B:d 6 Page 180.

Voici une manière très élémentaire de démontrer ce théorème.

I. On prouve d'abord qu'un système d'équations linéaires

$$A_\alpha \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x_\alpha} + U_{\alpha m+1} \frac{\partial \varphi}{\partial x_{m+1}} + \dots + U_{\alpha n} \frac{\partial \varphi}{\partial x_n} = 0 \quad \alpha = 1, \dots, m$$

où les  $U_{\alpha\beta}$  désignent des fonctions de  $x_1, \dots, x_n$ , et où les équations

$$(A_\alpha A_\beta - A_\beta A_\alpha) \varphi \equiv 0 \quad \begin{matrix} \alpha = 1, \dots, m \\ \beta = 1, \dots, m \end{matrix}$$

sont identiquement satisfaites, a  $n - m$  intégrales indépendantes,  $\varphi_{m+1}, \dots, \varphi_n$ .

Ce théorème de JACOBI est trop connu, pour que je m'en occupe.

Puis on montre, que ces  $n - m$  intégrales sont encore indépendantes, si on les considère comme des fonctions des seules variables  $x_{m+1}, \dots, x_n$ . Car supposons que l'on ait une relation

$$f(x_1, \dots, x_m, \varphi_{m+1}, \dots, \varphi_n) = 0$$

qui est satisfaite identiquement.

L'équation

$$A_\alpha f = \frac{\partial f}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial f}{\partial \varphi_{m+1}} A_\alpha \varphi_{m+1} + \dots + \frac{\partial f}{\partial \varphi_n} A_\alpha \varphi_n \equiv 0$$

nous fait alors voir que

$$\frac{\partial f}{\partial x_\alpha} = 0, \quad \alpha = 1, \dots, m$$

c'est à dire que  $f$  ne contient que  $\varphi_{m+1}, \dots, \varphi_n$ .

Il subsisterait donc une relation entre  $\varphi_{m+1}, \dots, \varphi_n$ , ce qui n'a pas lieu.

Comme  $\varphi_{m+1}, \dots, \varphi_n$ , sont des fonctions indépendantes, si on les considère comme des fonctions des seules variables  $x_{m+1}, \dots, x_n$ , on en conclut, que l'on peut déterminer une telle fonction de  $\varphi_{m+1}, \dots, \varphi_n$ , qu'en y mettant  $x_1 = \bar{x}_1, \dots, x_m = \bar{x}_m$ , elle se réduit à une fonction  $\chi(x_{m+1}, \dots, x_n)$ , déterminée d'avance.

Le théorème de M. LIE est donc démontré pour le cas où les équations sont linéaires.

II. Pour le cas général où

$$p_\alpha - F_\alpha(x_1, \dots, x_n, p_{m+1}, \dots, p_n) = 0, \alpha = 1, \dots, m$$

et

$$(2) \quad (p_\alpha - F_\alpha, p_\beta - F_\beta) = 0, \quad \begin{matrix} \alpha = 1, \dots, m \\ \beta = 1, \dots, m \end{matrix}$$

on démontre d'abord, que le système d'équations linéaires correspondant

$$(p_\alpha - F_\alpha, \varphi) = \frac{\partial \varphi}{\partial x_\alpha} + \sum_{\nu=m+1}^n \left[ \frac{\partial F_\alpha}{\partial x_\nu} \frac{\partial \varphi}{\partial p_\nu} - \frac{\partial F_\alpha}{\partial p_\nu} \frac{\partial \varphi}{\partial x_\nu} \right] + \sum_{\nu=1}^m \frac{\partial F_\alpha}{\partial x_\nu} \frac{\partial \varphi}{\partial p_\nu} = 0$$

est un système complet, ce qui est une conséquence immédiate de l'identité suivante bien connue <sup>1)</sup>

$$((f, \varphi), \psi) + ((\varphi, \psi), f) + ((\psi, f), \varphi) = 0.$$

En y mettant

$$\begin{aligned} f &= p_\alpha - F_\alpha; \\ \psi &= p_\beta - F_\beta; \end{aligned}$$

et en observant que l'équation (2) est satisfaite, on obtient en effet

$$((p_\alpha - F_\alpha, \varphi), p_\beta - F_\beta) + ((\varphi, p_\beta - F_\beta), p_\alpha - F_\alpha) = 0,$$

ce qui nous donne

$$(p_\beta - F_\beta, (p_\alpha - F_\alpha, \varphi)) - (p_\alpha - F_\alpha, (p_\beta - F_\beta, \varphi)) = 0.$$

Comme les fonctions  $F_\nu$  sont indépendantes de  $p_1, \dots, p_m$ , il s'en suit que

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_\alpha} + \sum_{\nu=m+1}^n \left[ \frac{\partial F_\alpha}{\partial x_\nu} \frac{\partial \varphi}{\partial p_\nu} - \frac{\partial F_\alpha}{\partial p_\nu} \frac{\partial \varphi}{\partial x_\nu} \right] = 0 \quad \alpha = 1, \dots, m$$

est aussi un système complet JACOBIEN, d'où l'on conclut que l'on peut déterminer une telle solution  $\varphi_{m+1}(x_1, \dots, x_n, p_{m+1}, \dots, p_n)$ , qu'en y mettant  $x_1 = \bar{x}_1, \dots, x_m = \bar{x}_m, \varphi_{m+1}$  se réduit à

<sup>1)</sup> Confer GOURSAT »Leçons sur l'intégration des équat. aux dérivées part.» Paris 1891 page 154, 155, qui en donne la démonstration.

$$p_{m+1} - \frac{\partial \chi(x_{m+1}, \dots, x_n)}{\partial x_{m+1}}.$$

Le système d'équations

$$\begin{aligned} p_\alpha - F_\alpha(x_1, \dots, x_n, p_{m+1}, \dots, p_n) &= 0, \quad \alpha=1, \dots, m \\ \varphi_{m+1}(x_1, \dots, x_n, p_{m+1}, \dots, p_n) &= 0, \end{aligned}$$

est alors un système en involution.

En résolvant la dernière par rapport à  $p_{m+1}$ , on aura

$$\begin{aligned} p_\alpha - F_\alpha(x_1, \dots, x_m, p_{m+1}, \dots, p_n) &= 0, \quad \alpha=1, \dots, m \\ p_{m+1} - F_{m+1}(x_1, \dots, x_n, p_{m+2}, \dots, p_n) &= 0. \end{aligned}$$

Ce système est évidemment aussi un système en involution, et on sait de la fonction  $F_{m+1}$ , qu'elle se réduit à  $\frac{\partial \chi(x_{m+1}, \dots, x_n)}{\partial x_{m+1}}$  pour  $x_1 = \dot{x}_1, \dots, x_m = \dot{x}_m$ .

De même que ci-dessus on démontre, que le système d'équations linéaires

$$(p_\alpha - F_\alpha, \varphi) = 0 \quad \alpha=1, \dots, m+1$$

est un système complet, d'où l'on conclut que l'on peut déterminer une telle solution  $\varphi_{m+2}(x_1, \dots, x_n, p_{m+1}, \dots, p_n)$ , qu'en y mettant  $x_1 = \dot{x}_1, \dots, x_m = \dot{x}_m, x_{m+1} = \dot{x}_{m+1}$ , la fonction  $\varphi_{m+2}$  se réduit à

$$p_{m+2} - \frac{\partial \chi(\dot{x}_{m+1}, x_{m+2}, \dots, x_n)}{\partial x_{m+2}}.$$

En résolvant l'équation  $\varphi_{m+2} = 0$  par rapport à  $p_{m+2}$ , on aura un système en involution

$$\begin{aligned} p_\alpha - F_\alpha(x_1, \dots, x_n, p_{m+1}, \dots, p_n) &= 0, \quad \alpha=1, \dots, m \\ p_{m+1} - F_{m+1}(x_1, \dots, x_n, p_{m+2}, \dots, p_n) &= 0, \\ p_{m+2} - F_{m+2}(x_1, \dots, x_n, p_{m+1}, p_{m+3}, \dots, p_n) &= 0, \end{aligned}$$

où  $F_{m+2}$  se réduit à  $\frac{\partial \chi(\dot{x}_{m+1}, x_{m+2}, \dots, x_n)}{\partial x_{m+2}}$  si on y met  $x_1 = \dot{x}_1, \dots, x_{m+1} = \dot{x}_{m+1}$ .

En continuant ainsi, on parvient à un système en involution

$$p_\alpha - F_\alpha(x_1, \dots, x_n, p_{m+1}, \dots, p_n) = 0, \quad \alpha = 1, \dots, m$$

$$p_{m+\nu} - F_{m+\nu}(x_1, \dots, x_n, p_{m+1}, \dots, p_{m+\nu-1}, p_{m+\nu+1}, \dots, p_n) = 0$$

$\nu = 1, \dots, n-m$

où les fonctions  $F_{m+\nu}$  sont telles qu'en y mettant  $x_1 = \dot{x}_1, \dots, x_{m+\nu-1} = \dot{x}_{m+\nu-1}$ , la fonction  $F_{m+\nu}$  se réduit à

$$\frac{\partial \chi(\dot{x}_{m+1}, \dots, \dot{x}_{m+\nu-1}, x_{m+\nu}, \dots, x_n)}{\partial x_{m+\nu}}.$$

En résolvant le système (3) par rapport à  $p_1, \dots, p_n$ , on sait par un théorème de JACOBI que

$$p_1 dx_1 + \dots + p_n dx_n$$

est une différentielle exacte, et si l'on effectue la quadrature, on aura une solution du système (3)

$$\varphi(x_1, \dots, x_n) = \int p_1 dx_1 + \dots + p_n dx_n.$$

On sait alors que pour  $x_1 = \dot{x}_1, \dots, x_m = \dot{x}_m$  on a

$$p_{m+1} = \frac{\partial \chi(x_{m+1}, \dots, x_n)}{\partial x_{m+1}},$$

ce qui nous donne

$$\frac{\partial}{\partial x_{m+1}} \varphi(\dot{x}_1, \dots, \dot{x}_m, x_{m+1}, \dots, x_n) = \frac{\partial}{\partial x_{m+1}} \chi(x_{m+1}, \dots, x_n)$$

c'est à dire

$$\varphi(\dot{x}_1, \dots, \dot{x}_m, x_{m+1}, \dots, x_n) = \chi(x_{m+1}, \dots, x_n) + \psi(x_{m+2}, \dots, x_n)$$

$\psi$  étant une fonction qu'il faut déterminer.

Mais pour  $x_1 = \dot{x}_1, \dots, x_{m+1} = \dot{x}_{m+1}$ , on sait que

$$p_{m+2} = \frac{\partial}{\partial x_{m+2}} \chi(\dot{x}_{m+1}, x_{m+2}, \dots, x_n)$$

ce qui nous donne

$$\frac{\partial}{\partial x_{m+2}} \varphi(\dot{x}_1, \dots, \dot{x}_m, \dot{x}_{m+1}, x_{m+2}, \dots, x_n)$$

$$= \frac{\partial}{\partial x_{m+2}} \chi(\dot{x}_{m+1}, x_{m+2}, \dots, x_n).$$



Mais le membre gauche est aussi égale à

$$\frac{\partial}{\partial x_{m+2}} \chi(\dot{x}_{m+1}, x_{m+2}, \dots, x_n) + \frac{\partial \psi}{\partial x_{m+2}}$$

ce qui met en évidence que

$$\frac{\partial \psi}{\partial x_{m+2}} = 0,$$

c'est à dire que  $\psi$  ne dépend pas de  $x_{m+2}$ . D'une manière analogue on prouve que  $\psi$  ne dépend pas de  $x_{m+3}, \dots, x_n$ . La fonction  $\psi$  est donc nécessairement une constante, et en effectuant la quadrature

$$\int p_1 dx_1 + \dots + p_n dx_n,$$

on peut disposer de cette constante de sorte qu'elle s'annule.

On aura donc enfin

$$\varphi(\dot{x}_1, \dots, \dot{x}_m, x_{m+1}, \dots, x_n) = \chi(x_{m+1}, \dots, x_n) \quad \text{c. q. f. d.}$$

Introduisons des nouvelles variables  $y_1, \dots, y_m$ , en posant

$$\begin{aligned} x_1 &= \dot{x}_1 + y_1; \\ x_\alpha &= \dot{x}_\alpha + y_\alpha y_1; \quad \alpha=2, \dots, m \end{aligned}$$

On n'aura alors qu'à trouver une telle intégrale du nouveau système, qu'en y mettant  $y_1=0$ , elle se réduit à une fonction donnée d'avance. Cela revient à rechercher l'intégrale de l'une seulement de ces équations. Dans cette équation les variables  $y_2, \dots, y_n$  peuvent être regardées comme des constantes, et on n'a qu'à déterminer une telle solution, qu'en y mettant  $y_1=0$ , elle se réduit à  $\chi(x_{m+1}, \dots, x_n)$ .

C'est sur cette observation qu'est basée la méthode d'intégration de M. LIE.

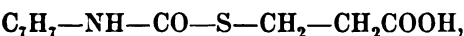
delanden från Upsala kemiska laboratorium.

# 211. Om azthinderivat III. <sup>1)</sup>

Af N. A. LANGLET.

[Inlemnad den 8 Juni 1892 genom P. T. CLEVE.]

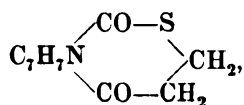
*o*-Tolylkarbaminthiomjölksyra,



på samma sätt som fenylderivatet. Hvita nålar,  
vid 149,5° och äro ytterst lösliga i alkohol,  
vatten och benzol, olösliga i eter.

	Beräknadt.	Funnet.
C	55,23	55,29
H	5,45	5,75
N	5,87	6,29
S	13,39	13,26.

*o*-Tolyldiacitetrahydromazthin,



att erhålla ren än öfriga hithörande föreningar. Då  
dukten af  $\beta$ -jodpropionsyra, *o*-tolythiouretan och  
några dagar upphettats på vattenbad, stelnade den  
massa, som nästan fullständigt löstes af eter och

från N:o 3, sid. 171.

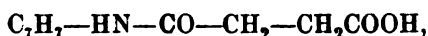
benzol. Gasolja kunde ej heller med fördel användas till föreningsrensning, då den lemnade äfven föroreningarna delvis olösta. Lättast erhålles den ren genom upprepade utkokningar med utspädd saltsyra, som förstör föroreningarna. Ur den heta syran kristalliserar den i hvita nålar, som omkristalliseras ur 25 %:tig alkohol.

Smältpunkt 147°. Lättlöslig i alkohol, svårare i eter och benzol, olöslig i gasolja och kallt vatten.

Analys:

	Beräknadt.	Funnet.
C	59,73	59,37
H	4,98	5,12
N	6,33	6,39
S	14,48	14,31.

*p*-Tolylkarbaminthiomjölksyra,

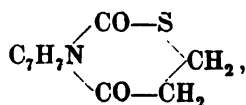


är äfven i absolut alkohol så pass svåröslig, att den derur kan omkristalliseras. Bäst användes dock 50 % sprit, hvarur den erhålles i långa, praktfulla, starkt sidenglänsande nålar, föga lösliga i vatten och benzol, olösliga i eter. Smältpunkt 154°.

Analys:

	Beräknadt.	Funnet.
C	55,23	55,21
H	5,45	5,48
N	5,87	6,06
S	13,39	13,35.

*p*-Tolyldiacitetrahydromazthin,

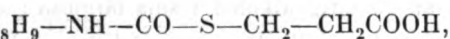


erhålles lätt ren på samma sätt som fenylderivatet och kristalliserar ur den varma alkohollösningen i korta, färglösa, temligen

prismor. Smältpunkt  $153^{\circ}$ . Äfven i kokande vatten svårslöslig.

	Beräknadt.	Funnet.
C	59,73	59,90
H	4,98	5,28
N	6,33	6,45
S	14,48	14,35.

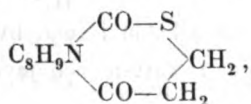
*m*-Xylylkarbamínthiomjölksyra,



ur benzol i små hvita nålar, liknande *o*-tolylderivatet till sina löslighetsförhållanden och öfriga egenskaper. Smältpunkten är också nämligen  $149,5^{\circ}$ .

	Beräknadt.	Funnet.
C	56,92	57,23
H	5,93	5,79
N	5,53	5,54
S	12,65	12,27.

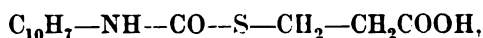
*m*-Xylyldiacitetetrahydromazthin,



erhållas ren behandlas på samma sätt, som är för *o*-tolyldiacitetetrahydromazthin. Omkristalliseras bäst ur vatten af några droppar alkohol och erhålles i form af färglösa nålar, som smälta vid  $134,5^{\circ}$  och äro i alkohol, att de derur svårigen kunna omkristal-

## Analys:

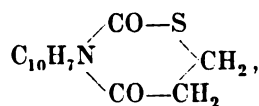
	Beräknadt.	Funnet.
C	61,28	61,15
H	5,53	5,81
N	5,96	6,13
S	13,62	13,53.

*α-Naftyلكarbaminthiomjölksyra,*

kristalliserar ur 25 %:tig alkohol i små färglösa fjäll, s  
vid 151°. Svårlöslig i alla lösningsmedel utom alkoholo  
småningom svagt rödaktig i luften.

## Analys:

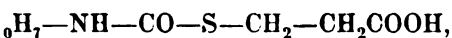
	Beräknadt.	Funnet.
C	61,09	61,28
H	4,73	4,84
N	5,09	5,37
S	11,64	11,50.

*α-Naftyldiacitetetrahydromazthin,*

kristalliserar ur kokande alkohol i små, hvita nålar, s  
vid 173°, äro olösliga i vatten och mycket svårlös  
och kall alkohol.

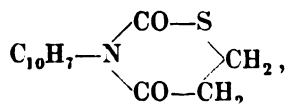
## Analys:

	Beräknadt.	Funnet.
C	65,37	65,37
H	4,28	4,34
N	5,43	5,57
S	12,45	12,38.

*β-Naftyلكarbaminthiomjölksyra,*

ett yttre fullständigt  $\alpha$ -derivatet, men är svårare  
ol, hvarur den utan svårighet kan omkristalliseras.

	Beräknadt.	Funnet.
C	61,09	61,23
H	4,73	4,75
N	5,09	5,30
S	11,64	11,55.

*β-Naftyldiacitetetrahydromazthin,*

den vid reaktionsproduktens indunstning på vattenbad  
ig härigenom från öfriga hithörande derivat. Är  
i alkohol än någon af de hittills framställda  
ngarne, hvarföre stora mängder lösningsmedel måste  
omkristallisation. Temligen långa, något gulaktiga  
punkt 197°.

	Beräknadt.	Funnet.
C	65,37	65,54
H	4,28	4,42
N	5,43	5,48
S	12,45	12,61.

ynes, hafva af naftalinderivatet de båda mazthin-  
högre smältpunkt än karbaminthiomjölksyrederi-  
fallet äfven är med modersubstanserna, under det  
att förhållande eger rum med allyl-, fenyl-, tolyl-,  
derivaten.

I afseende på ofvan beskrifna föreningars kemiska förhållanden gäller i allmänhet hvad som blifvit sagt om fenylderivaten. Så sönderdelas t. ex. karbaminthiomjölksyrorna af alkalier i kolsyra,  $\beta$ -thiomjölksyra och motsvarande amin, under det att de mot syror visa sig ganska beständiga. Några salter hafva därför ej kunnat framställas, då syrorna icke tyckas kunna sönderdela karbonat. Då de allesammans reagera tydligt surt, torde väl ofvannända förhållande bero på deras stora svårslöslighet i vatten. Försöket lyckas dock icke bättre i alkoholösning, möjligen på grund af det bildade saltets olöslighet.

Mazthinföreningarne äro samt och synnerligen särdeles beständiga så väl mot alkalier som vid upphettning. De kunna alla utan sönderdelning sublimeras. Af qvicksilfveroxid i alkalisk lösning sönderdelas de under afskiljande af svafvelqvicksilfver. I neutral lösning oxideras de på samma sätt som sinapanpropionsyran: merkaptid af  $\beta$ -thiomjölksyran afskiljes i glänsande fjäll, kolsyra bortgår och substituerad amin går i lösningen eller afskiljes. Naturligtvis hafva dessa mazthinderivat förlorat den svagt sura karakter, som sinapanpropionsyran eger, då det är dennas enda rörliga väteatom (imidvätet), som blifvit ersatt af en aromatisk radikal.

---

Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1892. N:o 6.  
Stockholm.

delanden från Upsala kemiska Laboratorium.

etylendiamins inverkan på  $\alpha$ -tionaftamid.

Af G. FORSSELL.

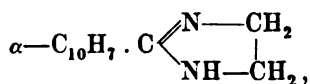
Meddeladt den 8 Juni 1892 genom P. T. CLEVE.]

amin inverkar betydligt trögare på  $\alpha$ -tionaftamid  
väte, tiobenzamid och  $\beta$ -tionaftamid, i det att vid  
i vattenbad endast svag inverkan förmärkes. Opera-  
s därför så, att 10 delar tioamid och 7 delar ety-  
at blandades tillsamman i en kolf, som fästes unge-  
öfver ett upphettadt plåtbad. Temperaturen hölls  
liflig utveckling af gas (svafvelväte och ammoniak)  
fter gasutvecklingens slut värmdes ytterligare några  
ttenbad, till dess lukten af svafvelväte nästan upp-  
nsprodukten löstes i utspädd saltsyra, då en brun,  
e olja stannade olöst. Förmodligen innehåller denna  
om icke blifvit undersökt, en eller flera svafvel-  
ngar. Vid tillsats af natronlut till den saltsura  
kom en smutsgrå, kristallinisk fällning, som om-  
ur en blandning af benzol och gasolja, bildade  
a nålar eller prismar, som smälte vid  $130-131^{\circ}$   
ou en omkristallisering ur samma lösningsmedel  
gen vid  $131^{\circ}$  C.  
gaf i procent:

	Beräknadt för $C_{13}H_{12}N_2$ .	Funnet.
C	79,59	79,29
H	6,12	6,27
N	14,29	14,31.



Föreningen, hvars konstitution tydligen kan uttryckas med formeln:



är löslig i alkohol och varm benzol, svårslig i gasolja och vatten. Den är en stark bas, som blånar lackmuspapper.

*Klorhydrat,*

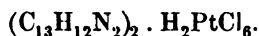


Basen löstes i minsta mängd utspädd saltsyra, alkohol tillsattes, hvarefter klorhydratet utfälldes med eter i form af en olja, som snart stelnade till hårda kristaller, hvilka ej förlorade i vikt vid 100° C.

Analys (på vid 100° C. torkadt material):

	Beräknadt:	Funnet:
HCl	15,70	15,76.

*Kloroplatinat,*



Kloroplatinatet bildar en ljust orangegul fällning af små glittrande fjäll. Smältpunkt 214° C. Aftog ej i vikt vid 100° C., vid hvilken temperatur analysmaterialet torkades.

Pt-bestämning:

	Beräknadt:	Funnet:
Pt	24,31	24,12.

*Kvicksilverdubbelklorid,*



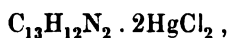
Erhölls som hvita svårsliga nålar vid blandning af kvicksilverklorid i vattenlösning med en lösning af basen i saltsyra. Dubbelkloriden förlorar ej i vikt vid 100°, smälter vid 185—

en tjockflytande vätska, som först vid högre temperaturer flytande.

na gjordes på vid 100° C. torkadt material:

	Beräknadt:	Funnet:
Cl	21,15	21,12
N	5,56	5,99.

*Kvikksilfverkloridadditionsföreningen,*

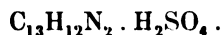


en vit, ostig fällning vid blandning af alkoholbas och kvikksilfverklorid. Vid torkning förvandlas den till en spröd, kritliknande massa, hvilken ej förlorar i vikt vid 100°, mörknar och sintrar småningom vid upphettning till 250°, och vid 250 å 260° C. smälter till en seg, grå-

på vid 100° C. torkadt material):

	Beräknadt:	Funnet:
N	3,79	3,77.

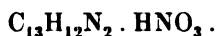
*Surt sulfat,*



$\beta$ -naftylföreningen ger äfven  $\alpha$ -naftylbasen ett surt sulfat i svafvelsyra. Det är ytterst lösligt i alkohol, hvarur det vid tillsats af eter faller som en snar stelnar till hårda kristaller.

na gjordes på material, som torkats vid 100° C., vid 100° C. temperatur sulfatet ej förlorar i vikt.

	Beräknadt:	Funnet:
$\text{H}_2\text{SO}_4$	33,33	33,77.

*Nitratet,*

Basen löstes i salpetersyra och alkohol, hvarpå n fälades med eter i form af nålar, som utan förändring torkning vid 100° C.

Analys på vid denna temperatur torkadt material

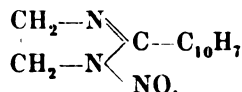
	Beräknadt:	Funnet:
N	16,22	15,80.

*Pikrat,*

Svafvelgula nålar, olösliga eller svårlösliga i alkohol punkt 237° C.

Analysen gjordes på vid 100° C. torkadt mat hvilken temperatur föreningen ej aftog i vikt.

	Beräknadt:	Funnet:
N	16,47	16,86.

*Nitrosoföreningen,*

Några decigram af basen löstes i koncentrerad hvarefter lösningen försattes med en koncentrerad kaliumnitrit till dess stadigvarande grumling uppstod bildades en kristallinisk fällning, som tvättades med v efter torkning omkristalliserades ur kokande alkohol. svalning afsatte den sig i små, ofta hopgyttrade, hårda i begge ändarne tillspetsade, glänsande prismor, som under gasutveckling vid 154—155° C. Efter ännu kristallisering ur varm alkohol visade de smältpunkter 156° C. Nitrosoderivatet smälter således, anmärkningsvärt

högre temperatur än själfva basen. Föreningen är än motsvarande derivat af fenyl- och  $\beta$ -naftylbasen mineralsyror, af hvilka den vid vanlig temperatur sönderdelas. Den är löslig i kokande, svårslöslig i kalla vätskor. Materialet torkades vid  $100^{\circ}$  C., hvarvid vikten ej

	Beräknadt:	Funnet:
N	18,67	18,97.

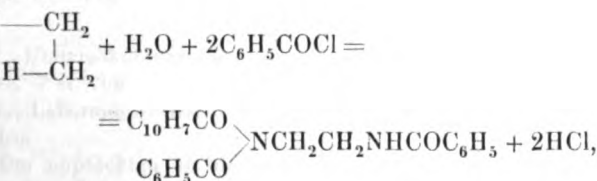
*förhållande vid behandling med utspädd natronlut vid 60° C.*

0,5 gram af föreningen skakades med utspädd natron-  
syrlorid i betydligt öfverskott, hvarefter reaktions-  
blandningen tillsammans med natronluten i flera timmars  
rörelse af benzoylchlorid försvunnit. Kroppen antog  
ett fast amorf form. Den visade sig löslig i varm  
alkohol. Omkristalliserad ur varm alkohol den af små,  
bländande hvita nålar, som smälta vid  $61^{\circ}$  C. Aftar ej i vikt vid  $100^{\circ}$  C.

Elementarbestämning gaf i procent:

	Beräkn. för $C_{27}H_{22}N_2O_3$ :	Funnet:
N	6,64	7,12.

Om man sökte benzoylderivatet beräknas kväfvehalten till 7,12. Detta har sannolikt en sprängning af ringen egt rum  
men:



har bildats  $\alpha$ -naftyl-dibenzoyl-etylendiamin.

Föreningen synes altså gent emot natronlut och klorid förhålla sig analogt med anhydrobaserna af  $\alpha$ -ortodiaminer, hvilka redan vid en temperatur af  $0^{\circ}$  C genom inverkan af benzoylchlorid och alkali.<sup>1)</sup> Då em den  $\alpha$ -naftylbasen motsvarande fenylföreningen erhållit derivatet genom användande af nyssnämnda metod. kunna antaga att äfven af  $\alpha$ -naftylföreningen i första dats benzoylderivatet, som sedan vid den långvariga in alkali och stort öfverskott af benzoylchlorid undergått s

---

<sup>1)</sup> HAMBERGER, Ber. d. Deutsch. Chem. Ges. XXV (1892), sid. 275.

# Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 300.)

## Kew. *Royal gardens.*

Bulletin of miscellaneous information. Year 1891: N:o 49—57, 60;  
Appendix 1—2. 8:o.

## — *Observatory.*

Report of the Kew committee. Year 1891. 8:o.

## Kingston. *Institute of Jamaica for the encouragement of literature, science and art.*

Bulletin. N:o 1. 1892. F.

## Moskwa. *Société Imp. des Naturalistes.*

Bulletin. (2) 5(1891): N:o 4.

## Newcastle-upon-Tyne. *Natural history society of Northumberland, Durham and Newcastle-upon-Tyne.*

Natural history transactions. Vol. 11: P. 1. 1892. 8:o.

## New York. *American museum of natural history.*

Bulletin. Vol. 3: N:o 2. 1891. 8:o.

## Ottawa. *Ottawa field-naturalist's club.*

The Ottawa naturalist. Vol. 5(1891/92): N:o 1—3, 5—9, 11. 8:o.

## St. Petersburg. *Institut Imp. de médecine expérimentale.*

Archives de sciences biologiques. T. 1: N:o 1—2. 1892. 4:o.

## — *Société Imp. géographique.*

Isvestia. (Bulletin). T. 27(1891): V. 6. 8:o.

## Sydney. *Australasian association for the advancement of science.*

Report of meeting 3(1891), Christchurch. 8:o.

## Tokio. *Seismological society of Japan.*

Transactions. Vol. 16. 1892. 8:o.

## Washington. *Smithsonian institution.*

Bulletin of the U. S. National museum. N:o 41—42. 1891. 8:o.

U. S. Geographical and geological survey of the Rocky mountains region: Contributions to North American ethnology. Vol. 6. 1890. 4:o.

## Zürich. *Naturforschende Gesellschaft.*

Vierteljahrsschrift. Jahrg. 36(1891): H. 3—4. 8:o.

## Författarne.

ABENIUS, P. W., Undersökningar inom piazinserien. Upsala 1891. 8:o.

— Småskrifter. 7 st. 8:o.

ARNELL, H. W., Lebermoos-Studien im nördlichen Norwegen. Jönköping 1892. 4:o.

HEDENIUS, P., Om upptäckten af blodomloppet. Upsala 1892. 8:o.

KLINCKOWSTRÖM, A., Untersuchungen über den Scheitelfleck bei Embryonen einiger Schwimmvögel. Jena 1891. 8:o.

- NYSTEDT, TH., Något om nu brukliga sjöångpannor. Carlskrona 1892. 8:o.
- RETZIUS, G., Biologische Untersuchungen. Neue Folge, 3. Sthm. 1892. 4:o.
- FLETCHER, L., The optical indicatrix and the transmission of light in crystals. London 1892. 8:o.
- PICTET, A., DE SAUSSURE, H., De quelques Orthoptères nouveaux. Schaffhausen 1891. 8:o.
- TOMMASI, B., Thermæ Selinuntinæ. Napoli 1892. 8:o.



# ÖFVERSIGT

AF

## VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

1892.

N<sup>o</sup> 7.

Onsdagen den 14 September.

### INNEHÅLL:

ankomstens förhandlingar .....	sid. 321.
Éléments de l'étoile variable Y Cygni .....	» 325.
EKMAN, Om det hydrografiska tillståndet i Bohusläns viden för vinter-sillfiskets upphörande 1879, 1890 och .....	» 343.
EKMAN, Ytvattensobservationer i Kattegat och Nordsjön 1891—1892 .....	» 353.
EKMAN, Hydrografiska observationer i Kattegat vid september månad 1891 .....	» 359.
Akademiens bibliotek .....	» 323.

afgafs att Akademiens inländske ledamot f. d. Pro-  
fessor i Karolinska Medico-kirurgiska Institutet, Friherre  
HELM VON DÜBEN med döden afgatt.

afgafs ingången skrifvelse från Regnellske stipendiaterne  
M. LINDMAN och Filos. Doktor G. O. MALME om  
deras ankomst till Rio de Janeiro.

En afkomman af komiterade antogs till införande i Akade-  
miens handlingar en afhandling af Docenten A. APPELLÖF med  
titeln »Studien von Sepia, Spirula und Nautilus. Studien  
über das Wachstum».



Hr. THEEL lemnade några meddelanden om Protozoernas biologi, närmast föranledda af ett arbete af Med. Dr. A. GOËS: »Synopsis of the arctic and scandinavian recent marine Foraminifera».

Hr. Friherre NORDENSKIÖLD anmälde, att den af honom redigerade upplaga af C. W. SCHEELES efterlemnade bref och anteckningar inom kort vore fullbordad, och framhöll denna publikations betydelse för bedömandet af SCHEELE såsom forskare.

Hr. GYLDÉN dels redogjorde för ett af honom i tidskriften »Acta mathematica» offentliggjordt arbete: »Nouvelles recherches sur les séries employées dans les théories des planètes», och dels meddelade ett ingånget telegram, att en femte Jupitersmåne blifvit upptäckt af Hr. BARNARD på observatorium ä Mount Hamilton i Californien.

Hr. DUNÉR meddelade resultaten af sina nyaste undersökningar öfver elementen för den föränderliga stjernan Y Cygni.\*

Hr. MITTAG-LEFFLER redogjorde för några af honom utförda undersökningar öfver singulariteterna hos icke lineära differentialeqvationer.

Sekreteraren öfverlemnade för intagande i Akademiens skrifter följande inlemnade afhandlingar och uppsatser: 1:o »Gastrochiza triacantha, eine neue Gattung und Familie der Räderthiere», af Docenten D. BERGENDAL (se Bihang till K. Vet. Handl.); 2:o »Objective Differentialdiagnostik und photographische Abbildung von Augenmuskellähmungen», af Docenten A. GULLSTRAND (se Bihang etc.); 3:o »Om det hydrografiska tillståndet i Bohusläns skärgård vid tiden för vintersillfiskets upphörande åren 1878, 1890 och 1891», af Professor O. PETTERSSON och Herr G. EKMAN;\* 4:o »Ytvattens-iakttagelser i Skagerrack och Nordsjön under vintern 1891—1892», af desamme;\* 5:o »Hydrografiska iakttagelser i Kattegat vid början af September månad 1891», af desamme.\*

känker anmälde:

**III Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.**

**JUNGEN.**

H., EICHLER, A. G., URBAN, J., Flora Brasiliensis. F. 112.

F.

*Universitets-Biblioteket.*

91. 8:o.

*Akademie van Wetenschappen.*

Afd. Natuurkunde. D. 29. 1892. 4:o.

» Letterkunde. D. 20. 1891. 4:o.

Afdelingen. Afd. Natuurkunde. (3) D. 8. 1891. 8:o.

» Letterkunde. (3) D. 8. 1892. 8:o.

1891. 8:o.

Boekerij. Vervolg 1. 1891. 8:o.

8:o.

*body institute.*

25. 1892  $\frac{1}{6}$ . 8:o.

*ademie der Wissenschaften.*

Jahr 1891. 4:o.

Jahr 1892: 1—25. st. 8:o.

*ccademia delle scienze.*

1. 1890. 4:o.

*issenschaftlicher Verein.*

Bd. 12: H. 2. 1892. 8:o.

*emia Gioenia di scienze naturali.*

(1890/1)—4(1891 2). 4:o.

*ut national Genevois.*

1892. 8:o.

*Gesellschaft der Wissenschaften.*

Bd. 37(1891). 4:o.

Jahr. 1891. st. 8:o.

ehrte Anzeigen. Jahr. 1891: Th. 1—2. st. 8:o.

*tsche Akademie der Naturforscher.*

5—56. 1891. 4:o.

27(1891). 4:o.

iothek. L. 3. 1891. 8:o.

*urhistorisches Museum.*

Jahrg. 9(1891): H. 2. 8:o.

*Physikalisch-Ökonomische Gesellschaft.*

2(1891). 4:o.

Naturkunde Preussens. 4:o.

, Die Brachiopoden der Cambrischen und Silurischen  
e im Diluvium Ost- und West-Preussens. 1890.

J. F., Die Trilobiten-Fauna der Ost- und Westpreus-  
Diluvialgeschiebe. 1890.

**La Plata. Museo.**

Revista T. 2: Entr. 2. 1891. 8:o.

**Lawrence, U. S. Kansas university.**

The Kansas university quarterly. Vol. 1: N:o 1. 1892. 8:o.

**Linz. Museum Francisco-Carolinum.**

Bericht 50(1891). 8:o.

**London. Linnean society.**

Transactions. (2) Botany. Vol. 3: P. 5-7. 1891-92. 4:o.

Journal. » » Vol. 26: N:o 176; 28: 194-196; 29: 197-201. 1891-92. 8:o.

» » Zoology. Vol. 23: N:o 148; 24: 149-151. 1891-92. 8:o.

Proceedings. Session 1888/<sub>11</sub>-1890: <sub>6</sub>. 8:o.

List. Year 1891/92. 8:o.

**Roma. R. Comitato geologico d'Italia.**

Bollettino. Vol. 22: N:o 1-4. 8:o.

**St. Petersburg. K. Botaniska trädgården.**

Trudi. — Acta. T. 11: F. 2. 1892. 8:o.

— Societas entomologica Rossica.

Trudi. — Horæ. T. 26: N:o 1-4. 1891. 8:o.

— Russisch-kaiserl. Mineralogische Gesellschaft.

Sapiski. — Verhandlungen. (2) Bd. 28. 1891. 8:o.

**Stuttgart. Verein für vaterländische Naturkunde in Württemberg.**

Jahreshefte. Jahrg. 48(1891). 8:o.

**Venezia. R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti.**

Memorie. Vol. 24. 1891. 8:o.

Atti. (7) T. 2(1890/91): D. 10; 3(1891/92): 1-3. 8:o.

**Wien. Akademie der Wissenschaften.**

Denkschriften. Math.-naturw. klasse. Bd. 58. 1891. 4:o.

» Philos.-hist. » Bd. 40. 1892. 4:o.

Sitzungsberichte. Math.-naturw. klasse. Abth. 1. Bd. 100: H. 1-7: 2a.

Bd. 100: H. 1-7; 2b. Bd. 100: H. 1-7; 3. Bd. 100: H. 1-7. 1891. 8:o.

» Philos.-hist. klasse. Bd. 124-125. 1891. 8:o. Register. 12. über Bd. 111-120. 1890-91. 8:o.

Archiv für Oesterreichische Geschichte. Bd. 77: H. 2. 1891. 8:o.

Almanach. Jahrg. 41(1891). 8:o.

**Författarne.**

GYLDÉN, H., Nouvelles, recherches sur les séries employées dans les théories des planètes. Sthm. 1892. 4:o.

HENNIG, A. H., Studier öfver Bryozeerna i Sveriges kritsystem. 1. Lund 1892. 4:o.

JUEL, H. O., De tela fibrovasali Veronicæ longifoliæ L. Sthm. 1892. 4:o.

MALM, A. H., Berättelse öfver Göteborgs och Bohusläns hafsfisken 1891-92. Göteborg 1892. 8:o.

REUTER, O. M., Monographia generis Reduvius Fabr., Lam. Hfors 1892. 4:o.

— Zur Kenntniss der geographischen Verbreitung der Graseule in Finnland. Hfors 1892. 8:o.

## Éléments de l'étoile variable Y Cygni.

Par N. C. DUNÉR.

[Communiqué le 14 Septembre 1892.]

Y Cygni, située dans le voisinage de  $\epsilon$  Cygni, est des variables peu nombreuses qu'on dit appartenir à la classe *novæ* et qui se distinguent par cette particularité que leur éclat est limitée presque exclusivement à une petite période, pendant laquelle elles descendent en dessous d'un minimum, pour regagner à peu près dans le même temps leur éclat ordinaire.

La variabilité de Y Cygni fut découverte en 1886 par M. G. B. et sa période a présenté des irrégularités apparentes pendant quelque temps ont semblé incompréhensibles. Enfin, dans cette année, une explication de ces anomalies<sup>1)</sup> est devenue fort probable n'était peut-être pas encore rigoureusement établie. Plus tard, une série notable d'observations faites à ma connaissance, laquelle, jointe aux observations faites ultérieurement par moi-même et par un amateur allemand, enlève à ma théorie le dernier reste d'incertitude qu'elle pouvait peut-être encore avoir, et prouve qu'elle compte parmi les résultats scientifiques sûrement établis. Les observations de cette étoile étant maintenant devenues presque impossibles, en Europe comme en Amérique, il me paraît, pour les mois, une recherche plus approfondie sur cette étoile très désirable.

Mém. du. N:o 265; Astr. Nachr. N:o 3091.

Comme dans mes recherches antérieures, je suis parti de ces éléments approximatifs:

Min. = 1886,0 + 343,<sup>j</sup>4684 + 1,<sup>j</sup>498124 *E.* (T. M. de Greenw.) (1)

La comparaison des observations avec cette formule a donné les résultats suivants. Dans la colonne *Obserr.*, les noms des différents astronomes qui ont observé l'étoile sont désignés par leurs lettres initiales, à savoir: C. = CHANDLER, D. = DUNÉR, N. = NORDENMARK, P. = PLASSMAN, R. = REICHWEIN, S. = SAWYER, Y. = YENDELL.

<i>Numéro = E.</i>	<i>Minimum.</i>	<i>O.—C.</i>	<i>Obserr.</i>
0	343, <sup>j</sup> 457	— 0. <sup>j</sup> 011	C.
8	355, 454	+ 0. 001	C.
12	361, 445	— 0. 001	C.
16	367, 420	— 0. 018	C.
22	376, 427	0. 000	C.
<hr/>			
165	590, 569	— 0. 090	S.
167	593, 590	— 0. 065	S.
169	596, 580	— 0. 071	S.
173	602, 552	— 0. 092	S.
183	617, 559	— 0. 066	S.
189	626, 559	— 0. 055	C.
<hr/>			
205	650, 509	— 0. 075	C.
207	653, 510	— 0. 070	C.
209	656, 503	— 0. 073	C.
217	668, 482	— 0. 079	C.
221	674, 479	— 0. 075	C.
<hr/>			
390	927, 801	+ 0. 065	C.
418	969, 743	+ 0. 059	C.
428	984, 736	+ 0. 070	Y.
440	1002, 738	+ 0. 095	Y.
[448]	1014, 758	[+ 0. 130]	Y.

<i>Minimum.</i>	<i>O.—C.</i>	<i>Observ.</i>
1333, 683	— 0.045	C.
1363, 638	— 0.053	Y.
1372, 654	— 0.026	Y.
1384, 601	— 0.064	C.
1384, 647	— 0.018	Y.
1387, 588	— 0.073	C.
1387, 611	— 0.050	Y.
1393, 596	— 0.059	Y.
<hr/>		
1405, 561	— 0.077	Y.
1405, 563	— 0.075	C.
1414, 570	— 0.057	Y.
1414, 573	— 0.054	C.
1417, 543	— 0.080	Y.
1417, 546	— 0.077	C.
1429, 530	— 0.078	Y.
1447, 481	— 0.105	Y.
1453, 453	— 0.125	Y.
<hr/>		
1745, 706	— 0.007	Y.
1769, 715	+ 0.032	Y.
1778, 685	+ 0.014	Y.
1784, 653	— 0.011	Y.
<hr/>		
1928, 589	+ 0.105	D.
1940, 585	+ 0.116	D.
<hr/>		
2042, 441	+ 0.100	D.
2045, 442	+ 0.105	D.
2057, 429	+ 0.107	D.
2066, 421	+ 0.110	D.
2069, 415	+ 0.108	D.
2072, 415	+ 0.111	D.
2078, 404	+ 0.108	D.
2081, 407	+ 0.115	D.

<i>Numéro = E.</i>	<i>Minimum.</i>	<i>O.—C.</i>
[1145]	2058,815	[— 0.005]
1163	2085,753	— 0.034
1165	2088,740	— 0.043
1169	2094,733	— 0.042
1162	2084,417	+ 0.128
1168	2093,384	+ 0.106
1172	2099,398	+ 0.128
1176	2105,386	+ 0.124
1180	2111,369	+ 0.114
1182	2114,369	+ 0.118
1184	2117,360	+ 0.113
1184	2117,360	+ 0.113
1183	2115,639	— 0.110
1189	2124,635	— 0.103
1191	2127,638	— 0.096
1195	2133,638	— 0.089
1197	2136,629	— 0.094
1188	2123,333	+ 0.093
1192	2129,369	+ 0.137
1194	2132,347	+ 0.118
1194	2132,370	+ 0.141
1196	2135,369	+ 0.144
1205	2148,637	— 0.071
1211	2157,587	— 0.110
1213	2160,582	— 0.111
1215	2163,579	— 0.110
1228	2183,265	+ 0.100
1236	2195,284	+ 0.134
1260	2231,229	+ 0.124
1268	2243,237	+ 0.147
1270	2246,232	+ 0.146

<i>Numéro = E.</i>	<i>Minimum.</i>	<i>O.—C.</i>	<i>Observ.</i>
[1287]	2271,518	[— 0.036]	D.
1293	2280,469	— 0.074	D.
1297	2286,458	— 0.077	D.
1299	2289,451	— 0.081	D.
<hr/>			
1311	2307,426	— 0.083	D.
1313	2310,416	— 0.089	D.
1315	2313,406	— 0.095	D.
1321	2322,399	— 0.091	D.
1331	2337,384	— 0.087	R.
1333	2340,384	— 0.082	R.

Les trois minima 448, 1145 et 1287, qui sont marqués par les observateurs mêmes comme très incertains, ont été exclus du calcul suivant.

En examinant les différences *O.—C.* entre les observations et le calcul, on aperçoit immédiatement le fait signalé par moi, dans ma note préliminaire, savoir qu'il y a une différence notable entre les différences déduites des minima dont le numéro est pair et celles déduites des minima impairs. Mais on aperçoit en outre, qu'abstraction faite des minima 936—962, les différences positives des minima pairs augmentent rapidement, tandis que les différences négatives des minima impairs restent presque constantes. Cela prouve qu'on ne peut représenter les minima pairs et impairs par une même période, mais qu'il faut les traiter séparément.

Avant de rendre compte de ce travail, il me faut dire quelques mots sur les minima N<sup>rs</sup> 936—962 qui sont en désaccord prononcé avec les autres minima pairs. Ils sont tous observés par M. YENDELL qui, à cause de ce désaccord, signalé par moi déjà dans ma note antérieure, en a publié les observations individuelles, dans *l'Astronomical Journal* N<sup>o</sup> 266. Ce qu'on voit dans ces observations, c'est qu'elles se terminent toutes avant qu'une augmentation sensible de l'éclat ait eu lieu, et trois d'entre elles à un temps où la hauteur de l'étoile était déjà assez petite.



C'est tout ce qu'on saurait observer contre elles. Sans doute, la diminution de la hauteur pourrait expliquer une partie des variations observées, d'autant plus que toutes les étoiles de comparaison ont une hauteur plus grande que Y et qu'elles sont, par conséquent, moins influencées qu'elle par l'extinction atmosphérique. Quoi qu'il en soit, ces observations sont incompatibles avec toutes les autres, et il faut, au moins à présent, exclure soit celles-ci, soit toutes les observations, faites en 1888, 1891 et 1892 par M.M. CHANDLER, NORDENMARK, PLASSMAN, YENDELL et moi. Je n'ai pas cru devoir hésiter à ce choix, et j'ai exclu les quatre observations prises en 1890.

Quant aux autres, j'ai formé des moyennes de toutes les différences  $O.-C.$ , comprises entre les mêmes lignes horizontales, dans la table précédente, et j'ai ainsi obtenu les deux systèmes suivants d'équations de condition:

*Minima pairs.*

$$dE_0 + 11,6 dP = - 0.006$$

$$dE_0 + 419,0 dP = + 0.072$$

$$dE_0 + 1062,0 dP = + 0.111$$

$$dE_0 + 1148,5 dP = + 0.108$$

$$dE_0 + 1176,0 dP = + 0.118$$

$$dE_0 + 1192,8 dP = + 0.127$$

$$dE_0 + 1252,4 dP = + 0.130$$

*Minima impairs.*

$$dE_0 + 174,3 dP = - 0.073$$

$$dE_0 + 211,8 dP = - 0.074$$

$$dE_0 + 689,3 dP = - 0.049$$

$$dE_0 + 720,6 dP = - 0.081$$

$$dE_0 + 1165,7 dP = - 0.040$$

$$dE_0 + 1191,0 dP = - 0.098$$

$$dE_0 + 1211,0 dP = - 0.100$$

$$dE_0 + 1296,3 dP = - 0.077$$

$$dE_0 + 1320,7 dP = - 0.088$$

La solution de ces systèmes d'équation, par la méthode des moindres carrés, a donné les valeurs suivantes des inconnus:

$$\begin{aligned} dE_0 &= + 0,0078 & dE_0 &= - 0,0659 \\ dP &= + 0,000097 & dP &= - 0,000011 \end{aligned}$$

Les éphémérides des étoiles variables étant ordinairement donnés en temps moyen de Paris, j'ai d'abord ajouté 0,0065 à la valeur initiale de  $E_0$ , et puis, j'ai ajouté à  $E_0$  et à  $P$  les corrections  $dE_0$  et  $dP$ . J'ai obtenu:

$$\begin{aligned} \text{Minima pairs:} \quad \text{Min.} &= 1886,0 + 343,4827 + 1,498221 E \\ \text{Minima impairs:} \quad \text{Min.} &= 1886,0 + 343,4090 + 1,498113 E \end{aligned} \quad (2)$$

Pour comparer ces formules aux observations, et pour avoir en même temps des bases aussi commodes et claires que possible pour des recherches ultérieures, j'ai d'abord calculé, à l'aide de la formule (1), les minima, correspondant aux époques normales des équations de condition. A ces minima calculés, j'ai ajouté d'abord 0,0065 pour les réduire au temps moyen de Paris et puis les différences normales (les quantités connues des équations de condition), et enfin, je les ai réduits, à l'aide d'un des coefficients de  $E$  dans les formules (2), à la plus proche époque entière, paire si la différence normale dépend des minima à numéro pair, et au cas contraire à l'époque impaire la plus proche. J'ai ainsi trouvé les minima normaux suivants et leurs écarts des formules (2):

$E$ .	<i>Minimum Norm.</i>	$O.-C.$
12	361,446	— 0,015
175	605,574	— 0.005
211	659,506	— 0.005
420	972,759	+ 0.023
689	1375,634	+ 0.025
721	1423,541	— 0.007
[952]	[1769,696]	[— 0.084]
1062	1934,594	+ 0.001
1148	2063,429	— 0.011
1165	2088,749	+ 0.038
1176	2105,387	— 0.004
1191	2127,643	— 0.019

<i>E.</i>	<i>Minimum Norm.</i>	<i>O.—C.</i>
1192	2129,365	+ 0.003
1211	2157,603	— 0.021
1252	2219,256	+ 0.001
1297	2286,465	+ 0.003
1321	2322,408	— 0.008

La somme des carrés des erreurs résiduelles, abstraction faite du minimum 952, est 0,003245. On voit que tous les minima employés au calcul des formules (2) sont bien représentés, la plupart même très bien. En effet, il n'y a que sept des minima normaux où l'écart surpasse 12 minutes, ce qui est bien peu pour une étoile dont l'amplitude totale de variation ne s'élève qu'à 0,75 grandeur seulement.

Les formules (2) sont fort commodes pour le calcul des éphémérides. Mais pour pénétrer dans la nature vraie de la variation d'éclat de l'étoile, il vaut mieux introduire dans la première de ces équations, au lieu du numéro courant de tous les minima, *E*, les numéros des minima pairs, et dans la seconde les numéros des minima impairs, arrivés depuis le minimum initial. Nous introduirons donc ces numéros *R*, au lieu de *E*, mais il faut alors à la fois augmenter de 1,498113 l'époque initiale de la seconde formule. On obtient:

$$\begin{aligned} \textit{Minima pairs} &= 1886 \text{ Dec. } 9^{\text{h}}11^{\text{m}}35^{\text{s}} 5' + 2^{\text{d}}23^{\text{h}}54^{\text{m}}52^{\text{s}}59 R \\ \textit{Minima impairs} &= 1886 \text{ Dec. } 10 \text{ } 21 \text{ } 46 \text{ } 15 + 2 \text{ } 23 \text{ } 54 \text{ } 33 \text{ } 93 R \end{aligned} \quad (3)$$

Si dans la première de ces équations on met  $R=1$  on obtient pour le second minimum pair: 1886 Dec.  $12^{\text{h}}11^{\text{m}}29^{\text{s}}58'$ .

On voit donc que l'intervalle entre un minimum pair et un minimum impair était, en 1886,  $1^{\text{h}}10^{\text{m}}11^{\text{s}}10'$ , tandis que l'intervalle entre un minimum impair et un minimum pair était  $1^{\text{h}}13^{\text{m}}43^{\text{s}}43'$ . La différence notable entre ces intervalles conduit à la connaissance de la manière dont se produit la variation d'éclat de cette étoile.

Déjà depuis longtemps, les caractères des changements d'éclat d'Algol, de l'étoile type de cette classe, a fait concevoir l'idée

qu'ils se produisent par une sorte d'éclipse, occasionné par un corps obscur ou peu luisant qui circule autour d'Algol. La seule et grande difficulté semblait consister dans le temps de révolution excessivement court que ce corps devait avoir autour de l'astre principal, ne s'élevant guère à trois jours, tandis que même la révolution de Mercure autour du soleil se fait dans 80 jours. Cependant, tous les doutes devaient céder devant la découverte importante, faite par M. H. C. VOGEL, directeur de l'observatoire de Potsdam, que, tandis qu'aux minima et au milieu entre deux minima contigus les raies spectrales d'Algol coïncident avec les raies correspondantes données par un tube de GEISSLER contenant de l'hydrogène rarifié, elles dévient, à l'un des quadrants, vers le rouge et à l'autre, vers le violet. Par ce fait, l'existence d'un corps qui se meut dans une orbite autour d'Algol, et dont la révolution est la même que la période du changement d'éclat, est prouvée. Par conséquent, on avait toute raison de croire que les changements des autres étoiles appartenant au type d'Algol se produisent de la même manière, toutefois à condition que l'intervalle entre deux minima contigus reste toujours le même, ou au moins ne soit sujet qu'à des variations lentes de l'ordre des perturbations et ayant les mêmes caractères généraux qu'elles. Car on sait que le temps de révolution est un des éléments les plus constants des orbites des corps célestes. Les minima de  $\gamma$  Cygni ne peuvent donc être causés par des éclipses, produits par un corps peu luisant.

Cependant, des minima du même caractère peuvent se produire aussi d'une autre manière. Il est évident que des variations d'éclat se montreront aussi dans une étoile qui consiste en deux étoiles luisantes, si le plan de l'orbite passe par le soleil; et l'amplitude de la variation sera la plus grande possible si les deux étoiles ont le même diamètre. Si elles sont aussi du même éclat, il est évident qu'une occultation centrale diminuera à demi l'éclat apparent de l'étoile, et on aura, pendant chaque révolution, deux minima absolument semblables et donnant à l'étoile l'apparence d'être  $\frac{3}{4}$  grandeur plus faible. Si au con-

traire, tout en étant du même diamètre, l'une des étoiles est plus brillante que l'autre, on aura, pendant chaque révolution, deux minimas, et l'étoile se présentera plus faible, pendant l'un, pendant l'autre moins faible que si l'éclat des deux étoiles était le même. Si l'éclat d'une des étoiles diminue plus encore, ce minimum-ci cessera enfin de se faire sentir, tandis que l'autre deviendra plus prononcé encore, et l'étoile passera au type pur d'Algol. Sa période sera alors doublée.

Examinons, si la théorie, conçue dans cette forme, peut servir à expliquer les variations observées de Y Cygni. Les observations semblent montrer, que les minima observés jusqu'ici sont du même éclat et en effet  $\frac{3}{4}$  grandeur plus faibles que la grandeur ordinaire de l'étoile. Admettons donc que Y Cygni consiste en deux composantes parfaitement égales en grandeur et en éclat et se mouvant dans une orbite dont le plan passe par le soleil. Alors on aura, comme nous venons de voir, deux minima égaux pendant chaque révolution, et ces minima se suivront avec les mêmes intervalles, si l'orbite des étoiles est circulaire, ou si la ligne des apsides de l'orbite coïncide avec le rayon visuel. Si au contraire l'orbite est elliptique, et que la ligne des apsides forme un angle avec le rayon visuel, il faut que l'intervalle entre deux minima contigus pendant lequel a lieu le passage par le périhélie soit plus court que celui pendant lequel a lieu le passage par l'aphélie. Par conséquent, des intervalles plus courts et plus longs se suivront alternativement. Mais ceci est précisément le cas de Y Cygni. Par conséquent, on est en droit de tirer la conclusion suivante:

*L'étoile Y Cygni consiste en deux étoiles de même grandeur et de même éclat, se mouvant dans une orbite elliptique dont le plan passe par le Soleil, et dont la ligne des apsides forme un angle avec le rayon visuel. Le temps de révolution est de  $2^{\text{h}}23^{\text{m}}54^{\text{s}}43^{\text{t}}26$ .*

En dirigeant encore l'attention sur les équations (3), on remarque que la différence déjà signalée entre les intervalles différents n'est pas constante, mais qu'elle croît de 37' pour chaque révolution entière. Ce fait n'est pas de beaucoup près si bien établi que la différence dans les intervalles entre les minima pairs et impairs d'un côté et les intervalles entre les minima impairs et pairs de l'autre côté, mais il est très probable, et il serait presque faire violence aux observations, de vouloir les représenter par une même période. En effet, si l'on réunit à un seul système toutes les équations de condition, en y substituant pour l'inconnu  $dE_0$  deux valeurs,  $dE_0'$  et  $dE_0''$ , celui-là valable pour les époques paires, celui-ci pour les époques impaires, mais laissant  $dP$  représenter la correction commune de la période, on obtient :

$$\text{Minima pairs} = 1886,0 + 343,5350 + 1,498162 E \quad \text{T. M.}$$

$$\text{Minima impairs} = 1886,0 + 343,3655 + 1,498162 E \quad \text{de Paris}$$

avec les erreurs résiduelles :

<i>Minima pairs:</i>		<i>Minima impairs:</i>	
<i>E.</i>	<i>O.—C.</i>	<i>E.</i>	<i>O.—C.</i>
12	— 0.066	175	+ 0.029
420	— 0.004	211	+ 0.027
[952]	[— 0.082]	689	+ 0.034
1062	+ 0.011	721	+ 0.001
1148	+ 0.006	1165	+ 0.025
1176	+ 0.013	1191	— 0.034
1192	+ 0.022	1211	— 0.037
1252	+ 0.022	1297	— 0.017
		1321	— 0.029

La somme des carrés des erreurs résiduelles, toujours abstraction faite du minimum 952, est de 0,012673, ou presque quatre fois celle des formules (2). Si donc on admet que le fait mentionné est réel, il est facile d'en donner une explication tout-à-fait plausible. On sait que, dans le système solaire, les directions des lignes des apsides sont sujettes à des variations, quelquefois,

par exemple dans les orbites des satellites, même très rapides, causées par les perturbations des autres corps appartenant au même système. On sait aussi qu'il y a des systèmes d'étoiles doubles où les observations ne peuvent guère être expliquées que par la supposition qu'il y d'autres corps obscurs qui produisent des perturbations dans les mouvements des astres luisants. Il n'y a donc rien d'improbable à supposer que le système de Y Cygni consiste, outre les deux corps luisants dont les occultations mutuelles produisent les variations observées dans l'éclat de l'étoile, en un corps obscur qui exerce des perturbations sur la position de la ligne des apsides de l'orbite des étoiles luisantes. Il est très facile de se convaincre qu'une telle variation de la position de la ligne des apsides produit des changements de même nature que ceux dont il s'agit. On a l'équation suivante entre la variation de l'anomalie vraie et celle de l'anomalie moyenne:

$$dM = \frac{r'^2}{a^2 \cos \varphi} dv.$$

Donc pour un autre point de l'ellipse:

$$dM'' = \frac{r''^2}{a^2 \cos \varphi} dv.$$

Mais dans le cas dont il s'agit ici, c'est à dire des variations produites dans les temps des minima par le changement de la direction de l'axe des apsides, la variation de l'anomalie vraie est évidemment la même pour les minima pairs et impairs, et les anomalies vraies diffèrent de  $180^\circ$ . D'autre part, on peut substituer à  $dM$  la variation du temps. Soit:

$T_1$  = le temps d'un minimum impair,

$T_2$  = le temps d'un minimum pair consécutif,

$t = T_2 - T_1$ ,

$\mu$  = le mouvement moyen journalier des deux étoiles, on a

$$dt = \frac{(r_2 + r_1)(r_2 - r_1)}{\mu a^2 \cos \varphi} dv.$$

Mais la valeur la plus grande de  $r_2 + r_1$ , est  $2a$ , et sa valeur la plus petite est  $2p$ . D'autre part  $r_2 - r_1$ , a aussi sa plus

grande valeur,  $2ae$ , dans la ligne des apsides, tandis qu'il est zéro quand  $r_{,,} = r = p$ . Par conséquent

$$dt = \frac{4 \operatorname{tang} \varphi}{\mu} dv$$

est la valeur la plus grande de  $dt$ , et arrive quand la ligne des apsides coïncide avec le rayon visuel, tandis que, quand le paramètre de l'orbite coïncide avec le rayon visuel,  $dt = 0$ .

Après cette recherche sur les limites de la variation  $dt$ , nous passerons à la détermination des limites de la quantité  $t$  elle même. Nous avons déjà vu que  $t$  a la valeur zéro quand la ligne des apsides coïncide avec le rayon visuel. Mais la différentielle de  $t$  ayant précisément alors sa valeur maximum, il est évident que la valeur maximum de  $t$  est positive, tandis que sa valeur minimum est négative. D'autre part,  $dt$  étant égal à zéro quand le paramètre coïncide avec le rayon visuel, il faut que  $t$  ait alors sa valeur maximum ou minimum. Pour en déduire la valeur, nous procédons de la manière suivante.

L'aire de l'orbite elliptique est

$$A = \pi a^2 \operatorname{Cos} \varphi,$$

et celle d'un secteur elliptique,

$$S, = \frac{1}{2} a^2 [E - e \operatorname{Sin} E] \operatorname{Cos} \varphi.$$

Mais pour  $\nu = 90^\circ$ , la valeur de l'anomalie excentrique,  $E$ , est:

$$E = 90^\circ - \varphi.$$

Donc:

$$S, = \frac{1}{2} a^2 [90^\circ - \varphi - \operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Cos} \varphi] \operatorname{Cos} \varphi.$$

L'aire elliptique, limitée d'une côté par le double paramètre  $2p$  et de l'autre par l'arc elliptique contenant le périhélie, est donc:

$$2S, = \frac{1}{2} \pi a^2 \operatorname{Cos} \varphi - \frac{1}{2} \pi a^2 \left[ \frac{2\varphi + \operatorname{Sin} 2\varphi}{180^\circ} \right] \operatorname{Cos} \varphi,$$

tandis que l'autre partie de l'ellipse est:

$$2S,, = \frac{1}{2} \pi a^2 \operatorname{Cos} \varphi + \frac{1}{2} \pi a^2 \left[ \frac{2\varphi + \operatorname{Sin} 2\varphi}{180^\circ} \right] \operatorname{Cos} \varphi.$$



En divisant  $2S_{,,}$  et  $2S$ , par  $A$ , on obtient  $T_{,,}$  et  $T$ , exprimés en parties décimales d'une révolution entière. Mais le temps de révolution étant  $\frac{2\pi}{\mu}$ , on a :

$$\begin{aligned} T_{,,} &= \frac{\pi}{\mu} \left[ 1 + \frac{2\varphi + \sin 2\varphi}{180^\circ} \right] \\ T &= \frac{\pi}{\mu} \left[ 1 - \frac{2\varphi + \sin 2\varphi}{180^\circ} \right] \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (4)$$

Par conséquent, la valeur maximum de  $t$  est :

$$t_m = \frac{2}{\mu} [2\varphi + \sin 2\varphi] \dots \dots \dots (5)$$

Six années se sont écoulées depuis la découverte de la variabilité de Y Cygni. Pendant ce temps, la différence  $t$  s'est accrue depuis  $3^h 32^m 33^s$  en décembre 1886 jusqu'à  $9^h 42^m 55^s$  en Novembre 1891, époque où des observations nombreuses et sûres furent faites à la fois des minima pairs et impairs, et cet accroissement semble avoir été assez régulier. Il est donc probable qu'il continuera encore quelque temps, bien que je croie pouvoir prouver qu'il cessera bientôt.

Si d'abord on déduit, à l'aide des formules (2), l'époque où  $t$  était zéro, on trouve : 1884 févr. 20. Cependant, cette égalité entre  $T$ , et  $T_{,,}$  doit être arrivée encore plus tard ; car nous avons déjà vu que la valeur maximum de  $dt$  arrive précisément quand  $T_{,,} - T = t = 0$ . Par conséquent,  $dt$  doit avoir eu une valeur plus grande entre 1884 et 1886, qu'entre 1886 et 1892. Les observations ont donc commencé peu de temps après l'époque où la ligne des apsides coïncidait avec le rayon visuel, et les minima pairs et impairs ont eu lieu quand l'étoile se trouvait dans le périhélie ou l'aphélie resp., ou vice versa. Mais la vitesse avec laquelle se meut, dans un temps donné, une étoile dont l'orbite est elliptique, est exprimée par

$$r \, dv = r \frac{a^2 \cos \varphi}{r^2} \, dM = \frac{a^2 \cos \varphi}{r} \, dM.$$

Quand l'étoile se trouve au périhélie ou à l'aphélie resp. on a donc, l'intervalle de temps étant toujours le même :

$$r, dv, = \frac{a^2 \cos \varphi}{a(1-e)} dM; \quad r,, dv,, = \frac{a^2 \cos \varphi}{a(1+e)} dM$$

donc:

$$\frac{r, dv,}{r,, dv,,} = \frac{1+e}{1-e} \dots \dots \dots (6)$$

Cette équation donne la relation entre la vitesse de l'étoile au périhélie et à l'aphélie ou, ce qui revient au même, la relation entre la durée totale d'un minimum, arrivé quand  $t=0$ , et celle du minimum consécutif.

Si, en 1886 et 1887, cette relation s'était écartée très considérablement de l'unité, si par exemple la durée de la variation avait été, en 1887, une fois et demie celle de 1886, il est indubitable qu'un observateur aussi expérimenté que M. CHANDLER l'aurait remarquée, d'autant plus qu'on sait (*Astr. Journ.* VII pp. 40 et 150) que M. CHANDLER a porté un grand soin à la détermination de cet élément. Il y a, cependant, un indice que la durée de la variation a changé depuis 6 heures en 1886 (*Astr. Journ.* VII p. 40) jusqu'à 8 heures en 1887 (*Astr. Journ.* p. 150). Admettons donc comme limite supérieure pour 1884 févr. 20:

$$\frac{1+e}{1-e} = 1,5,$$

on a pour limite supérieure de l'excentricité:

$$e < 0,2.$$

Examinons, d'autre part, si les observations déjà faites sont compatibles avec une excentricité aussi petite que 0,1. Les formules (4) donnent:

$$T, = 1^j 7^h 23^m; \quad T,, = 1^j 16^h 32^m.$$

Mais les intervalles qu'on a réellement observés excèdent, déjà maintenant, ces limites. On a donc

$$0,2 > e > 0,1.$$

Pour la limite supérieure,  $e=0,2$ , on a les intervalles correspondants:

$$1^j 2^h 52^m \quad 1^j 21^h 3^m.$$

J'ai déjà fait observer que cette seconde partie de ma recherche n'est pas rigoureusement prouvée. En effet, si toutes les observations de M. CHANDLER en 1886 étaient affectées d'une erreur constante de 1 heure et demie, la supposition qu'il y a eu un changement dans la position de la ligne des apsides perdrait beaucoup en probabilité. Sans doute, ces observations de M. CHANDLER sont prises dans des circonstances peu favorables. Mais d'autre part, elles sont libres de l'influence de toute prévention, M. CHANDLER n'ayant, en les faisant, aucune idée de la longueur de la période. Leur accord remarquable avec la période trouvée plus tard, leur donne donc une authenticité qu'on ne saurait contester.

On pourrait faire l'objection contre cette note qu'il eût valu mieux la terminer par la déduction de la thèse, imprimée en italiques, qui explique la constitution générale du système de Y Cygni, dont la justesse est désormais indiscutable. Mais d'autre part, on me pardonnera probablement sans difficulté d'avoir cherché à pousser aussi loin que possible cette recherche. L'étoile variable Y Cygni a offert la première occasion qui se soit présentée jusqu'ici d'employer la photométrie céleste à la détermination des éléments de l'orbite d'un système stellaire dont la constitution a été révélée par elle, et cette recherche devient d'autant plus intéressante, qu'elle offre aussi la possibilité de déterminer la grandeur des perturbations que subit au moins l'un de ces éléments.

A l'aide des éléments donnés ci-dessus, j'ai calculé les éphémérides et les tables d'interpolation suivantes.

#### Epoques paires.

<i>E.</i>	<i>Minimum.</i>	<i>T. M. de Paris.</i>
1420	1892 Oct.	5 <sup>h</sup> 22 <sup>m</sup> 57 <sup>s</sup> 22 <sup>''</sup>
1440	Nov.	4 22 6 6
1460	Déc.	4 21 15 0
1480	1893 Janv.	3 20 23 43
1500	Févr.	2 19 32 27
1520	Mars	4 18 41 11

**Epoques paires.**

<i>E.</i>	<i>Minimum.</i>	<i>T. M. de Paris.</i>
1540	1893 Avril	3 <sup>j</sup> 17 <sup>h</sup> 49 <sup>m</sup> 55 <sup>s</sup>
1560	Mai	3 16 58 48
1580	Juin	2 16 7 32
1600	Juillet	2 15 16 16
1620	Août	1 14 25 0
1640	»	31 13 33 45
1660	Sept.	30 12 42 17
1680	Oct.	30 11 51 21
1700	Nov.	29 11 0 6
1720	Dec.	29 10 8 50

*Table d'interpolation.*

<i>E.</i>	<i>P. E.</i>
2	2 <sup>j</sup> 23 <sup>h</sup> 54 <sup>m</sup> 52 <sup>s</sup> , 6
4	5 23 49 45, 2
6	8 23 44 37, 8
8	11 23 39 30, 4
10	14 23 34 23, 0
12	17 23 29 15, 5
14	20 23 24 8, 1
16	23 23 19 0, 7
18	26 23 13 53, 3

**Epoques impaires.**

<i>E.</i>	<i>Minimum.</i>	<i>T. M. de Paris.</i>
1421	1892 Oct.	7 <sup>j</sup> 5 <sup>h</sup> 27 <sup>m</sup> 44 <sup>s</sup>
1441	Nov.	6 4 33 29
1461	Déc.	6 3 39 1
1481	1893 Janv.	5 2 44 36
1501	Févr.	4 1 50 18
1521	Mars	6 0 55 44
1541	Avril	5 0 1 35
1561	Mai	4 23 7 18

**Epoques impaires.**

<i>E.</i>	<i>Minimum.</i>	<i>T. M. de Paris.</i>
1581	1893 Juin	3 <sup>j</sup> 22 <sup>h</sup> 12 <sup>m</sup> 52'
1601	Juillet	3 21 18 35
1621	Août	2 20 24 17
1641	Sept.	1 19 29 54
1661	Oct.	1 18 35 35
1681	»	31 17 41 8
1701	Nov.	30 16 46 50
1721	Dec.	30 15 52 33

*Table d'interpolation.*

<i>E.</i>	<i>P. E.</i>
2	2 <sup>j</sup> 23 <sup>h</sup> 54 <sup>m</sup> 33,9
4	5 23 49 7, 9
6	8 23 43 41, 8
8	11 23 38 15, 7
10	14 23 32 49, 7
12	17 23 27 23, 6
14	20 23 21 57, 5
16	23 23 16 31, 4
18	26 23 11 5, 4

---

rografiska tillståndet i Bohusläns skärgård  
för vinter-sillfiskets upphörande 1878,  
1890 och 1891.

O. PETTERSSON och G. EKMÄN.

[Meddeladt den 14 September 1892.]

Bohuslänska kustbanken d. v. s. från stranden ända  
eters djup funno vi tillståndet den 26 Februari  
lika med tillståndet den 18 Februari föregående  
allmänhet karakteriseras sålunda:

Banken, så långt ut som skärgården sträcker sig,  
mad af Baltiskt vatten, d. v. s. af utflödet från  
ett djup af omkring 30 meter. Detta vatten hade  
af från 1,2° till 2,3° C. och en salthalt som icke  
30 ‰. Under detta relativt färska och kalla lager  
n af 32 och 33 ‰ salthalt med högre temperatur  
6°. Då den inre skärgården i allmänhet har ringa  
s detta salta vatten derstädes endast uti djupare  
ålor uti hafsbotten inomskärs. Utomskärs åter-  
elbundet på kustbankens sluttning vid omkring  
djup.

rensstämmer alldeles med förhållandet under mot-  
föregående år. Detta synes bäst, om man jemför  
några hydrografiska stationer från båda ärens ex-  
äro belägna på samma ställen utomskärs. Från  
2:ne stationer i trakten af Vinga, hvilka återfinnas  
under beteckningen  $G_I$  och  $G_{II}$ . Den förra är be-  
gen af Skageracks och Kattegats hydrografi K. V. A. H. Bd. 24.  
se äfven kartan pl. I.

lägen S.O. om Vinga, den senare omkring 3 mil S.V. der kustbanken sluttar ned mot botten af Kattegats. Till jämförelse med dessa taga vi en station från Fe belägen på samma sluttning af kustbanken N.V. om

Djup i meter.	Station G. S.O. om Vinga. Den 13 Febr. 1890.			Station G. <sub>II</sub> . S.V. om Vinga. Den 13 Febr. 1890.			Ny N.V. Den 26
	Vattnets temp.	Cl. pr liter.	Salt i °/°°.	Vattnets temp.	Cl. pr liter.	Salt i °/°°.	Vattnets temp.
0	1.7°	13.89	24.74	1.8°	14.39	25.59	1.3°
5	1.8°	13.89	24.74	2.2°	15.14	26.89	—
10	2.5°	14.64	26.02	2.9°	16.27	28.84	—
20	3.0°	14.73	26.18	3.0°	—	—	—
30	3.8°	16.05	28.47	3.5°	17.14	30.32	2.1°
50	—	—	—	3.3°	18.87	33.28	3.1°
60	—	—	—	5.1°	19.03	33.56	—

Till nästa jämförelsepunkt taga vi trakten S. o hvarest vi från 1890 ega stationen <sup>2)</sup> S<sub>XIII</sub> och från stationer, N:o 1 på yttre kustbanken alldeles i närh och N:o 2 S. om Måseskär, der hafsbotten bildar fördjupning om 43 meter i kustbanken.

Djup i meter.	Station S <sub>XIII</sub> . S.S.O. om Måseskär. Den 15 Febr. 1890.			Station N:o 1 (L <sub>IV</sub> ). S.SV. om Måseskär. Den 26 Febr. 1891.			St. N:o S. om Den 26
	Vattnets temp.	Cl. pr liter.	Salt i °/°°.	Vattnets temp.	Cl. pr liter.	Salt i °/°°.	Vattnets temp.
0	2.2°	14.98	26.62	1.4°	13.26	23.64	1.6°
5	2.4°	15.30	27.17	—	—	—	—
10	2.6°	15.39	27.32	—	—	—	1.8°
20	3.3°	16.10	28.56	1.9°	15.09	26.79	2.25°
30	3.6°	17.32	30.64	—	—	—	—
42	3.7°	18.04	31.79	2.8°	18.97	33.46	3.55°

<sup>1)</sup> En djup bugt går in från djupa rännan mot svenska kusten (se kartan l. c. pl. 1). I denna bugt är stationen belägen.

<sup>2)</sup> Grunddragen etc. p. 42.

atsen för station S<sub>XIII</sub> och station N:o 1 gjordes som 1891 en sektion i rätt östlig riktning in mot fver tröskeln till Stigfjorden. Dessa sektioner åter- IV i Grunddragen af Skageracks och Kattegats under beteckningarne sektion 6 A. (den 15 Februari sektion 6 C. (den 24—26 Februari 1891). En blick ska framställningen å nämnda plansch visar på det ru den hydrografiska situationen vid Bohuskusten i 00 öfverensstämmelse med förhållandena 1891. Man a framställning, att vattnet af 31, 32 ‰ salthalt emperatur under en föregående tid af vintern 1889— 00—1891 stigit till så hög nivå, att det öfversväm- ken och Stigfjordens tröskel, hvarefter det begynt ägre nivå och derigenom draga sig tillbaka från qvarlemnande innanför tröskeln i Stigfjordens för- ter af varmare och saltare vatten. *Dessa qvar- enlager, som af tröskeln afspärras från kommunika- tsvarande lager på yttre sidan om kustbunken, bibe- n högre temperatur än dessa.*

eles liknande förhållande eger rum med botten- meters djup i hålan S. om Måseskär,<sup>1)</sup> hvilket den 1891 ännu visar en temperatur af 3,55°, under det vikande vattenlagret af samma salthalt vid samma öppna kustbanken S.S.O. om Måseskär i station n endast 3 mil från N:o 2 ej eger högre temperatur ttnet i denna håla å station N:o 2, som är belägen s yttersta gräns några kabellängder S. om Måseskärs lika väl som bottenlagret innanför Stigfjordens mning från den föregående delen af vintern, då 32— eller bankvattnet, som vi benämnt det i ett föregä- hade sin ansvällningsperiod i Skagerack. Denna bi i midten eller slutet af Februari, och bankvattnet lbaka (qvarlemnande några innestängda rester) från

nd: tabell, stationen N:o 2.



vår kust och våra fjordar, der dess plats intages af färskare och kallare vattenslag, hvilka utströmma från Kattegat och tillhöra den grupp af vattenslag vi i nämnda arbete benämnt Baltiskt vatten.

Från den yttre, djupare delen af kustbanken ega vi ännu en station, belägen längre norrut 7—9 mil V. om Lysekil, från hvilken plats observationer gjordes den 25 Februari 1891 (station L<sub>III</sub>). Denna visar att det Baltiska vattnet förträngt bankvattnet nedåt ända till mer än 40 meters djup. Det återfinnes sedermera på alla djup ända till botten (75 meter) af nämde station. På detta djup kunde intet spår af 34 vattnet upptäckas, hvilket om sommaren alltid finnes på denna nivå af kustbanken. Förhållandet är nämligen att i Februari bankvattnets ansvallningsperiod är slut, under det 34 vattnets period ännu icke har börjat. Den inträffar först senare. Resultatet är att alla utifrån inkommande, saltare (och under denna årstid varmare) vattenslag draga sig tillbaka från svenska kusten, der de endast återfinnas i de djupaste rännorna och i vissa afstängda fjordar och hålor i kustbanken, under det denna senare öfversvämmas af kallt Baltiskt vatten. Tillståndet i skärgården under denna tid inses af följande tabell, hvilken innehåller i första rummet den ofvannämnda stationen L<sub>III</sub>, utomskärs å kustbankens sluttning utanför Lysekil, och dernäst en serie af stationer inomskärs, tagna utefter segelleden från trakten af Smögen till Kalfsund.

Stationens läge.	Datum. Febr. 1891.	Djup i meter.	Vattnets temp.	Cl. pr liter.	Salt i " " "
L <sub>III</sub> 8 mil V. om Lysekil (utomskärs).....	25	0	1.7°	14.48	25.67
		20	2.3°	16.54	29.30
		40	2.8°	17.08	30.22
		60	3.0°	18.56	32.76
		75	3.6°	18.86	33.27

Stens läge.	Datum. Febr. 1891.	Djup i meter.	Vattnets temp.	Cl. pr liter.	Salt i 1000.
in Smögen <sup>1)</sup> (inom- .....	25	0	1.6°	14.50	25.79
.....		10	2.0°	15.70	27.86
.....		20	2.32°	16.62	29.44
.....		30	2.82°	18.05	31.89
.....		40	3.2°	18.52	32.69
om Lysekil .....	25	0	1.8°	12.20	21.81
) nära Kornö.....	24	0	2.15°	16.30	28.89
.....		38	3.4°	18.57	32.78
. om Lysekil utom- .....		0	1.8°	14.58	25.92
.....		0	1.8°	15.89	28.17
.....		0	1.6°	14.47	25.73
.....	26	10	1.7°	13.61	24.23
ord (Svariskär).....	26	15	1.8°	14.10	25.10
.....		22	2.4°	15.74	27.92
.....	26	0	1.2°	12.87	22.96
.....		30	2.3°	16.30	28.89
.....	24	0	1.4°	14.08	25.16
.....		38	2.3°	16.49	29.21
.....	26	0	1.4°	14.61	25.97
.....		25	2.3°	16.14	28.63
.....	26	0	1.6°	7.28	—

af dessa iakttagelser är, att hela kusttrakten från Smögen till Göteborg var kringfluten af kallt Baltiskt vatten. Temperaturen var i allmänhet 1.4°—1.8° och salthalten 21—26 ‰ från ytan ända ned till botten. Endast i de djupaste rännorna och hålorna såsom vid Bläckhall, Sillesund, Hellsö träffades vid denna tid varmare vatten. Egendomligt nog träffades ingen is som gjordes under denna vinter just i dessa strömmar som äfven fallet under vinterexpeditionen 1890, då

gjorts några dagar förut qvarstodo.

sillfiske ännu pågick i Stigfjordens yttre del. För sillfisket upphört vid tiden för undersökningen båda

*Den här ofvan gifna skildringen redogör alltså för tillståndet i hafvet vid den tid af året då sillfisket upphörde och 1891.*

Den hydrografiska situationen var vid båda tillfällen likartad och karakteriserades derutaf, att det jemväl salt och varma vattnet af 32—33 ‰ salthalt (baserat på 1000) som under vintermånaderna uppnått en högre nivå vid kusten, i Februari månads midt och slut sänkte sig derigenom vek undan från skärgården till den yttre kustsluttning, kvarlemnande några rester uti fjordar, djupa bassiner och kustrännor. I stället öfversvämmades af kallare och färskare vatten från Kattegat. Samtidigt upphörde sillfisket, ehuru på flera ställen stänges kvar

Dessa förhållanden, som vi studerat under 1890, få en ännu större betydelse derigenom, att de fullkomligt ensstämma med G. EKMANS iakttagelser <sup>1)</sup> från tiden för fiskets upphörande 1879.

Man befann sig då ännu vid början af den isiga sillfiskeperioden och omständigheterna under fisket såsom förekomstsätt voro på den tiden i många afseenden fortfarande som nuvarande tid. Sillfisket var då inskränkt till en kust på en viss del af kusten och föregicks icke af något högt drifgarn i norra Kattegat. Sillen ingick i skärgården i juli 1878 och nyåret 1879. Sillfisket sträckte sig ännu till Bohusläns norra skärgård och slutade i skärgården för Väderöarne före midten af Januari. Derpå flyttade alltmer mot N. i Koster ränna och slutade vid svenskt territorium omkring d. 26 Januari. I den beskrifning vi lemna på p. 114 i Grunddragen af Skageracks och Kattegats hydrografi läses följande: »Anledningen (till sillfiskets förflyttning

<sup>1)</sup> G. EKMANS: Hydrografiska undersökningar vid Sverges västkust. Öfversigt af dessa iakttagelser återfinnes i Grunddragen af Skageracks och Kattegats hydrografi p. 112—115 och pl. X.

upphörande) var följande. Vinden, som intill den varit N.O., gick öfver till S. och S.O. Samtidigt kallare och kallare vattenlager tillhörande Baltiska förut hållits tillbaka vid mynningen af Kattegat vesterut af de nordostliga vindarne, att i rask norr öfver längs svenska kusten. Ytvattnet vid den 7 Januari omkring 27 ‰ salthalt och en tem- mellan 1° och 2°. EKMANS observationer tillåta oss Baltiska strömmens framskjutande uteder svenska började den 12 och 13 Januari mellan Vinga och med kilformiga lager i ytan, hvilkas tjocklek raskt det lagren framträngde norrut. Det salta vattnet efter hand och trycktes nedåt och utåt från kusten vämmande färska och kalla Baltiska strömmen, som sin plats såsom kustström vid Bohuslän. Redan dess första utlöpare med 28 ‰ salthalt uppnått 16 Väderöarne, den 17 och 18 Strömstadstrakten. i silltrakterna, der förut bankvattnet gått i ytan varit öfvertäckt af ett tunnt ytlager af annan be- ar plötslig och genomgripande. Ett exempel må Hästvom i Fjellbacka skärgård hade man den 13 ytan till botten vid 23 meters djup 33 ‰ och tur vid N. vind. Sill fiskades i skärgården. Den attnet blott 30.6 ‰ och temperaturen hade fallit agen förut hade den ännu varit 3.5°). Men ännu t qvar vid botten af det bortvikande bankvattnet, belägna Florö hamn observerade G. EKMAN samma Januari 33 ‰ salthalt och 3.7° temperatur vid 22 Följande dag var äfven detta försvunnet, ty salt- u ej mer än 29.8 ‰ vid 22 meter. Bankvattnet sig fullständigt ur skärgården och Baltiska vattnet at dess plats.

med denna förändring upphörde sillfiskets.<sup>1)</sup>

ofilerna å pl. X i Grunddragen etc. fig. 2 och 3, hvilka åskådligt vattenslagens inbördes läge d. 14/1—17/1 och d. 19/1—22/1 1879.

Man kan ej undgå att märka, huru fullkomligt denna beskrifning från norra skärgården i slutet af Januari 1879 passar in på de förhållanden vi funno i midten af Februari 1890 och i slutet af samma månad 1891 i mellersta och södra skärgården. Då vi alltså under 3 vintrar kunnat konstatera, att inträdandet af en viss hydrografisk situation inom vattenlagren vid svenska kusten åtföljes af sillfiskets upphörande, torde vi vara berättigade att draga den slutsats, att dessa båda fenomen sannolikt stå i orsaksförhållande till hvarandra: så att tillbakavikandet af bankvattnet från Bohusläns skärgård, hvilket under de första åren af sillfiskeperioden inträffade i Januari, men under senare tid fördröjts till midten och slutet af Februari och derutöfver, förorsakar sillstimmens försvinnande från Bohuskusten.<sup>1)</sup> Uti de nya vattenslag som vid den tiden af året öfversvämma kustbanken, synes sillen icke förefinna de fysiska eller biologiska existensvilkor han behöfver. Som den förändring i vattenlagrens beskaffenhet, hvarom vi här tala, genom väl anordnade systematiska observationer bör kunna följas och till och med förutsägas någon tid innan den inträffar på hvarje särskild ort, föreligger här en utsigt att genom vetenskapliga iakttagelser kunna uppnå resultat af praktisk betydelse.

Uti vårt föregående arbete hafva vi visat, att liksom bankvattnets tillbakavikande förorsakar sillens bortflyttande, så står bankvattnets inflöde om hösten<sup>2)</sup> antagligen i något samband med sillens insteg i Bohusläns fjordar. Men detta är ännu icke mer än en hypotes, alldenstund hydrografiska iakttagelser ännu icke gjorts under hösttiden. Endast från en vinter 1878—79 eger man iakttagelser vid tiden för sillfiskets början. Det är otvifvelaktigt att hydrografiska iakttagelser öfver de förändringar som inträffa i Skagerack under Oktober och November månad skulle gifva viktiga upplysningar om sambandet mellan perio-

<sup>1)</sup> Dermed hafva vi icke sagt att icke sillen möjligtvis kan försvinna äfven af andra orsaker. Men vi påstå att när bankvattnet viker undan, så försvinner sillen från kusten.

<sup>2)</sup> D. v. s. det fenomen som vi brukat benämna »vattenömsningen i Skagerack under hösten».

de olika vattenslagens inflöde och vandringsfiskarnes

till den årliga periodiciteten i de utifrån inkom-  
stslagens ansvällning uti Skagerack <sup>1)</sup> är utan tvifvel  
Baltiska strömmens vexling med årstiden. Orsaken  
mångaåriga perioderna, som detta hafsområde synes  
af vissa tecken — vara underkastadt, är ännu  
d.

först påvisat uti Grunddragen af Skageracks och Kattegats hy-

---



Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1892. N:o 7.  
Stockholm.

observationer i Skagerack och Nordsjön under  
vintern 1891—92.

af O. PETTERSSON och G. EKMAN.

[Meddeladt den 14 September 1892.]

*Linien Göteborg—Christiansand.*

observationer utfördes en gång hvarje månad från  
till Juni 1892 ombord å ångbåten Nornan, hvars  
fäl redan förut under vinterexpeditionen 1890 i så  
mat och gagnat den hydrografiska forskningen. Vid  
fartyget gjorde mellan Göteborg och Christiansand  
till styrmannen en låda, innehållande glasflaskor till  
ante en i  $2/10$  grader indelad termometer. Profven  
samma ställen i hafvet. Dessa voro valda så, att  
ger några mil utanför Vinga vid östra randen af  
station 2 i vestra Kattegat just inom synhåll  
Station 3 på ungefär samma distans V. om Ska-  
4 är förlagd till samma ställe som stationen C<sub>I</sub>  
expeditionen, stationen 7 till samma ställe som  
ion 8 till trakten af C<sub>V</sub>. I afseende på läget af  
r hänvisa vi till kartorna I och II i Grunddragen.<sup>1)</sup>  
lan Vinga och Skagen är 31 mil. Här ligga sta-  
mil och 2 21 mil från Vinga. Mellan Skagen  
and är afståndet 87 mil. Station 3 ligger 6 mil;  
; st. 5 32 mil; st. 6 45 mil; st. 7 59 mil och st.  
Skagen.

gen af Skageracks och Kattegats Hydrografi. K. V. A. H. Bd.



N:o 8.				N:o 7.				N:o 6.			
Long. 8° 28' O. Lat. 58° 4'.				Long. 8° 54' O. Lat. 58° 1'.				Long. 9° 18' O. Lat. 57° 57'.			
Dato.	Vind.	Temp.	Salt ‰	Dato.	Vind.	Temp.	Salt ‰	Dato.	Vind.	Temp.	Salt ‰
1891 Okt. 21	SSO.	11.8°	29.73	1891 Okt. 21	SSV.	11.8°	29.49	1891 Okt. 21	SV.	11.8°	32.13
Nov. 11	S.	9.4°	30.04	Nov. 11	SSV.	8.8°	30.66	Nov. 11	SV.	9.6°	33.73
Dec. 2	—	7.6°	33.03	Dec. 2	—	8.0°	33.86	Dec. 2	—	—	—
1892 Jan. 6	—	4.8°	33.50	1892 Jan. 6	—	5.6°	33.55	1892 Jan. 6	—	6.8°	33.50
Febr. 6	—	3.2°	33.42	Febr. 6	—	3.6°	33.97	Febr. 6	—	3.2°	33.79
Mars 10	—	0.0°	27.30	Mars 10	—	2.2°	33.55	Mars 10	—	1.0°	30.35
Mars 30	—	2.8°	30.70	Mars 30	—	2.2°	30.55	Mars 30	—	2.8°	30.60
April 20	—	4.2°	27.92	April 20	—	4.9°	33.86	April 20	—	4.8°	32.61
Maj 11	—	6.8°	29.33	Maj 11	—	6.8°	29.00	Maj 11	—	6.8°	29.37
Juni 29	—	14.1°	28.30	Juni 29	—	14.2°	27.27	Juni 29	—	14.0°	29.57

I dessa tal ligger på det tydligaste uttryckt den variation med årstiden, som vattnet i Skagerack är i. Alldenstund vi utförligt redogjort för dessa fenomen i dragen af Skageracks och Kattegats hydrografi, må oss att hänvisa till de i detta arbete gifna utredningar för att undgå upprepande. Sjelfva observationslinien i Christiansand är en af de viktigaste på hela Norden för att den ger en föreställning om tillståndet vid den af Skagerack mot Kattegat och mot Nordsjön. I slag, som passera in och ut ur Kattegat och Skagerack i dagen åtminstone under någon tid af året utom ett oceaniska vattnet af 35 ‰ salt, hvilket i Skagerack undervattenslager och endast går i dagen i Nordsjön.

N:o 3.				N:o 2.				N:o 1.			
Long. 10° 30' O. Lat. 57° 48'.				Long. 10° 58' O. Lat. 57° 44'.				Long. 11° 27 $\frac{1}{2}$ ' O. Lat. 57° 38 $\frac{1}{2}$ '.			
Dato.	Vind.	Temp.	Salt ‰	Dato.	Vind.	Temp.	Salt ‰	Dato.	Vind.	Temp.	Salt ‰
1891 Okt. 20	V.	12.45°	31.24	1891 Okt. 20	V.	13.0°	32.01	1891 Okt. 20	V.	12.4°	30.60
Nov. 10	VSV.	9.0°	29.30	Nov. 10	VSV	10.6°	29.68	Nov. 10	SV.	8.4°	24.76
Dec. 1	—	7.8°	33.45	Dec. 1	—	—	25.15	Dec. 1	—	5.4°	23.43
1892 Jan. 5	—	5.0°	33.94	1892 Jan. 5	—	4.8°	32.54	1892 Jan. 5	—	4.8°	33.58
Febr. 6	—	2.2°	33.61	Febr. 6	—	1.0°	30.38	Febr. 6	—	1.0°	30.66
Mars 9	—	-0.4°	22.18	Mars 9	—	0.0°	19.90	Mars 9	—	0.0°	20.66
Mars 29	—	2.6°	28.41	Mars 29	—	2.1°	25.94	Mars 29	—	1.8°	20.62
April 19	—	5.0°	27.10	April 19	—	5.2°	27.17	April 19	—	5.0°	20.45
Maj 11	—	7.0°	30.60	Maj 10	—	7.0°	28.18	Maj 10	—	7.8°	23.16
Juni 29	—	13.0°	30.64	Juni 28	—	13.2°	31.88	Juni 28	—	13.6°	31.68

del. Den allmänna formationen hos vattenlagren och Christiansand är den, att de ligga skålförmigt i hvarandra såsom sektion 1 å pl. III samt i ofvannämde arbete visar. Det saltaste lagret vid den skålförmiga fördjupningens södra brädd (Jutska refvet), der det kommer i ytan såsom en vatten mellan Hanstholmen och Skagen. 34-öfrigt ett undervattenslager öfverallt annorstädes i Kattegat. Endast i 2 af stationerna, nemligen i stationerna 6, 7, (Febr.). Längre vesterut i stationerna 6, 7, vatten af 33, 32 ‰ salthalt, hvilket dock uti de belägna stationerna i de flesta fall öfverlagras af

lättare vattenslag som följa med Baltiska strömmen. Då detta icke eger rum, utan man i stat. 8 finner en salthalt af 33 ‰, hvilket 1891 varit fallet vid de 3 observationstillfällena: 2 Dec., 6 Jan., 6 Febr., har man rätt att sluta till att Baltiska strömmen varit vid denna årstid reducerad till området närmast kusten innanför station 8, hvilken ligger omkring 8 mil rätt utanför kusten och 12—13 mil Ö. om Oxö. Detta är en formation som uteslutande tillhör vintern och som liknar det tillstånd vi förefunno den 19 och 20 Februari 1890 och afbildat å kartan i pl. II af Grunddragen.

Öfvergången mellan vinter- och vår-tillståndet skedde i början af Mars. Skillnaden mellan siffrorna för temperatur och salthalt den 6 Febr. och 29—30 Mars är påfallande. I Febr. finner man ännu på alla stationer i Skagerack (N:o 3—8) inflödande vatten af hög salthalt och omkring 3°—4° temperatur. I slutet af Mars är ytan vid *alla* stationerna täckt af färskare Baltiskt vatten, som vid denna årstid börjat utströmma från Kattegat och meddelar en likformig och låg temperatur åt hela ytan af Skagerack. Men detta utflödande vatten från Östersjön och Kattegat börjar alltmer uppvärmas med vårens inträde, hvilket mycket tydligt synes af observationerna den 19 och 20 April. Det varmaste vattnet börjar nu att anträffas närmast Norges och Sverges kust, och det saltaste och kallaste vid stationerna 4 och 5 närmast V. om Skagen. Dermed är öfvergången till sommarförhållandena gjord. Under den varmare årstiden är nemligen det utflödande vattnet varmare än det ingående, såsom observationsserierna från Maj och Juni visa. Och hela Skagerack täckes då af Baltiskt vatten med undantag af sträckan närmast Jutska kusten, såsom synes af kartan IX i Grunddragen.

Observationerna å linien Göteborg—Christiansand under vintern 1891—92 lemna sålunda, om de sammanhållas med den beskrifning som lemnas i ofvannämde arbete öfver Skageracks hydrografi — tillräcklig ledning för att följa den allmänna gången af de förändringar, som inträffat på detta område af hafvet un-

varande vintern. Vi behöfva emellertid ej påpeka  
fullständigare denna bild af Skageracks vexlingar  
hade blifvit, ifall samtidiga månadsobservationer å  
de som korsar Skagerack i riktningen från N. till  
S. å linien Christiania—Hanstholmen hade kunnat

---



a observationer i Kattegat vid början af  
September månad 1891.

O. PETTERSSON och G. EKMAN.

[Meddeladt den 14 September 1892.]

med dessa iakttagelser var att utreda de hydro-  
allandena i mynningen af Kattegat under den  
sillfisket pågår. Vi måste emellertid arbeta under  
en varm och stormig väderlek, och då den lilla bogser-  
bågen visade sig oförmögen att uthärda sjöarne,  
från Winga, hvilken slutar vid midten af Katte-  
gat. Så ofullständig denna undersökning än är  
(endast 2 stationer), lemnar den dock en ganska  
öfversikt af tillståndet hos vattnet i Östra Kattegat, från ytan  
till största djup, och bör anföras emedan hvarje upp-  
räkning af höllandena under hösttiden och höstsillfisket är

gjordes den 9 September 1891 under hård  
Yttemperaturen hos vattnet var öfverallt  $15.1^{\circ}$   
Salthalten hos ytvattnet var temligen ringa i  
Styrsö  $20.5 \text{ } \text{‰}$ ), men ökades raskt utåt Katte-  
gat. I Känsö var den  $21.19 \text{ } \text{‰}$  och vid station II,  
V. om Winga, hade den redan uppnått värdet

Station.	Dato. 1891.	Lat.	Long. O.	Profvets djup.	Vattnets temp.	Vattnets salthalt i $\frac{0}{100}$
I.	9 Sept.	57° 36½'	11° 32½'	20 Meter	15.0° C.	—
		—	—	30 »	14.6° »	32.99
		—	—	40 »	13.6° »	—
		—	—	45 »	13.3° »	—
		—	—	50 »	11.7° »	—
		—	—	50 »	11.5° »	—
II.	9 Sept.	57° 35'	11° 29'	0 »	15.2° »	27.56
		—	—	10 »	15.0° »	28.70
		—	—	20 »	14.9° »	30.79
		—	—	30 »	14.9° »	32.11
		—	—	35 »	12.7° »	—
		—	—	40 »	—	32.94
		—	—	50 »	12.2° »	33.47
		—	—	60 »	10.9° »	33.76
		—	—	75 »	10.0° »	—
				80 » (botten)	9.9° »	33.86

Enligt dessa uppgifter var alltså situationen vid början af hösten följande.

Vestliga vindar hade drifvit in saltare vatten från Nord-sjön förbi Skagen in uti Kattegat mot Sverges kust, hvarigenom den Baltiska strömmen reducerats till en smal och tunn strimma längs denna kust närmast skärgården. Det inträngande saltare vattnet håller 31, 32, 33  $\frac{0}{100}$  salt och har en jemförelsevis hög temperatur af omkring 13°—15° C. Under 60 meters djup är temperaturen omkring 10°—11° C. Salthalten stiger äfven i de djupaste lagren ej högre än 33.86  $\frac{0}{100}$ .

Förhållandena äro alltså nära öfverensstämmande med dem som Dr. Trybom förefann under höstsillfiske-perioden 1888. Han fann nemligen att temperaturen var ganska hög (omkring 11°—14°). Salthalten var låg i ytvattnet, men på djupet större från 31.5—33.5  $\frac{0}{100}$ .

de tillfällena befanns alltså Kattegats djupa ränna  
tifrån inflödande vatten af 31, 32, 33 ‰ salthalt  
sevis hög temperatur med ett mycket tunnt lager  
altiskt vatten på ytan.

isket med drifgarn synes försiggå vid gränsen  
begge vattenlager, hvilka i flera fall observerats  
rörelseriktnig. <sup>1)</sup>

af 8 ytvattensobservationer, tagen den 20 och 21  
1 (alltså mot slutet af tiden för höstsillfisket) å  
rg—Skagen—Christiansand, ger viktiga upplysningar  
delningen af salthalten i ytvattnet under hösten i  
h Kattegat.

observationer äro tagna ombord å ångfartyget Nor-  
mförelse meddelas äfven tvenne observationsserier  
er och December samma år, tagna å samma ställen  
vilka visa en helt annan formation af de ingående  
vattenlagren.

salthalten 32.01 ‰ anträffades i Oktober vid sta-  
ett bevis för att vatten af 32 ‰ och högre salt-  
som t. ex. fanns vid station N:o 6) strömmat in  
kagerack och rundt omkring Skagens udde trängt  
kil i Kattegat. Genom denna utifrån inträngande  
har den Baltiska strömmen blifvit uppdämd och  
sjelfva mynningen af Kattegat, så att man t. o. m.  
ska kusten som i station N:o 1 finner så hög salt-  
‰.

ärkningsvärd motsats till den höga salthalten i  
Kattegats mynning står den låga salthalten i sta-  
h 7, hvilken visar att hela vestra sidan af Skage-  
ill 20—30 mil från Norges kust var öfversvämmad  
vatten, hvilket tydligen är en kvarlefva från som-  
vationer å ytvattnet i norra Skagerack från denna

ten TRYBOMS berättelse öfver fisket i Halland 1888. Hallands  
nings-sällskaps handl. 1888, p. 3. Se äfven Grunddragen af Ska-  
Kattegats hydrografi l. c. p. 147.

C. Vet.-Akad. Förh. 1892. Årg. 49. N:o 7.



	S k a g e r a o k .								K a t t e g a t .	
	N:o 8.	N:o 7.	N:o 6.	N:o 5.	N:o 4.	N:o 3.	N:o 2.	N:o 1.		
Lat.: N. Long.: O.	Lat. 58° 4'. Long. 8° 28'.	Lat. 58° 1'. Long. 8° 54'.	Lat. 57° 57'. Long. 9° 18'.	Lat. 57° 54'. Long. 9° 42'.	Lat. 57° 51'. Long. 10° 17'.	Lat. 57° 48'. Long. 10° 30'.	Lat. 57° 44'. Long. 10° 58'.	Lat. 57° 38½'. Long. 11° 27½'.		
Den 20 & 21 Okt. Temperatur.....	11.8° C. 29.73 <sup>o</sup> / <sub>100</sub>	11.8° C. 29.49 <sup>o</sup> / <sub>100</sub>	11.8° C. 32.13 <sup>o</sup> / <sub>100</sub>	12.2° C. 33.24 <sup>o</sup> / <sub>100</sub>	12.4° C. 33.00 <sup>o</sup> / <sub>100</sub>	12.4° C. 31.24 <sup>o</sup> / <sub>100</sub>	13.0° C. 32.01 <sup>o</sup> / <sub>100</sub>	12.4° C. 30.60 <sup>o</sup> / <sub>100</sub>		
Salthalt.....	—	—	—	—	—	—	—	—		
Den 10 & 11 Nov. Temperatur.....	9.4° C. 30.04 <sup>o</sup> / <sub>100</sub>	8.8° C. 30.66 <sup>o</sup> / <sub>100</sub>	9.6° C. 33.73 <sup>o</sup> / <sub>100</sub>	9.8° C. 34.29 <sup>o</sup> / <sub>100</sub>	10.2° C. 34.07 <sup>o</sup> / <sub>100</sub>	9.0° C. 29.30 <sup>o</sup> / <sub>100</sub>	10.6° C. 29.68 <sup>o</sup> / <sub>100</sub>	8.4° C. 24.76 <sup>o</sup> / <sub>100</sub>		
Salthalt.....	—	—	—	—	—	—	—	—		
Den 1 & 2 Dec.										

Men förhållandena vid stationerna 8 och 7 häntyda Skagerack då var betäckt med ett ytlager af Bal-från sommartiden, hvilket ännu från denna tid be-ed hänsyn till årstiden anmärkningsvärdt hög tem-a 12° C.). Vid slutet af sommaren är nemligen i Skagerack betäckt med färskt och uppvärmdt vatten, fast kusterna är i strömning utåt men i midten (ende.¹) Tvärs igenom denna formation i ytan, har början det salta, utifrån kommande vattnet kilfor-sig väg utesfter Jutlands N.V. kust förbi Skagen svenska skärgården i trakten af Göteborg, och deri-t och dämt upp den Baltiska strömmens²) vatten-delar, hvaraf en befinner sig i Skagerack, en i an ser af ofvanstående tabell huru detta förhållande November och December. Vattnet i vestra Skage-rska sidan antager nu allt högre, och vid svenska gre salthalt (i November), tills man i början af ner öfver 33 ‰ vid stationerna 8 och 7, under erna 1 och 2 Baltiska strömmen återtagit sin van-ti Kattegat och vid svenska sidan af Skagerack. ytvattnet från sommaren i centrala Skagerack är gt aflägsnadt, och vatten af 32—33 ‰ salthalt in-lats med en temperatur, som vid denna tid af vin-relativt hög, mellan 7 och 8°, men senare i Janu-uari skall sjunka till omkring 4—5°. Dermed har ntagit sin typiska habitus under vintern, hvilken ti kartorna N:o II och X af Grunddragen af Ska-Kattegats hydrografi, under det att det typiska ndet åskådliggöres å kartan IX.

sannolikt i långsamt kretsande rörelse.

h som möjligen står i sammanhang härmed är, att vattenståndet ias kust brukar vara högst under höst månaderna September och gt i Mars.



# ÖFVERSIGT

AF

## L. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

---

1892.

N<sup>o</sup> 8.

---

Onsdagen den 12 Oktober.

---

### INNEHÅLL:

ankomstens förhandlingar.....	sid. 363.
ologiska bidrag.....	> 365.
emiens bibliotek.....	sidd. 364, 386.

---

yrkan af utsedde komiterade antogs till införande  
Handlingar dels en afhandling af Filos. Doktor  
N: »Ueber die absolute Bahn des Planeten (13)  
dels en afhandling af Med. Doktor A. GOËS: »A  
the arctic and Scandinavian recent marine Forami-

IUS redogjorde för sina undersökningar öfver smak-  
ningssätt och några dermed i sammanhang stående

VILLIUS dels lemnade en öfversigt af den af fram-  
torn W. MEVES till Riksmuseum skänkta dyrbara  
alæarktiska fjärilar, och dels förevisade ett par af  
ten Y. SJÖSTEDT från Kamerun hemförda former

ERSSON meddelade en af honom gemensamt med  
SMITT utarbetad metod för bestämning af kol i  
stål.

Sekreteraren öfverlemnade för intagande i Akademiens skrifter följande inlemnade afhandlingar: 1:o »Studier öfver chlorophycée-släktet *Acrosiphonia*», af Professor F. R. KJELLMAN (se Bihang till K. Vet. Akad. Handl.); 2:o »Om vegetationens utveckling på de nybildade Hjelmaröarne», af Filos. Doktor A. Y. GREVILLIUS (se Bihang etc.); 3:o »Salicologiska bidrag», af Filos. Kandidaten M. ELFSTRAND.\*

Följande skänker anmäldes:

### Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

- Stockholm.** *Geologiska föreningen.*  
 Elsass-Lothringen. *Geologische Landesanstalt.*  
 Mittheilungen. Bd. 3: H. 2—4. 1892. st. 8:o.  
 Abhandlungen zur geologischen specialkarte von Elsass-Lothringen.  
 Bd. 5: H. 1. 1892. st. 8:o.
- Kristiania.** *Komiteen for den Norske Nordhavs-Expedition.*  
 Den Norske Nordhavs-Expedition 1876—78. 21. 1892. 4:o.
- Stavanger.** *Museum.*  
 Aarsberetning. Aar 1891. 8:o.
- Angers.** *Société d'études scientifiques.*  
 Bulletin. Nouvelle série. Année 20(1890). 8:o.
- Auxerre.** *Société des sciences historiques et naturelles de l'Yonne.*  
 Bulletin. Vol. 45(1891): Sem. 1. 8:o.
- Batavia.** *K. Natuurkundig Vereeniging in Nederlandsch Indië.*  
 Natuurkundig Tijdschrift voor Nederlandsch Indië. D. 51. 1892. 8:o.
- Berlin.** *Centralbureau der internationalen Erdmessung.*  
 Verhandlungen der [11:n] Conferenz der Permanenten Commission der internationalen Erdmessung zu Florenz 1891. Berlin 1892. 4:o.  
 — *K. Preussische geologische Landesanstalt und Bergakademie.*  
 Jahrbuch. Jahr 10(1889)—11(1890). 8:o.  
 — *Deutsche entomologische Gesellschaft.*  
 Deutsche entomologische Zeitschrift. Jahrg. 1892: H. 1. 8:o.  
 — *Entomologischer Verein.*  
 Berliner entomologische Zeitschrift. Bd. 37(1892): H. 1—2. 8:o.  
 — *Deutsche geologische Gesellschaft.*  
 Zeitschrift. Bd. 43(1891): H. 4. 8:o.
- Bern.** *Allg. Schweizerische Gesellschaft für die gesammten Naturwissenschaften.*  
 Neue Denkschriften. Bd. 32: Abth. 2. 1891. 4:o.  
 Session 74(1891) à Fribourg. Actes. 8:o.  
 » » » » Compte rendu. 8:o.
- *Naturforschende Gesellschaft.*  
 Mittheilungen. Jahr 1891. 8:o.

(Forts. å sid. 386.)

Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1892. N:o 8.  
Stockholm.

## Salicologiska bidrag.

Af M. ELFSTRAND.

Utladt den 12 Okt. 1892 genom F. R. KJELLMAN.]

taniska utflygter. som jag de senaste 10 åren förestått i Jemtlands fjelltrakter, har bland annat den intressanta Salixfloran i dessa trakter varit föremål för min undersökning. Jag har dervid ofta haft lyckan att träffa äldre botanister, såsom de båda framstående, nu afstorbna Stadsläkaren C. A. HÅKANSSON och Apotekerhufvudmannen E. WARODELL och, under de 2 sista somrarna C. H. BRANDEL. Angående de Salix-fynd som jag iakttagit, som vid dessa exkursioner blifvit tillräckligt kända, intet vidare meddelande lemnats i litteraturen, utom derom finnes angifvet i Lektor P. OLSSONS afhandling om Jemtlands fanerogamer och ormbunkar<sup>1)</sup> samt i min afhandling om Jemtlands Salix-utflygter etc.<sup>2)</sup> I OLSSONS afhandling, som utgäfvad af de fynd, som under somrarna 1881—1882 af Håkansson, Indebetou och mig, sex för provinsen Jämtland och dessutom några nya fyndorter för en del

Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1884, N:o 9. 1884.

utflygter i sydvestra Jemtland och angränsande del af södra Jämtland samt sommarens 1889 jemte beskrifning på åtskilliga derunder förefinnande *eracia* och *Carices* (Bihang till Kongl. Svenska Vet.-Akad. Handlingar 16, Afd. III, N:o 7. Stockholm 1890.)

*phylicaeifolia* × *glaucula*, *S. Lapponum* × *Arbuscula*, *S. herbacea* (SUNDBERG), *S. Lapponum* × *hastata*, *S. Lapponum* × *herbacea* och *S. lanata* × *herbacea*.

andra *Salix*-former, som vi under dessa somrar på eller mindre riklig mängd; i min uppsats beskrifvas *reticulata*, hvarjemte för några andra *Salices* nya föras. Åtskilliga andra af oss gjorda fynd hafva ej

Nu har emellertid den mycket bristfälliga li rör dessa traktors *Salix*-flora, blifvit i väsentlig terad genom en af Medicine kandidaten B. FLODERUS' afhandling, med titel: »Bidrag till kännedom om i sydvestra Jämtlands fjälltrakter» (Bihang till K. S. Akad. Handlingar, Band 17, Afd. III, N:o 1, Stockholm 1884, 1885 och 1890, lemnar här en öfversigt arter och hybrider, som han observerat inom det området och af hans uppsats framgår, att sydvestra fjelltrakter hysa omkring 14 *Salix*-arter, af hvilka minstone 11 med säkerhet bilda hybrider, de senare sig till omkring 40, af hvilka dock flera funnits eller några få individer. Hybridernas antal kan ej angifvas, emedan en del bestämningar ej äro säkra. Meddelar beskrifningar på förut mindre kända eller, växtgeografiska notiser om en del former, nya för Skandinavien eller vetenskapen nya hybrider af intresse, t. ex. sådana vackra saker som *S. Arbuscula* och *S. phylicuefolia*  $\times$  *herbacea*. Min afsigt ej att här lemna något referat eller ingå i någon närmare ning af hans afhandling; jag skall i det följande en eller annan punkt och på samma gång dervid min åsigt öfverensstämmer med författarens eller ej.

Vid granskning af såväl FLODERUS' som min andras *Salix*-former från Jemtland<sup>1)</sup> eller andra det allt mera blifvit mig klart, att man ofta vid det af hybriderna ej fäster tillräcklig uppmärksamhet.

<sup>1)</sup> Flertalet af Med. kand. FLODERUS' former har jag haft synnerligen vackra och rikhaltiga *Salix*-samlingarna i Upsala seum.

af bladens hårighet. Ett noggrant aktgifvande på mig nämligen i många fall vara af stor vikt för skall blifva riktigt och säkert bestämd, isynnerhet på det är fråga om att bestämma sterila exemplar. I alla största delen af den mig tillgängliga litteratur, af Salices, ej funnit detta tillräckligt framhållet. Jag funnit hårigheten för ifrågavarande ändamål tillräckligt beskrifven,<sup>1)</sup> skall jag här så godt jag kan tillägga denna i min tanke bristfälliga sida af vår litteratur. Endast i KERNERS bok, Niederösterreichische Flora (Wien 1860) påpekas den stora betydelsen af denna bestämmning af hybriderna. WIMMER beskriver *Salix caprea* vid flertalet arter hårigheten temligen noggrant, säger ingenting om dess betydelse vid bedömandet af dem.

Man kan något noggrannare med tillhjälp af en god mikroskop förstorande loup hårbeklädnaden hos *Salices*, och snart, att håren hos många arter hafva en för sig särdeles arten särskild egendomlig beskaffenhet, beroende på särskilda hårens längd, finhet och mjukhet, resp. styfhet, dels af deras rigtning i förhållande till bladytan och de gröfre nerverna, dels äfven af deras mindre talrikhet, täthet, hvarunder de uppträda på de båda ytor af bladet. De kunna som bekant också täcka den egentliga bladytan, så att ingenting annat är synligt, eller ock kunna de mellan sig lemna mellanrum och mindre partier af den samma fria. Såsom känt är, kunna också olika arter ha olika hårbeklädnad en egendomlig, mer eller mindre stark glans, hvilken beror dels och hufvudsakligen på hårens rigtning i förhållande till bladytan, dels på hårens mer eller mindre glänsande ytor. Hvad för sig är, är den kanske i flertalet fall af mindre diagnostisk betydelse vid de hybrida formernas bestämmning, ehuru man

af arterna behöfves naturligtvis icke en sådan detaljerad undersökning af deras hår.



hos en del arter har en temligen tydlig nuancerin-  
gult, grått eller rent hvitt.

Jag skall nu lemna beskrifning på de i J  
förekommande *Salix*-arternas bladhårighet (för så  
hafva någon sådan). Men dessa mina beskrifnin-  
ej annorlunda särskildt anges, *endast de fullt utvecklade*  
således ej unga, utvecklade, ej heller alltför gamla.

*Salix caprea* L.

Håren på bladens undre yta täta, *mycket korta*  
oftast omkring  $\frac{1}{4}$  mm. och jemförelsevis tjocka, ej  
sande,  $\pm$  böjda. temligen *jemulånga*, regelbundet  
*flera håll*. Nerverna ljusare än öfriga delar af  
prominerande, med mera regelbundet åt samma håll.  
Å bladens öfre yta äro håren oftast mera glesa,  
kunna slutligen (endast hos sydligare former?) al-  
utom å medelnerven, der man väl nästan alltid  
åtminstone spår af hårighet; å *denna yta äro de*  
*mera regelbundet vettande framåt eller framåt*  
sällan ända till 1 millimeters längd, i öfrigt som

*Salix Lapponum* L.

Båda bladytornas hår *mycket fina, mjuka*, de fi-  
och i allmänhet (utom å de gröfre nerverna) oregel-  
*tade åt flera håll*, täta, bildande en isynnerhet å b-  
sida tät, hvit beklädnad, *olikhånga*,  $\frac{1}{3}$ — $1\frac{1}{2}$  mm. (af  
nerverna). På de gul- eller brunaktiga, å undre  
prominerande nerverna af 1:sta och 2:dra ordningen  
allmänhet mera raka och mera regelbundet rigtade  
framåt utåt, i allmänhet långa (1— $1\frac{1}{2}$  mm.); å någ-  
finnas vanligen äfven emellan dessa nerver hår af s-  
fenhet. Detta gäller företrädesvis om bladets undre  
den öfre blifva håren stundom ganska sparsamma).

*Salix lanata* L.

blad bära, företrädesvis vid de gröfre nerverna på och närmare spetsen, långa, 2—4 mm., raka, mycket guldgula, mot spetsen rigtade hår, hvilka vid sjelfva bilden en liten tofs. Dessa hår bortfalla med tiden och undre fullständigt. *De öfriga, mera varaktiga håren* (utvecklade blad) äro å båda sidor omkring 1—2 mm. (stundom kortare), *mycket fina, mjuka*, en del raka, *stilla* och *oregelbundet rigtade åt alla håll*, täta och ommantade (isynnerhet å öfre sidan), med någon gult. Nerverna äro ej starkt framträdande, hos fullt utvecklad klädda med hår af ungefär samma egenskaper som dytans öfriga delar.

*Salix hastata* L.

typiska formen äro de fullt utvecklade bladen glatta. Ej så sällan äro de dock på öfre sidan och stundom äfven på nedre ytans medelnerv försett sparsamma hår, af ungefär samma beskaffenhet som de permanenta håren hos *S. lanata*, endast något kortare och dragning i gult. Kapslarne äro grön- eller brun- och kanske alltid något gråprickade (?).

*Salix nigricaus* Sm.

bladytans hår *medellånga*,  $\frac{1}{2}$ —1 mm. eller stundom kortare, en del nästan raka, *en del ± krökta, temligen fina* (i jemförelse med t. ex de hos *S. Lapponum*), *stilla framåt och något utåt*. På öfre sidan äro de å kortare (och kanske något tätare), för öfrigt oftast än på undre sidan och mera oregelbundet rigtade. Som bekant är denna art kanske den mest mång-

formiga af våra *Salix*-arter och den varierar betydligt i bladens hårlighet. Detta gäller dock icke så mycket de särskilda hårens egenskaper som hårbeklädnadens mindre täthet — från nästan fullkomligt glatta — håriga! Dock hafva alla af mig undersökta *ingrica* hår åtminstone på öfre sidans medelnerv (ej alltså på undersidan). Isynnerhet yngre blad äro ofta mot basen närmare spetsen  $\pm$  glatta.

*Salix phylicaeifolia* L.

Hos den typiska formen äro fullt utvecklade glatta (äfven å medelnerven), de flesta bredast i midten (jmför *S. Arbuscula*). Någon gång synas dock yngre blad vara försedda med sparsamma hår, samma utseende som de hos följande art någon gång äro, utan att man kan antaga, att den ifrågakommande är någonting annat än en ren *S. phylicaeifolia*.

*Salix Arbuscula* L.

Från ett par ställen i Skandinavien har jag sett växter som helt visst tillhöra en ren *S. Arbuscula*, oaktadt att de utvecklade bladen buro sparsamma hår. Dessa voro dock af samma beskaffenhet som bladhåren hos den i Jernboen kommande *S. Arbuscula*  $\times$  *Lapponum* (se nedan för skillnad, att de voro mycket sparsamma. Normalt äro dock de fullt utvecklade bladen hos *S. Arbuscula* glatta. Hos unga blad träffar man ej så sällan hår af ofvan omtalade beskaffenhet). De flesta bladen äro dock vid midten, en skillnad från *S. phylicaeifolia*, som dock dock vara af någon betydelse vid bestämmandet af dessa arters hybrider.

*Salix glauca* L.

bladytans hår 1—2 mm. långa (sällan något kortare) jemnlånga, de flesta temligen grofva och styfva (Lapponum), oftast temligen regelbundet rigtade mot de flesta raka eller nästan raka. På öfre ytan äro de något finare och mjukare, de flesta af ungefär samma storlek som å den nedre, men oftast ej så regelbundet rigtade, en del raka, en del något böjda. Mera sällan utvecklade blad funnit öfre sidans hår fullt lika med de på den regelbundet rigtade mot spetsen som nedre ytans. De äro de jemnt fördelade öfver allt och täcka (vanligtvis) nästan helt bladytorna (jmför *S. Lapponum*). De blifva bladhåren stundom mycket sparsamma, de äro på de flesta platser högt uppe på fjellen. Men de hår, som äro på de öfriga delarna, hafva ofvan beskrifna egenskaper.

*Salix myrsinitas* L.

varierande. Undersidans hår oftast sparsamma, de äro af olika längd, ofta 1—1½ mm. och temligen fina och styfva, de öfriga kortare, ½—1 mm., något tjockare och mera sparsamma. De flesta raka, andra ± böjda, flertalet rigtade framåt. De äro af ungefär af samma beskaffenhet (af mera oregelbundet rigtade). Den typiska formen af denna ganska mycket utvecklad art har glatta eller nästan glatta blad (de fullt utvecklade har ofta träffar man också modifikationerna med gles beklädnad). Den ganska tät beklädnad af hår, som hafva ofvan beskrifna egenskaper.

*Salix herbacea* L.

Den har icke sällan i yngre stadier, stundom äfven i äldre, en ringa hårlighet å bladens undersida.

Håren äro långa och fina, oftast nästan raka och rigtade mot spetsen, något erinrande om de snart affallande håren hos *S. lanata*. Äfven *S. polaris* har någon gång en obetydlig hårighet, liknande den hos *S. herbacea*.

*Salix reticulata* L.

Öfre sidan glatt, undre sidan med omkring ett par millimeter långa och jemförelsevis fina, framåt rigtade hår, eller ock hos äldre individer alldeles glatt.

Jag har nu meddelat, såsom jag tror, tillräckligt detaljerade beskrifningar öfver hårigheten, sådan den visar sig på fullt utvecklade blad hos de särskilda i sydvestra Jemtland hemmahörande arterna. Att närmare beskrifva, huru alla de särskilda hybriderna i detta hänseende förhålla sig, skulle blifva allt för vidlyftigt, och det skulle för öfrigt icke heller vara nödigt. Ty med noggrann kännedom om alla arternas karaktärer i allmänhet kan man ju i hvarje särskildt fall jemförelsevis lätt och riktigt afgöra, från hvilka arter den eller den hybriden härstammar. oaktadt samma hybrid kan uppträda under olika former. Och denna regel gäller äfven hvad särskildt beträffar bladens hårbeklädnad hos de respektive arterna. Utan noggrann kännedom om denna skall man mången gång stanna i tvekan vid diagnostiserandet af en bastard, helst om det gäller exemplar, som sakna hängen.

Den betydliga hjälp, man kan hafva af en i detalj gående kunskap om bladens hårighet, visar sig framför allt hos hybrider mellan sådana arter, hvilkas hårighet är mycket olika, t. ex. *S. caprea* och *lanata*. Hos hybriden *caprea*  $\times$  *lanata*, liksom hos flera andra, kan man i ett fall finna hår, som till sin längd öfverensstämma med *capreas*, till rigtning med *lanatas*, i ett annat tvärtom (jemför bladens öfre sidor); stundom synas de på bladets öfre sida i alla afseenden närmast öfverensstämma med *lanatas*, under det de på nedre ytan komma närmare *capreas*.

nande förhållanden kan man finna äfven hos t. ex. *m. × caprea*. I allmänhet gäller måhända äfven i adhårigheten hos *Salix*-hybriderna, att den i flersina flesta egenskaper är intermediär mellan stambeklädnad. Den intermediära ställningen är väl regel hybridernas karaktärer i allmänhet, men visst icke en undantag.<sup>1)</sup> Exempel på ett annat fall, då hårens kan vara af stor betydelse vid besämmandet af en följande. Antag, att man har funnit en hybrid mellan tvenne arter, af hvilka den ene, som i hybridträder synnerligen tydligt, är glattbladig (fullt utd!) t. ex. *S. herbacea*, den andre deremot en hårsom man ej vid första påseende eller med obeväpnad tydligt urskilja. Man kan tveka emellan t. ex. *Lappinum*. Genom att något närmare granska hårens undre sidor ser man snart, om de mera likna eller *glauca*s, hvilka arter i berörda afseende äro lika, och kan deraf sluta till, hvem den andra, den arten är.

andomlighet, som man någon gång kan få se hos en, är, att om tvenne hårbladiga arter, hos hvilka är mer eller mindre tydligt olikartad, hybridisera dra, så kan det inträffa, att hybriderna få ett eller som mot basen har hår af den ena stamarten, mot mot af den andra, eller att ett blad har fått hår samma utseende som hos den ena arten, under det hos närmast nedan- och ofvanför sittande blad mest andra artens.<sup>2)</sup> Detta har jag tydligt sett hos *S. africans*, hvilken hybrid kanske i flertalet fall, liksom

CHURA, Die Bastardbefruchtung im Pflanzenreich, p. 46 och följande. LUNDSTRÖM, Studier öfver släktet *Salix*, p. 54.

förhållanden förekomma, torde de väl få anses vara säkra bevis på att ifrågakvarande formen är hybrid. Att man kan finna analoga förhållanden vid anatomisk undersökning af hybrider, har visats af BRANDZA, i hans handling »Recherches anatomiques sur les hybrides.» Comptes Rendus de l'Académie des sciences de Paris. T. CXI. 1890, p. 317.

kanske *glauca*-hybrider i allmänhet, har hår närma stämmande med *glauca*s.

Då en hårig art hybridiserar med en glatt, har ligttvis att vänta sig, att bastarden skall få hår, s egenskaper i det närmaste öfverensstämma med de håriga stamarten, ehuru i regeln ej så talrika som Något bestämdt undantag derifrån har jag ej heller De individer, som jag sett af exempelvis *S. caprea folia* och *S. cinerea*  $\times$  *phylicaefolia*, hafva bekräftat modan. Beträffande den i Jemtland förekommande *num*  $\times$  *Arbuscula*, hos hvilken man kanske skall finna bladhår af alldeles samma beskaffenhet som *num*, vill jag erinra om, att bladhåren hos denna ligen närma sig eller öfverensstämma med de, som sällan finner hos unga och någon gång äfven hos f lade individer af *S. Arbuscula* (hårbeklädnadens t ligttvis från *Lapponum*). Ett analogt förhållande ex ske hos *S. Lapponum*  $\times$  *myrtilloides*, hvilken jag undersökt.

Såsom förut af några författare blifvit anmärkt. mellan åtskilliga närbeslägtade arter mellanformer gångsformer, om hvilka man har svårt att afgöra hybrider eller ej. FLODERUS anmärker l. c. p. 2 skildt vara fallet hos följande fyra par arter:

*S. Arbuscula* och *phylicaefolia*,

*S. phylicaefolia* och *nigricans*,

*S. nigricans* och *myrsinities*,

*S. herbacea* och *polaris*.

Med stöd af hvad jag sjelf flerstädes sett under mina i Jemtlandsfjellen och annorstädes instämmer jag äf del i denna uppfattning och är öfvertygad om, att dessa fyra par arter existera mellanformer af såväl icke-hybrid natur, en äsigt, som, efter hvad jag har för öfrigt biträdes af vår förnämsta salicolog, Doce LUNDSTRÖM.

t. ex. både vid Storlien i Jemtland och Tromsödalen  
t. o. m. hela stånd som otvifvelaktigt voro att  
*Arbuscula*, ehuru de i afseende på bladens form och  
färgen närmade sig den närbeslägtade *S. phyllicaeifolia*,  
helt öfverförlämnade fans, som tydligt talade för, att den ifråga-  
kommande hade uppkommit genom hybridisering. Det var  
emellannolikheter en icke-hybrid öfvergångsform. Hvad sär-  
skilt förhållandet mellan *S. nigricans* och *myrsinities*  
angår, få hänvisa till hvad Docenten A. N. LUNDSTRÖM  
i Botanisches Centralblatt, Band. XXXV (1888),  
kan tillägga, att jag sjelf i flera år vid Östersund  
öfvergångsformer mellan de nyssnämnda arterna. Ännu  
de mellanformerna vara emellan *S. phyllicaeifolia* och

skall vara svårt och mången gång alldeles omöjligt  
huruvida en mellanform uppkommit genom hybridi-  
ering, ligger i sakens natur. I många fall torde man  
i förekomstsättet, hafva en god hållpunkt i frö-  
affenheter, något som jag tyvärr förut ej tillräckligt  
inför WICHURAS utmärkta arbete »Die Bastardbe-  
nennung im Pflanzenreich (Breslau 1865), p. 31 och följande.  
Man kan det ej betviflas, att emellan de närliggande ar-  
terna *Arbuscula* och *phyllicaeifolia*, likasom äfven mellan *phy-*  
*llicaeifolia* och *nigricans* samt den sistnämnda och *S. myrsinities*  
öfvergångsformer, som icke uppkommit genom korsning  
af respektive arterna. Man får sålunda en naturligt  
serier

*Arbuscula* — *phyllicaeifolia* — *nigricans* — *myrsinities*

hvarandra nära förvandta arter, mellan hvilka det  
finnas mellanformer af icke-hybrid natur. Ändpunkterna i  
serien af *S. Arbuscula* och *myrsinities*, d. v. s. det finnes  
öfvergångsformer mellan *Arbuscula* och *phyllicaeifolia* öfvergångsformer, som icke  
men icke, såvidt jag kunnat finna, emellan *S. Ar-*



*buscula* och andra arter; likaså har man icke-hybrida öfvergångsformer emellan *S. myrsinites* och *nigricans*, men ej emellan *myrsinites* och andra arter. Detta gäller åtminstone om våra skandinaviska arter, så långt min kännedom om dem sträcker sig. Hvad betydelse dessa facta kunna hafva för tydningen af de särskilda arternas uppkomst och relativa ålder, är en fråga, som jag ej här närmare kan inlåta mig på, beder endast att få hänvisa till hvad Docenten LUNDSTRÖM på sist anfördt ställe uttalar som sin åsigt om förhållandet mellan dels *S. phylicae-folia* och *Arbuscula*, dels *S. myrsinites* och *nigricans*. Jag har här endast velat påpeka dessa facta, som man torde finna analogier till äfven inom andra släkten. Jag torde måhända en annan gång återkomma till denna fråga.

Med *Salix Lapponum* bildar *S. Arbuscula* en vacker hybrid

*Salix Lapponum* × *Arbuscula* Wr.

som länge intresserat mig såsom varande särdeles utmärkt. Jag hittade den på fjellplatån ofvan Storlien redan 1882, samma år som den upptäcktes derstädes af Docenten LUNDSTRÖM. Följande somrar påträffades den äfven vid Åreskutan af Apotekaren INDEBETOU och mig, och FLODERUS har funnit den på flera ställen i sydvästra Jemtland, t. ex. vid Bunnerstötarne, der äfven tagen af C. J. JOHANSSON (Botaniska Notiser 1886, p. 24). Af Doktor HÅKASSON och mig hittades den i Tromsö-dalen i norska Finmarken 1886.

Denna form är för kanske nära 100 år tillbaka urskild af SCHLEICHER (som väl dock ej uppfattade den som hybrid) och har af honom blifvit kallad *Salix spuria*, i hvilket namn han förmodligen äfven inbegripit den närstående, kanske ej skiljbara *S. helvetica* × *Arbuscula*, som enligt ex. af den schweiziske salicologen M. BUSER förekommer i Rhätiska alperna, der förmodligen ock *S. Lapponum* × *Arbuscula* finnes (se WIMMER, *Salices Europaeae*, p. 265).

FLÖDERUS anmärker, uppträder den på sina ställen i mängd, och han har funnit den på ett par ställen ligare än den ena stamarten, *Arbuscula*. Sjelf har den i största antal vid Storlien, der den synes månd sina föräldrar, och der man lätt hittar den på ått mark strax ofvan den egentliga lien, vid början. Ehuru den visserligen uppträder i ganska många dock naturligtvis hållande sig emellan stamarterna, nästan alltid synts mig lätt att skilja från dessa, på en del lokaler i både han- och honstånd tydligen odas väl, synes det mig ej osannolikt, att den på n skall fixera sig till art, förökande sig på fruktsch i sin typiska gestalt väl afgränsad från de vidt som gifvit upphof till den samma.

adbeklädnaden beträffar, äro de nedre bladytorna i en jemnt och  $\pm$  tätt besatta med hår, af hvilka de kring  $\frac{1}{2}$ — $\frac{2}{3}$  mm. långa och rigtade framåt eller något teuligen glänsande hvita, ej så fina och mjuka som *Lapponum*, derigenom mera öfverensstämmande med a hår, som stundom finnas på *Arbusculus* blad (se sidan är ofta glatt; då hår finnas, likna de i det bersidans. Den tilltryckta, mer eller mindre täta nedre ytan förlenar denna en märkbar glans. Stundhårigheten ganska sparsam.

n *Lapponum*-hybrid är

*Salix Lapponum*  $\times$  *herbacea* LUNDSTR.

orm tog jag, om jag minnes rätt, första gången ten af Skurdalsporten i Jemtland, i några få indibestämdes då till *S. alpestris* ANDS. (= *S. glauca* nL. ANDS.) efter HARTMANS Handbok i Skandin11:te uppl., der *S. ovata* SER. finnes upptaget så. Namnet *ovata* har af olika botanister blifvit an-

vändt för mer eller mindre olikartade *Salix*-former, och den form, för hvilken det af namngifvaren ursprungligen användes, har förts till olika arter eller formkomplexer. Då det synes mig vara af intresse att söka få utredt, huruvida den i Jemtland ganska allmänna hybriden *S. Lapponum*  $\times$  *herbacea*, som kanske är en af Skandinavians allmännaste *Salix*-hybrider, verkligen bör kallas *S. ovata* SER., tillåter jag mig att här anföra hufvudragen af namnets historia, så vidt den är mig bekant.

Den schweiziska botanikern N. C. SERINGE beskref och afbildade 1815 i sin bok »Essai d'une Monographie des Saules de la Suisse» en vid Aarejökeln i Schweiz funnen, förut okänd *Salix*-form, som han benämnde *Salix ovata*. Omkring 15 år senare påträffades på Dovre i Norge af BLYTT, som då kanhända ej kände till den schweiziska formen, en liknande (eller måhända flera?), hvilken 1832 beskrefs af E. FRIES, under namnet *norvegica* och uppställdes som underart af *S. pyrenaica* Gouan. Sedermera identifierade BLYTT <sup>1)</sup> den dovrensiska formen med Seringes *ovata*, dervid stödjande sig på exemplar, som han erhållit af namngifvaren sjelf och dermed kom namnet *ovata* in i den skandinaviska botaniska litteraturen och användes för en med den dovrensiska möjligen identisk, men sannolikt äfven för andra liknande, men ej identiska former, som efter hand påträffades på skilda ställen i Sveriges och Norges fjelltrakter. Äfven den svenske salicologen N. J. ANDERSSON upptog 1845 namnet *ovata* i sitt arbete »Salices Lapponiae» för den skandinaviska formen (eller sannolikt flera), men sedermera började han betvifla dess identitet med den schweiziska (se Botaniska Notiser 1858, p. 46) och sammanförde den skandinaviska med *S. pyrenaica* och en i Nordamerika funnen form, kallad *americana*, under det gemensamma namnet *alpicola*, som då bestod af 3 varieteter eller underformer, *pyrenaica*, *norvegica* (FR.) och *americana*. Kort derpå, samma år,<sup>2)</sup> öfvergaf han emellertid namnet *alpicola* och gaf i stället namnet *alpestris*, men innefattade nu

<sup>1)</sup> Nyt Magazin for Naturvidenskaberne, Bd. I, Christiania 1838.

<sup>2)</sup> Salices boreal. Amer.

den schweiziska formen, som han kallade *helvetica*. *estris* inbegripes sålunda fyra varieteter, *pyrenaica*, *ovata* SER.), *norvegica* (FR.) och *americana*. Åtman (1866) utkom WIMMERS arbete *Salices Europaeae* fördes SERINGES *ovata* till *Salix pyrenaica*, med den skandinaviska formen identifierades. ANDERSSON åter hafva ändrat åsigt (se Botaniska Notiser) och bli benägen för att uppfatta den skandinaviska formen fullt identisk med den schweiziska, och använde *estris* endast för den skandinaviska och schweiziska formen (an *ovata* var »ett omtvistadt namn») och afskiljde formen *S. pyrenaica* såsom en särskild art. Följande år emellertid i DE CANDOLLES »Prodromus Systematis naturalis regni vegetabilis» den skandinaviska och schweiziska formen under namnet *ovata* SER., som han nu ansåg vara samma som *S. glauca*  $\times$  *herbacea*, och dermed antogs väl åter af åtskilliga äfven svenska botanister, som dit fördes flera närliknande hybrider, såsom Docenten A. R. J. RÖM hade funnit,<sup>1)</sup> och bland dessa hybrider voro *S. herbacea* och *S. Lapponum*  $\times$  *herbacea*. I BLYTT, »Flora Lapponica» (1874) upptog emellertid ANDERSSON ånyo namnet *S. lapponica* men nu endast för den skandinaviska formen, och denna namn upptogs äfven af HARTMAN i 11:te upplagan af hans flora (1879), i stället för *ovata* SER. i de föregående upplagorna och formen (eller, rättare sagdt, formerna) af hybriderna *S. glauca*  $\times$  *herbacea* (enl. ANDS.). Sedermera förklarade salicologen M. BUSER i Aarau (Schweiz), att schweiziska *S. ovata* SER. är *S. helvetica*  $\times$  *herbacea* och att de Sciences physiques et naturelles, tome VI, p. 1881).

Det som angår den af mig sedan 1880 på många ställen sammanfattade form, som efter Hartmans flora bestämdes som *S. estris* ANDS., så synes det mig i högsta grad sannolikt att denna formammans leder sitt ursprung från *S. Lapponum* och

Studier öfver släktet *Salix*. Upsala 1875.

K. Vet.-Akad. Förh. 1892. Årg. 49. N:o 8.

*herbacea*, att kanske knapt något af hvad som i Jemtland tagits såsom *S. herbacea*  $\times$  *glauca* innehåller någonting af denna sista art. De skäl jag har för denna uppfattning äro följande.

1884 meddelade mig Apotekaren C. INDEBETOU, som i flera somrar studerade *Salices* i Jemtlandsfjellen, att han vid en utflykt till Skäckarfjellen och Manshögarna i Kall derstädes på många ställen träffade den gamla bekanta form, som vi förut på flera andra platser (i sydvestra Jemtland) tillsammans hade tagit under namnet *S. alpestris* ANDS. eller *ovata* SER. (enl. Hartm. flora), men att han på dessa ställen förgäfvades hade tittat sig om efter någon *S. glauca*, som vi förut efter ANDERSSONS auktoritet hade antagit vara den ena stamarten till den oss bekanta s. k. *S. alpestris* ANDS. Deremot fann han *S. Lapponum* i riklig mängd. Han var derföre böjd att tro, att den jemtländska *S. alpestris* var *S. Lapponum*  $\times$  *herbacea* och icke *S. glauca*  $\times$  *herbacea*. Och i sjelfva verket kunde vi icke heller vid något utförligare granskning af allt, hvad vi på skilda ställen i provinsen hade insamlat under namnet *alpestris*, upptäcka något, som bestämdt motsade dess nu förmodade härstamning från *S. Lapponum* (och *herbacea*), och för min del har jag sedan denna tid alltmera blifvit öfvertygad om riktigheten af denna uppfattning. — Vid granskning af ett stort antal exemplar af i Jemtland tagen *S. alpestris* ANDS. har jag funnit dess bladhår (undre sidan viktigare) mycket likna *Lapponums*, men ej *glaucae*. De äro nämligen (fullt utvecklade blad!) mjuka, fina,  $\pm$  böjda (sällan nästan raka),  $\pm$  oregelbundet rigtade åt flera håll (isynnernet på öfversidan; på den undre är rigtningen ej fullt så oregelbunden), till längden något vexlande,  $\frac{1}{3}$ — $\frac{1}{2}$ —1 mm., flertalet omkring  $\frac{1}{2}$  mm. (Ett litet fjellvide, hvars bladhår likna *glaucae*, är den förut omnämnda *S. pyrenaica* GOU., åtminstone att döma af de med detta namn signerade exemplar, som jag sett). Mera sällan har jag funnit denna form nästan alldeles sakna bladhår. — Hår af nu sagda beskaffenhet hafva äfven alla de ex. jag sett (i Upsala bot. museum) af FLODERUS' i Jemtland tagna »*S. glauca*  $\times$  *herbacea*», och jag tror, att denna

ur utgå ur hans ofvan citerade afhandling. Allt-  
 enligt min uppfattning, *S. Lapponum*  $\times$  *herbacea*.  
 hvad som i Jemtland tagits såsom *S. glauca*  $\times$   
 gen är den, hvilket väl icke är otänkbart, så  
 min åsigt, dess bladhår ej hafva ofvan beskrifna  
 fven i de öfriga karaktärerna hos FLÖDERUS' *S.*  
*acea* har jag icke kunnat finna något, som mot-  
 ingen *S. Lapponum*  $\times$  *herbacea* eller bestämdt  
 härstamning från *S. glauca*. Det synes mig för  
 erligt, att genom olika kombinationer af *Lappo-*  
*acea*, äfven sådana former kunna uppstå, som i  
 afseende påminna om *S. glauca*. Så t. ex. kan  
 ett kort stift af *S. herbacea*, som icke sällan  
 ta sådana.

omständighet, som tyder på, att en *S. glauca*  $\times$   
 vara någonting mycket sällsynt, är enligt min  
 Som bekant hybridiserar *S. Lapponum* gerna  
*a*, *aurita*, *Arbuscula* och *myrtilloides*, under det  
 med dessa arter sällan eller aldrig bildar hybrider.  
 ridiserar lätt med *S. phylicaeifolia*, *nigricans* och  
 emellan dessa sistnämnde arter och *S. Lappo-*  
 ket sällan någon hybrid uppkomma. Det ser så-  
 en viss antagonism skulle förefinnas emellan *S.*  
*apponum* i fråga om deras benägenhet att hybri-  
 dra arter, och då nu hybriden af *S. Lapponum*  
 ydigen är en af våra allmännaste *Salix*-bastarder,  
 nna omständighet för sannolikheten af, att en  
*S. glauca* och *herbacea* måste vara mycket säll-  
 vende tillåter jag mig ock fästa uppmärksamheten  
*ca* och *Lapponum* sinsemellan ytterst sällan eller  
 ilda någon hybrid. Från ett enda ställe, nämligen  
 enligt ANDERSSON, har jag sett en *S. glauca*  $\times$   
 gifvas, men det kan väl vara möjligt, att AN-  
 ämning i detta fall icke är riktig. För min del  
 sett något, som kunnat tydas såsom *S. glauca*  $\times$

*Lapponum*. Att denna egendomlighet, nämligen *S. glauca* och *Lapponum*s obenägenhet att hybridisera med en och samma art, icke kan bero ensamt af olika blomningstid hos dessa arter, är jag öfvertygad om. I fjellen kan man rätt ofta träffa dessa arter samtidigt blommande, äfven i hvarandras närhet.

Hvad angår den eller de till *S. glauca*  $\times$  *herbacea* bestämda formerna från Lappland, känner jag dem ej tillräckligt för att kunna yttra mig om dem.

Om man nu får anse, att kanske alltsammans af den Jemtlandska *S. alpestris* ANDS. eller *S. ovata* SER. (enligt Hartmans flora) är *S. Lapponum*  $\times$  *herbacea*, huru förhåller sig denna till SERINGES ursprungliga *S. ovata*? <sup>1)</sup> Då jag ej sjelf sett SERINGES originalexemplar eller ens något af den schweiziska *S. ovata*, har jag ej kunnat bilda mig någon egen öfvertygelse om, huru denna SERINGES form skall uppfattas. Ensamt beskrifningen och afbildningen i SERINGES ofvan omtalade bok synas mig ej fullt tillräckliga dertill. Emellertid synes det sannolikt, att SERINGES (ursprungliga) *ovata* knapt skall kunna skiljas från den jemtlandska *S. Lapponum*  $\times$  *herbacea*, och detta är ju icke heller underligt, om BUSERS uppfattning är riktig, att nämligen (den ursprungliga) *ovata* är *S. helvetica*  $\times$  *herbacea*, hvilken hybrid näppeligen torde kunna skiljas från *S. Lapponum*  $\times$  *herbacea* (*S. helvetica* står ju mycket nära *S. Lapponum*). Sannolikt har väl dock äfven åtskilliga botanister i Schweiz i namnet *ovata* innefattat flera närliknande hybrider, såsom af LUNDSTRÖM visats vara fallet hos oss. Skall nu den i Jemtland växande *S. Lapponum*  $\times$  *herbacea* hafva särskild benämning, torde väl sålunda denna sannolikt rättast böra bli *S. ovata* SER. eller möjligen *S. norvegica* FR., som tydligen är identisk med den jemtlandska *S. Lapponum*  $\times$  *herbacea*, åtminstone om man får döma af de exemplar E. Fries utdelat i Herbarium normale, fasc. VII n:o 64 (Riksmuseets ex.). De ex., som der äro utdelade unde

<sup>1)</sup> Det är väl möjligt, att SERINGE sjelf efter hand kan hafva fört äfven andra närstående, men ej identiska former till denna sin art, och hvilka möjligen kan hafva bidragit till att öka trasset.

*pyrenaica norvegica*, äro tagna dels på Fillefjeld i  
ytt, dels i Jemtland vid Helagsfjellet af Ångström.  
*tris* ANDS. har ju för öfrigt af auctor sjelf användts  
tydelse och omfång, att det väl icke lämpligen kan  
h detta allra helst som det är yngre än *SERINGES*  
ofvan).

Den jemtländska formens förekomstsätt observe-  
an för flera år sedan, att den på somliga ställen,  
ällsta och Hottöfjellet, uppträdde, såsom ju många  
llmänhet göra, i mycket sparsam mängd, en eller  
d och endast ena könet; på andra lokaler deremot,  
reskutan (i Tvärå-hvalfvet, der funnen först af S.  
38) visade den sig hafva utbredt sig på större om-  
äadande i ett större antal maskulina och feminina  
n på Snasahögen fans den 1884 på sina ställen i  
gt antal han- och hon-exemplar, bildande täta be-  
ästan all annan fanerogamvegetation var undan-  
r allt dock i närheten af *Lapponum* och *herbacea*.  
g derföre högst troligt, att ifrågavarande form visser-  
ast är att betrakta såsom hybrid af *S. Lapponum*  
men att denna hybrid på sådana lokaler, der den  
g gynnande yttre förhållanden (lämplig jordmån,  
ghet etc.) och der från början åtminstone ett han-  
-exemplar uppkommit, den på könlig väg förök-  
rat sig till hvad man kan kalla art, väl skild från  
kt vidt skilda stamarterna och i intet afseende  
från andra former, som man plägar kalla arter.  
sitt ursprung är att uppfatta såsom hybrid af  
och *herbacea* bekräftas äfven af följande förhållan-  
de på Snasahögen af C. F. SUNDBERG och mig  
lika exemplaren visa sig ett par hafva kapslarnes  
hållet af *Lapponum*, färg af *herbacea* (hårigheten  
än hos *Lapponum*), hos ett par andra är kaps-  
som hos *herbacea*, men hårighet och färg fullkomligt  
som hos *Lapponum*. Hos några individer, som fin-



nas i närheten af Skurdalsporten, äro kapslarne till form och färg och glatthet alldeles öfverensstämmande med *herbacea*-kapslar, endast något större, men i allt öfrigt af samma utseende som den vanliga i Jemtland förekommande s. k. *S. alpestris*. Dylika betydligare afvikelser (med glatta kapslar) från den vanliga typen torde dock vara mycket sällsynta, och formen varierar ej mera än många *Salix*-arter. Den synes mig t. o. m. bättre begränsad än t. ex. *S. nigricans*.

Exempel på en *herbacea*-hybrid, som icke torde vara utrustad med tillräcklig lifskraft för att kunna fixera sig till art, är

*Salix lanata* × *herbacea* LUNDSTR.

Såsom finnes anmärkt af LUNDSTRÖM (i STRÖMFELTS uppsats »Islands kärlväxter» etc., Stockholm 1884), hittades egenomligt nog denna hybrid sommaren 1883 på tre vidt skilda ställen, i Jemtland, i Norge och på Island (Genom skriffel har i min ofvan nämnda afhandling, »Botaniska utflygter», p. 84. kommit att stå Grönland i st. f. Island). Att döma af ett ex. i Dr. HÅKANSSONS vackra herbarium i Upsala bot. museum synes den vara tagen redan 1874, i Pite Lappmark (söder om Storselet i Pite elf) af V. F. HOLM, af honom bestämd till *S. hastata* × *herbacea*.

Af C. INDEBETOU och mig hittades denna vackra hybrid 1883 nära Skurdalsporten i Jemtland, en enda liten buske, växande i skydd af sin ena stamart, *lanata*. Följande är återfann jag den, men sedan synes den hafva dött ut. Äfven enligt FLODERUS har hybriden på de ställen, han funnit den, förekommit endast i sparsam mängd.

FLODERUS omtalar l. c. p. 33 en hybrid, som han tagit på Åreskutan, och som han anser vara *S. lanata* × *herbacea* × *anata*, således ett slags trippelhybrid, der den ena arten ingår två gånger. Jag har sett exemplar utaf den, och den föreföll mig otvifvelaktigt stå närmare *lanata* än *herbacea*; och jag vill

bestämningens rigtighet. Jag vill dock påpeka, att den kännedom man f. n. eger om hybrider i allmänhet torde få anse en sådan bestämning fullt säker.

KERNERS »Pflanzenleben», Band II, p. 550 och nämligen genom experiment funnit, att, om en hybrid af en annan, kan det hända, att hybriden icke är en ny art, utan tydligt står närmare den ena stamarten. Såsom man genom korsning af *S. lanata* med *herbacea* kan i regeln få en intermediär form, med sam-

$$\frac{1}{2} \text{ lanata} + \frac{1}{2} \text{ herbacea},$$

skulle också kunna få en produkt, som hade t. ex. följande sammansättning

$$\frac{2}{3} \text{ lanata} + \frac{1}{3} \text{ herbacea}.$$

Om man på andra sidan låte en intermediär *S. lanata*  $\times$  *herbacea* korsas med *lanata*, skulle resultatet äfven i detta fall kunna jämföras med konstitutionen

$$\frac{2}{3} \text{ lanata} + \frac{1}{3} \text{ herbacea}.$$

Man skulle man i båda fallen kunna få en produkt af jämförbar utseende, ehuru i ena fallet *lanata* ingår endast en gång, i andra deremot två gånger. Emellertid torde väl, om man angår, de intermediära hybriderna vara regeln, och få många undantag. Jemför ofvan, p. 373.

Med önskan att härmed få frambära mitt vördnadsfulla tack till Professor TH. M. FRIES, som tillhandahållit mig samlingar i Upsala botaniska skola till Docenten A. N. LUNDSTRÖM, hvilken flera gånger utlånat af mig insamlade *Salices* och i öfrigt bistått mig med värdefulla råd och upplysningar.

## Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. fr. sid. 364.)

**Besançon.** *Société d'émulation du Doubs.*

Mémoires. (6) Vol. 5 (1890). 8:o.

**Breslau.** *Schlesische Gesellschaft für vaterländische Cultur.*

Jahresbericht. 69 (1891). 8:o.

» *Ergänzungsheft.* PARTSCH, J., *Litteratur der Landes- und Volkskunde der Provinz Schlesien.* H. 1. 1892. 8:o.— *Verein für Schlesische Insektenkunde.*

Zeitschrift für Entomologie. (2) H. 17. 1892. 8:o

Småskrift. 1. 8:o.

**Brisbane.** *R. Geographical society of Australasia, Queensland branch.*

Proceedings and transactions. Vol. 6: P. 1; 7: 1—2. 1891—92. 8:o.

**Bruxelles.** *Académie R. des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.*

Bulletins. (3) T. 22 (1891)—24 (1892): N:o 1—8. 8:o.

Annuaire. Année 58 (1892). 16:o.

**Budapest.** *Magyar tudományos akadémia.*

Mathematikai és természettudományi értesítő. (Mathematischer und naturwissenschaftlicher Anzeiger.) K. 10: F. 1—7. 1891—92. 8:o.

Értekezések a természettudományok Köréből. (Naturwissenschaftliche Abhandlungen.) K. 21: Sz. 4; 22: 1—3. 1891—92. 8:o.

» » *mathematikai tudományok Köréből.* (Mathematische Abhandlungen.) K. 14: Sz. 5; 15: 1. 1891—92. 8:o.

Mathematikai és természettudományi Közlemények. (Mathematische und naturwissenschaftliche Mittheilungen.) K. 24: Sz. 8—10. 1891. 8:o.

Archæologiai értesítő. Új folyam. (Archäologische Mittheilungen. Neue Folge.) K. 11: Sz. 4—5; 12: 1—2. 1891—92. 8:o.

Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn. Bd. 9 (1890/91): H. 1—2. 8:o.

Ungarische Revue. Jhg. 11 (1891): H. 8—10; 12 (1892): 1—5. 8:o.

KÖRÖSI, J., *Megyei monografiák.* (Comitats-Monographien.) K. 1. 1891. 8:o.

Almanach. 1892. 8:o.

Rapport sur l'activité de l'académie. Année 1891. 8:o.

**Caen.** *Société Linnéenne de Normandie.*

Bulletin. (4) Vol. 5 (1891). 8:o.

**Calcutta.** *Indian museum.*WOOD-MASON, J., *Catalogue of the Mantodea.* N:o 2. 1891. 8:o.DISTANT, W. L., *A monograph of Oriental Cicadidæ.* P. 5—6. London 1892. 4:o.— *Asiatic society of Bengal.*

Journal. P. 1. Vol. 60: N:o 2—3 (1891)—61 (1892): 1; P. 2. Vol. 60 (1891): N:o 2—4; 61 (1892): 1. 8:o.

Proceedings. Year 1891: N:o 7—10; 1892: 1—3. 8:o.

**Cambridge.** *Philosophical society.*

Transactions. Vol. 15: P. 2—3. 1891. 4:o.

Proceedings. Vol. 7: P. 3, 5—6. 1891—92. 8:o.

— *U. S. Museum of comparative zoology.*

Mémoires. Vol. 14: N:o 2. 1892. 4:o.

Bulletin. Vol. 23: N:o 3. 1892. 8:o.

**Cherbourg.** *Société nationale des sciences naturelles et mathématiques.*

Mémoires. T. 27. 1891. 8:o.

**Cincinnati.** *Observatory.*

Publications. 12. 1892. 4:o.

**Dijon.** *Académie des sciences, arts et belles-lettres.*

Mémoires. (4) T. 2(1890/91). 8:o.

**Dorpat.** *Naturforscher-Gesellschaft bei der Universität.*

Schriften. 6. v. KENNEL, J., Verwandtschaftsverhältnisse der Arthropoden. 1891. 4:o.

Sitzungsberichte. Bd. 9: H. 3(1891). 8:o.

**Dublin.** *R. Irish Academy.*

Transactions. Vol. 29: P. 17—19. 1891—92. 4:o.

Cunningham memoirs. N:o 7. 1892. 4:o.

Proceedings. (3) Vol. 2: N:o 2. 1892. 8:o.

— *R. Dublin Society.*

Scientific proceedings. (2) Vol. 6: P. 7—8. 1889—90. 8:o.

**Dudley.** *Dudley and Midland geological and scientific society.*

Proceedings. Vol. 4: N:o 2. 1891. 8:o.

**Edinburgh.** *Royal Society.*

Transactions. Vol. 37, P. 1: N:o 4. 1892. 4:o.

— *R. College of physicians.*

Reports from the laboratory. Vol. 4. 1892. 8:o.

**Ekaterinburg.** *Société Ouralienne d'amateurs des sciences naturelles.*

Sapiski. — Mémoires. T. 12: L. 2. 1890—91. 4:o.

**Emden.** *Naturforschende Gesellschaft.*

Jahresbericht. 76(1890/91). 8:o.

**Greenwich.** *Royal observatory.*

Results of the astronomical observations. Year 1889. 4:o.

» » » » » » » Introduction. 4:o.

» » » magnetical and meteorological observations. Year 1889. 4:o.

**Gottingen.** *K. Sternwarte.*

Astronomische Mittheilungen. Th. 2. 1891. 4:o.

**Halifax.** *Nova Scotian institute of science.*

Proceedings and transactions. (2) Vol. 1: P. 1. 1891. 8:o.

**Helsingfors.** *Geologiska kommissionen.*

Finlands geologiska undersökning. Kartblad 18—21, med beskrifningar. 1890—92. 4:o &amp; 8:o.

Meddelanden från industristyrelsen. H. 14. 1891. 8:o.

— *Finska vetenskaps societeten.*

Acta. T. 18. 1891. 4:o.

Öfversigt af förhandlingar. 33(1890/91). 8:o.

— *Sällskapet för Finlands geografi.*

Fennia. 5. 1892. 8:o.

**Jena.** *Medizinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft.*

Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft. Bd. 26: H. 3—4. 1892. 8:o.

**Kiel.** *Kommission zur wissenschaftlichen Untersuchung der Deutschen Meere.*

REINKE, J., Atlas Deutscher Meeresalgen. H. 2: L. 3—5. Berlin 1892. F.

**Krakau.** *Akademia umiejętności.*

Pamiętnik:

Wydział matem.-przyr. T. 18: Z. 2. 1892. 4:o.

Rozprawy:

Wydział matem.-przyr. (2) T. 2. 1892. 8:o.

» hist.-filoz. (2) T. 3—4. 1892. 8:o.

» filologiczny. (2) T. 1. 1892. 8:o.

Sprawozdania komisji do badania historii sztuki w Polsce. T. 5: Z. 2. 1892. 4:o.

Archivum do dziejów literatury i oświaty w Polsce. T. 7. 1892. st. 8:o.

Biblioteka pisarzy Polskich. 16—22. 1891—92. 8:o.

MATLAKOWSKI, W., Budownictwo Ludowe na Podhalu. Text & Atlas. 1892. 4:o.

**Lausanne.** *Société Vaudoise des sciences naturelles.*

Bulletin. Vol. 28: N:o 106—108. 1892. 8:o.

**Leeds.** *Philosophical and literary society.*

Annual report. Year 1891/92. 8:o.

**Leipzig.** *Astronomische Gesellschaft.*

Catalog. Abth. 1: St. 5. 1892. 4:o.

— *Verein für Erdkunde.*

Mittheilungen. Jahr 1891. 8:o.

**Lima.** *Sociedad geográfica de Lima.*

Boletín. Anno 1 (1891/92): Cuad. 10—12; 2 (1892/93): 1. 8:o.

**London.** *British museum.*

Catalogue of the birds. Vol. 16—17. 1892. 8:o.

— *Royal society.*

Philosophical transactions. Vol. 182 (1891): A—B. 4:o.

List of the society. 1891, November. 4:o.

Proceedings. Vol. 50: N:o 302—307. 1891—92. 8:o.

— *Zoological society.*

Proceedings of the general meetings for scientific business. Year 1892: P. 2—3. 8:o.

— (Ontario.) *Entomological society of Ontario.*

Canadian entomologist. Vol. 21 (1889): N:o 10—12; 23 (1891): 4. 8:o.

**Lyon.** *Société Linnéenne.*

Annales. (2) T. 35 (1888)—37 (1890). st. 8:o.

**Madison.** *U. S. Wisconsin academy of sciences, arts and letters.*

Transactions. Vol. 8 (1888—91). 8:o.

**Madras.** *Government observatory.*

Results of observations of the fixed stars . . . 1874—1876. 1892. 4:o.

**Manchester.** *Literary and philosophical society.*

Memoirs and proceedings. (4) Vol. 5: N:o 1. 1891—92. 8:o.

**Marseille.** *Faculté des sciences.*

Annales. T. 1. 1891. 4:o.

**Melbourne.** *Styrelsen öfver Victoria.*

v. MÜLLER, F., Iconography of Australian salsolaceous plants. Dec. 8—9. 1891. 4:o.

— *R. Geographical society of Australasia.*

Transactions and proceedings. Vol. 6: P. 1—2; 7: 1—2; 8: 1—2; 9: 1—2. 1888—91. 8:o.

**Montpellier.** *Académie des sciences et lettres.*

Mémoires. 4:o.

Sect. des sciences. T. 11: N:o 2.

» » lettres. T. 9: N:o 1—2.

» de médecine. T. 6: N:o 2.

**München.** *K. Bayerische Akademie der Wissenschaften.*

Sitzungsberichte. Math.-phys. klasse. Jahr 1891: H. 1—3. 8:o.

» Philos.-philol.-hist. » Jahr 1891: H. 1—5. 8:o.

**Nancy.** *Académie de Stanislas.*

Mémoires. (5) T. 7(1889). 8:o.

— *Société des sciences.*

Bulletin. (2) Année 24(1891). T. 11. Fasc. 25. 8:o.

» des séances. Année 3(1891): N:o 5—9; 4(1892): 1—2. 8:o.

**New York.** *American museum of natural history.*

Annual report. Year 1891. 8:o.

**Offenbach a/M.** *Verein für Naturkunde.*

Bericht. 29—32(1887/91). 8:o.

**Oxford.** *Radcliffe observatory.*

Results of astronomical and meteorological observations. Vol. 45(1887). 8:o.

**Paris.** *Comité internationale des poids et mesures.*

Procès-verbaux des séances. Année 1891. 8:o.

— *Bureau des longitudes.*

Annuaire. An 1892. 12:o.

Connaissance des temps. An 1894. 8:o.

» » » Extrait à l'usage des écoles d'hydrographie

... An 1893. 8:o.

LOWRY, M., Ephémérides des étoiles de culmination lunaire et de longitude pour 1892. 4:o.

Rapport sur les observatoires astronomiques de province. Paris 1891. 8:o.

— *Observatoire.*

Catalogue. Positions observées des étoiles, 1837—1881. T. 2. (VI<sup>h</sup>—XII<sup>h</sup>). 1891. 4:o.

» Étoiles observées aux instruments méridiens, 1837—1881.

T. 2. (VI<sup>h</sup>—XII<sup>h</sup>). 1891. 4:o.

— *Société zoologique de France.*

Mémoires. T. 4(1891): N:o 3—5; 5(1892): 1. 8:o.

Bulletin. T. 16(1891): N:o 8—10; 17(1892): 1—3. 8:o.

**Pennsylvania.** *Geological survey.*

Second geological survey. AA. Atlas: P. 4b; 5—6. 1891. 8:o.

**Philadelphia.** *American entomological society.*

Transactions. Vol. 18(1891): Nr. 4; 19(1892): 1—2. 8:o.

**Philadelphia.** *American philosophical society.*

Transactions. New series. Vol. 17: P. 1-2. 1892. 4:o.

Proceedings. Vol. 30 (1892): N:o 137-138. 8:o.

**Potsdam.** *Astrophysikalisches Observatorium.*

Publikationen. Bd. 7: Th. 1. 1892. 4:o.

**Roma.** *Specola Vaticana.*

Pubblicazioni. Fasc. 2. 1891. 4:o.

**St. Louis.** *Academy of science.*

Transactions. Vol. 5: N:o 3-4; 6: 1. 1892. 8:o.

— *Missouri botanical garden.*

Annual report. 3 (1891). 8:o.

**San Fernando.** *Instituto y observatorio de marina.*

Almanaque nautico. Año 1892, 1894. st. 8:o.

**St. Petersburg.** *Comité géologique.*

Trudi. — Mémoires. Vol. 11: N:o 2; 13: 1. 1891-92. 4:o.

Isvestia. — Bulletin. 9 (1890): 9-10; 10 (1891): 1-5; 11 (1892): 1-4; 8-9. 8:o.

NIKITIN, S., Bibliothèque géologique de la Russie. Année 1890. 8:o.

**Sydney.** *Department of mines.*

Annual report. Year 1891. Fol.

— *Observatory.*

Description of the star camera. 1892. 4:o.

— *Public library.*

Historical records of N. South Wales. Vol. 1: P. 2. 1892. 8:o.

— *Royal society of N. South Wales.*

Journal and proceedings. Vol. 25 (1891). 8:o.

— *Linnean Society of N. South Wales.*

Proceedings. Vol. 6 (1891): P. 2-4; 7 (1892): 1. 8:o.

**Tokio.** *Imperial university.*

Journal of the College of science. Vol. 5: P. 1-2. 1892. 4:o.

**Torino.** *R. Osservatorio astronomico.*

Pubblicazioni. N:o 1. 1892. 4:o.

Effemeridi del sole e della luna per l'orizzonte di Torino 1892. 1891. 8:o.

**Toronto.** *Canadian Institute.*

Transactions. Vol. 2: P. 2. 1892. 8:o.

Annual archæological report. Session 1891. 8:o.

Småskrift. 1. 8:o.

**Toulouse.** *Académie des sciences, inscriptions et belles-lettres.*

Mémoires. (9) T. 3. 1891. 8:o.

**Utrecht.** *Physiologisch Laboratorium der Hoogeschool.*

Onderzoekingen. (4) 2: 1. 1891. 8:o.

**Warschau.** *Observatoire.*

Observations faites au cercle méridien. P. 1. 1892. 4:o.

**Washington.** *U. S. Coast and geodetic survey.*

Report, 1890 June. 4:o.

— *Smithsonian institution.*

Annual report, 1890 July. 8:o.

**Washington.** *Philosophical society.*

Bulletin. Vol. 11. 1892. 8:o.

**Wellington.** *New Zealand institute.*

Transactions and proceedings. Vol. 24(1891). 8:o.

— *Colonial museum and geological survey.*

Report on the Colonial museum and laboratory. 26(1890·91). 8:o.

Reports on geological explorations. 21(1890/91). 8:o.

**Wien.** *Zoologisch-botanische Gesellschaft.*

Verhandlungen. Bd. 42(1891): Qu. 1—2. 8:o.

**Professorn, hr. friherre J. A. Palmén i Helsingfors.**

Wissenschaftliche Ergebnisse der Finnischen Expedition nach der Halbinsel Kola, 1887—92. A: 1; B: 1—2. Hfors 1890—92. 8:o.

**Författarne.**

ANDERSSON, G., Studier öfver örtartade, slingraude stammars jämförande anatomi. 1. Lund 1892. 4:o.

— O. A., Zur kenntniss des sympathischen Nervensystems der urodelen Amphibien. Jena 1892. 8:o.

DE GEER, G., Quarternary changes of level in Scandinavia. New York 1891. 8:o.

THEEL, H., Report on the Holothuroidea [of the Voyage of H. M. S. Challenger, 1873—76]. P. 1—2. London 1881—85. 4:o.

— On the development of Echinocyamus pusillus (O. F. Müller). Ups. 1892. 4:o.

WESTERLUND, C. A., Fauna der in der paläarktischen Region lebenden Binnenconchylien. 1, 3, 6. Lund 1886—87. 8:o.

— Catalogus Molluscorum extramarinorum regionis palæarcticæ in collectione —. Karlsh. 1890. 8:o.

— Fundamenta malacologica. Lund 1892. 8:o.

BRUNS, H., Zur Theorie der astronomischen Strahlenbrechung. Lpz. 1891. 8:o.

GROSSMANN, E., Untersuchung über systematische Fehler bei Doppelsternbeobachtungen . . . Göttingen 1892. 4:o.

HAUSDORFF, F., Zur Theorie der astromischen Strahlenbrechung. Lpz. 1891. 8:o.

MATTHIESEN, H., Étude sur les courants et sur la temperature des eaux de la mer. Kra. 1892. 4:o.

OILLIER, L., Traité des résections . . . qu'on peut pratiquer sur le système osseux. T. 3. Paris 1891. 8:o.

PICTET, A., DE SAUSSURE, H., Iconographie de quelques Sauterelles vertes. Genève 1892. 4:o.

SAINT-LAGER, J., La propriété des noms de plantes. Paris 1890. 8:o.

— Considérations sur le polymorphisme de quelques espèces du genre Bupleurum. Paris 1892. 8:o.

— La guerre des Nymphes . . . Paris 1891. 8:o.





# ÖFVERSIGT

AF

## VETENSKÅPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

1892.

Nº 9.

Onsdagen den 9 November.

### INNEHÅLL:

ankomstens förhandlingar.....	sid. 393.
Dicyannaftalin och 1:2 Naftalindikarbonsyra.....	» 397.
Naftalinsulfonsyror .....	» 405.
7 Nitro-klor-naftalinsulfonsyra.....	» 417.
gra mollusker och Ostrakoder från kvartära sötvattens- land och Tyskland .....	» 425.
gra till Riksmuseets växtpaleontologiska afdelning in- efynd.....	» 429.
et d'une méthode pour déterminer avec grande ex- de réfraction et la dispersion de l'air.....	» 441.
ge zur Kenntniss der Edwardsien.....	» 451.
ne Methode zur Isolirung lebender Protoplaste.....	» 463.
emiens bibliotek ... . sidd. 395, 404, 416, 428, 450, 462, 475.	

gafs, att Akademiens utländske ledamot, Professorn  
omi vid Universitetet i Göttingen GEORG ADOLF  
d döden afgått.

rkan af komiterade antogos följande afhandlingar  
i Akademiens Handlingar: 1:o) »Studien über nor-  
n. I., af Fil. Licentiaten O. CARLGREN, och 2:o)  
ik und Verbreitung arktischer Collembola», af Fil.  
SCHÖTT.

Hr HASSELBERG dels refererade innehållet af en af honom sjelf författad uppsats: »Projet d'une méthode pour déterminer avec grande exactitude l'indice de réfraction et la dispersion de l'air»,\* och dels meddelade en uppsats af Filos. Kandidaten S. FORSLING: »Om absorptionspektra hos didyon och samarium i det ultraviolette systemet.» (Se Bihang till K. Vet. Akad. Handl.)

Hr. THÉEL redogjorde för sina undersökningar öfver echinodermernas utveckling och särskildt några mindre beaktade egenomligheter hos ägget vid olika klyfningsstadier.

Hr. PETTERSSON redogjorde för en af honom sjelf gemensamt med Hr. G. EKMAN i Göteborg utarbetad plan till en hydrografisk undersökning af Nordsjö- och Östersjöområdet, hvilken plan blifvit öfverenskommen vid senaste skandinaviska naturforskaremöte i Köpenhamn och skulle af de tre skandinaviska länderna gemensamt utföras under åren 1893 och 1894.

Hr. ROSÉN gaf en öfversigt af förhandlingarne vid den internationela jordmätningsskonferensen i Bryssel innevarande år.

Sekreteraren meddelade för införande i Akademiens skrifter följande inlemnade afhandlingar och uppsatser: 1:o »Om 1:2 Dicyannaftalin och 1:2 naftalindikarbonsyra», af Prof. P. T. CLEVE\*; 2:o »Om klornaftalinsulfonsyror», af densamme\*; 3:o »Om 1:2:7 Nitro-klor-naftalinsulfonsyra», af densamme\*; 4:o »Om en ny organisationstyp inom släktet Laminaria», af Prof. F. R. KJELLMAN (se Bihang etc.); 5:o »Om några mollusker och ostrakoder från kvartära sötvattensafslagringar i Ryssland och Tyskland», af Prof. A. G. NATHORST\*; 6:o »Om några till Naturhistoriska Riksmuseum inkomna torfmossefynd», af densamme\*; 7:o »Bemerkungen über einige Cestoden», af Docenten E. LÖNNBERG (se Bihang etc.); 8:o »Sur une certaine asymétrie dans les réseaux concaves de M. Rowland», af Docenten J. R. RYDBERG (se Bihang etc.); 9:o »Eine Methode zur Isolirung lebender Protoplasten», af Fil. Doktor J. AF KLERKER\*; 10: »Växtpaleontologiska undersökningar af svenska torfmossor», af Fil. Doktor G. ANDERSSON (se Bihang etc.); 11:o »Beiträge zur

Edwardsien», af Fil. Licentiaten O. CARLGREN\*;  
telinnervationer och körtelkapillarer hos Lepidop-  
om ett egendomligt muskelslag hos deras sfinkter-  
Med. Kandidaten E. HOLMGREN (se Bihang etc.);  
der från vestra och södra Afrika», af Fil. Doktor  
RAT (se Bihang etc.).

ett årsräntan å *Wallmarkska* donationen skulle,  
lika lotter, tilldelas, dels Professorn N. C. DUNÉR  
för hans nyligen offentliggjorda arbete: »Recher-  
otation du soleil», och dels Amanuensen Dr. N.  
m understöd för anställande af undersökningar  
och särskildt Sveriges klimat.

*nells* zoologiska gåfvomedel ställdes dels till Prof.  
förfogande ett belopp af 600 kronor såsom bidrag  
h underhåll af den zoologiska stationen vid Kri-  
dels till Prof. CHR. AURIVILLIUS' förfogande 500  
dnande och bearbetning af den samling insekter,  
amlade af Kandidaten Y. SJÖSTEDT i trakten af  
nyligen kommit Riksmuseum tillhanda.

ställda val kallades Professorn i kemi vid Bergs-  
Freiberg CLEMENS WINKLER och Gouvernements-  
Melbourne Baron FERDINAND VON MUELLER till  
möter af Akademien.

skänker anmälades:

#### Till Vetenskaps-Akademien's Bibliothek.

*elsovårdsnämnden.*

af Stockholms sanitära statistik. Årg. 16 (1891): N:o

*rologiska Observatorium.*

el. Vol. 23 (1891). 4:o.

*Norsk meteorologisk Institut.*

1890. 4:o.

beobachtungen und stündliche Temperaturbeobachtungen.

91. 4:o.

**Adelaide.** *Observatory.*

Meteorological observations made at A— and other places of South Australia and the Northern Territory under the direction of Ch. Todd. Year 1889. 4:o.

**Batavia.** *Magnetical and meteorological observatory.*

Observations. Vol. 13 (1890). 4:o.

Rainfall in the East Indian Archipelago. Year 12 (1890). 8:o.

**Berlin.** *K. Preussisches meteorologisches Institut.*

Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen. Jahr 1889: H. 3; 1891: 1—2; 1892: 1. 4:o.

Jahresbericht über die Beobachtungs-Ergebnisse . . . Jahrg. 17 (1891). 8:o.

Witterung. 1891: 1—12. 8:o.

Abhandlungen, hrag. von W. v. BEZOLD. Bd. 1: N:o 4—5. 1892. 4:o.

**— Meteorologische Abtheilung des forstlichen Versuchswesens in Preussen.**

Beobachtungs-Ergebnisse der . . . forstlich-meteorologischen Stationen. Jahrg. 17 (1891): N:o 1—12. 8:o.

**Bern.** *Département des Innern, Abth. Bauwesen. — Département fédéral de l'Intérieur, Section des travaux publics.*

Graphische Darstellung der Schweizerischen hydrometrischen Beobachtungen. 1891: 1a, 1b, 1c, 1d, 2a, 2b, 2c, 3—4, 5a, 5b, 6. Fol.

Tableau graphique des observations hydrométriques Suisses. 1891: 1a, 1b, 1c, 1d, 2a, 2b, 2c, 3—4, 5a, 5b, 6. Fol.

Graphische Darstellung der Lufttemperaturen und der Niederschlagshöhen. 1891: 1—3. Fol.

Tableau graphique des températures de l'air et des hauteurs pluviales. 1890: 1—3. Fol.

**Bombay.** *Government observatory.*

Magnetical and meteorological observations. 1888—1890. 4:o.

Brief sketch of the meteorology of the Bombay presidency. 1890/91. Fol.

**Bucuresci.** *Institut météorologique de Roumanie.*

Annales. — Annales. T. 5 (1889). 4:o.

**Budapest.** *K. Ungarische Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus.*

Jahrbücher. Bd 19 (1889). 4:o.

**Cambridge, U. S.** *Astronomical observatory of Harvard College.*

Annals. Vol. 19: P. 1; 20: 1—2; 21: 1—2; 22; 30: 1—2. 1889—91. 4:o.

**Chemnitz.** *K. Sächsisches meteorologisches Institut.*

Jahrbuch. Jahrg. 8 (1890): Abth. 3; 9 (1891): 1—2. 4:o.

Vorläufige Mittheilung der Beobachtungs-Ergebnisse von 12 Stationen 2:r Ordnung in Sachsen. Jahr 1891: N:o 1—12. Fol.

Wissenschaftliche Beilage der Leipziger Zeitung. 1891: N:o 46; 58; 70; 83—84; 97; 111; 122; 136; 150. 4:o.

**Coimbra.** *Observatorio meteorologico e magnetico da universidade.*

Observaciones meteorologicas e magneticas. Anno 1891. Fol.

(Forts. à sid. 404.)

Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

# 1 : 2 Dicyannaftalin och 1 : 2 Naftalin- dikarbonsyra.

Af P. T. CLEVE.

[Meddeladt den 9 November 1892.]

*Naftalin* —  $C_{10}H_8(CN)_2$  — erhöles genom torr de-  
n torr blandning af vattenfritt blodlutsalt och  
1 : 2 klornaftalinsulfonsyra.<sup>1)</sup> Blandningen upp-  
lägt destillationskärl af koppar, genom hvilket en  
f kolsyregas fick under hela operationen stryka.  
ett fast och kristalliniskt sublimat, som renas  
ng med kall etylalkohol och kristallisering ur ko-  
kohol eller benzol. Föreningen erhöles ur benzol  
färglösa nålar, som äro mycket svårlösliga i ko-  
men tämligen lätt lösas i kokande benzol. Smält-  
90°. Vätesuperoxid synes icke inverka på nitrilen.  
ng sublimerar den i flere centimeter långa, glän-  
lösa nålar.

gaf 31,8 kub.c. kväfgas t. 18° Bar. 762 m.m.

	Funnet.	Beräknadt.
N	16,15	15,73.

af *hydroxylamin* på *dicyannaftalin*. En molek.  
mol. hydroxylaminklorhydrat och 1 mol. natrium-  
es i alkohol, och lösningen värmdes på vattenbad

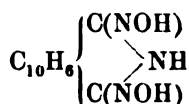
Sv. Vet.-Akad. Förh. 1891, N:o 8, p. 582.

under flere timmar, hvarunder ett svårlösligt, kristalliniskt pulver afsatte sig. Efter alkoholens afdestillering en annan, lättlöslig substans, som ej blef vidare utvunnen. Den svårlösliga produkten upptages endast spårvis af alkohol och kloroform. Den smälter vid 260°.

0,2621 gr. gaf 0,1039 gr.  $H_2O$  och 0,6118 gr.  $CO_2$   
0,1818 gr. gaf 28,3 kub.c. kväfgas t. 15° Bar.

C	63,68
H	4,39
N	18,36.

Denna sammansättning motsvarar formeln



som fordrar

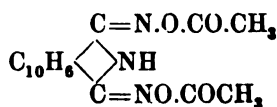
C	63,44
H	3,96
N	18,50.

Denna sammansättning bekräftas af den rena substansens hydrid utöfvar på föreningen. Uppvärmes man acetanhydrid, löses den lätt, och man erhåller en hvit massa, som omkristalliserades ur kokande kloroform afsvälning erhöles mikroskopiska, radiärt anordnade kristaller med smältpunkten 213°.

0,1628 gr. gaf 18,6 kub.c. kväfgas t. 16° Bar.  
0,2603 gr. gaf 0,1051 gr.  $H_2O$  och 0,5884 gr.  $CO_2$

C	61,65
H	4,48
N	13,49.

Denna sammansättning motsvarar ett diacetyl



C	61,74
H	4,18
N	13,51.

*ftalindikarbonsyra.*  $C_{10}H_6(COOH)_2$ . Dicyannaftalin  
er flere timmar med en blandning af koncentrerad  
amylalkohol. Produkten utskakades med vatten,  
araderades från amylalkohol och fälades med saltsyra,  
kristallinisk fällning af ett surt kaliumsalt erhöles.  
des med sodalösning, hvarvid ett lätt, hvitt pulver  
ilket fränfiltrerades, hvarefter lösningen försattes  
rt öfverskott af klorvätesyra och kokades. Syran  
afsvalning som ett tungt, gulaktigt kristallpulver.  
mering erhöles deraf anhydrid, som länge kokades  
Vattenlösningen gaf efter afdunstning ren karbon-  
af mycket små, tunga, korta prismer, som tämligen  
kokande vatten, men voro svårlösliga i kallt vatten.  
ing till  $175^\circ$  smälter syran och afger vatten.

gr. öfver svafvelsyra torkad substans gaf 0,0780 gr.  
254 gr.  $CO_2$ .

	Funnet.	Beräknadt.
C	66,50	66,67
H	4,02	3,70.

*den* —  $C_{10}H_6(CO)_2O$  — erhöles genom syrans subli-  
om syran upphettas med fosforpentaklorid till  
Den sublimerar i långa, färglösa nålar med smält-  
°. Den är nästan olöslig i vatten, men öfvergår  
med vatten långsamt till dikarbonsyra. Den löses  
i benzol.

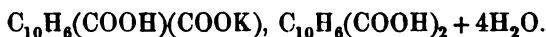
gr. gaf 0,0875 gr.  $H_2O$  oah 0,7850 gr.  $CO_2$ .

	Funnet.	Beräknadt.
C	72,72	72,72
H	3,30	3,03.



Anhydriden förhåller sig som ftalsyreanhydrid. Upphetas den med karbolsyra och zinkklorid, erhåller man en ftalein, som kristalliserar i färglösa, fina nålar, hvilka af alkalier lösas med fuksinröd färg aldeles som fenolftalein. Med resorcin och klorzink erhålles ett praktfullt fluorescein likt fluorescein af ftalsyra. Med pyrokatekin och klorzink erhålles en i vatten löslig, kristalliserbar produkt, som af alkalier löses med mörkt blågrön färg.

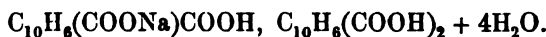
*Kaliumsalter.* Löser man syran och en till neutralisering beräknad mängd kaliumkarbonat i vatten, erhåller man efter afdunstning en sirapstjock lösning, ur hvilken tunna, tafvelformiga kristaller afsätta sig. Sätter man till lösningen af detta, antagligen neutrala salt ättiksyra, uppstår genast en riklig fällning af mikroskopiska, till bällar hopfogade nålar, hvilka ej afgifva vatten öfver svafvelsyra. Upphetas saltet till 100° bortgår kristallvatten, och redan vid 130° anhydrid. Saltets sammansättning motsvarar formeln



0,2884 gr. förlorade vid 100° 0,0873 gr. och gaf 0,0492 gr.  $\text{K}_2\text{SO}_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
K	7,66	7,21
H <sub>2</sub> O	12,93	13,28.

*Natriumsalter.* Löser man syran och en beräknad mängd soda i vatten, erhåller man en lösning, som först när den koncentrerats till sirapstjocklek afsätter otydligt utbildade, små kristaller antagligen af neutralt salt. Blandar man lösningen med ättiksyra, afsätta sig efter några minuter knippen af svår-lösliga prismar, hvilkas sammansättning motsvarar formeln



Saltet förlorar intet vatten öfver svafvelsyra.

0,3249 gr. förlorade vid 100° 0,0428 gr. och gaf 0,0441 gr.  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Na	4,40	4,37
H <sub>2</sub> O	13,17	13,69.

*saltet.* Det neutrala saltet är mycket lösligt vid vanlig temperatur förlora amoniak, så att surt, lösligt salt uppstår.

*saltet* erhålles som en amorf, olöslig hvit fällning, af dikarbonsyran blandas med silfverniträt.

*umsaltet.* En lösning af dikarbonsyran löser magnesiumat, och lösningen ger efter afdunstning en amorf, massa.

*saltet* —  $C_{10}H_8C_2O_4Ca + H_2O$  — erhöles genom att karbonat med en lösning af syran. Lösningen af afdunstning i värme tafvelformiga, mikroskopiska, ej kristaller, som äro mycket svårlösliga både i kallt vatten.

gr. förlorade långsamt vatten vid 100° och efter till 170° 0,0209 gr. samt gaf 0,1555 gr.  $CaSO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Ca	14,96	14,70
H <sub>2</sub> O	6,84	6,61.

*saltet.* —  $C_{10}H_8C_2O_4Ba$  — En lösning af syran karbonat, filtrerades och afdunstades. Under afsatte sig ett mycket svårlösligt salt i mikroskopiska, som ej innehöllo kristallvatten.

gr. gaf 0,2221 gr.  $BaSO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Ba	38,45	39,03.

*salt* —  $(C_{10}H_8COOH CO)_2Ba + 8H_2O$  — erhöles det sura natriumsaltet kokades med vatten och mat. Den hett filtrerade lösningen afsatte vid afdunstning, böjligen, till halfklotformiga aggregat förenade någorlunda genom pressning befrias från moderlut, hvar del analys torkades öfver svafvelsyra.

gr. förlorade vid 100° till 120° 0,0425 gr. och gaf  $CaSO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Ba	19,67	20,18
H <sub>2</sub> O	21,34	21,21.

*Blysaltet* erhöills genom fällning af en lösning af surt natriumsalt med blysocker och bildar en hvit, gelatinös, olöslig fällning. Vid 100° torkadt salt gaf 48,18 proc. Pb, ber. 49,17.

*Kopparsaltet* — C<sub>10</sub>H<sub>8</sub>C<sub>2</sub>O<sub>4</sub>Cu — erhöills af en lösning af syran och kopparhydrat. Det bildar ett nästan olösligt, ogenomskinligt och amorft, smaragdgrönt pulver.

0,2396 gr. vid 100° torkadt salt gaf 0,0682 gr. CuO.

	Funnet.	Beräknadt.
Cu	22,70	22,84.

*Amiden* — C<sub>10</sub>H<sub>8</sub>(CONH<sub>2</sub>)<sub>2</sub>. — Om dicyannaftalin värmes med alkohol och natronlut, löses den tämligen lätt utan att amoniak bortgår. Efter tillsats af vatten och afdunstning af alkoholen erhöillos rombiska, tafvelformiga kristaller, hopfogade till halfsferiska aggregat. Föreningen är svårlöslig i vatten, nästan olöslig i alkohol, men löses lätt i natronlut. Ur natronlösningen falla vid tillsats af klorvätesyra tunna, tafvelformiga kristaller. Upphetts amiden, smälter den vid 265° under sönderdelning. Sker upphettningen i kolf, bortgår ammoniak, och man erhöiller långa nålar sublimerade.

0,2686 gr. vid 130° torkad substans gaf 30,2 kub.c. kväfgas t. 21,5°, Bar. 763 m.m.

0,2493 gr. gaf 0,6122 gr. CO<sub>2</sub> och 0,1118 gr. H<sub>2</sub>O.

	Funnet.	Beräknadt.
C	66,98	67,29
H	4,97	4,67
N	13,13	13,08.

*Imiden* — C<sub>10</sub>H<sub>8</sub>(C<sub>2</sub>O<sub>2</sub>NH) — erhöills genom upphettning af amiden, som dervid under utveckling af amoniak smälte. Återstoden sublimerar i gula, 5 till 6 centimeter långa nålar, med smältpunkt 224°. Samma smältpunkt efter kristallisering ur

öses svårt i kokande benzol och kloroform, hvarur  
valning kristalliserar i små nålar, betydligt lättare i  
tika.

gr. gaf 0,6395 gr.  $\text{CO}_2$  och 0,083 gr.  $\text{H}_2\text{O}$ .

r. gaf 15,8 kub.c. kväfgas t.  $17^\circ$  Bar. 761 m.m.

	Funnet.	Beräknadt.
--	---------	------------

C	73,00	73,09
---	-------	-------

H	3,85	3,55
---	------	------

N	7,16	7,11.
---	------	-------

ger vid upphettning med zinkklorid och resorcin ett  
fluorescinliknande färgämne.

---

## Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. från sid. 396.)

- Colon.** *Observatorio meteorológico del Collegio pio.*  
Boletin mensual. Año 3 (1891): N:o 3—7. Montevideo. 4:o.
- Dorpat.** *Meteorologisches Observatorium der Universität.*  
Meteorologische Beobachtungen. Jahr 1889—91. 4:o.
- Edinburgh.** *Scottish meteorological society.*  
Journal. (3) Vol. 9: N:o 8 (1890). 8:o.
- Finne.** *K. K. Marine-Akademie.*  
Meteorologische Beobachtungen. Jahr 1891: 1—12 & Resultate. 8:o.
- Genève et le Grand Saint-Bernhard.** [*Stations.*]  
Résumé météorologique par A. KAMMERMANN. 1891. 8:o.
- Genova.** *Osservatorio meteorologico della R. Università.*  
Stato meteorologico e magnetico di Genova. Anno 57 (1889)—59 (1891). 4:o.
- Habana.** *R. Colegio de Belen de la Compañia de Jesus.*  
Observaciones magnéticas y meteorológicas. 1889: Sem. 1. Fol.
- Hamburg.** *Deutsche Seewarte.*  
Wetterbericht. Jahrg. 16 (1891): N:o 1—365. Fol.  
»      Korrekturen und Nachträge. 1891: N:o 1—12. Fol.  
Deutsches meteorologisches Jahrbuch. Jahrg. 13 (1890). 4:o.  
Aus dem Archiv der Deutschen Seewarte. Jahrg. 14 (1890). 4:o.  
Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen im Systeme der Deutschen Seewarte für das Lustrum 1886—1890. 4:o.  
Deutsche Überseeische meteorologische Beobachtungen. H. 4. 1892. 4:o.  
Monatsbericht. Jahrg. 16 (1891): 1—12 & Beiheft 1—2. 8:o.
- Helsingfors.** *Finska Vetenskaps-societeten.*  
Observations publiées par l'Institut météorologique central. Vol. 9 (1890): Livr. 1.; 10 (1891): 1. 4:o.  
Meteorologiskt Veckoblad. Vol. 3 (1891): N:o 1—27. Fol.  
Klimatologiska iakttagelser i Finland. Del 1 (1846—1855): 1. Natural-historiska anteckningar, ordnade och sammanställda af A. MOBERG. 1860. 8:o.
- Kalocsa.** *Haynald-Observatorium.*  
Meteorologische Beobachtungen in den Jahren 1886—88. 4:o.
- Karlsruhe.** *Centralbureau für Meteorologie und Hydrographie.*  
Jahresbericht. Jahr 1891: Th. 2. 4:o.  
Niederschlagsbeobachtungen der Meteorologischen Stationen im Grossherzogthum Baden. 1890: Halbj. 1—2; 1891: 1—2. 4:o.
- Kiel.** *Ministerial-Kommission zur Untersuchung der Deutschen Meere.*  
Ergebnisse der Beobachtungsstationen an den Deutschen Küsten. Jahrg. 1891: H. 1—9. Tv. 4:o.

(Forts. å sid. 416.)

Meddelanden från Upsala kemiska laboratorium.

## 214) Om Klornaftalinsulfonsyror.

Af P. T. CLEVE.

[Meddeladt den 9 November 1892.]

Det äro 14 isomeriska monoklornaftalinsulfonsyror  
nämnligen 7  $\alpha$  klorsulfonsyror och 7  $\beta$  klorsulfonsyror.  
Redan 6  $\alpha$  syror; men endast 2  $\beta$  klorsulfonsyror  
härutaf räkna beskrefna.

De monoklorsulfonsyrorna äro följande:

Den ena är beskrefven af CLEVE i Öfvers. K. Sv. Vet.-  
Skrift. 1891, p. 582. Sedan dess har kloriden erhållits  
i mätbara kristaller, hvilka blifvit kristallogra-  
fiska af Herr C. MORTON, som deröfver meddelat

symmetriska kristaller, utdragna efter vertikalaxeln  
de af

$OP(001)$ ;  $\infty P\infty(100)$ ;  $\infty P\infty(010)$ .

$001:100=86^{\circ} 35'$

$001:010=90^{\circ}$

$010:100=90^{\circ} 4'$ .

Den andra är framställd af CLEVE och beskrefven i Öfvers.

p. 287 under benämningen  $\gamma$ -klorsulfonsyra.

Den tredje erhöles af ARNELL genom inverkan af svafvel-  
monoklornaftalin (Öfvers. 1883, N:o 3, p. 63) samt  
beskrefven i hans Akad. Afh. Bidr. till kännedom om  
sulfonsyror (1889 p. 11). Samma syra framställdes  
medels diazoreaktionen af naftionsyra (Öfvers. 1886,  
p. 19).

1:5 syran erhöills af CLEVE medels diazoreaktionen af 1:5 amidosulfonsyra (Öfvers. 1886, N:o 10, p. 312) samt af ARNELL genom inverkan af svafvelsyra på  $\alpha$ -monoklor-naftalin (Bidrag p. 9). Samma syra erhöills af HELLSTRÖM (Öfvers. 1889, N:o 2, p. 113) genom inverkan af alkohol på 1:2:5 klordiazonaf-talinsulfonsyra.

1:6 syran erhöills af CLEVE medels diazoreaktionen af mot-svarande (s. k.  $\beta$ ) amidosulfonsyra (Öfvers. 1886, N:o 10, p. 316).

1:8 syran erhöills af CLEVE (Öfvers. 1889, N:o 9, p. 544) af perinitrosulfonsyra, hvars kaliumsalt med fosforpentaklorid gaf kloriden till denna syra.

2:6 syran erhöills af ARNELL (Öfvers. 1885, N:o 5, p. 25, Bidrag p. 31) genom inverkan af svafvelsyra på  $\beta$ -klornaftalin. Samma syra erhöills af FORSLING (Öfvers. 1887, N:o 1, p. 35) af den BRÖNNERSKA amidosulfonsyran genom diazoreaktionen.

2:8 syran erhöills af ARNELL genom inverkan af svafvel-syra på  $\beta$ -klornaftalin (Öfvers. 1885, N:o 5, p. 26; Bidr. p. 24).

Slutligen har ARMSTRONG uppgifvit smältpunkterna på kloriderna till 2:5 syran ( $70^\circ$ ) och 2:7 syran ( $86^\circ$ ) (Third report for the investigation of isomeric naphthalene Derivatives Brit. Ass. 1888, p. 2) men ej närmare beskrifvit dessa syror.

För en i gäng varande undersökning öfver inverkan af salpetersyra på klorsulfonsyrornas klorider har jag framställt och undersökt trenne klorsulfonsyror, nämligen de bägge sistnämnda af ARMSTRONG framställda, men ej beskrifna  $\beta$ -syrorna samt den hittills okända sista af  $\alpha$ -klorsulfonsyrorna, nämligen 1:7 syran och får jag i det följande lemna redogörelse för dessa undersökningar:

### 1:7 Klorsulfonsyra.

Syran erhöills genom SANDMEYERS metod af 1:7 amido-sulfonsyra (s. k. 9-syra). Den är löslig och bildar fina, till halfklotformiga massor grupperade nålar.

Kaliumsaltet,  $C_{10}H_6ClSO_3K$ , kristalliserar i fina, långa, spröda och tämligen lösliga nålar, som äro vattenfria.

0,3204 gr. gaf 0,097 gr.  $K_2SO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
K	13,60	13,94.

*Silfversaltet*,  $C_{10}H_6ClSO_3Ag$ , bildar lättlösliga, tunna och glänsande kristallblad, som ej innehålla vatten.

0,2721 gr. gaf 0,1104 gr.  $AgCl$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Ag	30,54	30,85.

*Bariumsaltet*,  $(C_{10}H_6ClSO_3)_2Ba + 3H_2O$ , bildar tunna och glänsande, i hett vatten ganska lösliga kristallblad.

0,3865 gr. förlorade vid  $130^\circ$  0,0319 gr. och gaf 0,1315 gr.  $BaSO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Ba	20,01	20,33
$H_2O$	8,25	8,01.

*Etyletern*,  $C_{10}H_6Cl \cdot SO_3 \cdot C_2H_5$ , kristalliserar ur alkohol i stora, tunna och platta prismer med smältpunkten  $90^\circ$ .

0,201 gr. gaf 0,0793 gr.  $H_2O$  och 0,3957 gr.  $CO_2$ .

	Funnet.	Beräknadt.
C	53,68	53,25
H	4,38	4,07.

Herr C. MORTON har om etyleterns kristallform meddelat följande:

Kristallsystem: Monosymmetriskt. Uppträdande former:

$\infty P$  (110);  $0P$  (001);  $\infty P\infty$  (100);  $P\infty$  (101).

Axelförhållandet:

$$a : b : c = 2,8609 : 1 : 2,566.$$

$$\beta = 73^\circ.$$

De optiska axlarnes plan är parallelt med symmetriplanet. En optisk axel utträder strax utom synfältet på  $\infty P\infty$ . Kristallerna prismatiskt utdragna efter ortoaxeln.

*Kloriden*,  $C_{10}H_6ClSO_2Cl$ , kristalliserar i stora, väl utbildade kristaller, lättlösliga i isättika, benzol och kolsvafva, men svår-lösliga i gasolja. Smältpunkt  $94^\circ$ .



0,2887 gr. gaf 0,317 gr. AgCl.

0,2789 gr. gaf 0,2516 gr. BaSO<sub>4</sub>.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	27,16	27,15
S	12,39	12,27.

Kristallerna af kloriden hafva blifvit undersökt  
MORTON som derom meddelat:

»Monosymmetriska kristaller, tjockt tafvelformiga  
planet. Comb.

$\infty P$  (110);  $OP$  (001)

$110 : 1\bar{1}0 = 95^\circ 16'$

$110 : 001 = 66^\circ 24'$

här af axelförhållandet

$a : b : c = 1,363 : 1 : ?$

$\beta = 53^\circ 33'.$

*Amiden*, C<sub>10</sub>H<sub>6</sub>ClSO<sub>2</sub>NH<sub>2</sub>, erhöles af kloriden o  
amoniak. Den bildar fina kristallnålar med smältp

0,256 gr. gaf 12,2 kub.c. kväfgas t. 14,5° Bor

N	5,73	5,81.
---	------	-------

## 2 : 5 Klorsulfonsyra.

Syran erhöles medels SANDMEYERS metod af  
amidosyra. Ur koncentrerad lösning kristalliserar  
ligen stora, tafvelformiga kristaller.

*Kaliumsaltet*, C<sub>10</sub>H<sub>6</sub>ClSO<sub>3</sub>K + H<sub>2</sub>O, bildar fär  
nålar lättlösliga i hett vatten och tämligen lösliga  
vatten. Saltet förlorar hastigt, redan under utpres  
papper, kristallvatten, (funnet 5,27 proc. ber. 6,03)

0,234 öfver svafvelsyra torkadt salt gaf 0,072

	Funnet.	Beräknadt.
K	13,83	13,94.

*Natriumsaltet*, C<sub>10</sub>H<sub>6</sub>ClSO<sub>3</sub>Na + H<sub>2</sub>O, är tämlig  
och kristalliserar i små, platta nålar.

... mellan papper pressadt salt förlorade vid 130°  
... gaf 0,0551 gr.  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Na	8,04	8,23
$\text{H}_2\text{O}$	6,85	6,44.

... bildar tämligen lösliga, silfverglänsande kristall-

...  $(\text{C}_{10}\text{H}_6\text{ClSO}_3)_2\text{Ca} + 2\text{H}_2\text{O}$ , är tämligen svår-  
... fettglänsande fjäll.

... förlorade vid 130° 0,0097 gr. och vid 170°—  
... 0,0038 gr. samt gaf 0,0563  $\text{CaSO}_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Ca	7,00	7,16
$\text{H}_2\text{O}$	5,71	6,44.

...  $(\text{C}_{10}\text{H}_6\text{ClSO}_3)_2\text{Ba} + 2\text{H}_2\text{O}$ , är ganska svårlös-  
... klotrunda gyttringar af tätt packade kristaller.

... förlorade vid 130° 0,0185 gr. och gaf 0,1147 gr.

	Funnet.	Beräknadt.
Ba	20,36	20,89
$\text{H}_2\text{O}$	5,58	5,49.

...  $(\text{C}_{10}\text{H}_6\text{ClSO}_3)_2\text{Zn} + 6\text{H}_2\text{O}$ , bildar fettglänsande,  
... lösliga kristallfjäll.

... förlorade vid 130° 0,0345 gr. och vid 180° ytter-  
... gr. samt gaf 0,0360 gr.  $\text{ZnO}$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Zn	9,74	9,91
$\text{H}_2\text{O}$	16,55	16,47.

...  $(\text{C}_{10}\text{H}_6\text{ClSO}_3)_2\text{Cu} + 7\text{H}_2\text{O}$ , bildar tunna tafvel-  
... allar, lättlösliga i hett vatten, tämligen svårlösliga

... Saltet vittrar öfver svafvelsyra och förlorar der-  
...  $\text{H}_2\text{O}$ , vid 100°  $5\text{H}_2\text{O}$ .

... förlorade öfver svafvelsyra 0,0190 gr., vid 100°  
... 0,0115 gr. och vid 180° 0,0130 gr. samt gaf 0,0259

	Funnet.	Beräknadt.
Cu	8,95	9,39
H <sub>2</sub> O	18,86	18,76.

*Etyletern*, C<sub>10</sub>H<sub>6</sub>ClSO<sub>3</sub>C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>, erhöles genom inverkan af etyljodid på silfversaltet och anskjuter ur alkohol i stora, tämligen svårösliga prismer med smältpunkten 114,5°.

0,1967 gr. gaf 0,0794 gr. H<sub>2</sub>O och 0,3822 gr. CO<sub>2</sub>.

	Funnet.	Beräknadt.
C	53,00	53,25
H	4,48	4,07.

Herr C. MORTON har angående kristallformen meddelat följande:

Kristallsystem: monosymmetriskt. Uppträdande former:  $\infty P$  (110);  $\infty P\infty$  (010);  $\infty P\infty$  (100);  $P\infty$  (011).

Axelförhållandet:

$$a : b : c = 0,64117 : 1 : 0,31401.$$

$$\beta = 82^\circ 51'.$$

De optiska axlarnes plan är parallelt med symmetriplanet. En optisk axel utträder strax utom synfältet på  $\infty P\infty$ . Kristallerna prismatiskt utbildade efter vertikalaxeln.

*Kloriden*, C<sub>10</sub>H<sub>6</sub>ClSO<sub>2</sub>Cl, bildar stora kristaller, lättösliga i benzol, kloroform och isättika, men svårösliga i ligroin. Smältpunkt 69°.

0,1889 gr. gaf 0,2066 gr. AgCl.

0,1162 gr. gaf 0,1005 gr. BaSO<sub>4</sub>.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	27,06	27,15
S	11,88	12,27.

*Amiden*, C<sub>10</sub>H<sub>6</sub>ClSO<sub>2</sub>NH<sub>2</sub>, bildar silfverglänsande fjäll, tämligen lättösliga i kokande alkohol. Smältpunkt 214°.

0,2503 gr. gaf 12,6 kub.c. t. 17,2° Bar. 758 m.m.

	Funnet.	Beräknadt.
N	5,92	5,81.

## 2:7 Klorsulfonsyra.

hölls af den s. k. *F* eller *A*-amidosulfonsyran. Sulfonsalt diazoterades med kaliumnitrit och saltsyra, och den resulterande lösningen koncentrerades till en tjockflytning och grofkristallinisk diazosyra erhöles. Denna omvandlades af kopparklorur i saltsyra. Efter neutraliseringen med natriumkarbonat erhöles syrans kaliumsalt som ett tungt, svårlösligt, i kallt vatten svårlösligt kristalliniskt salt. Detta genom fosforpentaklorid öfverfördes till klorid, och dess derivat framställes.

Krystalliserar ur en koncentrerad lösning i stora, platta, ofta i långa, tafvelformiga kristaller med smält-

Vid upphettning till 120° förlorade syran 22,01 procent vatten, hvilket motsvarar formeln  $C_{10}H_6ClSO_3H + 4H_2O$  (beräknadt). Den fria syran smälter vid 118°.

Krystalliserade syrans kristallform har blifvit undersökt af H. M. H. ORTON, som derom meddelat:

Prismatiska kristaller, tafvelformiga efter basplanet.

$\infty P$  (110);  $0P$  (001);  $\infty P\infty$  (100)

110 : 100 = 40° 45'.

001 : 100 = 75° 15'.

Beräknades axelförhållandet:

$a : b : c = 0,8909 : 1 : ?$

$\beta = 75^\circ 15'.$

Den fria syran,  $C_{10}H_6ClSO_3K + H_2O$ , bildar långa, fina, och svårlösliga i hett vatten, svårlösliga i kallt vatten. Vid upphettning mellan papper pressadt salt förlorade öfver svafvelsyra och gaf 0,0776 gr.  $K_2SO_4$ .

Funnet.

Beräknadt.

K 13,06

13,10

$H_2O$  5,99

6,03.

Den fria syran bildar långa, silkesglänsande nålar, lättlösliga i hett vatten, svårlösliga i kallt vatten, vittrar i torr luft och i 1 mol. vatten (f. 7,59 b. 6,37 procent).

*Silfversaltet*,  $C_{10}H_6ClSO_3Ag$ , bidar tunna, färglösa, silfverglänsande blad, som äro tämligen lösliga i hett vatten.

0,2122 gr. gaf 0,0858 gr.  $AgCl$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Ag.	30,43	30,85.

*Magnesiumsaltet*,  $(C_{10}H_6ClSO_3)_2Mg + 8H_2O$ , kristalliserar i tämligen svårösliga nålar, som ej vittra öfver svafvelsyra, förlora  $6H_2O$  vid  $130^\circ$  och det öfriga vattnet vid  $170^\circ$ .

0,2757 gr. förlorade vid  $130^\circ$  0,0466 gr. och vid  $170^\circ$  ytterligare 0,0141 gr. samt gaf 0,0504 gr.  $MgSO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Mg	3,74	3,69
$H_2O$	22,53	22,13.

*Kalciumsaltet*,  $(C_{10}H_6ClSO_3)_2Ca + 8H_2O$ , anskjuter i väl utbildade, i vatten tämligen lösliga, sexsidiga taflor, som vittra i torr luft.

0,1659 gr. förlorade vid  $130^\circ$  0,0348 gr.  $H_2O$  och gaf 0,0334 gr.  $CaSO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Ca	5,92	6,00
$H_2O$	20,97	21,66.

*Bariumsaltet*,  $(C_{10}H_6ClSO_3)_2Ba + H_2O$ , är mycket svårösligt äfven i kokande vatten och kristalliserar i små, platta nålar. Saltet vittrar icke öfver svafvelsyra, men förlorar allt vattnet vid  $130^\circ$  (f. 2,75; b. 2,15).

0,1808 gr. vattenfritt salt gaf 0,0681 gr.  $BaSO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Ba	22,15	22,11.

*Blysaltet* bildar små, platta, ganska svårösliga nålar, som ej vittra öfver svafvelsyra och vid  $130^\circ$  förlora 4,78 proc. kristallvatten, hvilket motsvarar 2 mol. (ber. 4,96).

*Zinksaltet*,  $(C_{10}H_6ClSO_3)_2Zn + 8H_2O$ , är tämligen svåröslig och bildar glänsande nålar, hvilka icke vittra i torr luft. De förlorar 6 mol.  $H_2O$  vid  $130^\circ$  det öfriga vid  $170^\circ$ — $180^\circ$ .

gr. förlorade vid 130° 0,0479 gr. vid 180° 0,0154  
0,0360 gr. ZnO.

	Funnet.	Beräknadt.
Zn	9,50	9,39
H <sub>2</sub> O	20,83	20,82.

altet,  $(C_{10}H_6ClSO_3)_2Cu + 8H_2O$ , tunna, i hett vatten  
a kristallfjäll, som vittra öfver svafvelsyra. Saltet  
0 vid 130° och det öfriga vid 180°.

gr. förlorade vid 130° 0,0364 gr., vid 180° ytterligare  
amt gaf 0,0265 gr. CuO.

	Funnet.	Beräknadt.
Cu	9,16	9,13
H <sub>2</sub> O	20,20	20,87.

rn,  $C_{10}H_6Cl \cdot SO_3 \cdot CH_3$ , erhöills af silfversaltet och  
amt bildar väl utbildade, i alkohol tämligen lösliga  
l smältpunkten 89°.

gr. gaf 0,0772 gr. H<sub>2</sub>O och 0,4263 gr. CO<sub>2</sub>.

	Funnet.	Beräknadt.
C	51,27	51,48
H	3,78	3,51.

MORTON har angående kristallformen meddelat

system: monosymmetriskt. Uppträdande former:

0P (001); ∞P (110).

Ållandet:

$a : b : c = 0,76179 : 1 : c.$

$\beta = 50^\circ 35'.$

ska axlarnes plan är parallelt med symmetriplanet.

utträder en optisk axel i kanten af synfältet.

rna tafvelformiga efter basplanet.

,  $C_{10}H_6ClSO_3C_2H_5$ , liknar metyletern. Smältpunkten

gr. gaf 0,5610 gr. CO<sub>2</sub> och 0,1087 gr. H<sub>2</sub>O.

	Funnet.	Beräknad
C	52,89	53,25
H	4,18	4,07.

*Kloriden*,  $C_{10}H_6Cl \cdot SO_2Cl$ , bildar stora, västaller, som lätt lösas i isättika, benzol, kloroform men äro svårslösliga i gasolja. Smältpunkt 86,5°

0,2316 gr. gaf 0,2519 gr.  $AgCl$ .

0,2389 gr. gaf 0,2147 gr.  $BaSO_4$ .

	Funnet.	Beräknad
Cl	26,91	27,15
S	12,34	12,27.

Monosymmetriska kristaller, tjockt tafvelforplanet.

Comb.  $\infty P$  (110);  $OP$  (001);  $P$  ( $\bar{1}11$ )

$110 : 001 = 66^\circ 5'$

$110 : 1\bar{1}0 = 70^\circ 52'$

$\bar{1}\bar{1}1 : \bar{1}11 = 66^\circ 25'$

$\bar{1}11 : \bar{1}10 = 54^\circ 15'$

häraf beräknades axelförhållandet:

$a : b : c = 0,82043 : 1 : 0,89476$ .

$\beta = 60^\circ 10'$ .

*Amiden*,  $C_{10}H_6ClSO_2NH_2$ , bildar tjocka, i alkohol lättlösliga prizmer med smältpunkten 170°

0,2547 gr. gaf 13,1 kub.c. kväfgas t. 18° B.

	Funnet.	Beräknad
N	5,88	5,81.

Öfversigt af smältpunkterna på derivat af monoklor-naftalinsulfonsyror:

Syran.	Klorid.	Amid.	Metyleter.
1 : 2	80°	öfver 250°	—
1 : 3	106°	168°	—
1 : 4	95°	187°	83°
1 : 5	95°	226°	—
1 : 6	115°	216°	—

Klorid.	Amid.	Metyleter.	Etyleter.
94°	181°	—	90°
101°	197°	70°	67,5°
69°	214°	—	114,5°
110°	184°	89°	79°
86,5°	176°	89°	65°
129°	235°	115°	90°.

---



## Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. fr. sid. 404.)

- Kjöbenhavn.** *Dansk Meteorologisk Institut.*  
 Maanedsoversigt. Aar 1891: 1—12. Fol.  
 Meteorologisk Aarbog. Aar 1888: D. 2; 1889: 1—3; 1890: 1, 3; 1891: 1, 3. Fol.  
 Bulletin météorologique du nord. Année 1891: 1—12. Tv. 4:o.
- Krakau.** *K. K. Sternwarte.*  
 Meteorologische Beobachtungen. Jahr 1891: 1—12 & Resultate. 8:o.  
 — *K. Vetenskaps-Akademiens meteorologiska section.*  
 Materijaty do klimatografii Galicyi. Rok 1891. 8:o.  
 Stan wody ... De Galiziska flodernas vattenstånd jemte nederbörden.  
 Rok 1889—1890. Lwów. 8:o.
- London.** *Meteorological office.*  
 Daily weather report. Year 1891: N:o 1—365; Additions and Corrections. 1—12. 4:o.  
 Weekly weather report. 8(1891): 1—52; Appendix 1—2. 4:o.  
 Summary of the observations made at the stations included in the Daily and Weekly weather reports. 1891: 1—12. 4:o.  
 Official publications. N:o 80; 92—93; 97—98. 1891. 8:o, 4:o & st. Tv. fol.  
 Report of the Meteorological council to the Royal Society. 1891<sup>11</sup>/<sub>1</sub>. 8:o.  
 — *R. Meteorological society.*  
 Quarterly journal. Vol. 17(1891). 8:o.  
 Meteorological record. Vol. 11(1891): N:o 41—43. 8:o.  
 MARRIOTT, W., Hints to meteorological observers, with instructions for taking observations and tables for their reduction. Ed. 3. London 1892. 8:o.
- Luxembourg.** *Institut Grand-Ducal.*  
 Observations météorologiques faites par F. REUTER-CHOMÉ. Vol. 5 (1884—1888). 1890. 8:o.
- Madras.** *Government observatory.*  
 Results of the meteorological observations 1861—1890. 1892. 4:o.
- Manila.** *Observatorio meteorológico bajo la direccion de los PP de la Compañia de Jesús.*  
 Observaciones. 1890: Apéndice; 1891: 1—8. 4:o.
- Marseille.** *Commission météorologique du dép. des Bouches-du-Rhône.*  
 Bulletin annuel. Année 9(1890). 4:o.
- Mauritius.** *R. Alfred observatory.*  
 Annual report. 1888—1889. Fol.  
 Meteorological results. 1890. Fol.  
 , observations. 1891. Fol.

(Forts. &amp; sid. 428.)

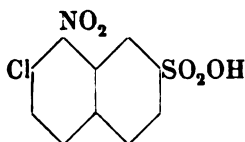
Meddelanden från Upsala kemiska laboratorium.

## Om 1 : 2 : 7 Nitro-klor-naftalinsulfonsyra.

Af P. T. CLEVE.

[Meddeladt den 9 November 1892.]

### 1 : 2 : 7 Nitroklorsulfonsyra.



fint pulveriserad klorid af 2 : 7 klorsulfonsyra i små  
införes i rykande salpetersyra, som afkyles med kallt  
fästa sig nästan ögonblickligen fina kristallnålar, hvaraf  
telnar. Produkten togs på glasull, tvättades med ättik-  
kristalliserades ur detta lösningsmedel. Af kloriden  
es genom kokning med barytvatten, bariumsalt och  
ga derivat. Syran sjelf blef icke undersökt.

2 : 7 klorsulfonsyrekloridens nitrering bildas hufvudsak-  
tt en produkt. Uti de sista moderlutarne stannade  
ännu en produkt, som var jämförelsevis löslig i  
och hade smältpunkten  $145^{\circ}$ , men mängden var så obe-  
den icke kunde erhållas fullt ren och därför icke blef  
d.

umsaltet,  $C_{10}H_5(NO_2)ClSO_3K$ , är lösligt i kokande  
vårsligt i kallt och kristalliserar i blekgula nålar.  
gr. öfver svafvelsyra torkadt salt förlorade intet vat-  
 $100^{\circ}$  och gaf 0,0898 gr.  $K_2SO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
K	12,04	12,01.

*Natriumsaltet* bildar platta, lättlösliga, gula nålar.

*Silfversaltet* utgör fina, nästan hvita, i hett vatten lösbara nålar.

*Kalciumsaltet*,  $(C_{10}H_5NO_2 \cdot Cl \cdot SO_3)_2Ca + 5H_2O$ , platta, i hett vatten lättlösliga, i kallt svårösliga nålar.

0,1268 gr. förlorade öfver svafvelsyra 0,0105 gr. svafvelsyra, vid 170° ytterligare 0,0043 gr. (total 0,0148 gr.) samt gaf 0,0244 gr.  $CaSO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Ca	5,66	5,69
H <sub>2</sub> O	13,25	12,81.

*Bariumsaltet*,  $(C_{10}H_5NO_2 \cdot Cl \cdot SO_3)_2Ba + 3H_2O$ , i kallt vatten och erhålles vid afsvalning af en het, mättad lösning i form af långa, asbest-likade nålar.

0,1971 gr. mellan papper pressadt salt förlorade svafvelsyra, vid 100° 0,0122 gr. och vid 170° 0,0028 gr. (total 0,015 gr.) samt gaf 0,0596 gr.  $BaSO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Ba	17,78	17,94
H <sub>2</sub> O	7,61	7,07.

*Etyletern*,  $C_{10}H_5NO_2ClSO_3 \cdot C_2H_5$ , erhöles af silfveretyljodid. Den bildar mikroskopiska, i alkohol mycket lösliga, nästan färglösa, små nålar, som smälta vid 184°. I kloroform är etyletern svåröslig.

0,2597 gr. gaf 0,0782 gr.  $H_2O$  och 0,4236 gr.  $CO_2$ .

0,2869 gr. gaf 0,0835 gr.  $H_2O$  och 0,4690 gr.  $CO_2$ .

	Funnet.	Beräknadt.
C	44,48	44,58
H	3,33	3,23
		3,17.

De bägge analyserna utfördes på olika material. De bägge mer än 1 procents afvikelse från den beräknade. Smältpunkten på bägge beredningarna var samma.

den,  $C_{10}H_5NO_2Cl \cdot SO_2Cl$ , bildar små, ljusgula, i is-  
i kloroform svårlösliga nålar med smältpunkten  $219^\circ$ .  
s gr. gaf 9,7 kub.c. kväfgas t.  $15^\circ$  Bar. 767 m.m.  
a gr. gaf 0,166 gr.  $BaSO_4$ .  
s gr. gaf 0,2523 gr.  $AgCl$ .

	Funnet.	Beräknadt.
N	4,75	4,58
S	10,75	10,46
Cl	23,26	23,18.

en,  $C_{10}H_5NO_2ClSO_2NH_2$ , erhöles af kloriden med alko-  
oniak och bildar fina, böjlige, blekgula nålar, som äro  
årlöslige i alkohol. Smältpunkt  $247^\circ$ .  
9 gr. gaf 25,5 kub.c. kväfgas t.  $19^\circ$  Bar. 773 m.m.  
gr. gaf 0,1214 gr.  $AgCl$ .

	Funnet.	Beräknadt.
N	9,88	9,78
Cl	12,41	12,36.

#### Verkan af jodvätesyra på kloriden och amiden.

ordväte och kloriden. Om man till en lösning af klo-  
arm isättika tillsätter koncentrerad jodvätesyra, fyller  
om ett par ögonblick af fina, svårlöslige kristallnålar,  
på glasull, tvättades med isättika och kristalliserades  
lösningsmedel. Smältpunkt  $217^\circ$ . Föreningen är en  
sammansättningen  $(C_{10}H_2NO_2Cl)_2S_2$ .

s gr. gaf 0,0998 gr.  $AgCl$ .  
s gr. gaf 9,3 kub.c. kväfgas t.  $16^\circ$  Bar. 757 m.m.

	Funnet.	Beräknadt.
N	5,83	5,87
Cl	14,92	14,84.

odväte och amiden. Amiden löstes i isättika, och jod-  
tillsattes, hvarefter lösningen kokades. Dervid afskilj-  
och en kristallmassa. Fosfor tillsattes, och kokningen  
till affärgning. Efter vätskans afsvälning erhöles små

nålar, som togos på sugfiltrum. De löstes lätt i vlemning af en mindre mängd af en amorf substans. rade lösningen neutraliserades med amoniak, då små kristallnålar utföllo. Dessa omkristalliserades ur alk de voro löttlösliga. Smältpunkt 180°. Föreningen in klor och utgjordes af amid till en amidonaftalinsulfon

0,1116 gr. 12 kub.c. kväfgas t. 15' Bar. 760 m.

	Funnet.	Beräknadt för $C_{10}H_6(NH_2)SO_2NH_2$ .
N	12,78	12,61.

Genom amidens upphettning med acetanhydrid vid 213° smältande acetylderivat, hvars smältpunkt den ursprungliga substansens visar att amiden tillhörde *sulfonsyra*.<sup>1)</sup>

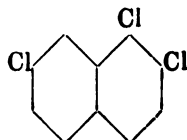
#### *Inverkan af fosforpentaklorid på kloriden.*

Upphettar man kloriden med ett stort öfverskott pentaklorid i destillationskärl, erhåller man ett des efter behandling med vatten ger en fast återstod af naftalin, som renades genom kristallisering ur isättik triklornaftalin bildar små kristallkorn, löttlösliga i a i isättika. Smältpunkt 75,5°.

0,1379 gr. gaf 0,2601 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	46,66	45,98.

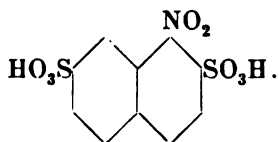
Denna triklornaftalin framställes först af ALÉN, tecknat den 9 och erhållit den af ( $\alpha$ ) nitro-2 : 7 dis klorid. Då enligt det föregående nitroklorsulfonsy genom inverkan af jodvätesyra ger amid till 1 : 7 amide måste denna triklornaftalin vara 1 : 2 : 7 eller



<sup>1)</sup> CLEVE, Öfvers. 1888, N:o 5, p. 278.

<sup>2)</sup> Öfvers. 1884, N:o 2, p. 97.

tligen den af ALÉN <sup>1)</sup> erhållna nitro- $\alpha$ -disulfonsyran



ARMSTRONG och WYNNE <sup>2)</sup> skall 1:2:7 triklor-  
afva smältpunkten 83° till 84°.

### 7 Amidoklorsulfonsyra $C_{10}H_5(NH_2)Cl \cdot SO_3H$ .

kaliumsaltet till nitrosyran kokas med en beräknad  
rnvitriol och kaliumhydrat, erhåller man ur den hett  
lösningen vid afsvälning ett svårlöst kaliumsalt till  
n. Kaliumsaltets varma lösning ger vid tillsats af  
ra mikroskopiska, af ett förorenande färgämne röd-  
lar, som icke innehålla kristallvatten. Syran är täm-  
g i kokande vatten.

gr. gaf 9,4 kub.c. kväfgas t. 17,5° Bor. 772,5 m.m.

gr. gaf 0,132 gr. AgCl.

gr. gaf 0,1829 gr. BaSO<sub>4</sub>.

	Funnet.	Beräknadt.
N	5,42	5,44
Cl	13,68	13,75
S	12,57	12,43.

### 1:2:7 Diklorsulfonsyra.

syrans kalisalt upphettades med kopparklorur och ut-  
syra, hvarpå enligt det SANDMEYERSKA förfaringssättet  
g af kaliumnitrit tillsattes. Efter neutralisering med  
oonat erhöles ett mycket svårlöst mikrokristalliniskt  
. Detta behandlades med fosforpentaklorid och genom  
kokning med bariunhydrat framställes bariumsalt och  
en beräknad mängd svafvelsyra diklorsulfonsyran, som

1883, N:o 8, p. 3.

s of the proceedings of the chem. Soc. 1889, No. 65, p. 50.

är löslig i vatten och icke visade någon större tendens att kristallisera.

*Kaliumsaltet*,  $C_{10}H_5Cl_2SO_3K$ , är ganska svårloslig i kallt vatten och bildar små kristallnålar, som innehålla kristallvatten.

0,2419 gr. gaf 0,066 gr.  $K_2SO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
K	12,42	12,25.

*Natriumsaltet*,  $2(C_{10}H_5Cl_2SO_3Na) + H_2O$ , kristalliserar i fina kristallnålar, som tämligen lätt lösas i hett vatten, men svårlosliga i kallt vatten. Saltet vittrar icke öfver sin lösning.

0,0915 gr. förlorade vid  $130^\circ$  0,0031 gr. och gaf  $Na_2SO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Na	7,33	7,47
$H_2O$	3,39	2,92.

*Silfversaltet*,  $C_{10}H_5Cl_2SO_3Ag + H_2O$ , är tämligen löslig i kokande vatten och kristalliserar vid afsvalning ur lösning i små, platta kristallnålar, som icke vittra öfver sin lösning.

0,1948 gr. förlorade vid upphettning till  $130^\circ$  och gaf 0,0686 gr.  $AgCl$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Ag	26,51	26,82
$H_2O$	4,36	4,48.

*Magnesiumsaltet*,  $(C_{10}H_5Cl_2SO_3)_2Mg + 9H_2O$ , utfaller vid afsvalning af en i värme mättad lösning i form af mycket små klotformiga aggregat förenade nålar, tämligen lösliga i hett vatten.

0,2289 gr. öfver svafvelsyra torkadt salt förlorade 0,0419 gr. och vid  $180^\circ$  ytterligare 0,0086 gr. samt gaf 0,0086 gr.  $MgSO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Mg	3,05	3,25
$H_2O$	22,06	21,96.

msaltet,  $(C_{10}H_5Cl_2SO_3)_2Ca + 2H_2O$ , bildar små kristaller icke vittra öfver svafvelsyra och äro tämligen svår-  
ett vatten.

gr. förlorade vid upphettning till  $130^\circ$  0,0142 gr.  
0565 gr.  $CaSO_4$ .

	Funnat.	Beräknadt.
Ca	6,46	6,37
H <sub>2</sub> O	5,43	5,73.

msaltet,  $(C_{10}H_5Cl_2SO_3)_2Ba + 3H_2O$ , är mycket svår-  
n i kokande vatten och bildar mikroskopiska kristall-  
ka icke förlora vatten öfver svafvelsyra, afgifva 2  
 $80^\circ$  och den tredje vid  $170^\circ$ .

gr. förlorade vid  $130^\circ$  0,0286 gr., vid  $170^\circ$  ytter-  
92 gr. samt gaf 0,1425 gr.  $BaSO_4$ .

	Funnat.	Beräknadt.
Ba	18,32	18,45
H <sub>2</sub> O	8,26	7,27.

ern,  $C_{10}H_5Cl_2SO_3C_2H_5$ , framställdes af silfversaltet med  
och kristalliserades ur kokande alkohol. Etyletern kri-  
i små nålar, svårlösliga i kall alkohol. Smältp.  $123^\circ$ .

gr. gaf 0,2149 gr.  $AgCl$ .

	Funnat.	Beräknadt.
Cl	23,71	23,25.

en,  $C_{10}H_5Cl_2SO_2Cl$ , bildar små, tämligen kompakta  
r, lättlösliga i isättika, benzol och kloroform. Smält-

gr. gaf 0,3066 gr.  $AgCl$ .

	Funnat.	Beräknadt.
Cl	35,90	35,64.

n,  $C_{10}H_5Cl_2SO_2NH_2$ , erhöles af kloriden med alkoholisk  
Små, i alkohol svårlösliga, väl utbildade kristaller  
punkten  $227^\circ$ .

gr. gaf 11,2 kub.c. kväfgas t.  $20^\circ$  Bar. 764 m.m.

	Funnat.	Beräknadt.
N	5,03	5,07.



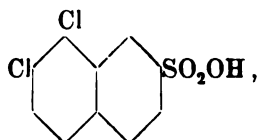
### Hydrolys af diklorsulfonsyran.

Kaliumsaltet blandades med sirapstjock lösning a och upphettades i en ström af starkt upphettad v Dervid förflyktigades med vattenångan oljelika drop renades genom en förnyad destillation med vattenång de stelnade till en hvit kristallinisk massa, lättlösli Ur alkohollösningen erhöles tafvelformiga kristaller punkten  $34^{\circ}$ .

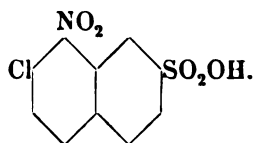
0,1731 gr. gaf 0,2503 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt $C_{10}H_6Cl_2$ .
Cl	35,77	36,01.

Den erhållna produkten utgjordes sålunda af 1 naftalin, hvaraf för diklorsulfonsyran följer formeln



och följaktligen för klornitrosulfonsyran



## Om några mollusker och ostrakoder från qvartära sötvattensafgringar i Ryssland och Tyskland.

Af A. G. NATHORST.

[Meddeladt den 9 November 1892.]

I min redogörelse för den arktiska florans forna utbredning i länderna öster och söder om Östersjön <sup>1)</sup> har jag äfven i förbigående omnämmt, att åtskilliga ostrakoder och mollusker dels funnits tillsammans med de arktiska växtlemningarne, dels äfven något högre upp i sötvattenslerorna. De flesta molluskerna hade blifvit bestämda af professor G. LINDSTRÖM, men dock återstodo några *Pisidia* samt ostrakoder, hvilka vid offentliggörandet af nämnde afhandlingar ännu icke blifvit närmare undersökta. Tack vare välvilligt bistånd af professor W. LILLJEBORG i Upsala, som godhetsfullt bestämt ostrakoderna, samt herr STEPHAN CLESSIN i Ochsenfurt, som företagit bestämningen af de insamlade *Pisidia*, är jag nu i tillfälle att kunna meddela, hvilka arter af dessa djur, som erhållits ur lagren ifråga. Dessa samlingar äro visserligen icke stora, men jag har dock trott mig böra meddela denna redogörelse för de hittills funna arterna, hufvudsakligen för att fästa mina ryska och tyska kollegers uppmärksamhet derpå, att de glaciala och postglaciala sötvattensbildningarne äfven i fråga om dessa små djur äro förtjenta af uppmärksamhet. För öfversigtens skull anföras äfven här de i mina ofvan citerade uppsatser omnämnda arterna.

<sup>1)</sup> Ymer 1891, s. 115 ff. Se äfven A. G. NATHORST, Ueber den gegenwärtigen Standpunkt unserer Kenntniss von dem Vorkommen fossiler Glacialpflanzen. Bihang till K. V. A. Handlingar. Bd 17, Afd. 3, N:o 5.

Öfversigt af K. Vet.-Akad. Förh. 1892. Årg. 49. N:o 9.

Från de mossförande lerlagren vid Kunda i Estland lägna temligen högt öfver lagren med *Salix polaris* till de af GREWINGK redan angifna molluskerna <sup>1)</sup> *cornea* (bestämd af professor G. LINDSTRÖM). I de *laris*-förande lagren såg jag på stället inga mollusker. I en slamning erhöles 3 exemplar af en *Pisidium*, som CLESSIN är *Pisidium nitidum* JEN. Denna art förefinns ymnigt nära kanten af bäckenet, i högre upp belägen.

Ur dessa senare (från kanten af bäckenet) erhöles i en slamning äfven ganska många ostrakoder, hvilka enligt LILLJEBORG tillhöra följande arter: *Candona candida* LILLJEBORG, *Cytheridea lacustris* G. O. SARS sp., *Limnocythere* BAIRD sp. och *Cyclocypris serena* KOCH sp.

Vid Samhof i Livland förekom en krossad *Pisidium* (väl *ovata*), jemte, enligt CLESSIN, *Pisidium fossarium* och ostrakoder, hvilka enligt LILLJEBORG äro *Candona* (1 exemplar), och *Cytheridea lacustris* (flere). Här förefinns *Salix reticulata*.

Från Pingo i Livland erhöles vid slamning med *Dryas octopetala* följande ostrakoder (enligt LILLJEBORG) *Candona candida* (äldre och yngre), *Cytheridea lacustris* och *Cyclocypris serena* (allmän) och *Cytheridea lacustris*. Äfven förekomma här statoblaster af *Cristatella mucronata*. En här erhållen *Pisidium* har sedermera förstörts, hvar galler om några lemningar af samma släkte från

Schroop i Westpreussen. Märkligt är att *Vertigo* L. (bestämd af professor LINDSTRÖM) här förefinns allmän tillsammans med de arktiska växtlemningar (*polaris*, *Dryas* etc.) samt att dertill äfven förefinns *Vertigo* (enligt LINDSTRÖM).

En här erhållen ostrakod (1 skal) är enligt LILLJEBORG *Cytheridea torosa* JONES sp.

<sup>1)</sup> C. GREWINGK, Geologie und Archäologie des Mergellagers Estland. Dorpat, 1882.

Vid Projensdorf norr om Kiel träffade jag på Nord-Östersjö-kanalens södra sida ett sötvattensbäcken med lemningar af en antagligen subarktisk växtlighet, *Betula nana* etc. Håri fanns äfven (enligt LILLJEBORG) *Herpetocypris reptans* BAIRD sp.

Från kanalens norra sida, der ett bäcken med *Salix polaris*-förande lager blef funnet, hemförde jag ur sagda lager en mängd prof att slamma. Utom blad af nämnda växt samt *Dryas octopetala*, erhöles härifrån vid slamning rätt allmänt en liten *Pisidium n. sp.*, som enligt CLESSIN i hög grad erinrar om en nyligen från en diluvialaflagring i Sachsen erhållen ny art; den sachsiska är dock mer uppblåst (CLESSIN i bref).

I samband med ofvanstående begagnar jag tillfället att meddela, att jag äfven från den af NEHRING beskrifna lokalen vid Klinge i provinsen Brandenburg, vid slamning af lerprof från såväl lagret nr. 4 som nr. 8,<sup>1)</sup> erhållit några ostrakoder, hvilka enligt LILLJEBORG samtliga äro *Cytheridea lacustris* G. O. SARS sp.

<sup>1)</sup> A. NEHRING, Eine diluviale Flora der Provinz Brandenburg. Naturwissenschaftliche Wochenschrift 1892, Nr. 4.

## Skänker till K. Vetenskaps-Akademien's Bibliothek

(Forts. fr.

**Melbourne.** *Observatory.*

Monthly record of results of observations in meteorology and magnetism, &c. &c. Year 1891: 1-12. 8:o.

**Mexico.** *Observatorio meteorológico-magnético central.*

Boletín mensual. T. 3 (1890): N:o 2-3. 4:o.

**Milano.** *Observatorio astronomico di Brera.*

Osservazioni meteorologiche. Anno 1891. 4:o.

**Moskwa.** *Observatoire magnétique et météorologique Constantin des arpenteurs.*

Tables des observations. Année 1890: 12; 1891: 1-12.

**München.** *K. Meteorologische Centralstation.*

Beobachtungen der meteorologischen Stationen im Königreich Bayern. Jahrg. 13 (1891): H. 1-4. 4:o.

Übersicht der Witterungsverhältnisse im Königreiche Bayern. 1891: 1-12. Fol.

Småskrifter. 6 häften. 4:o.

**New York, U. S.** *Meteorological observatory of the department of public parks.*

Report. Vol. 46 (1891). 4:o.

**Nizza.** *Société de médecine et de climatologie médicale.*

Nice-médical. Année 14 (1889/90): 1, 9; 15 (1890/91): 1, 9; 15 (1891/92): 1-12. 8:o.

**Odessa.** *Observatoire de l'université.*

Обозрѣніе, Метеорологическое. Труды... — Русское метеорологическое общество. Travaux du réseau météorologique du Sud de la Russie l'année 1891: Vol. 2 par A. Klossovsky. Odesa.

**Paris.** *Bureau central météorologique.*

Bulletin international. Année 35 (1891): N:o 1-365. 4:o.

Bulletin mensuel. Année 1891: N:o 1-12. 4:o.

Annales. Année 1889: 1-3. 4:o.

— *Observatoire municipal de Montsouris.*

Annuaire. 1892-1893. 16:o.

— *Société météorologique de France.*

Annuaire. Année 39 (1891). 8:o.

**Perpignan.** *Commission météorologique du dép. des Pyrénées-Orientales.*

Bulletin. 19 (1890). 4:o.

**Pola.** *Hydrographisches Amt der K. K. Kriegsmarine.*

Meteorologische und magnetische Beobachtungen. Jahr 1891. Jahresübersicht. Tv. fol.

**Prag.** *K. K. Sternwarte.*

Magnetische und meteorologische Beobachtungen. Jahrg. 5.

(Forts.

Om några till riksmuseets växtpaleontologiska afdelning  
inkomna torfmossefynd.

Af A. G. NATHORST.

[Meddeladt den 9 November 1892.]

**1. Subfossila hasselnötter från Ångermanland, Helsingland  
och Dalarne.**

I slutet af Mars innevarande år (1892) insände afdelningsingeniören vid Kongl. Jernvägsbyggnadsstaten m. m., herr C. G. FORSELIUS till Kongl. Vetenskaps Akademiens sekreterare, herr professoren m. m. D. G. LINDHAGEN en samling hasselnötter, som funnits i torf på 1,5 à 2 meters djup under jordytan, vid en skärning för jernvägen, omkring 2 kilometer vester om Örn-sköldsvik. Fyndet hade på stället uppväckt intresse, enär derstädes ingen hassel numera lär förekomma.

Sedan professor LINDHAGEN öfverlemnadt den insända samlingen till riksmuseets växtpaleontologiska afdelning, vände jag mig till ingeniör FORSELIUS för erhållande af ytterligare upplysningar, och denne hade godheten öfversända ej blott en redogörelse för lagringsförhållandena på stället, utan äfven stora och präktiga prof af de olika lagren. För detta tillmötesgående samt för några sedermera insända intressanta prof af egendomliga rost-rör och marlekebildningar <sup>1)</sup> får jag härmed till ingeniör FORSELIUS framföra min hjertliga tacksägelse.

<sup>1)</sup> Som dessa rost-rörsbildningar hafva sin lämpligaste plats på Sveriges Geologiska Undersöknings museum, har jag öfverlemnadt dem till detsamma.

Enligt ofvan omnämnda meddelande har skärnötterna anträffats, sin plats i den s. k. Åskammaren i Ås by, Själevads socken, Ångermanland. Torfprofilen ligger ungefär 39 meter öfver hafvet. De insända profilkuber af ungefär en half meters sida, voro: *D*, torfens djup från ytan och *C*, torf på 1,5 meters djup; denna torf vidtog *B*, ett lager hvitmossa, 0,4 meter mäktigt, hvilande på *A*, af ingenjör FORSELIUS kallad som vid närmare undersökning visade sig vara gytjans fläckvis starkt lerhaltig. Gytjans underlag känner ingenjör efter en af ingenjör FORSELIUS sänd profil ville det antas skulle det utgöras af lera, hvilken i så fall, på grund af ortens relativt obetydliga höjd öfver hafvet, mycket vara af marint ursprung. Huru härmed förhåller sig detta göras genom kommande undersökningar.

De insända proven hafva på riksmuseets växtpalats afdelning blifvit undersökta af amanuensen, dr. GUNNAR SON, hvilken äfven utpreparerat och bestämt de derifrån växtlemningarne. Nedanstående redogörelse grundar sig på hufvudsakligen på hvad han derom meddelat. Redogörelse torde vara lämpligast att börja med sålunda fortgå från äldre lager till yngre.

A. Ur gytjan hafva följande växtlemningar erhållits:

*Pinus silvestris*; barr i riklig mängd, små grenar med sittande bark, barkstycken, fragment af en frövinke och hanblommor.

*Betula verrucosa*; frukter och hängefjäll i stor mängd.

*Betula odorata*; samma slags lemningar, men sällsyntare än föregående.

*Alnus glutinosa*; frukter i stor myckenhet.

*Alnus incana*; frukter, mycket sällsynta. Af dessa frukter tillhörde endast 4 denna art. Möjligtvis äro de frukter af *Alnus pubescens* för handen. Dessutom erhållas alnarne stipler, hängefjäll, han- och honhängen.

*Myriophyllum spicatum*; blad.

*idæus*; en enda stenkärna.

*nites communis*; rhizom, af hvilka en del antagligen  
en equivalenta med gytjan.

hvitmosselagret hafva erhållits.

*silvestris*; en kortgren med tvenne barr.

*verrucosa*; 4 hängefjäll, frukter.

*odorata*; 33 hängefjäll, frukter. Äfven bland fruk-  
nna art betydligt öfvervägande.

*glutinosa*; 12 frukter.

*incana*; 3 frukter.

*tremula*; ett hängefjäll samt möjligen äfven några  
t.

*um palustre*; smånötter i stor mängd.

a sp. (cfr. *palustre*); 30—40 delfrukter.

(cfr. *ampullacea*); vanlig. Äfven andra cyperacé-  
möjligen hörande till *Eleocharis*.

vitmossa, hvaraf lagret hufvudsakligen utgöres, tillhör,  
gen bestämning af den framstående bryologen Cand.

i Hvalsö (Danmark), *Sphagnum squarrosum* CROME,  
ekommer ej blott med blad och stammar, utan äfven

r. I de till hr JENSEN sända hvitmosseprofven har  
funnit tvenne bladmossor, nemligen *Amblystegium*

HEDW. sp. och *A. exannulatum* GÜMB. sp. Dess-  
äfven andra mossor, hvilka ännu ej blifvit undersökta.

undre delen af torfven hafva erhållits.

ån understa delen, belägen närmast hvitmossan.

*verrucosa*; frukter, hängefjäll, bladfragment. Riklig.

*odorata*; d:o d:o. Derjemte former, svåra att afgöra,  
dera arten de äro att hänföra, äfvensom några stora,

frukter.

*glutinosa*; 25 frukter.

*incana*; 11 frukter.

te 6 andra frukter, som möjligen höra till *pubescens*.

*um palustre*; smånötter, i mängd.



Insektlemningar m. m.

b. Från den hasselnötförande delen af torf  
*Betula alba*; ett par fragmentariska frukter.

*Alnus glutinosa*; 3 frukter.

*Populus tremula*?; bladfragment.

*Corylus Avellana*; en stor mängd nötter, hvilka af profvet, funnos uteslutande eller till större delen 10 centimeter mäktigt lager. Det ojemförligt öfvervä-  
talet af dessa nötter tillhöra den runda formen, hvil-  
SCHÜBELER är den i Norge vanligaste och der går  
norr.<sup>1)</sup> Det är samma ras, som af GUNNAR ANDERSSON  
tecknats såsom rasen *D.*<sup>2)</sup> Dessutom finnas ett par  
som mest likna mellanformerna *C* och *B*, samt ett  
emplar, som, oafsedt storleken, i hög grad erinrar om  
LERS långa form. Om, såsom denne författare antag-  
formerna verkligen äro att anse såsom hybrider af  
och korta formen, ville det följaktligen synas, som  
formerna här hafva förekommit, en fråga, som väl ge-  
ligare insamlingar med säkerhet skulle kunna afgöras.

*Prunus Padus f. borealis* SCHÜBELER; 2 hal-  
Dr. ANDERSSON anmärker i fråga om denna form  
hyser tvifvelsmål, huruvida man med SCHÜBELER bör  
såsom en markerad fjellform, emedan han (*A.*) ta-  
öarne utanför Hardangerfjorden, vid hafsyttans nivå.

*Comarum palustre*; några smånötter.

*Rubus* sp.; en stenkärna.

En stor mängd skalbaggsvingar och andra insek-

D. Ur torfvens öfre del, 1 meter under ytan.

*Picea excelsa*; ett barr.

*Betula alba*; frukter.

*Comarum palustre*; några smånötter.

*Rubus* sp.; 2 stenkärnor.

<sup>1)</sup> SCHÜBELER, *Viridarium norvegicum*. S. 511, 1886.

<sup>2)</sup> GUNNAR ANDERSSON, *Studier öfver torfmossar i södra Skåne*  
Vet.-Akad. Handl. Bd 15, Afd. 3, N:o 3, S. 27.

*Menyanthes trifoliata*?; ett frö. Denna torf hade delvis utseende af en starkt förmultnad skogsbotten.

Vid en överblick af de olika lagrens växtlemningar, blir det i första rummet egendomligt, att i gytjan de mera sydliga formerna *Alnus glutinosa* och *Betula verrucosa* äro öfvervägande de nordligare *Alnus incana* och *Betula odorata*, medan deremot redan i hvitmosselagret *Betula odorata* är allmänare och sedan åtminstone ej står tillbaka för *verrucosa*. *Alnus incana* blir visserligen icke i något af de öfre lagren öfvervägande *glutinosa*, men dock relativt mindre sällsynt än i gytjan. Utan att på stället hafva undersökt förhållandet, kan man naturligtvis ej veta, om dessa olikheter äro genomgående, och det torde derföre vara bäst att tillsvidare ej draga några slutsatser eller bygga för mycket på de påpekade förhållandena. Annars låge nära till hands att antaga, att anförda omständighet kunde stå i samband dermed, att gytjan aflagrats i omedelbar närhet af den dåvarande stranden. Om t. ex. aflagringen börjats, då det postglaciala hafvet stod t. ex. 30 meter högre än nu, så borde väl detta hafva förlänat vegetationen en något mera sydlig prägel, i all synnerhet vid beaktande af hafvets samtidiga större utbredning i trakterna söderut. Det är tydligt att först undersökning af en större mängd torfmossar i dessa trakter kan gifva något säkert utslag angående här afhandlade frågor.

Största intresset vid ifrågavarande torfaflagring är emellertid förknippadt vid förekomsten af de ofvan beskrifna hasselrötterna. Fyndorten är nemligen belägen just vid ifrågavarande trädslags nordgräns, enär nordligaste kända förekomsten af hassel uppgifves vara Billaberget, i Själevads socken<sup>1)</sup> (63° 22' 1. br.). Som lektor ARNELL i sin redogörelse för trädplanteringarne i Ångermanland<sup>2)</sup> om hasseln angifver: »frukterna nogna här aldrig,» hvilket i första rummet har afseende på den vida sydligare belägna Hernösandstrakten, och hvilket äfven an-

<sup>1)</sup> HARTMANS Flora, 11:te uppl., s. 359.

<sup>2)</sup> H. W. ARNELL, Om trädplanteringarne i Ångermanland. Svenska Trädgårdsföreningens tidskrift, 1880, s. 81.

förts af SCHÜBELER, vände jag mig skriftligen till honom att erfara, om hans utsago äfven afsåg den vildtväxande hasseln. Han svarade mig, att han aldrig hört omtalas, att hasseln mogna i Ångermanland samt att han ej trodde att det var men som han ej sjelf haft tillfälle att iakttaga ha mogna höstarne, så föreslog han, att jag skulle vända mig till verksskollegan herr V. HOLM i Örnsköldsvik, såsom en förhoppning varande i stånd att ge tillförlitliga upplysningar. Efter frågan meddelade mig herr HOLM först och främst att berget, hasseln nordligaste växtställe, ligger nästan om Åsbyarne i Själevads socken. Hvad mognaden angår, hade han sig intet med säkerhet bekant, men sade sig dock, att han under sin uppväxt ätit nötter derstädes, ehuru han numera ej kunde bestämdt uppgifva de varit fullt mogna. »Sannolikt är, att hasseln under somrar, fullt gynsamma för dess fortkomst, såsom frukter,<sup>1)</sup> deremellan icke».

Då de fossila hasselnötterna från Åskammen. så angifvits. till stor myckenhet förekomma i ett ungefär 1 meter mäktigt torflager, är det tydligt, att nötterna härröra blott från en enda sommar, utan att de deklagerats under en ganska lång tidrymd. Under ifrågasätta skulle man derföre vilja antaga, att hasseln normalt bär frukter. Och efter detta fynd torde man måhända kunna att fossila hasselnötter skola kunna finnas äfven norr om nuvarande nordgräns, hvarföre det vore högeligen önskvärd uppmärksamheten vid torftägt eller andra gräfningar i dessa trakter särskildt rigtades häråt. De yrkenas idkare, landtmän och ingenjörer, kunna i sådana viktiga bidrag till besvarande af vetenskapens spörsmål i likhet med herr ingenjör FORSELIUS, hafva ögonen på hvad som kommer under deras händer.

<sup>1)</sup> Enligt jägmästaren hr. TH. ÖRTENBLAD sätter den vildt växande »nästan årligen mogna nötter» vid den ungefär  $1/2$  breddgrad nordligare lägena Sillre skogsskola i Medelpad, hvarest man äfven i torfdybarna sådana. Skogsvännen 1891, sid. 52.

re hasselnötter saknas i de öfre torflagren är naturligt att säga, men det står väl i samband med hasselns utbredning på denna lokal, vare sig att detta berott på en tillräckligt stor klimatet eller derpå att hasseln undanträngts af ädelslag.

Sammanhängande med ofvanstående må erinras derom, att man iakttagit fossila hasselnötter i Ångermanland, ehuru betydligt sydligare. ARNELL har nemligen fäst uppgiften vid ett sådant fynd<sup>1)</sup> i Näs by, Säbrå socken, vester om Åre, der nötterna funnits på 0,9—1,2 meters djup i ett kärr. Närmare uppgifter föreligga för öfrigt från Åre. R. SERNANDER, som sedermera besökt lokalen, har meddelat,<sup>2)</sup> att ifrågavarande lilla mosse, »Timmermo», hvilar på lera och sand, utgjordes af ungefär 2 till 3 cm tjock torf, i hvars midt fanns ett stubblager (»eine Stübe») af tall, gråal och björk, samt att nötterna funnos i ett 10 cm djup och något öfver desamma. Nötterna sägas förekommit och vara väl utbildade, men någon uppgift om deras antal lemnas icke.

En långt innan riksmuseum erhöi den ofvan beskrifna samlingen från Ås i Själevads socken, hade ett par andra fynd af hasselnötter från relativt nordliga trakter blifvit till del för meddelade, hvilka jag här äfven vill meddela.

En af dessa härstammar från en torfmosse mellan Åre kyrka och Franshammars bruk i norra Helsingland. Statsgeologen dr. F. SVENONIUS 1885 träffade hasselnötterna ungefär en meters djup i torfven. De erhållna profven, som äro helt få, tillhöra alla den runda formen. Enligt meddelande af SVENONIUS, finnes numera icke hasselnötter i den omgifningen, men väl vid Hassela, som deraf har hälett sitt namn.

En annan samling, »prof af dymosse med hasselnötter», erhöi af professor H. v. POST på Ultuna i januari 1889. Denna samling erhöi af professor H. v. POST på Ultuna i januari 1889. Denna

ARNELL, Fossila hasselnötter. Botaniska notiser 1889, s. 29.

SERNANDER, Die Einwanderung der Fichte in Skandinavien. S. 62. Engestr. Jahrbücher, Bd. 15, 1892.

samling härrör från Svärdsjö socken i Dalarne vid Ångsjön och hade till professor V. POST redan 1887 af en af dennes f. d. elever, numera folkhögskoleläraren A. DANIELSSON. I anförde trakt »lära numera ha icke på långt afstånd förekomma». Uppgift om det djupa hvarpå nötterna blifvit funna, eller om lagerföljden icke erhållits. Den lilla samlingen innehåller nötteknor af den aflånga som runda formen. I de torfsmulor, som nöterna, har dr. ANDERSSON lyckats utpreparera hängfjäll af *Betula verrucosa* och *odorata*, frukter af *glutinosa*, smånötter af en *Ranunculus*, småfrukter af *Ulmaria*, mossor m. m.

Min afsigt med nu lemnade meddelanden har varit att lemna några bidrag till vår kunskap om hasseln och dess komst inom landet, närmast föranledda af de välvilliga som till riksmuseum inlemnats, och hvilka jag ansett för minig att låta komma till allmänhetens kännedom. De flesta af de några slutsatser i ena eller andra riktningen af de gjorda undersökningarna har deremot ej ingått i planen för denna uppsats, som hoppas måtte bidraga dertill att äfven på andra håll en sanning om sanningen egnas åt hasseln och dess forna förekomst i trakter, i hvilka den numera är försvunnen. Genom de lätt igenkänliga och kraftiga nötterna äro lemningar af detta trädslag med säkerhet egnade att äfven af menige man igenkännas, och bered mig till uppmärksamheten allvarligt rigtad häråt, skola utan tvivel tillfoga några bidrag till trädets invandrings- och utbredningshistoria i landet stå att vinna.

## 2. Bäfvergnagda trädlemningar från Ludvika i Dalarne.

Under förra hälften af innevarande år (1897) har bergsingeniören herr C. A. SAHLIN ett meddelande tillhanda af hvarfvensens dr. GUNNAR ANDERSSON, att man vid ett hvarf i Ludvika bruk i Dalarne förevisat några ur torf utvalda stammar såsom man antog, bäfvergnagda stammar och grenar.

herr SAHLIN till riksmuseets växtpaleontologiska afdelning på Ludvika erhållet stycke af en sådan gren. Denne gren var snedt afskuren, men som den vid torkningen hade tagit en viss form, voro märkena i spetsen ej särdeles tydliga. Jag afgjorde, om de verkligen härrörde från bäfverns material, att jag stycket för undersökning till etatsrådet, dr. H. REENSTRUP i Köpenhamn, som strax derefter meddelade att ej det minsta tvifvel kunde föreligga derom, att det blifvit afgnadt af en bäfver.

Dr. H. REENSTRUP erhåller visshet att här verkligen var fråga om en gammal stammar, tillskref jag herr brukspatronen C. J. J. på Ludvika med förfrågan, om det vore möjligt att här erhålla ytterligare material och i all synnerhet om det var fuktigt och ännu icke hunnit torka. Derjemte erbjöd jag att om möjligt få prof af de olika torflagren i mossen. Dr. H. REENSTRUP dateradt den 2 maj, meddelade mig herr brukspatronen ROTH att lemningarne funnits vintern 1890—91 i den så kallade kärnmossen, belägen ungefär  $\frac{1}{8}$  mil från Ludvika. Dr. H. REENSTRUP antog först, att grenarne, hvilka funnits på 7 fots djup, varit åverkade af forntidens menniskor, men till sist, efter förfrågan af juristen EMIL ROTH fäste uppmärksamheten på att här snarare torde vara fråga om åverkan af bäfver. Dr. H. REENSTRUP vidne vinter hade intet ytterligare material erhållits, och för att förhindra att dyupptagningen skett längre ifrån den förutnämnda än förut. Att på den första fyndorten erhålla material vore f. n. v. (i början af maj) icke möjligt, eftersom mossan ännu var frusen och vatten dessutom hindrade. Dr. H. REENSTRUP brukspatron ROTH lofvade att längre fram på sommaren erbjuda ytterligare undersökningar. I ett nytt bref, dateradt den 10 maj, meddelade mig brukspatron ROTH, att de fortsatta undersökningarna lyckats väl, i det att på samma ställe som vid den första fyndorten träffats rätt många bäfvergnagda stycken. Dessa stycken packade i fuktig hvitmossa, sändes till riksmuseum, och de olika torflagren. Någon undersökning af dessa stycken emellertid ej blifvit utförd, emedan de olika profven

vid lårens transport tyvärr blifvit så blandade med att man ej med säkerhet kunde komma underfund hvilket lager de höra. Endast ett mindre stycke, se utseende fullständigt motsvarade den vid några af gre sittande torfven, har af dr. ANDERSSON blifvit slamt vätlemningar han ur detsamma erhållit, utgöras arter, hvilka han anser hänvisa på furuperiodens siste del.

*Mossor, flere arter.*

*Potamogeton* sp.; frön.

*Nymphaea alba* (i vidsträckt bemärkelse); ett frön.

*Carex* sp.

*Scheuchzeria palustris*; frön.

*Menyanthes trifoliata*; frön.

*Spiraea Ulmaria*; en småfrukt.

*Pinus silvestris*; många barr, bark, en kotte.

*Betula odorata*; hängefjäll och frukter.

Dessutom en fragmentarisk frukt, som möjligen h  
*Betula nana*.

*Tilia europæa*; 2 frukter.

De bäfvergnagda styckena, eller som de skulle kallas »bäfverstockarne», utgöras af unga stammar eller grenar af diameter varierar mellan 2 och 8 centimeter. En af patron ROTH medsänd torr stam från det första fyndet af diameter af omkring 12 centimeter. Barken är af grenstockarne med undantag på en af björk, hvars bark ännu är i behåll. Ingen föreligger till hela sin längd af spadarne blifvit vid upptagningen afskurna); ett stycket är blott ungefär en half meter. De afbitna äro snedt afskurna (se figuren), så att de äro temligen och snittytan visar särdeles tydliga märken efter framtänder, två färör med en upphöjning emellan motsvarar mellanrummet mellan tänderna eller des framtående sidor. Äfven grenarne äro afbitna invid och stockarnes afbarkade yta visar under lämplig

grundare märken, som uppkommit vid deras af-  
 Att ett bäfversamhälle fordom lefvat på ifrågavarande  
 lunda efter det ofvan anförda otvifvelaktigt. Och då  
 ingar, som nämnt, blifvit funna på 2,1 meters djup,



bäfverstock från Ludvika. 1. Öfre delen af stocken i ungefär  $\frac{3}{4}$  af  
 ten. Man ser att ej blott spetsen utan äfven en nära under densamma  
 r afbiten. 2. Den öfversta snittytan, visande märkena efter tänderna.  
 er af stockens yta, visande de märken, som uppstått vid afskalningen  
 af barken.



måste de naturligtvis anses härröra från den förhissade Bäfverns forna förekomst i denna trakt är ju i och för sig oväntad, men det vore önskligt om man äfven på dessa ställen i vårt land, särskildt inom de sydligare delarne, ville öfvervakningen och märksamheten åt liknande lemningar, hvilka lika som de öfriga rester af djuret sjelft visa oss de ställen, der det varit sitt hemvist.

---

# Projet d'une méthode pour déterminer avec grande exactitude l'indice de réfraction et la dispersion de l'air.

Par B. HASSELBERG.

[Communiqué le 9 novembre 1892.]

Dans l'étude des réfractions astronomiques de même que dans plusieurs recherches d'optique la connaissance de l'indice de réfraction de l'air pour les différentes raies du spectre est comme on le sait d'une haute importance. Aussi les efforts faits depuis le commencement du siècle actuel pour en déterminer les valeurs ont été assez nombreux. En considérant les différentes méthodes employées dans ce but on peut les diviser en deux catégories bien distinctes, dont l'une, imaginée par BORDA et employée pour la première fois par ARAGO et BIOT <sup>1)</sup> et plus tard par DULONG, <sup>2)</sup> se fonde sur la mesure directe de la déviation d'un rayon lumineux passant par un prisme vide d'air, pendant que l'autre, imaginée par ARAGO <sup>3)</sup> et employée par AMIN <sup>4)</sup> et KETTELER, <sup>5)</sup> est fondée sur l'interférence de deux faisceaux de lumière, dans l'une desquelles on peut introduire une différence de marche convenable. — Toutes ces recherches à l'exception de celle de KETTELER ne donnent que l'indice de

<sup>1)</sup> Mémoires de l'Institut. T. VIII, p. 301, 1806.

<sup>2)</sup> Annales de Chimie et de Physique. 2 Sér., T. XXXI, p. 154.

<sup>3)</sup> Ann. de Chimie et de Phys. 2 Sér., T. I, p. 1.

<sup>4)</sup> Ann. de Chimie et de Phys. 3 Sér., T. XLIX, p. 282.

<sup>5)</sup> Annales de Poggendorff. T. CXXIV, p. 390.

réfraction moyen de l'air, mais comme l'a fait voir récemment M. MASCART <sup>1)</sup> avec une précision, qui est loin d'être satisfaisante. L'indice de réfraction obtenu par M. KETTELIER pour la raie D ayant été déterminé par deux mesures seulement ne paraît non plus mériter une confiance plus grande que celle qu'on peut accorder aux valeurs D'ARAGO et de JAMIN avec lesquelles il est du reste presque identique. Les indices des autres raies capitales du spectre solaire ayant été déduits du premier par une formule d'interpolation seulement sont par conséquent sujets à la même incertitude en ce qui concerne leurs valeurs absolues; — quant à leurs valeurs relatives la précision est certainement plus grande, sans toutefois être de l'ordre élevé que semble indiquer le grand nombre de figures décimales employé.

Dans cet état des choses la question a récemment été reprise par M. MASCART <sup>2)</sup> d'une manière beaucoup plus approfondie et rigoureuse. Sa méthode est encore celle des interférences de la lumière, mais c'est une classe tout spéciale d'interférences qu'il met à profit pour le but cherché à savoir les franges de Talbot. Une théorie complète de ces phénomènes singuliers a été donnée il y a longtemps par AIRY <sup>3)</sup> mais cette théorie étant d'une complexité extraordinaire M. MASCART en substitue une autre beaucoup plus simplifiée. Après avoir de plus étudié soigneusement toutes les circonstances, qui peuvent en quelque manière influencer sur l'exactitude des résultats à obtenir M. MASCART arrive finalement à la valeur suivante de l'indice de réfraction de l'air à la température de zéro et à la pression de  $0.76^m$  pour la raie D du spectre solaire:

$$n = 1.0002927.$$

L'exactitude de cette valeur est estimée par M. MASCART à environ 6 unités de la dernière figure décimale. On remarquera de plus, que la réfraction de l'air est sensiblement plus faible

<sup>1)</sup> Annales de l'école normale. 2 Sér., T. VI, p. 9—78, 1877.

<sup>2)</sup> l. c.

<sup>3)</sup> Philos. Trans. 1840 part II, et 1841 part I.

que ne l'indiquent les recherches de BIOT et ARAGO, dont le résultat final est:

$$n = 1.0002945.$$

Par ces recherches de M. MASCART on pourrait sans doute considérer la question de la réfraction et même de la dispersion de l'air comme définitivement résolue. Pour la plupart des applications de ces constants en astronomie, en spectroscopie etc. cela peut être; — néanmoins une confirmation indépendante par une méthode différente et capable d'une grande précision ne paraît dépourvue d'un certain intérêt. C'est pourquoi je me permet de proposer la manière suivante à opérer. —

Tout le monde connaît la précision vraiment extraordinaire, qu'on peut obtenir dans la détermination de la position relative de deux raies spectrales sur un bon cliché photographique obtenu à l'aide des grands réseaux de diffraction de M. ROWLAND. Cette circonstance me fait croire, qu'en combinant le prisme de Borda avec un grand spectrographe à réseau de diffraction on parviendra à mesurer les déviations et par conséquent les indices de l'air avec une précision très grande et notablement supérieure à celle obtenue jusqu'ici. Supposons donc qu'on dispose d'un tel spectrographe dont le réseau plan soit comme d'ordinaire divisé sur une surface de  $50 \times 80^{\text{mm}}$  avec 14,400 lignes par pouce anglais et dont le Collimateur soit un réfracteur de  $7-8^{\text{cm}}$  d'ouverture sur une distance focale de 1.5 mètres. L'objectif de la chambre obscure doit avoir la même ouverture et une distance focale de 2 mètres. Les deux tubes seront fixées invariablement l'une par rapport à l'autre sous un angle d'environ  $40^\circ$  entre les axes optiques. Le réseau est placé sur le cercle horizontal d'un théodolithe de telle manière, que son ligne moyenne coïncide en même temps avec l'axe vertical du cercle et avec le point d'intersection des axes optiques du collimateur et de la chambre noire. Dans cet état des choses tous les spectres peuvent être introduits dans le champs de vision en tournant le réseau et si la normale de ce dernier coïncide avec l'un ou l'autre des axes optiques la raie D du second ordre se trouvera

sous l'oculaire. Finalement la fente est pourvue de deux petites coulisses à l'aide desquelles on peut à volonté ouvrir sa moitié supérieure ou inférieure et obtenir ainsi sur la plaque photographique deux images spectrales juxtaposées.

Cela posé, et la fente étant installée de sorte que les rayons lumineux émanants du collimateur soient bien parallèles entre eux, on place devant l'objectif de la chambre obscure entre lui et le réseau un prisme de Borda rempli d'air de la même température et pression que l'air ambiante. En admettant que les lames de verre de ce prisme soient rigoureusement planes et de la même épaisseur sur toute leur étendue, l'interposition du prisme n'aura aucune influence ni sur la netteté ni sur la position de la raie spectrale considérée. Si maintenant on fait le vide dans le prisme la raie spectrale tout en conservant sa netteté primitive sera déplacée vers l'une ou l'autre côté suivant la position du prisme d'une quantité proportionnelle à la réfraction de l'air pour la longueur d'onde en question. En tournant maintenant le prisme de  $180^\circ$  le même déplacement aura lieu mais en sens opposé. La différence entre les deux positions de la raie dans ces deux positions du prisme correspondra donc au double de la déviation des rayons par le passage à travers du prisme évacué. Dans la supposition que l'angle du prisme soit de  $120^\circ$  et à l'aide de l'indice moyen de l'air  $n = 1.000293$  la formule bien connue

$$1) \quad n - 1 = \text{Cotng} \frac{A}{2} \cdot \frac{\Delta}{2} \text{Sin } 1''$$

donne pour  $\Delta$  la valeur

$$\Delta = 206''.$$

Donc la distance angulaire entre les deux positions de la raie nommées plus haut sera:

$$2\Delta = 412''.$$

A cette distance angulaire correspond dans le plan focal de la chambre noire du spectrographe une distance linéaire

$$\delta = 4^{\text{mm}}$$

à peu près. Telle sera donc la différence de position des deux images de la raie, qu'on obtient, si dans l'une et l'autre position du prisme évacué on expose une plaque photographique au spectre formé par l'une et l'autre moitié de la fente du collimateur.

Les mesures nombreuses, que j'ai eu l'occasion de faire sur des clichés spectroscopiques de la même nature que ceux en question ici, ont montré, que la distance de deux raies spectrales peut être évaluée sur un bon cliché à l'aide de la machine à diviser avec une erreur probable qui ne dépasse en général

$$\pm 0.002.$$

Ainsi la distance des deux images photographiques de la raie déviée dans les deux positions du prisme peut être déterminée avec la même exactitude, c'est à dire à  $\frac{1}{2000}$  de sa valeur près. Donc l'erreur probable de la déviation double  $2A$  en tant qu'elle ne dépend que des mesures de la plaque sera seulement environ

$$\pm \frac{1}{2000} \cdot 400'' = \pm 0.2''$$

et par conséquent l'erreur probable de la déviation simple

$$dA = \pm 0.1''.$$

En différentiant maintenant l'équation (1) on trouve:

$$dn = \frac{1}{2} \operatorname{Cotng} \frac{A}{2} \cdot dA \cdot \sin 1''$$

d'où vient

$$dn = \pm 0.000\ 000\ 14.$$

Ainsi l'erreur probable de l'indice de réfraction de l'air pour la raie observée ne dépasse en général *deux unités* dans la septième figure décimale, c'est-à-dire elle sera trois fois plus faible que l'erreur probable que M. MASCART croit devoir attribuer à ses valeurs définitives. —

J'ai supposé ci-dessus que la fente soit placée exactement dans le foyer principal du collimateur pour les rayons spéciaux qui forment la raie photographiée. Cela serait nécessaire si l'on photographiait une fois la raie *non* déviée, c'est-à-dire formée

par les rayons transmis par le prisme plein d'air et l'autre fois la raie déviée par le prisme vide. En effet dans ces deux cas la position du plan focal de la chambre noire ne serait la même qu'à la condition que les rayons lumineux émanant du réseau soient parallèles entre eux. Mais cette identité de la position du plan focal pour les deux raies, déviée et non-déviée, est évidemment tout à fait nécessaire pour avoir des images de la même netteté dans les deux épreuves prises avec les deux moitiés de la fente. Par conséquent, si l'on voulait mesurer la déviation simple on serait obligé à placer la fente chaque fois de sorte que les rayons correspondants à la raie étudiée du spectre quittaient l'objectif du collimateur sensiblement parallèles entre eux. Dans la méthode décrite ci-dessus au contraire, où l'on mesure la déviation double et dans laquelle le prisme évacué se trouve installé pendant toutes les deux expositions de la plaque photographique, cette condition n'est plus nécessaire, puisque dans ce cas la netteté des images de la raie photographiée est liée seulement à la condition, que la plaque se trouve exactement dans le plan focal conjugué de la fente du collimateur. —

De l'équation

$$\delta = F \operatorname{tng} 2A = 2FA \cdot \operatorname{tng} 1''$$

on déduit:

$$\frac{dF}{F} = - \frac{dA}{A}.$$

La condition

$$\frac{dA}{A} = \pm \frac{1}{2000}$$

entraîne donc la suivante

$$\frac{dF}{F} = \mp \frac{1}{2000}$$

c'est-à-dire, pour arriver à la précision voulue dans l'évaluation de l'indice de réfraction la distance focale de l'objectif de la chambre noire doit être connue à  $\frac{1}{2000}$  de sa valeur ou bien dans le cas actuel à 1<sup>mm</sup> près. Mais en employant la méthode

de BESSEL pour la détermination des distances focales avec les modifications, dont j'ai donné autrefois la description <sup>1)</sup> il est extrêmement facile à satisfaire à cette condition. —

Outre des quantités considérées jusqu'ici les valeurs absolues des indices cherchés dépendent encore de la température et de la pression de l'air qui entoure le prisme. En désignant par  $t$  et  $H$  ces quantités, par  $n$  et  $n_0$  l'indice trouvé directement et réduit à zéro et  $0.76$  on a:

$$n_0 - 1 = (n - 1) (1 + \alpha t) \cdot \frac{760}{H}.$$

Donc la correction, qu'il faut appliquer à  $n - 1$  pour avoir sa valeur à zéro et  $0.76$  sera:

$$C = n - 1 \left[ 1 + \alpha t \frac{760}{H} - 1 \right].$$

Si l'erreur commise dans la détermination de  $t$  était de  $1^\circ$ , l'erreur correspondante de  $C$  serait

$$dC = 0.0000011$$

environ, ce qui fait voir, que pour correspondre à la précision désirée des déterminations de l'indice la température doit être évaluée en valeur absolue à  $0.2$  près. Mais c'est une condition à laquelle il ne sera pas difficile à satisfaire, vu que pendant les deux expositions de la plaque, qui en utilisant le spectre solaire n'exigent en somme plus que une minute de temps, les variations de la température de l'air peuvent être considérées comme infiniment petites.

Quant à l'influence qu'une détermination erronnée de la pression de l'air peut avoir sur les valeurs des indices de réfraction, on trouve sans peine que cet influence dépasse les limites prescrites seulement dans le cas où l'erreur en  $H$  est plus grand que  $0.5^m$ , erreur qu'on peut facilement éviter. —

Finalement il reste encore une source d'erreur à considérer, qui au premier coup d'œil semble la plus sérieuse de toutes, à

<sup>1)</sup> Bulletin de l'Académie des sciences de St. Pétersbourg. T. XXXII, p. 412.



savoir la forme prismatique des lames de verre formant le prisme dans la direction du plan de dispersion. — En admettant l'existence d'un tel défaut on voit facilement, que la déviation  $\Delta$  trouvée de la manière décrite ci-dessus est la somme algébrique des déviations causées par la réfraction de l'air et par celle des lames. Pour avoir le sens de cette dernière déviation ainsi pour en déterminer la valeur numérique on pourrait opérer de la même manière que plus haut, mais en laissant le prisme rempli d'air de la même température et pression que l'air ambiante; car alors les déplacements de la raie spectrale ne dépendraient que de la réfraction dans les lames seules. Mais au lieu de cela il vaudrait évidemment mieux, si par un arrangement convenable des expériences on pourrait éliminer cette erreur sans la déterminer. Cela doit être possible si après avoir terminé une série de mesures on ôte les lames du prisme et les colle de nouveau mais de sorte, que le côté qui était tourné auparavant vers la base du prisme soit placé vers le sommet et vice versa. Alors le sens de la réfraction par les lames est renversé et si les déviations obtenues dans la première série étaient trop grandes p. e. une seconde série de mesures donnerait des valeurs trop faibles de la même quantité de sorte, que le moyen des deux séries serait affranchi de l'erreur provenant de la forme prismatique des lames.

Les considérations exposées ci-dessus suffiront je crois pour faire ressortir la précision notable, dont la méthode qui nous occupe ici est susceptible. A cet égard deux circonstances méritent une attention spéciale comme propres à écarter les perturbations dues aux variations de la température, dont on ne saurait jamais être sûr d'avoir évité l'influence nuisible dans la forme primitive de la méthode. En effet, le prisme une fois évacué, tout jeu ultérieur de la machine pneumatique est inutile et par conséquent toutes les variations de température dans le prisme dues à la raréfaction et à la compression de l'air seront éliminées. En second lieu le temps d'environ une minute nécessaire à l'exposition de la plaque photographique dans les deux

positions du prisme est si court, que la température de l'air ambiante peut être considérée comme sensiblement constant pendant cet intervalle. Ces avantages combinés à la précision des mesures spectrographiques doivent suffire pour assurer aux valeurs des indices de réfraction l'exactitude désirée.

---

## Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek

(Forts. fr.

**Puebla.** *Observatorio meteorológico del estado.*

Resumen de observaciones. 1891: 9-12. Fol.

Prognostico dado para al año de 1891. Fol.

**Rio de Janeiro.** *Observatorio.*

Revista. Anno 6 (1891): N:o 1-12. 8:o.

**Riposto.** *Osservatorio meteorologico.*

Bollettino mensile. Anno 17 (1891): N:o 1-12. 8:o.

**Roma.** *Ufficio centrale di meteorologia e di geodynamica.*

Bollettino meteorico giornaliero. Anno 13 (1891): 1-56; 58:

65; 67; 72-73; 78-81; 83; 88-89; 93-95; 98; 114; 12

140; 146-147; 153; 163; 196; 224; 326; 339; 352-353.

1-3. 4:o.

Annali. (2) Vol. 9 (1887): P. 1-5; 10 (1888): 1-4; 11 (1889): 1-5.

**Rousdon.** *Observatory.*

Meteorological observations. Vol. 7 (1890)—8 (1891). L.

**San Salvador.** *Instituto Nacional.*

Observaciones meteorológicas. 1891: 4-8; 10-12 &amp; Resumen.

**St Petersburg.** *Physikalisches Centralobservatorium.*

Bulletin météorologique. Année 1891: N:o 1-365. Fol.

» » Supplement: Année 1891: 1-12.

Annalen. Jahrg. 1890: Th. 2. 4:o.

Repertorium für Meteorologie, redigirt von H. Wild. Bd 14.

**Siracusa.** *Osservatorio centrale.*

Osservazioni meteorologiche. Anno 15 (1891): N:o 1-6. 8:o.

**Stonyhurst.** *Observatory.*

Results of meteorological and magnetical observations. 1891.

**Strassburg.** *Centralstelle des meteorologischen Landes.**Elsass—Lothringen.*

Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen. Jahr 1890.

**Stuttgart.** *K. Meteorologische Centralstation.*

Meteorologische Beobachtungen. Jahrg. 1890—1891. 4:o.

**Tiflis.** *Physikalisches Observatorium.*

Meteorologische Beobachtungen. Jahr 1890. 8:o.

Magnetische » Jahr 1890. 8:o.

Beobachtungen der Temperatur des Erdbodens. Jahr 1890.

**Torino.** *Osservatorio della R. Università.*

Osservazioni meteorologiche. 1890—1891. 8:o.

— *Società meteorologica Italiana.*

Bollettino mensile. (2) Vol. 11 (1891): N:o 1-12. 4:o.

Annuario meteorologico Italiano. Anno 7 (1892). 16:o.

(Forts.

## Beiträge zur Kenntnis der Edwardsien.

Von OSKAR CARLGREN.

[Mitgeteilt den 9 November 1892 durch HJALMAR THÉEL.]

Ich habe neulich bei der Königl. Academie der Wissenschaften eine Abhandlung über Nordische Actinien eingereicht, in der ich 18 z. T. neue Arten anatomisch-systematisch beschrieben habe. Unter dessen waren zwei Arten, die zu den Edwardsien geführt werden müssen, weil sie mit nur acht Septen versehen sind. Die eine von diesen war *Edwardsia clavata* Ratke, für die andere habe ich eine neue Gattung und eine neue Familie aufgestellt.

Zu dem von R. HERTWIG <sup>1)</sup> 1882 aufgestellten Tribus Edwardsiae ist bisher nur eine Familie, Edwardsidae, mit drei Genera, gerechnet worden. Diese sind die alte von QUATREFAGES <sup>2)</sup> zuerst beschriebene Gattung *Edwardsia*, die ANDRES <sup>3)</sup> 1883 mit Hinsicht auf die Zahl der Tentakeln (16 oder mehrere) in zwei Genera, *Edwardsia* und *Edwardsiella* geteilt hat, und die 1890 von DANIELSEN <sup>4)</sup> aufgestellte Gattung *Edwardsioides*. G. Y. DIXON <sup>5)</sup> und HADDON <sup>6)</sup> denen es gar nicht auf die Zahl

<sup>1)</sup> R. HERTWIG, Die Actinien der Challengerexpedition. Jena 1882.

<sup>2)</sup> QUATREFAGES Mém. Sur les Edwardsies. Ann. Sc. nat. 2:e, 18, 1842, p. 65—109.

<sup>3)</sup> A. ANDRES, Le Attinie. Reale Accademia dei Lincei 1882—1883. Roma 1883.

<sup>4)</sup> D. C. DANIELSEN, Den norske Nordhavs-expedition 1876—1878 Zoologi Actinida. Christiania 1890.

<sup>5)</sup> G. Y. DIXON, Notes on two irish specimens of *Edwardsia timida* (Quatrefages). Scient. Proc. R. Dublin Soc. Vol. V. P. 2 1886, p. 100.

<sup>6)</sup> HADDON, A., A Revision of the British Actiniae Part 1. Scient. Transact. R. Dublin Soc. Vol. 4 (2 Ser.) 1889.

der Tentakeln ankommt, vereinigen im Gegensatz zu ANDRES wegen der nach ihrer Meinung unregelmässigen Tentakelanordnung die Genera *Edwardsia* und *Edwardsiella* in ein Genus, *Edwardsia*. Sollte der einzige Unterschied dieser beiden Genera in der Zahl der Tentakeln liegen, so wäre ich geneigt gewesen dieselben mit DIXON und HADDON in ein zu vereinigen. Dies ist indessen nicht der Fall.

Sind die Tentakeln wirklich so unregelmässig angeordnet wie DIXON und HADDON es glauben? Ich muss diese Frage mit nein beantworten. Zwar erscheinen die Tentakeln, wenn mehr als 16 vorkommen, bei flüchtiger Betrachtung unregelmässig angeordnet —, was daher kommt, dass der letzte Cyclus unter den oft dicht stehenden Tentakeln sich am meisten in Entwicklung befindet und nur selten vollzählig ist —, bei genauer Betrachtung aber giebt die Anordnung der Tentakeln nach meiner Meinung so wohl in morphologisch-systematischer als auch in phylogenetischer Hinsicht gute Charaktere ab, um die verschiedenen Edwardsien zu unterscheiden.

In der oben genannten Abhandlung habe ich die Edwardsien nach der Tentakelanordnung zu systematisieren versucht und den Tribus Edwardsiae in zwei Familien Edwardsidae und Milne-Edwardsidae geteilt. Diese sind von einander dadurch unterschieden, dass die Tentakeln des ersten Cyclus der Edwardsiden, bei den man zwei verschiedene Typen unterscheiden kann, immer acht an der Zahl sind, bei den Milne-Edwardsiden dagegen sechs. Ich will mit einigen Worten die Tentakelanordnung näher erörtern und die verschiedenen Typen und Familien charakterisieren.

### Fam. Edwardsidae (ANDRES).

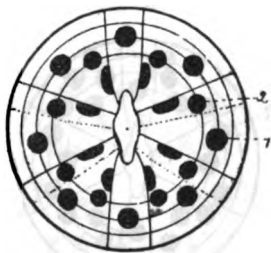
*Edwardsien mit Tentakeln nach dem Edwardsia- (8—8) oder  
Edwardsiella-Typus (8—12—24) entwickelt.*

Die beiden Typen, die bei dieser Familie vorkommen, werden dadurch charakterisiert, dass alle Fächer der Septen mit Ausnahme der Binnenfächer der Richtungssepten gleichwertig

sind, d. h. sie schliessen alle Tentakeln von erster und höheren Ordnungen ein. Die Zahl der Tentakeln des ersten Cyclus ist also acht, weil die Tentakeln, die zwischen den Richtungssepten stehen, immer dieser Ordnung angehören. In der Anordnung der Tentakeln in verschiedene Septenfächer weichen sie doch von einander ab.

Bei dem ersten Typus, den ich *Edwardsia*-Typus genannt habe, sind die Tentakeln nur in zwei Cyclen, acht in jedem, und zwar auf folgende Weise, wie ANDRES <sup>1)</sup> zuerst gezeigt hat, angeordnet. In den ventrolateralen Fächern stehen auf jeder Seite des Tentakels der ersten Ordnung zwei Tentakeln vom zweiten Cyclus, in den übrigen unpaarigen Fächern dagegen ist nur ein Tentakel zweiter Ordnung in jedem Fach vorhanden, der an der dorsalen Seite des Tentakels des ersten Cyclus liegt. Die Tentakeln des ersten Cyclus, welche die grössten sind, liegen merkwürdigerweise ausserhalb der Tentakeln des zweiten. Ich habe durch nebenstehende schematische Figur 1 die Tentakelanordnung anschaulich zu machen versucht.

Fig. 1.



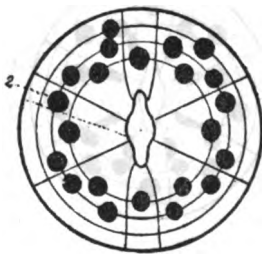
Representanten für diesen Typus sind das Genus *Edwardsia* (in demselben Sinn wie bei ANDRES gefasst) und *Edwardsioides*.

Bei dem anderen Typus, *Edwardsiella*-Typus, betragen auch die Tentakeln des ersten Cyclus acht, aber sie stehen hier im Gegensatz zu den vorigen innerhalb der Tentakeln zweiter Ordnung. Diese sind nicht acht sondern zwölf, weil auf jeder Seite von den sechs Tentakeln erster Ordnung, die in der Mitte der unpaarigen Fächer sich befinden, ein Tentakel des zweiten Cyclus liegt. Ausserdem finden sich Tentakeln von einer dritten Ordnung, die doch immer, so weit bisher bekannt, mehr oder weniger unvollständig sind.

<sup>1)</sup> A. ANDRES, intorno all' *Edwardsia Claparedii* (*Halcampa Claparedii*) Mitt.-il. Zool. Stat. zu Neapel. Bd. 2, Heft. 2. Leipzig 1880.

Ich selbst habe keine *Edwardsiella* gesehen und die Angaben der Tentakelanordnung im Verhältnis zu den Septen beschränken sich auf das, was G. Y. DIXON<sup>1)</sup> von einem Exemplar von *E. timida* sagt. Figur 2 zeigt uns ein schematisches Bild der Gruppierung der Tentakeln dieser Form. In zwei Fächern, die auf beiden Seiten eines Richtungsseptenpaares liegen, sind die Tentakeln vier an der Zahl. Zwei von diesen sind etwas weniger als die übrigen entwickelt und müssen wohl als Tentakeln eines dritten Cyclus angesehen werden. Die Fächer, in denen sie sich befinden, sind wahrscheinlich die dorsolateralen, weil ich im Allgemeinen so wohl bei Edwardsien mit mehr als 16 Tentakeln als auch bei Hexactinien gefunden habe, dass die Tentakeln der dritten Ordnung sich früher in dem s. g. dorsalen als in dem ventralen Teile des Tieres entwickeln.

Fig. 2.



Als Representant dieses Typus kann ich mit Sicherheit nur *Edwardsiella timida* rechnen. Wahrscheinlich werden spätere Forschungen zeigen, dass mehrere von den bisher unter dem Namen *Edwardsiella*<sup>2)</sup> beschriebenen Arten hier gerechnet werden müssen, während es andererseits notwendig ist andere zu folgender Familie überzuführen.

### Fam. Milne-Edwardsidae CARLGREN.

*Edwardsien mit Tentakeln nach der Sechzahl (6—6—12—24) ungeordnet.*

Der dritte Typus der Tentakelanordnung bei den Edwardsien ist sehr eigentümlich, weil er mit den Anordnung der Tentakeln bei den Hexactinien vollständig übereinstimmt. Ich habe ihn daher den *Hexactinien-Typus* genannt. Es charakterisiert sich dadurch, dass nicht alle unpaarigen Fächer gleich-

<sup>1)</sup> l. c. p. 102.

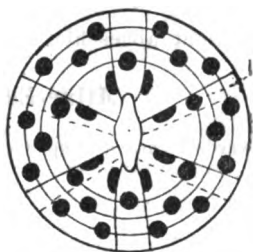
<sup>2)</sup> Ich behalte also den Gennamen *Edwardsiella* für solche Edwardsien, die die Tentakeln nach dem *Edwardsiella*-Typus (8—12—24) haben.

wertig sind, indem nur die lateralen und die ventrolateralen Fächer Tentakeln von erster Ordnung einschliessen; in den dorso-lateralen finden sich nur Tentakeln von zweiter (und höherer) Ordnung. Weil sich in jedem von den vorigen Fächern nur ein Tentakel erster Ordnung vorfindet, wird die Anzahl der Tentakeln des ersten Cyclus, die Richtungstentakeln mitgerechnet, sechs. Die übrigen Tentakeln sind auch nach der Sechszahl angeordnet. Das Schema der Tentakelanordnung wird also (6—6—12—24). Der letzten Tentakelcyclus scheint doch wie bei dem Edwardsiella-Typus, so weit man nach den von mir untersuchten Arten beurteilen kann, mehr oder weniger unvollständig zu sein oder spät zur Entwicklung zu kommen.

Nebestehende schematische Figur 3 zeigt uns 24 Tentakeln nach dem Hexactinientypus angeordnet. Die Tentakeln der ersten Ordnung, die sich in den unpaarigen

Fig. 3.

Fächern vorfinden, liegen dicht an den lateralen Septen. Wenn wir uns denken, dass ein fünftes und sechstes Septenpaar<sup>1)</sup> sich in derselben Weise entwickeln wie bei einer Hexactinie, die ein Edwardsiastadium durchgeht, so kämen sie in den dadurch entstandenen Binnenfächern zu liegen. Bei dem Edwardsia- und dem Edwardsiella-Typus dagegen würden, wenn wir uns auf dieselbe Weise entwickelte Septen denken, die Binnenfächer Tentakeln von zweiter oder höherer Ordnung einschliessen.



In diesem Typus gehört wahrscheinlich die von Danielssen 1890 beschriebene *Edwardsia fusca* und E. Andresi, die nur 12 Tentakeln haben und für die eigentlich, weil sie in der That Acontien besitzen ein neuer Genusname aufgestellt werden sollte. Weiter rechne ich hieher *Milne-Edwardsia Loveni*, eine eigentümliche Form, deren Physa reduziert ist, und für welche ich so wohl das Genus *Milne-Edwardsia* wie die Familie *Milne-Edwardsidae*

<sup>1)</sup> Die Gestreiften Linien auf den Figuren bezeichnen diese Septen.



aufgestellt. Wahrscheinlich werden Arten, die unter den Namen *Edwardsiella* vorher beschrieben worden sind, bei genaueren Untersuchungen zu dieser Familie gerechnet werden. Eine solche Art ist *Edw. Harassi*,<sup>1)</sup> die mit 24 Tentakeln (12—12?) versehen sind. Eine andere, die von GOSSE<sup>2)</sup> zuerst beschriebene *Edwardsiella carnea*, muss auch, wie wir unten sehen werden, hierher geführt werden.

Ich habe in der oben genannten Abhandlung die grosse Übereinstimmung mancher Charaktere zwischen *Milne-Edwardsia Lovéni* und *Edwardsiella carnea* gezeigt und die Vermutung ausgedrückt, dass sie möglicherweise zu demselben Genus geführt werden müssen. Während des Sommers 1892 erhielt ich an der zoologischen Station der Königl. Academie der Wissenschaften zu Kristineberg an der Westküste Schwedens mehrere Exemplare von *Edwardsiella carnea*, deren Untersuchung die Vermuthung zu voller Sicherheit gebracht. Ich will hier in Kürze etwas von *Edw. carnea* sagen, obgleich meine Untersuchungen über diese Art nicht abgeschlossen sind.

### *Milne-Edwardsia carnea* (GOSSE).

- Edwardsia carnea* n. sp. GOSSE 1856. Ann. Mag. Nat. History (2). Vol. 18, p. 219. Taf. 9. Fig. 1—4.  
 „ „ „ „ 1858. Ibid. (3) I. p. 418.  
 „ „ „ „ 1860. Actinologia Britannica. A History of the British Sea-anemones, p. 259. Taf. 7, Fig. 5, 6. Taf. 12. Fig. 3. London 1860.  
 „ „ „ HINCKS 1861. Ann. Mag. Nat. Hist. (3) 8. p. 363.  
*Edwardsiella* „ „ ANDRES 1883. Le Attinie, Reale Accad. dei Lincei. Roma 1883, p. 99.  
 „ „ „ PENNINGTON 1885. Brit. Zoophytes. London 1885, p. 178.  
*Edwardsia carnea* HADDON 1889. Scient. Transac. R. Dublin Soc. Vol. 4. (Ser. 2) 1889, p. 328. Taf. 33, Fig. 15. Taf. 36, Fig. 5 & 6.

*Fundort.* Gullmarsfjord (Smedjebrotten) auf einigen grossen Steinen, die mit *Sertularia* reich bewachsen waren.

*Grösse.* Das grösste Exemplar, das ich gesehen, war in voll ausgestrecktem Zustande 1,5 Cm. lang und 0,25 Cm. im

<sup>1)</sup> G. Y. DIXON rechnet doch *E. Harassi* als Synonym mit *E. timida* l. c. p. 100

<sup>2)</sup> GOSSE, Ann. Mag. Nat. Hist. (2) 18, p. 219, Fig. 1—4.

Durchmesser (grösste Breite). Die Länge der Tentakeln war etwa 0,25 Cm.

*Farbe.* Weil die Farbenzeichnung der von GOSSE beschriebenen Exemplare etwas ungleich der der meinigen war, gebe ich hier eine möglichst vollständige Beschreibung der Farbe, wie ich sie bei unseren Exemplaren gefunden habe. Die Cuticula des Scapus ist schmutzig gelbbraun, Capitulum, Scapus und Physa fleischfarbig durchschimmernd, das erstere auf der Mitte oder etwas unterhalb mit einem mehr oder weniger opak weissen Ringe von grossen, rektangulären Flecken, die durch eine sehr schmale fleischfarbige Partie von den undeutlich weissartigen Septeninsertionen getrennt sind. Diese Flecken setzen sich bisweilen sehr schwach als schmale Linien auf den ziemlich stark erhöhten Firsten, die zwischen den Septeninsertionen gehen, fort. Die Mundscheibe ist opak weiss bis gelblich weiss; die weisse Partie setzt sich in der Mitte der Tentakeln ein längeres oder kürzeres Stück, gewöhnlich in der Mitte wie eine schmale Zunge mit der Spitze gegen das Tentakelende, fort. Die Tentakeln sind übrigens fleischfarbig, etwas ins Rosa spielend, was besonders in dem kontrahierten Zustand derselben hervortritt. Die Partien der Mundscheibe, die rings um die Tentakeln liegen, sind opak weiss, welche Farbe sich als schmale Linien zwischen jedem Tentakel fortsetzt, die inneren sind dagegen scharlachsrot mit opak Weissem gestreift. Das Schlundrohr und die Lippenwülste waren scharlachsrot, die Geschlechtsorgane und Filamente orangegefärbt.

In Betreff des äusseren Aussehens des Tieres hat GOSSE 1858 und 1860 so gute Beschreibungen gegeben, dass ich hier hauptsächlich einige Unterschiede zwischen den beiden Arten *carnea* und *Loveni* zeigen will. Bei der letzteren ist die Physa der Lebensart des Tieres zufolge wegreduciert, so dass nur Capitulum und Scapus sich finden, bei der vorigen ist eine recht wohl entwickelte blasenförmige Physa, die gewöhnlich etwas breiter als der Scapus ist, vorhanden. Wie bei *M. Loveni* finden sich hier auf dem Capitulum zwischen den Septeninsertionen starke, durch Ausbuchtungen des Mesoderms entstandenen Firsten

wodurch der obere Teil des Tieres scharf achteckig wird. Die Partien des Mesoderms, an denen die Septen sich inserieren, zeigen die geringste Mächtigkeit, was man auf Fig. 4 sehen kann. Die Firsten scheinen doch nicht hier so stark wie bei *M. Loveni* entwickelt.

Bei den von mir untersuchten, lebenden Individuen war die Zahl der Tentakeln 18–24, die grösste Zahl, die sonst beobachtet worden, ist 32. Nach allen älteren Angaben sollen sie nach der Achtzahl gruppiert sein. Dies ist indessen nicht der Fall. Sie sind nach der *Sechszahl* wie bei den Hexactinien angeordnet (6–6–12–24), von denen der äusserste Cylcus unvollständig ist.

Fig. 4.

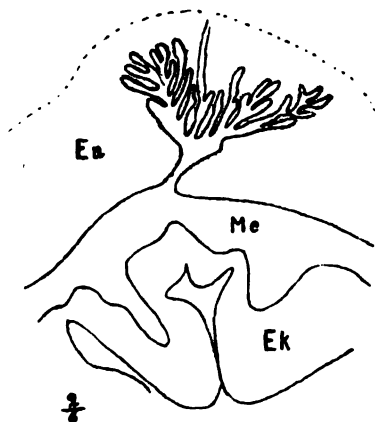


Fig. 3 zeigt uns ein schematisches Bild von einer *M. carnea* mit 24 Tentakeln. Bei mehreren von unseren Exemplaren war auch der dritte Tentakelcylcus unvollständig.

Die Mundscheibe ist mit schwachen Septeninsertionen versehen.

In Betreff des anatomischen Baues dieses Tieres ist nur wenig bekannt. Nur

HADDON <sup>1)</sup> hat 1889 zwei Figuren, die eine über einen Parietalmuskel, die andere über einen Retractor der Septen gegeben. Dieser Verfasser hat die Edwardsien nach dem verschiedenen Aussehen, das die Parietalmuskeln und die Septenretractoren bei verschiedenen Arten besitzen, zu unterscheiden versucht. Dies ist nicht unmöglich, aber da muss man, was HADDON nicht gethan hat, angeben, von welchem Teil des Tieres die Schnitte herrühren. So wohl die Parietalmuskeln wie die Retractoren zeigen nämlich in verschiedenen Partien ein verschiedenes Aussehen. In den obersten Partien auf der Höhe des Schlundrohrs sind die Falten

<sup>1)</sup> l. c., p. 331, Taf. 36, Fig. 5, 6.

Muskellamelle gewöhnlich zahlreicher und können ein ganz  
 Aussehen als unter dem Schlundrohr haben, was man  
 auf Fig. 4 und 5 sehen kann. In den untersten  
 verschmelzen übrigens die Retractoren nach und nach  
 Parietobasalarmuskeln, während das Mesoderm, das in  
 den Partien der Septen, besonders in den Retractoren,  
 ist, stark an Mächtigkeit zunimmt.

Figuren 4, 5 und 6, sind nach einem in Perenyi's  
 konservierten Exemplar, das ich in Boraxkarmin  
 und in Querschnitte zerlegt habe, gezeichnet und sollen  
 ich hoffe, ziemlich gute Bilder von den Parietalmuskeln  
 Retractor geben. Fig. 4 zeigt uns einen Querschnitt  
 der allerobersten Teile der Septen (also durch das Capi-  
 Die ziemlich zahlreichen Falten der Muskellamelle stehen

ausgebreiteter Fächer gegen  
 enterischen Raum. Das  
 war stark kontrahiert  
 Capitulum in den Scapus  
 ; dadurch werden die Fir-  
 Capitulums gegen einander

ganz anderes Bild erhält  
 5), wenn man Querschnitte

Parietalmuskeln unterhalb des Schlundrohrs (durch den  
 macht. Die dicken Falten des Mesoderms sind hier von  
 n mehr zusammengepresst. Unsere Figur erinnert auch  
 Fig. 5 von HADDON,<sup>1)</sup> die auch einen Schnitt durch den  
 vorstellt. In den untersten Partien des Scapus und in  
 a verringern sich die Falten noch mehr.

den Retractormuskeln der Septen habe ich von den  
 Teilen auf der Höhe des Schlundrohrs kein gutes Bild  
 Nebenstehende Fig. 6 zeigt uns einen Querschnitt  
 331, Taf. 36, Fig. 5, 6.

Mit abgeschraubter Frontlinse. Die Figuren 5 und 6 sind von den  
 Figuren mit einem Drittel vermindert. Die Angaben der Vergrösse-  
 beziehen sich auf HARTNACK'sche Systeme.

Fig. 5.

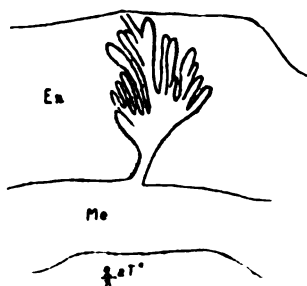
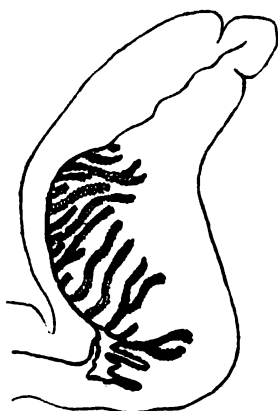


Fig. 6.



durch die Muskelpolster eines Septums unterhalb des Schlundrohrs, die noch die Längsmuskeln mit dem Parietalmuskel zu verschmelzen anfangen. Die Falten sind nicht besonders stark, etwa zwanzig, von denen doch mehrere sehr schwach sind (bei *M. Loveni* giebt es auf derselben Stelle des Tieres etwa 20 bis 30, die bedeutend stärker entwickelt sind). HADDON hat eine Zeichnung auch von einem Querschnitt durch einen Retractormuskel gegeben.

Er giebt nicht an, von welchem Platz des Tieres der Schnitt herrührt. Auch scheint das Exemplar HADDONS nicht so gut konserviert gewesen zu sein. Die Falten waren da nur acht oder zehn.

Die Nessel tuberkeln, die bei dem echten Edwardsien an dem Scapus vorkommen, fehlen hier wie bei *M. Loveni* ganz. Wenige zerstreute Nesselzellen trifft man doch in dem Ektoderm des Scapus, der übrigens hier mit recht zahlreichen Drüsenzellen versehen zu sein scheint.

Das Schlundrohr ist mit acht hohen und dicken Firsten und ebenso manchen Furchen wie das Capitulum versehen, aber die Septen inserieren sich hier nicht da, wo das Mesoderm am schwächsten, sondern am stärksten entwickelt ist. Zahlreiche Drüsenzellen sind in dem Schlundrohr vorhanden.

Der Bau des Tieres im Übrigen bietet kaum etwas Besonderes.

Die Familie Milne-Edwardsidae ist, was man aus Obenstehendem finden kann, sehr interessant und erbieht, meines Erachtens, sehr gute Exempel von Formen, die zwischen den Edwardsien und den Hexactinien stehen. Während nur 8 Septen wie bei den echten Edwardsien vorhanden sind, stimmt nämlich die Tentakelanordnung mit den Hexactinien vollständig überein.

Ich gebe schliesslich ein Schema über Familien und Genera der Edwardsien.

FAMILIEN-SCHEMA	{	<i>Fam. Edwardsiæ.</i>	{	Tentakeln nach dem Edwardsia-Typus.	{	Physa wohl entwickelt retractil.	{	Edwardsia.
		Tentakeln nach dem Edwardsia- (8—8) oder Edwardsiella-Typus (8—12—24) entwickelt.		Tentakeln nach dem Edwardsiella-typus.		Physa nicht retractil.		Edwardsioides.
						Edwardsiella (E. timida).		
FAMILIEN-SCHEMA	{	<i>Fam. Milne-Edwardsiæ.</i>	{	Acontien und Nessel-tuberkeln fehlen.	{	Milne-Edwardsia.	{	M. Loveni, M. carnea.
		Tentakeln nach dem Hexactinien-Typus (6—6 etc.) entwickelt.		Acontien und Nessel-tuberkeln vorhanden.		(Edwardsia) Andresi und fusca.		

## Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. fr. sid. 450.)

- Toronto.** *Meteorological service of the Dominion of Canada.*  
 Monthly weather review. Year 1891: N:o 1—12. 4:o.  
 Report. Year 1888. 8:o.  
 General meteorological register. Year 1890—91. 8:o.
- Trieste.** *Osservatorio marittimo della I. R. Accademia di nautica.*  
 Rapporto annuale. Vol. 6 (1889). 4:o.
- Utrecht.** *K. Nederlandsch meteorologisch Instituut.*  
 Nederlandsch meteorologisch Jaarboek. Jaarg. 22 (1880): D. 2; 43 (1890). Tv. 4:o.
- Vilafranca del Panadés.** *Estacion meteorológica.*  
 Observaciones. Año 1890—1891. 8:o.
- Washington.** *U. S. Weather Bureau.*  
 Twodaily [American] weather maps. 8 A.M., 8 P.M. Year 1891:  $\frac{1}{1}$ — $\frac{31}{5}$ ;  $\frac{1}{7}$ — $\frac{31}{8}$ ;  $\frac{1}{10}$ — $\frac{31}{10}$ . Fol.  
 Monthly [American] weather review. Year 1891: 1—12 & Suppl. 4:o.  
 International monthly charts of mean pressures and wind directions at 7 A.M. Washington mean time. 1882—1883. 1891. Fol.  
 [American] Charts showing average velocity and direction of the wind prepared from observations for 17 years [(1872—1891  $\frac{30}{6}$ )]. 1891. Fol.  
 [American] Charts showing maximum and minimum temperatures by decades for all years. [(1872—1891  $\frac{30}{6}$ )]. 1891. Fol.  
 GREELY, A. W., Diurnal fluctuations of atmospheric pressure at 29 selected stations in the United States. 1891. 4:o.  
 Bulletin. N:o 1—4. 1892. 8:o.  
 Report. 1891. 8:o.  
 Special report to the Secretary of Agriculture. 1891. 8:o.  
 HARRINGTON, M. W., Meteorological work for agricultural institutions. 1892. 8:o.
- *Hydrographic office. U. S. Navy.*  
 Pilot chart of the North Atlantic ocean. 1891: 3—7; Suppl.; 8—11; Suppl.; 12; Suppl. Fol.
- Wien.** *K. K. Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus.*  
 Jahrbücher. Bd 35 (1890). 4:o.  
 PERNER, J. M., Die Windverhältnisse auf dem Sonnblick und einigen anderen Gipfelstationen. 1891. 4:o.  
 v. LORENZ-LIBURNAU, J., Resultate forstlich-meteorologischer Beobachtungen, insbesondere 1885—1887: Th. 2. 1892. 4:o.
- Zagreb (Agram).** *Observatorium der K. Oberrealschule.*  
 Meteorologijska opazanja. — Meteorologische Beobachtungen. 1889: 1—4. Tv. 4:o.
- Zürich.** *Schweizerische meteorologische Central-Anstalt.*  
 Annalen. Jahrg. 25 (1889). 4:o.  
 Meteorologische Beobachtungen an 15 Stationen der Schweiz. Jahr 1890: 10—12; 1891: 1—9. 4:o.

(Forts. å sid. 475.)

## Pflanzenphysiologische Mitteilungen 3.<sup>1)</sup>

### Methode zur Isolierung lebender Protoplasten.

VON JOHN AF KLERCKER.

Mitgeteilt den 9 November 1892 durch V. B. WITTROCK.]

em durch die grundlegenden Untersuchungen von PFEFFER und DE VRIES<sup>2)</sup> die Semipermeabilität des oft von der Umgebung trennenden schlauchförmigen en als wirkende Ursache des Zustandekommens osmo-uckdifferenzen innerhalb des lebenden Pflanzenorganis-nt wurde, muss die Frage immer mehr in den Vorder-en, welche Schichten dieser Plasmalamelle als osmotisch ebend zu betrachten sind. Durch die einschlägigen PFEFFERS<sup>2)</sup> wurde erkannt, dass die Aussenschicht lasten das Eindringen gewisser Farbstoffe während des rhindere, ferner dass diese Eigenschaft bei geeigneten ethoden einige Zeit lang bei Abwesenheit mechanischer erhalten bleiben kann; von DE VRIES<sup>4)</sup> wurde ander-gewiesen, dass die Innenschicht des Protoplasten eine esistenz gegen tötende Agentien als das übrige Plasma wurden diese Beobachtungen der anomalen Plasmom-

eser Mitteilungen ist im Bihang t. K. V. A:s Handl. 1892 erschienen.  
r bei PFEFFER: Pflanzenphysiologie; I. Leipzig 1881, p. 31 ff., 50  
s: Physiology of Plants. Cambridge 1886.

s: Osmotische Untersuchungen. Leipzig 1877, —: Aufn. v. Anilin-  
Tübinger Unters. II, p. 179). Leipzig 1885, —: Oxydationsvorgänge.  
s: Plasmolytische Studien über die Wand der Vacuolen (Pripgheims  
XVI, p. 465).



lyse» bekanntlich zur Stütze der von ihm wol zunächst aus vererbungstheoretischen Gründen vindizierten Theorie der sich selbst teilenden »Tonoplasten« ausgebeutet. Die Eigenschaften der Hant-schichten des lebenden Protoplasten gegen Vakuolen verschiedenartigen Inhalts sind auch in den letzten Jahren mehrfach Gegenstand eingehender Untersuchungen gewesen.<sup>1)</sup>

Da, bei der bisher meistens üblichen Methoden der Untersuchung von in den Membranen eingeschlossen bleibenden Protoplasten die Beobachtung feinerer Strukturverhältnisse erheblich erschwert ist, man auch bei Benutzung von Dauergeweben oberirdischer Organe mit den Widerständen zu kämpfen hat, die ältere Membrane den hindurchzudiffundierenden Reagentien in den Weg setzen,<sup>2)</sup> so erschien es erwünscht, eine Methode ausfindig zu machen, die es erlaubt, lebende Protoplasten von den Membranen losgelöst, direkt unter dem Mikroskop beobachten zu können.

Mir wurde dies Bedürfnis um so dringender, als es sich bei einigen wachstumstheoretischen Untersuchungen herausstellte, dass die Elastizität des Protoplasten eine nicht zu vernachlässigende Grösse darstelle; die Zahlenwerte dieser aus dem wechselnden Volumen eines Protoplasten bei variirtem osmotischen Druck der Aussenflüssigkeit abzuschätzenden Grösse sich aber an behäuteten Zellen keineswegs mit der nötigen Genauigkeit feststellen liessen. Um hierbei genau und leicht zu berechnende Werte zu erhalten, ist unbedingt notwendig, dass die Protoplasten Kugelgestalt annehmen, was bei nicht ganz isodiametrischen Zellen erst durch sehr hohen osmotischen Druck der Aussenflüssigkeit erreicht wird.

Die nachher zu beschreibende Methode ist so einfach und bequem, dass ich es mir erlauben werde, dieselbe hier anzugeben, und werde gleichzeitig vorgreifend einige Beobachtungen mitteilen, die geeignet sein dürfen, die Vorzüge der Methode vielseitig zu beleuchten.

<sup>1)</sup> DE VRIES, WENT, WAKKER, u. s. w., PFEFFER, KLEBS, CAMPBELL, Verf. u. a.

<sup>2)</sup> AF KLERCKER: Studien über die Gerbstoffvakuolen. Bih. K. V. A:s Handl. Bd. 13. III. N:o 8, Stockholm 1888, p. 6 ff.

**Die Isolierung.** Die zu untersuchenden Gewebe werden wenn nicht schon vorher scheibenförmig — wie z. B. bei Blättern der Fall — in mehr als eine Zellschicht umfassende Schnitte zerlegt, diese nachher in eine plasmolysierende Flüssigkeit — bei den meisten Geweben mehr als 0,25 G-Mol.  $\text{NO}_3\text{K}$ -Wert pro Liter enthaltend — eingelegt. Nach erfolgter Plasmolyse und vollständiger Abrundung der Protoplasten, was unter dem Mikroskop zu kontrollieren ist, wird ein Schnitt auf einem Objektträger in einen Tropfen der zur Plasmolyse angewandten oder einer hypotonischen Flüssigkeit gebracht und mittelst zweier Skalpelle der Länge nach zerrissen. Hierbei geht eine Längsreihe von Zellen genau in der Mitte der Querwände entzwei, und die kontrahierten Protoplasten treten in die Flüssigkeit hinaus. Um eine grössere Anzahl von isolierten Protoplasten zugleich zu erhalten, wird es sich empfehlen, dies Verfahren so oft zu wiederholen, als die Breite des Gewebestreifens es noch erlaubt.

Bei schmalen, dünnen Organen, wie Algenfäden, Wurzeln u. dgl. muss die Zerlegung anstatt durch Zerreißen durch Zerschneiden mit einem scharfen Rasiermesser erfolgen. Bei dieser Operation werden die Lumina mehrerer Zellen geöffnet, und ihre Protoplasten treten, wenn unversehrt geblieben, in die Aussenflüssigkeit hinaus. Die Ausbeute ist indessen in diesem Falle viel kleiner als bei der vorher besprochenen Methode.

Um die auf diese Weise isolierten Protoplasten, die unter dem Mikroskop betrachtet als straffe Blasen auftreten, bequem beobachten und weiter behandeln zu können, so müssen dieselben zunächst aufgefangen und gesammelt werden.

**Beobachtungsvorrichtungen.** Die einfachste Methode, die isolierten Protoplasten zur Beobachtung zu bringen, ist die Folgende.

Auf einem Objektträger stellt man mit Hülfe eines durch einen schiefen Schnitt in zwei Teile (Fig. 1 A und B) getheilten Deckgläschens eine sich verengende Rinne dar. Ein zweites Deckglas wird aufgelegt, und bei der Spitze der Rinne ein Stückchen Paraffin an den Deckglasrand gelegt. Durch eine von oben auf die Vorrichtung gerichtete Bunsenflamme wird das Paraffin zum

Schmelzen gebracht. Es zieht sich hierbei kapillär zwischen die Deckgläser hinein und füllt ausserdem die Spitze der Rinne aus. Durch schnelles Auflegen auf eine Metallplatte wird das Paraffin zum Erstarren gebracht, und man erhält auf diese Weise ein spitzes kapilläres Trog.<sup>1)</sup> Ein Tropfen der die isolierten Protoplasten enthaltenden Flüssigkeit wird sodann an die Öffnung des Troges gebracht und zieht sich sogleich bis an das unterste Ende der Rinne hinein. Unter dem Mikroskop stellt man nun zunächst fest, ob die isolierten Protoplasten in der Flüssigkeit schwimmen oder untersinken, und stellt nachher den Objektträger vertikal in geeigneter Richtung, so dass die der Schwere folgenden Protoplasten sich an das verengte Ende der Rinne ansam-

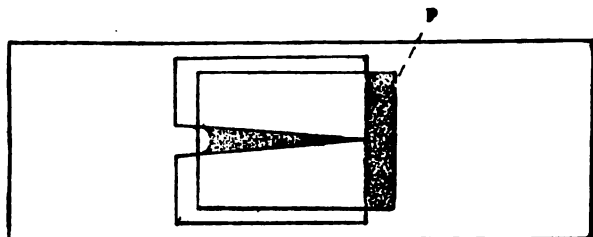


Fig. 1. Kapilläres Sammeltrög. p. Paraffin.

eln. Mittelst Fliesspapiers wird sodann ein Teil der Flüssigkeit von der Mündung der Rinne entfernt, ein neuer Tropfen zugesetzt und die in diesem befindlichen Protoplasten wiederum aufgefangen. Die in dieser Rinne befindlichen Protoplasten bleiben bei horizontaler Lage des Objektträgers völlig ruhig liegen und lassen sich auch mit Ölimmersion bequem beobachten.

Soll die Lösung gewechselt werden, so muss ein etwas komplizierteres Verfahren eingeschlagen werden. Es eignet sich hierzu der von mir früher<sup>2)</sup> beschriebene Kulturapparat mit fliesen-

<sup>1)</sup> Paraffin hat bei diesem Apparat vor Canadabalsam u. dgl. als Bindemittel den Vorzug, dass dasselbe, weil sich beim Erstarren stark kontrahierend, der bei dem nachfolgenden Auffüllen auszuweichenden Luft aus der Rinne Durchgang verschafft.

<sup>2)</sup> AF KLERCKER: Über das Kultivieren lebender Organismen unter dem Mikroskop. (Zeitschr. f. wiss. Mikroskopie. Bd. IV. 1889. p. 145—149.)

dem Wasser, der in Figg. 2 und 3 abgebildet ist. Die Flüssigkeit wird hierbei in eine aus zwei mittelst Canadabalsams festgekitteten Deckglasleisten (L) und einem aufgelegten mit Gummi-

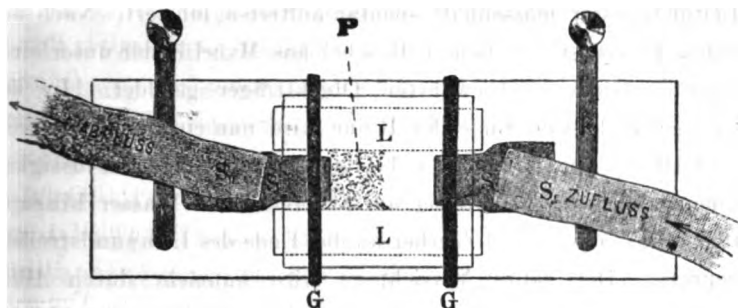


Fig. 2. Kulturobjektträger. (Nach Zeitschr. f. wiss. Mikroskopie IV. p. 146).  
P. Pilzmycel.

ringen (GG) oder durch Canada befestigten Deckglas gebildeter Rinne mit Hilfe zweier Leinwandstreifen ( $S_I$  und  $S_{II}$ ) geleitet. Beim Operieren mit so kleinen Objekten wie die isolierten Protoplasten,

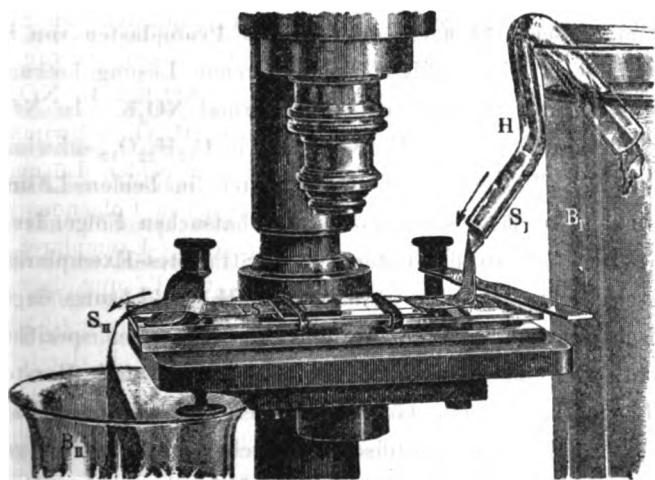


Fig. 3. Fließkulturvorrichtung. (N. Zeitschr. f. wiss. Mikr. IV. p. 148.)

würden dieselben aber sogleich fortgeschwemmt werden, wenn nicht in die Rinne ein auffangendes Filtrum angebracht werde. Zu diesem Zwecke habe ich a. a. O. Glaswolle empfohlen, bin aber in letzter Zeit auf eine noch zweckmässigere Substanz gekommen,

nämlich Pilzmycelien. Eine Kulturrinne meiner Konstruktion wird zu etwa  $\frac{2}{3}$  mit Zuckerlösung gefüllt und mit einem in Wasser vegetierenden Schimmelpilz, wie sie wenigstens im Stockholmer Leitungswasser massenhaft spontan auftreten, infiziert. Nach wenigen Tagen ist ein dichter Büschel aus Mycel in der unter einer feuchter Glocke aufbewahrten Objektträger gebildet. In das trocken gebliebene Ende der Rinne wird nun ein trockener Leinwandstreifen eingefügt und bis zur Erreichung der Flüssigkeit hineingeschoben, gleichzeitig am anderen Ende Wasser hinzugefügt. Das Mycel wird hierbei an das Ende des Leinwandstreifens gepresst. Die ganze Vorrichtung wird nunmehr durch Hitze sterilisiert, und der zuerst eingeschobene Streifen als Abflusstreifen (Fig. 3) benutzt. An dieser etwas klebrigen »Pilzbaumwolle« haften die nachher zuschwemmenden Protoplasten ausgezeichnet und man kann die verschiedensten Lösungen nachher durch die Rinne leiten, ohne das eingestellte Objekt aus dem Gesichtsfeld zu verlieren.

**Einige Beobachtungen an isolierten Protoplasten von *Stratiotes aloides*.** Die gerade plasmolysierende Lösung betrug bei den untersuchten Exemplaren 0,25 normal  $\text{NO}_3\text{K}$ . In  $\text{NO}_3\text{K}$ -Lösungen untersinken die Protoplasten, in  $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{12}$  schwimmen sie auf. Da die geplatzen Protoplasten in beiden Lösungen untersinken, so lässt sich aus diesen Thatsachen Folgendes ableiten. Der Zellsaft des untersuchten *Stratiotes*-Exemplares ist spezifisch leichter als eine isotonische  $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$ -Lösung, dagegen spezifisch schwerer oder wenigstens von demselben spezifischen Gewicht wie eine isotonische  $\text{NO}_3\text{K}$ -Lösung. Durch Herstellen von Lösungen, die ein Gemisch beider Substanzen enthalten, lässt sich daher das spezifische Gewicht des Zellsaftes genau feststellen. Wird durch Umlegen des Mikroskopes der Objektträger vertikal gestellt, so gerathen die Protoplasten in Bewegung, in  $\text{KNO}_3$  nach unten, in  $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$  nach oben. Sie behalten während dieser Bewegungen annähernd sphärische Gestalt bei. Wird dagegen die Lösung durch Diffusionsströmungen, die z. B. durch Hinzufügen eines Krystalls der plasmolysierenden Sub-

tanz an den Deckglasrand bewirkt werden können, in Bewegung gesetzt, so werden die Protoplasten gewaltig in die Länge gezogen. An Protoplasten mit einseitig angehäuften Aussenplasma wird hierbei der dünnere Teil nach vorne gerichtet.

Über die Strukturverhältnisse der isolierten Protoplasten war vorläufig Folgendes festzustellen.

Ein normal plasmolysierter Protoplast zeigt das Aussehen von Fig. 4. Die völlig sphärische homogen erscheinende »Vakuolenwand« ist an der Aussenseite von einem feinkörnigen Plasma einseitig umgeben, worin die Chloroplasten auch bei stärkerer Plasmolyse zunächst ziemlich gleichmässig über die Fläche verteilt erscheinen (Fig. 4). Bei genauer Einstellung des optischen

Querschnittes ergibt sich, dass die Chloroplasten, die an noch lebenden Zellen scharf kontouriert und bei stärkerer Plasmolyse gewaltig komprimiert erscheinen, als kleine Höcker nach aussen sich vorwölben. In diesem äusseren granulierten Plasma sind mehrere Strömungsbahnen zu unterscheiden, die die gespannte Zellsaftblase netzartig umspannen. Dass die Chloroplasten unter dem

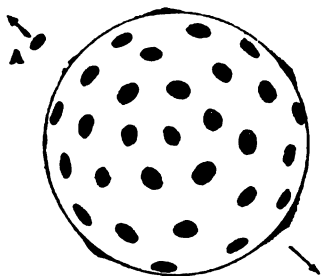


Fig. 4. Isolierter Protoplast von *Stratiotes aloides* in  $\text{KNO}_3$  0,40 G-Mol.

druck einer äusseren elastischen Schicht komprimiert sind, und nicht allein durch Wasserentziehung ihrer Substanz, erhellt aus dem Umstande, dass dieselben an absterbenden Protoplasten ein nach dem anderen losgelöst werden (Fig. 4 bei A), wobei der bei dem Auflösen erfolgende elastischen Gegenstoss so stark ist, dass der ganze Protoplast mit einem Ruck von seiner Stelle bewegt wird.

Sinkt der osmotische Druck der Aussenflüssigkeit, so sammelt sich dies äussere Plasma gewöhnlich einseitig an (Fig. 7), was in Präparaten, die ein Paar Tagen in stärkeren  $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$ -Lösungen verweilt haben, ebenfalls der Fall ist. Die Chloroplasten mit dem Kern sind jetzt auf der einen Seite angehäuft und die klare Wand des Vakuolen erscheint nunmehr nur von einem

weitmaschigen Netz aus dünnen sich bewegenden Mikrosomen einschliessenden Plasmafäden umspinnen. Dass der äusseren Plasmalamelle, die auf diesem Stadium noch am Leben ist, eine Elasticität inne wohnt, zeigt sich beim Hinzufügen einer hyperisotonischen Lösung. Hierbei zieht sich das Aussenplasma wiederum zeitweilig über die ganze Fläche und das Aussehen von Fig. 4 kann auf kurze Zeit wieder hergestellt werden.

Bei der einseitigen Anhäufung ist auch eine andere interessante Beobachtung zu machen. Die kontrahierten Partien erscheinen nämlich nach aussen von einem hellen in lebhafter Bewegung befindlichen Saum umgeben, der sich bei stärkerer Vergrösserung in feinen cilienartigen Fäden auflöst. Ich glaubte

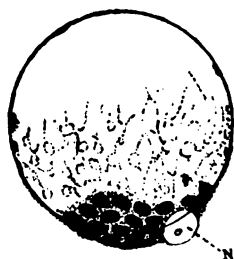


Fig. 5. Isolierter Protoplast von *Stratiotes aloides*. 2 Tagen in  $C_{12}H_{22}O_{11}$ . 0,50 G-Mol. N. = Nucleus.

anfangs mit Formen von Bakterien zu thun zu haben, die möglicherweise von den assimilierenden Chloroplasten ange lockt sein könnten, allein die Beobachtung dass dieselben Mikrosomen ganz derselben Natur wie die die Blase umspinnenden Strömungsbahnen einschliessen, so wie die Thatsache, dass dieselben an frisch plasmolysierten und isolierten Protoplasten konstant auftreten, macht es wahrscheinlich, dass wir wirklich mit amöboiden Fortsätzen des Plasmas zu thun haben. Ob ihre Bewegung aktiver oder passiver Natur ist, lässt sich vorläufig nicht mit Sicherheit entscheiden.

Beim Beobachten derartiger Protoplaste bei hohen Vergrösserungen ergibt sich mit voller Sicherheit, dass auch die *Innenseite der Vakuolenwand* an einigen Stellen von vorgewölbten Strombahnen körnigen Plasmas bekleidet ist. In Fig. 6 ist ein Teil einer solchen Wand dargestellt, wo man bei *a* den optischen Querschnitte einer solchen sich senkrecht auf die Ebene der Zeichnung hinziehenden Plasmabahn ersieht. Die Innenkontour dieser Plasmawall ist fortwährenden Gestaltveränderungen unterworfen. Ob wir es in diesem Falle mit einem integrierenden Teil des *Stratiotes*-Protoplastes oder einem para-

sitären Organismus zu thun haben, lasse ich vorläufig unentschieden, ebenso die Frage, ob vielleicht irgend ein Zusammenhang zwischen den äusseren und inneren Strömungsbahnen besteht.<sup>1)</sup>

An isolierten Protoplasten, die mehrere Tage lang in einer 0,79 G-Mol.  $C_{12}H_{22}O_{11}$ -Lösung verweilt haben, nehmen diese Plasmastrenges bedeutend an Grösse zu, und man gewahrt jetzt ebenfalls Plasmastränge, die quer durch die Vakuole setzen. Es mag hinzugefügt werden, dass derartige Protoplasten völlig gesund aussehen und in ihren Chloroplasten Massen von Stärke angehäuft haben.



Fig. 6. Teil von Fig. 7 stärker vergrössert. P. = Plasmabahn.

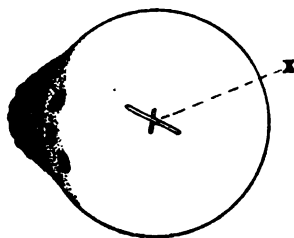


Fig. 7. Isolierter Protoplast von *Stratiotes aloides*.

Die Elasticität des Plasmaschlauches scheint bei Volumina des Protoplasten, die kleiner als das in den unversehrten Zellen eingenommene Volumen sind, ziemlich konstant zu sein, wie es sich aus der annähernden Proportionalität zwischen Volumen des Gesamtprotoplasten und osmotischem Druck der Aussenflüssigkeit für diese Fälle ergibt. So wurde in einer Versuchsserie, worin ein und derselbe Protoplast mit stärkeren und verdünnten  $NO_3K$ -Lösungen abwechselnd behandelt wurde, folgende

<sup>1)</sup> Es sind mir vielfach Bilder begegnet, die für ein solches Verhalten sprechen; da unsere Institution sich aber leider nicht im Besitz einer brauchbaren Immersionallinse befindet, wage ich nicht sicheres zu behaupten.



relative Werte für das Produkt aus dem osmotischen Druck ( $P$ ) – der molekularen Konzentration ( $C$ ) der Aussenflüssigkeit infolge des VAN T'HOFFschen Gesetzes innerhalb nicht zu weiter Grenzen proportional — und dem Volumen ( $V$ ) des Protoplasten gefunden

$C$ (G-Mol. $\text{NO}_3\text{K}$ ).	$P \cdot V$
0,30 Normal	= 31
0,40	» = 30
0,60	» = 31
1,00	» = 34

was bei einem wahrscheinlichem Fehler von 2 Einheiten als annähernd konstant betrachtet werden darf.

Sobald der osmotische Druck des Aussenmediums unter den einer 0,30 Normal  $\text{NO}_3\text{K}$ -Lösung sinkt, wird die Zunahme des Volumens aber fast verschwindend klein und die Elastizitätsgrenze ist nunmehr bald erreicht.

Beim derartigen Entplasmolysieren quillt die homogene Wand gewaltig auf, es entsteht sich ein plötzlicher Ruck und die noch unversehrt gebliebene Wand kontrahiert sich langsam, wobei in Protoplasten, die vorher ein Paar Tage lang in  $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$  verweilt haben, jetzt unter Anwendung von  $\text{NO}_3\text{K}$ -Lösung im Zellsaft urplötzlich zahlreiche Krystalle (Fig. 8 K), mit denen des Rohrzuckers übereinstimmend, auftreten. Es hat hierbei den Anschein, als ob bei diesem Ruck *nicht die innere Vakuolenwand*, sondern eine dünne äussere Schicht platzen würde, und dass die nunmehr allein übrig bleibende Vakuolenwand für die im Zellsaft befindlichen Stoffe permeabel gemacht wird. Es würde dies sehr zu Gunsten der Auffassung <sup>1)</sup> von der Vakuolenwand als eine Niederschlagsmembran, dessen äusseren Membranogen die dünne Plasmalamelle vorstellt, sprechen. Bei Verwendung von  $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$  resp.  $\text{NO}_3\text{K}$  als Aussenmedium ist übrigens ein anderer wichtiger Umstand zu beachten. Während im ersten Falle die Wand nach dem Ruck sich allmählich zusammenzieht und kontouriert ver-

<sup>1)</sup> PFEFFER: Osm. Unts. etc., AF KLERCKER: Studien über die Gerbstoffvakuolen.

bleibt, wird sie im zweiten eher ausgedehnt, allmählich dünner und schliesslich völlig aufgelöst, ohne auch eine Spur zurückzulassen. Dies Verhalten verglichen mit dem Auskrystallisieren des eingeschlossenen Zuckers in  $\text{NO}_3\text{K}$ -Medium lässt wol keine andere Deutung zu, als dass die durch Platzen der Plasmalamelle blosgelegte Vakuolenwand für  $\text{NO}_3\text{K}$  permeabel, für  $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$  undurchlässig verbleibt. Im  $\text{NO}_3\text{K}$  diffundieren daher die osmotischen Stoffe des Zellsaftes nach aussen, aber das Salpeter dringt verhältnismässig schneller hinein und bewirkt das Herausfallen des Zuckers, und dehnt die Niederschlagsmembran weiter aus, bis dieselbe aufgelöst wird. Im  $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$  dagegen dringen nur die aufgelösten Zellsaftbestandteile hinaus, und infolge des sinkenden osmotischen Wertes des Vakuolenflüssigkeit wird letztere kontrahiert, wobei die Auflösung der Niederschlagsmembran verlangsamt wird.

Ich kann nicht umhin, an dieser Stelle auf die auffallende Übereinstimmung der hier beobachteten Erscheinungen mit den an tanningefüllten anorganischen Zellen aus gerbsaurem Leim beobachteten hinzuweisen, die entschieden zu Gunsten der hier ausgesprochenen Deutung sprechen. Die DE VRIES'sche bei der anomalen Plasmolyse isolierte Vakuolenwand würde somit nicht aus der Innermembran des Plasmas allein, sondern aus einem zweischichtigen Häutchen, aus einer Plasmalamelle und einer Niederschlagsmembran bestehen, folglich dieselbe Struktur besitzen, die ich aus anderen Gründen für die Wandung der Gerbstoffblasen als wahrscheinlich angegeben habe.<sup>1)</sup>

Tötet man das Aussenplasma durch einen geeigneten Farbstoff, und lässt man nachher die Vakuole in angegebener Weise in hypotonischer  $\text{NO}_3\text{K}$ -Lösung vergehen, so bleibt das koagulierte und gefärbte, bei dem Ausdehnen der Vakuolen gesprengte Aussenplasma als ein starres Teil eines Kugelmantels (Fig. 8) bestehen; von der Vakuolenwand ist aber keine Spur zu sehen noch mit Farbstoffen nachzuweisen.

<sup>1)</sup> AF KLERCKER: Gerbstoffvakuolen p. 45 ff.

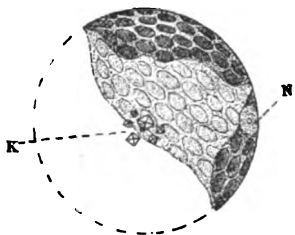


Fig. 8. Isolierter Protoplast von *Stratiotes aloides* in  $\text{NO}_3\text{K}$  abgestorben.

Wie aus den obigen Beispielen erhellt, darf es wol durchaus nicht zu kühn erscheinen die Hoffnung auszusprechen, dass die in angegebener Weise gelungene Isolierung des lebenden Protoplasten dem Studium der Protoplasma mechanik Wege eröffnen werde, die den bisherigen Beobachtungen eingeschlossener Protoplasten verschlossen waren. Vor allem lässt sich erhoffen, dass die Möglichkeit, den isolierten Protoplasten wieder unter demselben Druck zu bringen, wie in der intakten Zelle ausgesetzt war, für Kulturversuche Bedingungen schaffen werden, die für das Studium der Verjüngerungserscheinungen von einschlägiger Bedeutung sein werden.

# Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. fr. sid. 462.)

## Utgifvarne.

- Månadsöfversigt af väderleken i Sverige ... utg. af H. E. HAMBERG.  
 Årg. 11 (1891): 1—12. Fol.  
 SYMONS'S Meteorological Magazine. Vol. 26 (1891). London. 8:o.

## Författarne.

- BOVALLIUS, C., Om Norrlands skogar. Sthm 1892. 8:o.  
 HILDEBRANDSSON, H. H., Über den Werth der Messungen von Zug-  
 richtung und Höhe der Wolken für die meteorologische Wissen-  
 schaft. Hamb. 1891. 4:o.  
 SVEDMARK, E., Meddelanden om jordstötter i Sverige. 2—4. Sthm  
 1889—92. 8:o.  
 WULFF, C. A., Berättelse om en resa i Nord-Amerika år 1889. Af-  
 gifven till K. Landtbruks-Akademien. Sthm 1891. 8:o.  
 CHWOLSON, O., Über den gegenwärtigen Zustand der Actinometrie.  
 St. Petersburg 1892. 4:o.  
 ERK, F., Die Internationale Conferenz der Repräsentanten der mete-  
 orologischen Dienste aller Länder in München 1891  $26\frac{7}{8}$ — $2\frac{1}{8}$ . Mün-  
 chen 1891. 1. 8:o.  
 RIZZO, G. B., Un notevole tipo isobarico Subalpino. Torino 1891. 8:o.  
 SCHREIBER, P., Untersuchung über die Periodicität des Niederschlages  
 im Königreich Sachsen. Berlin 1891. 8:o.

1875

1876

1877

1878

1879

1880

1881

1882

1883

1884

1885

1886

1887

1888

# ÖFVERSIGT

AF

## KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 49.

1892.

Nº 10.

Onsdagen den 14 December.

### INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar.....	sid. 477.
ARRHENIUS, Ueber die Bestimmung der elektrolytischen Dissociation von Salzen mittelst Löslichkeitsversuchen.....	> 481.
SÖDERBAUM, Om några aromatiska isonitrosoketoners förhållande till ättiksyreanhydrid och acetylklorid .....	> 495.
PHRAGMÉN, Sur une nouvelle méthode de démontrer le principe de Dirichlet .....	> 511.
ANZEGG, Untersuchungen über Diffusion in wässrigen Salzlösungen.....	> 517.
BERGENDAL, Några anmärkningar om Sveriges Triklader.....	> 539.
PETRINI, Om gasers jemnvigt under inverkan af gravitationen.....	> 559.
KOSS, Om de inre spänningarne i en elastisk roterande skifva.....	> 571.
Skänker till Akademiens bibliotek.....	sidd. 479, 510, 558, 570, 575.

Med anledning af Kongl. Maj:ts remiss å en underdånig ansökan af Professor G. MITTAG-LEFFLER om beredande af fortsatt anslag för utgifvande af tidskriften *Acta Mathematica* afgåfvo Hrr. RUBENSON och HASSELBERG infordradt utlåtande, som af Akademien godkändes.

På tillstyrkan af komiterade antogs till införande i Akademiens Handlingar en afhandling af Lektorn P. OLSSON med titel: »Bidrag till Skandinavians Helminthfauna.

Filos. Kandidaten H. WALLENGREN hade aflemnat berättelse om sitt uppehåll vid Kristinebergs zoologiska station för idkande af studier öfver hafsinfusorierna, särdeles de parasitiska.

Hr. WITTRÖCK redogjorde för innehållen af följande, till införande i Akademiens skrifter anmälda afhandlingar af Professor F. R. KJELLMAN: 1) »Studier öfver Chlorophycéslägtet Acrosiphonia och dess skandinaviska arter», 2) »Om en ny organisationstyp inom slägtet Laminaria», 3) »Om fucoidéslägtet Mycophycus». (Se Bihang till K. Vet. Akad. Handl.)

Hr. HASSELBERG redogjorde för en af Docenten S. ARRHENIUS afgifven berättelse om hans med understöd af Wallmarkska donationsfonden utförda undersökningar öfver den elektrolitiska dissociationsteorien.

Hr. RETZIUS öfverlemnade fjerde bandet af sitt arbete: »Biologische Untersuchungen, Neue Folge».

Hr. MITTAG-LEFFLER meddelade en uppsats af Professor E. PHRAGMÉN: »Sur une nouvelle méthode de démontrer le principe de DIRICHLET».\*

Sekreteraren öfverlemnade för intagande i Akademiens skrifter följande inlemnade uppsatser: 1) »Om en märklig art af förändring hos geodetiska längdmättningssträngar», af Lektor E. JÄDERIN (se Bihang etc.); 2) »Ueber die Bestimmung der elektrolitischen Dissociation von Salzen mittelst Löslichkeitsversuchen», af Docenten S. ARRHENIUS;\* 3) »Om några aromatiska isonitrosoketoners förhållande till ättiksyreanhydrid och acetylklorid», af Docenten H. G. SÖDERBAUM;\* 4) »Sur une nouvelle méthode de démontrer le principe de DIRICHLET», af Professor E. PHRAGMÉN;\* 5) Untersuchungen über Diffusion in wässrigen Salzlösungen», af Doktor R. ABEGG;\* 6) »Några anmärkningar om Sveriges Triklader», af Docenten D. BERGENDAL;\* 7) »Om gasers jemnvigt under inverkan af gravitationen», af Docenten H. PETRINI;\* 8) »Om de inre spänningarne i en elastisk roterande skifva», af Doktor G. KÖBB.\*

Årsräntan af *Edlundska* donationen anvisades åt Öfveringenjören S. A. ANDRÉE såsom understöd för utförande af ballonguppstigningar för vetenskapliga ändamål.

Det *Beskovska* stipendiet tilldelades Filos. Kandidaten S. FORSLING för fortsättning vid Akademiens fysiska institution af hans undersökningar af de sällsynta jordarternas absorptions-spectra.

Genom anställdt val kallades Professorn i fysiologi och embryologi vid universitetet i Lund MAGNUS GUSTAF BLIX till ledamot af Akademien.

Äfvenledes genom anställdt val erhöill Professor A. KEY uppdrag att fortfarande under året 1893—1896 vara ledamot af Stockholms Högskolas styrelse.

Följande skänker anmälades:

#### Till Vetenskaps-Akademien's Bibliothek.

**Aas.** *Den höiere Landbrugsskole.*

Beretning. Aar 1890/91. 8:o.

**Belgrad.** *Académie R. de Serbie.*

Spomenik. 10—17. 1891—92. 4:o.

Glas. 31—35. 1892. 8:o.

**Berlin.** *K. Akademie der Wissenschaften.*

Sitzungsberichte. Jahr 1892: N:o 26—40. 8:o.

Acta Borussica . . . Bd. 1—3. Berlin 1892. 8:o.

**Bonn.** *Naturhistorischer Verein der Preussischen Rheinlande . . .*

Verhandlungen. Jahrg. 49(1892): H. 1. 8:o.

**Boston.** *American academy of arts and sciences.*

Proceedings. Vol. 26(1890/91). 8:o.

Memorial of Joseph Lowering. Cambridge 1892. 8:o.

**Bruxelles.** *Société Belge de microscopie.*

Annales. T. 16. 1891. 8:o.

Bulletin. Année 18(1891/92): N:o 1—10. 8:o.

**Buenos Aires.** *Sociedad científica Argentina.*

Anales. T. 32(1891): Entr. 1—6; 33(1892): 1—6. 8:o.

AVE LALLEMANT, GERM., El Paramillo de Uspallata. Buenos Aires 1890. 8:o.

**Calcutta.** *Indian museum.*

DISTANT, W. L., A monograph of Oriental Cicadidæ. P. 7. London 1892. 4:o.

**Catania.** *Accademia Gioenia di scienze naturali.*

Bullettino mensile. Nuova serie. Fasc. 13—24; 29. 1890—92. 8:o.

**Chicago.** *Newberry library.*

Proceedings. 1891. 8:o.

**Coimbra.** *Sociedade Broteriana.*

Boletim. 9(1891): Fasc. 3—4. 8:o.



**Danzig.** *Naturforschende Gesellschaft.*

Schriften. Neue Folge. Bd. 8: H. 1—2. 1892—93. 8:o.

**Delft.** *École polytechnique.*

Annales. T. 7(1891): L. 1—4. 4:o.

**Dublin.** *R. Irish Academy.*

Transactions. Vol. 30: P. 1—2. 1892. 4:o.

— *R. Dublin Society.*

Scientific transactions. (2) Vol. A: 9—13. 1891. 4:o.

» proceedings. New series. Vol. 7: P. 3—4. 1892. 8:o.

**Edinburgh.** *Botanical society.*

Transactions and proceedings. Vol. 19: Sid. 89—232. 1891. 8:o.

**Frankfurt a/M.** *Senckenbergische naturforschende Gesellschaft.*

Bericht. Jahr 1891/92. 8:o.

BÖTTGER, O., Katalog der Batrachier-Sammlung im Museum der Senckenbergischen naturforschenden Gesellschaft. Frankfurt a/M. 1892. 8:o.

**Glasgow.** *University observatory.*

GRANT, R., Second Glasgow catalogue of 2156 stars for the epoch 1890, deduced from observations made . . . during the years 1886—1892. Glasgow 1892. 4:o.

**Greifswald.** *K. Universitetet.*

Akademiska skrifter. 1891/92. 94 häften. 4:o &amp; 8:o.

**Halifax.** *Nova Scotian institute of natural science.*

Proceedings and transactions. Vol. 7: P. 3—4. 1889—91. 8:o.

**Halle.** *Naturforschende Gesellschaft.*

Abhandlungen. Bd. 17: H. 3—4; 18: 1. 1892. 4:o &amp; 8:o.

Bericht über die Sitzungen. Jahr 1888—91. 8:o.

**Heidelberg.** *K. Universitetet.*

Akademiska skrifter. 1891/92. 74 häften. 4:o &amp; 8:o.

**Helsingfors** *K. Universitetet.*

Commentationes in memoriam actorum 250 annorum. 3—4. 1891. 8:o.

Akademiska skrifter. År 1891/92. 28 häften. 4:o &amp; 8:o.

— *Societas pro flora et fauna Fennica.*

Acta. Vol. 5: P. 1—2. 1892. 8:o.

Meddelanden. H. 17. 1890—92. 8:o.

**Innsbruck.** *Ferdinandeum.*

Zeitschrift. (3) H. 36. 1892. 8:o.

**Kalooza.** *Huynald-Observatorium.*

Publicationen. H. 6. Budapest 1892. 8:o.

**Karlsruhe.** *Technische Hochschule.*

Festgabe zum Jubiläum der vierzigjährigen Regierung des Grossherzogs Friedrich von Baden. 1892. 4:o.

Dissertationen. 41 häften. 4:o &amp; 8:o.

(Forts. i sid. 510.)

## Ueber die Bestimmung der elektrolytischen Dissociation von Salzen mittelst Löslichkeitsversuchen.

VON SVANTE ARRHENIUS.

[Meddeladt den 14 December 1892 genom O. PETTERSSON.]

Unter diesem Titel hat schon Hr. NOYES eine Abhandlung veröffentlicht, <sup>1)</sup> in welcher er zu dem Schluss gelangt, dass die aus der Leitfähigkeit berechneten Werte des Dissociationsgrades von stark dissociierten Elektrolyten vollkommen unzuverlässig sind. Dagegen meint Hr. NOYES, dass man mit Hilfe von Löslichkeitsversuchen den Dissociationsgrad sehr genau bestimmen kann.

Die ausserordentlich grosse Wichtigkeit dieses Schlusses ist einleuchtend. Alle Berechnungen in der elektrolytischen Dissociationstheorie beruhen auf die Annahme, dass die Leitfähigkeit einen richtigen Maas (ausser bei grösseren Konzentrationen) für den Dissociationsgrad ergiebt, so dass, wenn Hr. NOYES' Ansicht sich bewährte, eine durchgreifende Umrechnung des Beobachtungsmaterials nötig wäre. Herr NOYES wird auch consequenter Weise zu dem Schluss geführt, dass Wasser (merklich) an der Elektrolyse einer Salzlösung teilnimmt, <sup>2)</sup> was nicht nur mit der Erfahrung (HITTORF's Versuchen) <sup>3)</sup> sondern auch mit den Grundhypothesen der elektrolytischen Dissociationstheorie in schroffstem Widerspruch steht.

<sup>1)</sup> NOYES: Ztschr. f. phys. Ch. 9. 603 (1892).

<sup>2)</sup> NOYES: l. c. 614.

<sup>3)</sup> HITTORF: Pogg. Ann. 108. 13 und folg. (1858).

Unter solchen Umständen schien es mir von höchstem Gewicht die von Hrn. NOYES untersuchte Erscheinung näher zu prüfen, und ich lege unten die Ergebnisse einer solchen Prüfung vor. Vorläufig möge es bemerkt werden, dass der Schluss von Hrn. NOYES nur durch die Einseitigkeit seines Beobachtungsmaterials erklärt werden kann.

## 2. Beobachtungsmaterial und Methode.

Als schwerlösliche Salze habe ich die Silbersalze einiger fetten Säuren, nämlich Monochloressigsäure, Essigsäure, Propionsäure, Buttersäure und Valeriansäure, und ausserdem Kaliumchlorat benutzt. Die Löslichkeit dieser Salze ist (bei 20°) recht verschieden. Die benutzten Präparate stammten teils von KAHLBAUMS Fabrik (Kaliumchlorat und Silberacetat), teils wurden sie durch Fällung von Silbernitrat mit einem Natriumsalz der betreffenden Säure, Abfiltrieren und mehrmaliges Auswaschen mit destilliertem Wasser bereitet.

Die Löslichkeit der Silbersalze wurde in folgender Weise bestimmt. Die Lösung (etwa 15 cc.), in welcher das Salz sich auflösen sollte, wurde in eine kleine Flasche von 50 cc. Inhalt gegossen, und danach eine, durch Abwägen bestimmte, genügende Menge des Silbersalzes eingeschüttet. Die Flasche wurde in ein grosses Wasserbad gestellt, welches die Temperatur mit genügender Genauigkeit für jede Versuchsreihe konstant erhielt. Um die Lösung umzuschütteln, wurde ein schwacher Luftstrom mittelst einer als Aspirator wirkenden Mariotte'schen Flasche durchgesogen. Die Flasche enthielt etwa 10 Liter Wasser und mittelst eines im Ausflussrohr eingesetzten Kapillarrohres und Veränderung der Höhe der saugenden Wassersäule wurde die Ausflussgeschwindigkeit so reguliert, dass die Luftbubbeln in den Versuchsflaschen etwa alle zwei Minuten passierten und die Aspiratorflasche etwa 18 Stunden nach einmaliger Einfüllung wirkte. Die Umrührung erwies sich als sehr wirksam. Für gewöhnlich waren mehrere (zur selben Versuchsreihe gehörigen)

Versuchsflaschen nacheinander geschaltet, und die Dauer des Umrührens war zwischen 6 und 18 Stunden, welche Zeit zur Sättigung vollkommen genügend sich erwies. Die Luft, welche in die letzte (vom Aspirator entfernteste) Flasche eintrat, war unmittelbar über der Mitte der Wasserfläche des äusseren Gefässes genommen, so dass sie als mit Wasserdampf gesättigt betrachtet werden konnte. Unter solchen Umständen braucht man, wie eine leichte Schätzung zeigt, nicht zu befürchten, dass die Konzentration der angewandten schwachen Lösungen in nennenswertem Grade durch das Durchsaugen der Luft verändert wird.

Die Menge von gelöstem Silber wurde durch Titration mit einer Chlornatrium-Lösung von bekanntem Gehalt (für gewöhnlich 0,1-n) in Überschuss und Rücktitrieren mit Silbernitratlösung vom selben Gehalt bestimmt. Als Indicator wurde Kaliumchromat benutzt. Als Lösungsmittel dienten in diesen Fällen Lösungen von verschiedenem Gehalt (höchstens 0,5-n) des entsprechenden Natriumsalzes oder von Silbernitrat (höchstens 0,1-n) oder Silberacetat (höchstens 0,05-n).

Bei den Versuchen mit Kaliumchlorat war der Vorgang etwas anders. Wegen der beim Ausführen dieser Versuche eingetretenen Veränderlichkeit in der Zimmertemperatur und des längeren Dauers der Lösungszeit musste ein Thermostat zur Erhaltung konstanter Temperatur benutzt werden. Wegen der grösseren Konzentration der untersuchten Lösungen konnte auch kein Luftstrom als Umrührungsmittel benutzt werden, sondern die gekorkten Versuchsflaschen wurden hin und wieder geschüttelt. Um die Lösung zu beschleunigen wurden die Flaschen erst einige Zeit auf (etwa 6°) höhere Temperatur unter zeitweiligem Umschütteln gehalten, und erst danach auf die definitive Temperatur gebracht, wobei Kaliumchlorat sich ausschied. Nach zwei Tagen änderte sich das mittelst eines feinen Pyknometers bestimmte spezifische Gewicht der Lösung nicht merklich, so dass sie als gesättigt angesehen werden konnte. Der Gehalt an Kaliumchlorat wurde mit Hilfe des spezifischen Gewichtes

der Lösung vor und nach dem Auflösen des Kaliumchlorats ermittelt. Dabei wurde angenommen, dass die Änderung des spezifischen Gewichtes der Menge des gelösten Kaliumchlorats proportional ist, was ohne Zweifel mit sehr grosser Genauigkeit zutrifft. Bei diesen Versuchen wurden als Lösungsmittel Kaliumnitratlösungen benutzt.

Die so gewonnenen Resultate wurden in genau derselben Weise berechnet, wie NOYES es gethan hat. Als Grundlage dieser Berechnung dienen die zwei folgenden Prinzipien:

1) Die Menge des nicht-dissociierten Anteils vom Körper, in Bezug auf welchen die Lösung gesättigt ist, bleibt immer konstant (wenn die Temperatur nicht wechselt). Dieses Prinzip kann etwas einfacher ausgedrückt werden. Die geringe Löslichkeit eines (in Wasser) schwer löslichen Körpers (z. B. Salzes) ist nur dadurch bedingt, dass der nicht-dissociierte Anteil davon schwerlöslich ist. Bei den in Frage kommenden Silbersalzen der fetten Säuren oder Kaliumchlorat wissen wir z. B. dass die dissociierten Teile (die Ionen) in höchstem Grade löslich sind, indem konzentrierte Lösungen von Silbernitrat, von Kaliumacetat und anderen Kalium- oder Natriumsalzen der betreffenden fetten Säuren sowie von Natriumchlorat sehr bedeutende Mengen der Ag-, K- und  $\text{ClO}_3$ -Ionen ebenso wie Ionen der entsprechenden fetten Säuren pr. cc. enthalten, und jedenfalls viel grössere Mengen, als gesättigte Lösungen der Silbersalze von denselben fetten Säuren oder des Kaliumchlorats. Folglich muss die Grund der geringen Löslichkeit dieser Salze darin liegen, dass die nicht-dissociierten Anteile derselben nur in geringem Grade in Lösung zu bringen sind. Da weiter die Analogie zwischen Gase und Lösungen hier verwendbar ist, so ist die Menge der in jedem Cubikcentimeter der Lösung enthaltenen nichtdissociierten  $\text{KClO}_3$ -Molekeln davon unabhängig, ob andere Molekeln sich darin befinden oder nicht (vorausgesetzt nur dass Wasser als Lösungsmittel dient), genau ebenso wie der partielle Dampfdruck von einer Flüssigkeit davon unabhängig ist, ob in dem oberhalb derselben befindlichen Dampfraum der Dampf der Flüssigkeit allein

oder mit anderen Gasen zusammen vorkommt (DALTON's Gesetz). Es bleibt also in unserem Falle der nicht-dissociierte Anteil von  $\text{KClO}_3$ -Molekeln pr. Volumseinheit konstant und ebenso für die anderen schwerlöslichen Salze (sobald sie in Überschuss vorhanden sind). Die Abweichungen von dieser Gesetzmässigkeit dürften ungefähr ebenso gross sein wie diejenigen von DALTON's Gesetz und in dieselbe Richtung fallen.

2) Für die Salze gilt wie für andere Elektrolyte (schwache Säuren nach OSTWALD's umfangreichen Messungen) das Massenwirkungsgesetz. Dieser Satz ist sehr stark bezweifelt. Denn, wenn man den Dissociationsgrad aus der elektrischen Leitfähigkeit der Salze (und der starken Säuren oder Basen) berechnet, so trifft dieses Gesetz keineswegs zu. Nun will aber Hr. NOYES diesen Satz in der Weise stützen, dass er zeigt, dass wenn man mit dessen Hülfe die Löslichkeitsversuche berechnet, so kommt man zu Resultaten, welche einander nicht widersprechen. Um nun die Unhaltbarkeit von Hrn. NOYES' Beweisführung aufzuweisen, wollen wir genau denselben Weg gehen, welchen er eingeschlagen hat, und vorläufig annehmen, dass dieser Satz absolut oder wenigstens sehr nahe richtig ist.

Wir führen folglich unsere Rechnungen vollkommen nach dem Schema von Hrn. NOYES aus, und können in dieser Beziehung auf seine Arbeit hinweisen. Hr. NOYES hat noch eine andere Annahme nötig. Er benutzt die Hypothese, dass alle Chloride ( $\text{NH}_4\text{Cl}$ ,  $\text{NaCl}$ ,  $\text{KCl}$  und  $\text{LiCl}$ ) welche er bei seinen Löslichkeitsversuchen benutzt hat, genau ebenso stark dissociiert sind, wie Thalliumchlorür. In Anschluss zu dieser Hypothese benutzen wir die entsprechende, dass die Silbersalze der fetten Säuren genau so dissociiert sind wie die entsprechenden Natriumsalze ebenso wie Silbernitrat und Silberacetat in gleicher Verdünnung. In dieser Hinsicht sind wir etwas besser gestellt wie Hr. NOYES, indem wir mit Hülfe von KOHLRAUSCH's Ziffern <sup>1)</sup> für Kalium-acetat, Natrium-nitrat, Kalium-nitrat und Silbernitrat bis zu recht grossen Konzentrationen nachweisen können,

<sup>1)</sup> KOHLRAUSCH: Wied. Ann. 26, 195 (1885).

dass Silber-, Kalium- und Natrium-Salze in dieser Beziehung sehr ähnlich sind, wie auch untereinander Acetate und Nitrate. Aus OSTWALDS <sup>1)</sup> Messungen geht es auch mit grosser Deutlichkeit hervor, dass die Salze der verschiedenen fetten Säuren äusserst nahe gleich dissociiert sind. Ausserdem habe ich einige Ziffern für  $\text{KClO}_3$  nach KOHLRAUSCH beigelegt um zu zeigen dass dieser Körper, welcher ja konstitutionell sehr nahe mit  $\text{KNO}_3$  verwandt ist, auch als gleich stark elektrolytisch dissociiert betrachtet werden kann.

Dissociationsgrade nach KOHLRAUSCHS Messungen.

Koncentration.	$\text{AgNO}_3$ .	$\text{KCH}_3\text{CO}_2$ .	$\text{KNO}_3$ .	$\text{NaNO}_3$ .	$\text{KClO}_3$ .	$\text{KCl}$ .
$10^{-3}$	99,0	98,4	97,8	97,7	98,1	98,5
$10^{-2}$	94,4	94,1	93,0	93,0	93,8	94,8
$3 \cdot 10^{-2}$	89,6	90,1	88,4	90,0	89,7	91,5
$10^{-1}$	82,2	83,9	81,5	83,8	82,6	86,5
$5 \cdot 10^{-1}$	67,5	71,8	69,6	71,2	71,2	79,2
1	58,9	63,6	62,3	63,3	—	76,6
$10^6 \cdot \mu\infty$	1078	934	1207	975	1122	1206

Als Wert von  $\mu\infty$  habe ich denjenigen bei der Konzentration  $10^{-4}$  (Grammol. pr. Lit.) genommen, welcher innerhalb der Versuchsfehler mit  $\mu\infty$  übereinstimmt und jedenfalls mit kleineren Beobachtungsfehlern behaftet ist, als die Messungen bei höheren Verdünnungen, welche sonst aus theoretischen Gründen vorzuziehen wären. Wie aus der Tabelle ersichtlich übereinstimmen die Dissociationswerte für die verschiedenen Salze äusserst nahe, wenn man von der grössten Konzentration und von  $\text{KCl}$  absieht. Die Ziffern sind wegen der inneren Reibung nicht korrigiert, und dies erklärt die Abweichungen bei höherer Konzentration.  $\text{KCl}$  habe ich nebengeschrieben um zu zeigen, dass die Chloride (nicht unbedeutend) stärker dissociiert sind, wie die übrigen hier angeführten Salze, ein Umstand welcher auch in bester Übereinstimmung mit Hrn. NOYES' Versuchsergebnissen steht.<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> OSTWALD: Ztschr. f. phys. Ch. 1, 99 u. folg. (1887).

<sup>2)</sup> NOYES: l. c. p. 616.

## Versuchsdaten.

Nach dem angeführten erübrigt es mir nur die Versuchsdaten zu geben. Dieselben sind genau so tabelliert wie diejenigen von Hrn. NOYES.

Erst steht das wenig lösliche Salz und die Versuchstemperatur. Danach kommt das zugesetzte Salz und die zugesetzte Menge davon (in Gramm. pr. Lit.), weiter die gelöste Menge des schwerlöslichen Salzes und endlich der aus diesen Daten und der Löslichkeit ohne Zusatz berechnete Dissociationsgrad des schwerlöslichen Salzes für den Fall, dass kein fremder Zusatz anwesend ist. Aus dieser letzten Zahl, welche konstant sein sollte und sich in der Tat als nahezu konstant erweist, ist für jede Gruppe ein Mittelwert gebildet, worin jeder Beobachtung ein Gewicht beigelegt wurde, welches der Einfachheit halber der Differenz der Löslichkeit des schwerlöslichen Salzes im betreffenden Fall und ohne Zusatz proportional gesetzt wurde. Dies ist wohl nicht streng richtig, dürfte aber in praktischer Beziehung vollkommen einwurfsfrei sein.

Schwerlösliches Salz und Temp.	Zugesetztes Salz.	Menge.	Gelöste Menge.	Dissociationsgrad in %.	Mittel.
Ag-valerat. 17,8	Ag-acetat.	0	0,0094	—	91,0
		0,0067	0,0070	89,6	
		0,0185	0,0057	86,5	
		0,0270	0,0037	92,9	
		0,0505	0,00265	92,4	
16,5	AgNO <sub>3</sub>	0	0,0094	—	97,5
		0,0067	0,0068	95,3	
		0,0183	0,0051	96,6	
		0,0267	0,0031	98,9	
		0,1000	0,0012	97,9	
18,6	Na-valerat.	0	0,0095	—	94,8
		0,0175	0,0047	93,6	
		0,0349	0,0030	95,2	
		0,0698	0,0018	96,3	
		0,1395	0,0015	93,9	



Schwerlösliches Salz und Temp.	Zugesetztes Salz.	Menge.	Gelöste Menge.	Dissociationsgrad in %.	Mittel.
Ag-butyrat. 17,8	Ag-acetat.	0	0,0221	—	90,0
		0,0270	0,0139	88,9	
		0,0506	0,0103	90,7	
18,8	AgNO <sub>3</sub> .	0	0,0228	—	96,4
		0,0667	0,0078	96,9	
		0,1000	0,0062	96,0	
18,2	Na-butyrat.	0	0,0224	—	92,0
		0,0066	0,0199	83,7	
		0,0164	0,0169	85,3	
		0,0329	0,0131	89,0	
		0,0658	0,0091	91,1	
		0,1315	0,0060	92,5	
		0,263	0,0040	93,5	
		0,493	0,0027	95,0	
Ag-propionat. 19,7	AgNO <sub>3</sub> .	0	0,0471	—	89,4
		0,0133	0,0415	92,5	
		0,0267	0,0379	83,3	
		0,0533	0,0307	88,0	
		0,100	0,0222	92,1	
18,2	Na-propionat.	0	0,0462	—	90,5
		0,0167	0,0393	92,1	
		0,0333	0,0345	88,2	
		0,0667	0,0258	93,5	
		0,1333	0,0191	90,8	
		0,2667	0,0131	88,2	
		0,5000	0,0101	90,9	
Ag-acetat. 19,8	AgNO <sub>3</sub> .	0	0,0590	—	92,7
		0,0533	0,0411	93,4	
		0,1000	0,0311	92,2	
18,6	Na-acetat.	0	0,0593	—	89,6
		0,0333	0,0474	85,9	
		0,0667	0,0384	89,1	
		0,1333	0,0282	90,1	
		0,2667	0,0203	89,6	
		0,5000	0,0147	90,5	

Schwerlös- liches Salz und Temp.	Zugesetztes Salz.	Menge.	Gelöste Menge.	Dissocia- tionsgrad in %.	Mittel.
Ag-mono- chloracetat. 16,9	AgNO <sub>3</sub> .	0	0,0644	—	88,0
		0,0533	0,0449	90,2	
		0,100	0,0373	86,3	
	Na- monochlor- acetat.	0,0333	0,0499	100	
		0,0667	0,0405	96,3	
		0,1333	0,0299	93,7	
		0,2667	0,0208	92,6	
KClO <sub>3</sub> . 19,85	KNO <sub>3</sub> .	0,500	0,0162	91,0	93,1
		0	0,570	—	
		0,125	0,529	71,3	
		0,25	0,492	74,0	
		1,0	0,374	71,8	
		2,0	0,328	(67,9)	
	23,87	0	0,645	—	71,8
		0,5	0,515	70,4	

Die Ziffer für 2-n KNO<sub>3</sub> ist etwas unsicher, ausserdem ist die Konzentration sehr gross, weshalb ich dieselbe bei der Berechnung des Mittelwerts ausgeschlossen habe.

Wenn man zuletzt das Mittel nimmt aus den verschiedenen Bestimmungen für dasselbe Salz, jetzt mit gleichem Gewicht für die verschiedenen Reihen, so bekommt man die folgenden Endwerte für den Dissociationsgrad (in %) der untenstehenden Salze in nebengeschriebener Konzentration (gesättigte Lösung).

Salz.	Konzentration.	Dissociationsgrad.
Silbervalerat .....	0,0095	94,4
Thalliumchlorur .....	0,0161	93,8 (NOYES)
Silberbutyrat .....	0,0224	92,8
Silberpropionat .....	0,047	90,0
Silberacetat .....	0,0593	91,2
Silbermonochloracetat .....	0,0644	90,6
Kaliumchlorat .....	0,57	71,8.

Die Temperatur ist nicht ausgeschrieben, weil sie in so engen Grenzen (16,5—23,9) keinen merklichen Einfluss auf den

Dissociationsgrad ausübt. Die letzte Tabelle giebt den Dissociationsgrad für gesättigte Lösungen verschiedener Salze, deren Löslichkeit recht verschieden ist, berechnet nach der von NOYES als richtig angesehenen Methode. Wir werden unten die Konsequenzen aus diesen Ziffern ziehen.

### Berechnung des Dissociationsgrades für verschiedene Konzentrationen.

Nachdem wir jetzt den Dissociationsgrad für eine Konzentration eines der gegebenen Salze kennen, so ist es nicht schwer diese Grösse für eine beliebige Konzentration zu berechnen. Nach dem Massenwirkungsgesetz, welches als richtig vorausgesetzt wird, ist nämlich

$$C \cdot (1-d) = K \cdot C^2 d^2$$

worin  $C$  die Konzentration,  $d$  den Dissociationsgrad und  $K$  eine Konstante (der inverse Wert der Dissociationskonstante) bedeuten. Nachdem man mittelst dieser Formel  $K$  aus den bekannten zusammenhörigen  $C$ - und  $d$ -Werten für konzentrierte Lösung berechnet hat, kann man mit Hilfe desselben  $d$  für einen beliebigen  $C$ -Wert finden. Dieses  $d$  soll nach Hrn. NOYES gültig sein für das zugesetzte Salz ebenso wie für das schwerlösliche Salz, wenn die Gesamtkonzentration von schwerlöslichem und zugesetztem Salz gleich  $C$  kommt. Wir berechnen in dieser Weise folgende Tabelle:

Konzentration.	a, b, c, d.	g (NOYES)	h (NOYES)	c, d, e, f.	d, k, l.	c, d, o.	d, m, n.	h, i.
K-Wert.	6,62	4,405	6,675	3,73	2,68	1,78	1,78	0,961
0,0095	94,4	96,1	94,3	96,6	97,6	98,4	98,4	99,1
0,0161	91,2	93,8	91,1	94,6	96,1	97,8	97,3	98,5
0,0224	88,4	91,7	88,3	92,8	94,7	96,3	96,3	97,9
0,047	80,1	85,0	79,9	86,8	90,0	92,8	92,8	95,8
0,0593	76,8	82,3	76,7	84,3	87,9	91,2	91,2	94,9
0,0644	75,6	81,3	75,5	83,4	87,1	90,6	90,6	94,5
0,57	39,9	46,3	39,8	49,0	54,9	61,5	61,6	71,8
1,00	32,1	37,6	31,9	40,0	45,5	51,9	52,0	62,5

a) Silbervalerat, b) Natriumvalerat, c) Silberacetat, d) Silbernitrat, e) Silberbutyrat, f) Natriumbutyrat, g) Thallium-chlorur, KCl etc., h)  $KNO_3$ , i)  $KClO_4$ , k) Silberpropionat, l) Natriumpropionat, m) Silber-monochloracetat, n) Natrium-monochloracetat, o) Natriumacetat.

Diese Ziffern zeigen mit grösstmöglicher Schärfe, dass man für dasselbe Salz, z. B. Silbernitrat höchst verschiedene K-Werte bekommt, je nachdem das damit kombinierte schwerlösliche Salz mehr oder weniger löslich ist. Und daraus folgt, dass der Dissoziationsgrad für eine beliebige Konzentration höchst verschieden ausfällt, je nach der Löslichkeit des Silbersalzes der benutzten fetten Säure. Und diese Änderung verläuft mit einer sehr deutlich ausgeprägten Regelmässigkeit so, dass K um so grösser und d um so kleiner ausfällt, je geringer die Löslichkeit des benutzten Salzes ist. Sehr auffallend ist es, dass der Dissoziationsgrad von  $\text{KNO}_3$  und  $\text{AgNO}_3$  nach NOYES Bestimmungen auf  $\text{TiClO}_3$  und  $\text{TlNO}_3$  (diese haben denselben Dissoziationsgrad wie  $\text{KNO}_3$  und  $\text{KClO}_3$ )<sup>1)</sup> ausserordentlich nahe mit den aus der Löslichkeit von Silbervalerat bestimmten Werten derselben Grösse zusammenfällt. Die dabei benutzten schwerlöslichen Salze ( $\text{TiCl}$  und Silbervalerat) haben auch angenähert dieselbe Löslichkeit. Ebenso sind die aus Versuchen mit Acetat und Monochloracetat gewonnenen Ziffern beinahe identisch, was mit der sehr nahe gleichen Löslichkeit der betreffenden Silbersalze zusammenhängt. Vergleicht man aber zwei weit von einander stehende Reihen, wie z. B. die von Hrn. NOYES für  $\text{KNO}_3$  gefundene (aus Löslichkeit von  $\text{TiCl}$  bestimmte) und die von mir für  $\text{KNO}_3$  gefundene (aus Versuchen mit  $\text{KClO}_3$ ), so ist die Verschiedenheit riesengross. Die beiden Konstanten verhalten sich wie 6,68 zu 0,961, d. h. wie 6,93 zu 1. Wenn aber Hrn. NOYES' Annahme richtig wäre, so müssten diese beiden Grössen identisch sein. Es ist wohl überflüssig zu bemerken, dass ein Versuch diese Schwierigkeit mit Zuhilfenahme der unvermeidlichen Versuchsfehler zu erklären vollkommen aussichtslos ist. Wir sind wohl also berechtigt Hrn. NOYES' Satz: »Es ist deshalb keine Hoffnung einer Übereinstimmung mit den Leitfähigkeitswerten vorhanden, und die aus der Löslichkeit berechneten sollten, wie mir scheint, vorläufig als die wahrscheinlichsten betrachtet werden«, folgendermassen umzuändern: Es ist deshalb keine Hoffnung einer Übereinstimmung

<sup>1)</sup> NOYES: l. c. 610.

mit den Löslichkeitswerten vorhanden, und die aus der Leitfähigkeit berechneten sollten, wie mir scheint, vorläufig als die wahrscheinlichsten betrachtet werden.»

Wenn nun nicht alle die nach der NOYES'schen Methode berechneten Ziffern richtig sind, so wäre es doch denkbar, dass die Zahl, welche den Dissociationsgrad der gesättigten Lösung nach dieser Berechnungsweise angiebt, einen einigermassen richtigen Wert erhalte. Um dies zu beurteilen stelle ich die nach NOYES' Methode oben gefundenen Ziffern mit den aus der Leitfähigkeit berechneten zusammen. Die letztgenannten sind aus dem Mittel für  $\text{KNO}_3$ ,  $\text{NaNO}_3$ ,  $\text{AgNO}_3$ ,  $\text{KCH}_3\text{CO}_2$  und  $\text{KClO}_4$  nach der gebräuchlichen Interpolationsmethode <sup>1)</sup> gewonnen.

Salz.	Konzentration.	Dissociationsgrad.		Diff.
		NOYES Methode.	Leitfähigkeit.	
Silbervalerat.....	0,0095	94,4	93,8	+ 0,6
Thalliumchlorur.....	0,0161	93,8	91,9	+ 1,9
Silberbutyrat.....	0,0224	92,8	90,7	+ 2,1
Silberpropionat.....	0,047	90,0	87,1	- 2,9
Silberacetat .....	0,0598	91,2	85,7	+ 5,5
Silbermonochloracetat	0,0644	90,6	85,8	+ 5,8
Kaliumchlorat .....	0,57	71,8	68,7	+ 3,1.

Die NOYES'sche Methode giebt durchgehend grössere Werte für den Dissociationsgrad in diesem Fall, wie die aus der elektrischen Leitfähigkeit abgeleiteten Ziffern. Nach Hrn. NOYES sollen aber grade diese viel zu gross sein. In noch höherem Grade müsste denn dies für die nach seiner Methode abgeleiteten Ziffern betreffs der gesättigten Lösungen der Fall sein. Dieser Umstand ist ganz charakteristisch für die betreffende Behandlungsmethode. Der Dissociationsgrad der Salze ändert sich viel langsamer mit der Konzentration als das Massenwirkungsgesetz, wenn es gültig wäre, verlangen würde. Wenn man also zwei Beobachtungen, worin die Dissociationsgrade zweier ungleich verdünnter Lösungen hineinspielen, für die Berechnung zu Grunde legt und ausserdem diese Dissociationsgrade in die Formel des Massenwirkungsgesetzes hineinzwingt, so müssen die berechneten

<sup>1)</sup> ARRHENIUS: Bihang der Stockh. Ak. Bd. 8, N:o 13 p. 26 (1884).

Ziffern sich weiter von einander verschieben, als sie in Wirklichkeit liegen. Zuzufolge dessen muss man eine zu hohe Zahl für den grösseren Dissociationsgrad, eine zu niedrige für den kleineren bekommen. Die zuletzt gegebenen Ziffern zeigen, dass das erstgenannte zutrifft, die Abhandlung von Hrn. NOYES wie die Zahlen auf S. 490, dass das zweite auch eintrifft. In der Mitte muss also die Wahrheit liegen, und die Leitfähigkeitsziffern haben diesen Vorzug, die NOYES'sche Berechnungsmethode bekräftigt sie in folgedessen.

Wir kommen also nach dieser Prüfung zu dem entschiedenen Resultat, dass *das Massenwirkungsgesetz für die stark dissociierten Elektrolyte nicht gültig sein kann*, indem die Annahme desselben zu unauf löslichen Widersprüchen führt.

Um die aus der elektrischen Leitfähigkeit berechneten Ziffern zu diskreditieren, behauptet Hr. NOYES ohne weitere Beweise, dass das Wasser an der Leitung merklich teilnimmt. In normaler Lösung (von  $\text{KNO}_3$ ) sollte, da der Dissociationsgrad nach Hrn. NOYES 0,319 beträgt, und die Leitfähigkeit den Wert 0,623 verlangt, etwa die Hälfte der Leitfähigkeit auf die Teilnahme des Wassers zu schreiben sein. Herr NOYES sagt wörtlich: <sup>1)</sup> »Wasser, das in reinem Zustand nur eine verschwindend kleine Anzahl Ionen enthält, wird nämlich bedeutend dissociiert, wenn Körper, besonders Elektrolyte, darin aufgelöst sind«. Nun streitet dies erstens gänzlich gegen HITTORFS Beobachtungen über die Überführung, wonach Wasser nicht merklich an der Elektrolyse teilnimmt.<sup>2)</sup> Aber noch mehr, das Massenwirkungsgesetz, dessen eifriger Verteidiger Hr. NOYES ist, verlangt, dass Wasser durch Zusatz von anderen Elektrolyten seine Dissociation zum grössten Teil einbüsst. Das Massenwirkungsgesetz gilt wenigstens annähernd für Wasser, wie für andere schwache Säuren (oder Basen), wie ich auch an Versuchen nachgewiesen habe.<sup>3)</sup> Wasser, das in reinem Zustand nur eine verschwindend

<sup>1)</sup> NOYES: l. c. S. 614.

<sup>2)</sup> HITTORF: Pogg. Ann. 103, 13 u. ff. (1858).

<sup>3)</sup> ARRHENIUS: Öfversigt d. Stockh. Ak. 1889 N:o 10 p. 637, Ztschr. f. phys. Ch. 5, 16, 1890.

kleine Anzahl Ionen enthält, wird infolgedessen durch Zusatz von Elektrolyten noch weniger dissociiert. Es ist wohl sehr zu bedauern, dass Hr. NOYES übersehen hat, dass die ganze Entwicklung der Ansichten auf dem elektrolytischen Gebiet mit immer grösserer Deutlichkeit zu dem Schluss geführt hat, dass Wasser nicht merklich an der elektrolytischen Leitung teilnimmt. Die Versuche von Hrn. LE BLANC, welche Hr. NOYES als Stütze für seine sonderbare Ansicht anführt, hat Hr. LE BLANC selbst nicht so gedeutet, wie man nach Hrn. NOYES' Auslegung vermuten könnte, Hr. LE BLANC sagt nämlich selbst von der Elektrolyse von  $\text{KNO}_3$ : »die Leitung geschieht fast ausschliesslich durch die Ionen K und  $\text{NO}_3$ «. <sup>1)</sup>

Warum die stark dissociierten Elektrolyte dem Massenwirkungsgesetz nicht folgen, ist eine höchst interessante Frage und auch diejenige, welche in der ganzen elektrolytischen Dissociationstheorie am meisten auf der Tagesordnung steht. Zu der Lösung derselben brauchen wir eine ganz andere Art von Erwägungen, als diejenigen welche oben gebraucht worden sind, weshalb ich in dieser Abhandlung nicht näher darauf eingegangen bin. Die ungewöhnlich grosse Bedeutung dieser Abweichung, und der Umstand, dass sie, wie gezeigt ganz mit Unrecht, bezweifelt wurde, hat mich zu der obenstehenden Prüfung veranlasst, welche ebenso wie alle bisherigen Erfahrungen über die elektrische Leitfähigkeit, die Gefrierpunktserniedrigung, und die Gleichgewichtsverhältnisse zwischen Elektrolyten auf genau dieselbe Thatsache hinweist, nämlich dass die stark dissociierten Elektrolyte sehr bedeutend in der Richtung vom Massenwirkungsgesetz abweichen, dass ihr Dissociationsgrad weniger mit der Konzentration variiert, als dieses Gesetz verlangen würde.

<sup>1)</sup> LE BLANC: Zeitschr. f. phys. Ch. 8, 318, 1891.

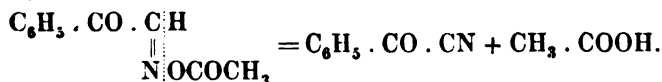
Meddelanden från Upsala kemiska laboratorium.

## 216. Om några aromatiska isonitrosoketoners förhållande till ättiksyreanhydrid och acetylklorid.

Af H. G. SÖDERBAUM.

[Meddeladt den 14 December 1892 genom P. T. CLEVE.]

Föranledd af en undersökning rörande benzoylformoximens konfiguration,<sup>1)</sup> har jag för någon tid sedan studerat inverkan af ättiksyreanhydrid och acetylklorid på nyssnämnda isonitrosoketon samt därvid funnit, att densamma — tvärtemot hvad man, att döma efter analogien med de flesta i detta hänseende förut undersökta aromatiska oximer, haft skäl att vänta — blott gaf ett enda isolerbart acetylderivat. Detta uppstod vid inverkan af acetylklorid, under det att däremot ättiksyreanhydrid redan i köld öfverförde oximen till benzoylcyanid, en reaktion, hvilken väl rätteligen torde böra tolkas sålunda, att den i förstone verkigen bildade acetylföreningen spontant sönderfaller i nitril och ättiksyra:



Om alltså en andra acetylförening öfver hufvud taget existerar, för den i hvarje fall vara ytterligt obeständig.

Hvad nu den stabila, medels acetylklorid framställda acetylföreningen beträffar, så visade denna, framför allt i sitt förhållande till alkaliska reagens, några oväntade och därför anmärkningsvärda afvikelser från andra hittills närmare studerade

<sup>1)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXIV, 1381; Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1891, 589.



acetylderivat af aromatiska oximer. Ty medan dessa, såsom bekant, vid inverkan af natronlut eller sodalösning i regeln helt enkelt saponifieras eller i vissa fall öfverföras till motsvarande nitriler,<sup>1)</sup> så afspaltar den acetylerade benzoylformoximen under liknande förhållanden med öfverraskande lätthet sitt kväfre i form af hydroxylamin och öfvergår allt efter omständigheterna till mandelsyra eller till en med benzoïn analogt sammansatt kondensationsprodukt, reaktioner hvilka äro så mycket egenomligare, som de försiggå redan vid vanlig temperatur och nästan ögonblickligen.

Det var nu af intresse att tillse, om och i hvad mån inträdet af en eller flera substituenten i fenygruppen skulle utöfva en modifierande inverkan på reaktionens förlopp. För att utröna detta utsträcktes undersökningen dels till den redan förut bekanta *paratoluyloxyformoximen*, dels till de hittills icke framställda 1. 3. 4-*xyloxy-* och *parabrombenzoxyformoximerna*.

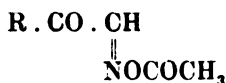
Det visade sig därvid, — för att i korthet angifva arbetets allmänna resultat — att samtliga de nämnda formoximerna, i motsats till benzoylformoximen, hvardera gifva *tvänne* såväl till smältpunkt som reaktioner tämligen skarpt skilda acetylderivat. Behandlade med *ättiksyreanhydrid* vid vanlig temperatur öfverföras de nämligen till föreningar af den normala sammansättningen



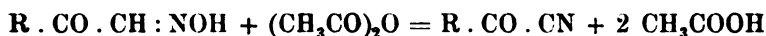
Denna hos benzoylformoximen så obeständiga atomgruppering har således genom inträdet af alkyl eller halogen i stället för väte i fenygruppen erhållit en icke obetydlig tillökning i stabilitet. Emellertid sönderfalla äfven dessa acetylföreningar fortfarande utan svårighet i nitril och ättiksyra. De förhålla sig följaktligen som typiska *synderivat*,<sup>2)</sup> och deras stereokemiska konfiguration finner alltså sitt uttryck i formeln

<sup>1)</sup> Jfr A. HANTZSCH: Die Bestimmung der räumlichen Configuration stereoisomerer Oxime. Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXIV, 13.

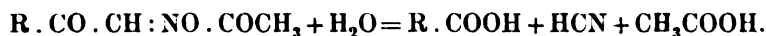
<sup>2)</sup> Jfr A. HANTZSCH: Zur Nomenclatur stereoisomerer Stickstoffverbindungen etc. Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXIV, 3481.



med korresponderande läge mellan väte och acetyl. På grund af denna deras benägenhet att afgifva ättiksyra erhåller man vid uppvärmning af de respektive formoximerna med ättiksyreanhydrid icke längre några acetylderivat, utan i stället direkt de motsvarande ketonitrilerna:



eller — i fråga om brombenzoylformoximen — den ur ketonitrilen genom upptagande af vatten och afspaltning af cyanväte bildade karbonsyran. På sist nämnda sätt sönderfalla också acetylföreningarne sjelfva vid inverkan af alkalier och koncentrerade syror:



Af utspädda syror åter saponifieras de vanligen, så att man erhåller tillbaka de ursprungliga oximerna i oförändradt tillstånd.

Hvad därefter beträffar *acetylkloridens* inverkan på de tre nämnda formoximerna, så upprepades här i hufvudsak de vid benzoylformoximen gjorda iakttagelserna. Sålunda erhöles i första hand klorhaltiga, särdeles obeständiga produkter, hvilkas sammansättning torde finna sitt sannolika uttryck i den allmänna formeln



sävida man icke helt enkelt får anse dem såsom klorvätesyrate salter af motsvarande acetylföreningar. Vid behandling med vatten utbyta dessa klorider ytterst lätt sin kloratom mot hydroxyl, och man erhåller så en *andra serie* af i allmänhet högre smältande acetylderivat, hvilka skilja sig från de förut omtalade genom ett plus af elementen till en molekyel vatten. Vattnet synes för öfrigt vara tämligen fast bundet, alldenstund det aldrig lyckats att genom upphettning fullständigt aflägsna detsamma, utan att samtidigt substansen visat tydliga spår af börjande sönderdelning.

Dessa hydratiserade acetylföreningar sönderfalla nu på alldeles olika sätt, allt efter som sönderdelningen åstadkommes medels sura eller alkaliska reagens. Af syror saponifieras de vanligen under återbildning af de ursprungliga oximerna; alkalier däremot föranleda en långt mera djupgående förändring, i det att kväfvat afspaltas, och i första hand en  $\alpha$ -ketoaldehyd af formeln



bildas, hvilken sedermera omedelbart antingen — vid inverkan af natronlut — upptar 1 molekyl vatten och öfvergår till en substituerad oxiättiksyra (mandelsyra) eller också — vid inverkan af soda — kondenseras till en förening af dubbelt så hög molekylarvikt:



på alldeles samma sätt som benzaldehyd vid inverkan af cyankalium kondenseras till benzoïn. Man erhåller följaktligen triketonalkoholer med öppen kedja, eller m. a. o. acylsubstituerade »formoïner». Genom oxidation förlora dessa lätt 2:ne atomer väte och öfvergå till tetraketoner. Såsom modersubstanser till dessa föreningar torde ifrågavarande acetylderivat i hvarje fall icke sakna ett visst intresse.

Särskildt anmärkningsvärd för att icke säga enastående är den utomordentliga lätthet, med hvilken hos dessa acetylerade oximer bindningen mellan aldehydgruppens kol och oximido-gruppens kväffe spränges. Huru lätt denna bindning i sjelfva verket upphäfves, framgår, utom af hvad som redan anförts, äfven af den omständigheten, att t. ex. hydratet af den acetylerade paratoluyloffoximen till och med vid kokning med vatten ögonblickligen och fullkomligt glatt öfvergår till motsvarande  $\alpha$ -ketonaldehyd, nämligen den redan förut kända, af MÜLLER och V. PECHMANN<sup>1)</sup> på annan väg erhållna paratolyglyoxalen.

<sup>1)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXII, 2560.

**Paratoluylofformoxim och ättiksyreanhydrid.***Acetylöreningen*  $\text{CH}_3 \cdot \text{C}_6\text{H}_4 \cdot \text{CO} \cdot \text{CH} : \text{NOCOCH}_3$ .

Den redan af HERMANN MÜLLER och H. V. PECHMANN<sup>1)</sup> beskrifna paratoluylofformoximen (»nitroso-*p*-tolylmetylketon») löses tämligen lätt af ättiksyreanhydrid redan vid vanlig temperatur. Den mättade lösningen stelnar inom kort kristalliniskt. Man renar den nya föreningen lämpligast genom omkristallisering ur kokande metylalkohol, hvarur den anskjuter i form af stora, rektangulära, nästan färglösa tafflor, som smälta vid 67—68°. Ur kokande vatten kristalliserar föreningen i hvita nålar af oförändrad smältpunkt.

Analys:

- I. 0,2006 gr. gaf 0,4744 gr. kolsyra och 0,0994 gr. vatten.  
 II. 0,1455 gr. gaf 8,5 cem. kväfgas, mätt vid 15° och 753 mm.

	Beräknadt för $\text{C}_{11}\text{H}_{11}\text{NO}_3$ .	Funnet.	
		I.	II.
C	64,39	64,46	— %.
H	5,37	5,48	— »
N	6,83	—	6,88 »

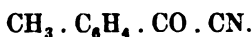
Vid inverkan af kall natronlut inträder genast sönderdelning i *paratoluylsyra* och cyanväte. Tillsättes svafvelsyra till den alkaliska lösningen, uppstår en ymnig, hvit fällning, hvilken efter omkristallisering ur utspädd alkohol bildar fina, i kokande vatten svårlösliga nålar af smp. 179—180°. De vid analysen funna siffrorna ledde till formeln  $\text{CH}_3 \cdot \text{C}_6\text{H}_4 \cdot \text{COOH}$ :

0,1684 gr. gaf 0,4357 gr. kolsyra och 0,0910 gr. vatten.

	Ber. för $\text{C}_7\text{H}_5\text{O}_2$ .	Funnet.
C	70,59	70,54 %.
H	5,88	5,99 »

På alldeles samma sätt sönderdelas acetylöreningen af kolsyrade alkalier äfvensom af koncentrerad svafvelsyra. Uppvärmes den däremot med ättiksyreanhydrid i öfverskott under 2—3 timmars tid på vattenbad, sönderfaller den i ättiksyra och

<sup>1)</sup> l. c.

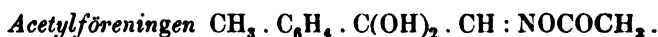
**Paratolulleyanid.**

Lemnas lösningen att frivilligt afdunsta i vakuum öfver kali, anskjuta efter någon tid vackra färglösa prizmer af ända till ett par centimeters längd, hvilka smälta vid  $52^\circ$  och äro löslösliga i eter, alkohol och benzol, men olösliga i vatten. Föreningen sprider vid upphettning en angenämt eterartad, men på samma gång något stickande lukt.

- I. 0,1684 gr. gaf 0,4611 gr. kolsyra och 0,0738 gr. vatten.  
 II. 0,1963 gr. gaf 15,7 kcm. kväfgas, mätt vid  $16^\circ$  och 753 mm.

	Beräknadt för $\text{C}_7\text{H}_7\text{NO}$ .	Funnet.	
		I.	II.
C	74,48	74,64	— %.
H	4,83	4,87	— "
N	9,65	—	9,39 "

Om cyaniden kokas med natronlut, uppstår likaledes paratolulleyksyra.

**Paratolulylformoxim och acetylklorid.**

Paratolulylformoxim löses lätt i acetylklorid under värmeutveckling. Ur den koncentrerade, med is afkylda lösningen afskiljer sig i första hand, alldeles som vid motsvarande benzoylförening, en kristallinsk, tämligen obeständig klorid. Om denna med största möjliga skyndsamhet utprässas på poröst lergods och därefter digererar med kallt vatten, erhåller man ett acetylderivat af ofvan angifna sammansättning. Detta smälter vid  $148^\circ$  till en gul olja och är löslösligt i alkohol, tämligen svårösligt i eter och benzol, ännu svårösligare i ligroin.

Vid analys af den ur kokande benzol omkristalliserade substansen erhöles följande värden:

- I. 0,1930 gr. gaf 0,4194 gr. kolsyra och 0,1025 gr. vatten.  
 II. 0,1745 gr. gaf 9,3 kcm. kväfgas, mätt vid  $14^\circ$  och 762,5 mm.

	Beräknadt för $C_{11}H_{13}NO_4$ .	Funnet.	
		I.	II.
C	59,19	59,22	— %.
H	5,83	5,89	— >
N	6,28	—	6,38 >

Föreningen löses med lätthet i kall natronlut till en ljusgul vätska. Om denna surgöres med svafvelsyra, uppstår blott en svag grumling, som vid lösningens filtrering kvarstannar på filtrum såsom en ringa mängd gul, amorf substans. Filtratet utskakades med eter. Vid eterlösningens afdunstning erhöles en kväfvafri syra, som efter omkristallisering ur benzol konstant smälte vid  $147^\circ$  och bildade tunna, hvita, perlemorglänsande fjäll, lösliga i kokande vatten, lösliga i alkohol och eter, men däremot jämförelsevis svårösliga i benzol.

De vid förbränningen erhållna resultaten öfverensstämma med formeln



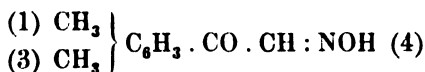
0,2028 gr. gaf 0,4820 gr. kolsyra och 0,1088 gr. vatten.

	Ber. för $C_9H_{10}O_3$ .	Funnet.
C	65,06	64,81 %.
H	6,02	5,97 >

På grund af hvad sålunda anförts, lider det icke något tvifvel, att föreningen är identisk med den af AD. CLAUS och K. KROSEBERG <sup>1)</sup> beskrifna *paratolyloxiättiksyran* eller, såsom den äfven skulle kunna benämnas, *parametylmandelsyran*.

Om den vid  $148^\circ$  smältande acetylöreningen underkastas inverkan af kall koncentrerad svafvelsyra eller kokande utspädd saltsyra, inträder helt enkelt saponifiering.

### 1. 3. 4-Xyloylformoxim.



Denna förening framställes på vanligt sätt af motsvarande xylylmetylketon <sup>2)</sup> (*o-p*-dimetylacetylbenzol), natriumalkoholat och

<sup>1)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XX, 2050.

<sup>2)</sup> Jfr AD. CLAUS: Ber. d. deutsch. chem. Ges. XIX, 230.

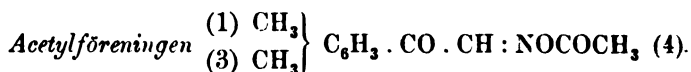
amylnitrit enligt CLAISEN's eleganta, ehuru i fråga om utbytet ej alltid fullt tillfredsställande metod.<sup>1)</sup> Då emellertid xyloylformoximens natriumsalt i olikhet mot benzoyl- och toluylföreningarnes endast ofullständigt utkristalliserar, modifierades förfaringssättet sålunda, att reaktionsblandningen utan förutgången filtrering försattes med sin flerdubbla volym kallt vatten, hvar efter den därvid uppstående emulsionen upprepade gånger utskakades med eter. Vattenlösningen försattes därpå med utspädd svafvelsyra till svagt sur reaktion, då formoximen afskildes i form af en gulaktig, inom kort kristalliniskt stelnde olja. Föreningen är löslig i de vanliga organiska lösningsmedlen. Bäst renas den genom omkristallisering ur en blandning af omkring lika volymer benzol och gasolja, hvarur den anskjuter i långa, fina, hvita nålar, som konstant smälta vid 94—95°.

#### Analys:

- I. 0,1478 gr. gaf 0,3666 gr. kolsyra och 0,0844 gr. vatten.  
 II. 0,1826 gr. gaf 12,3 ccm. kväfgas, mätt vid 16° och 766,5 mm.

	Beräknadt för $C_{10}H_{11}NO_2$	Funnet.	
		I.	II.
C	67,80	67,59	— %.
H	6,21	6,29	— „
N	7,91	—	8,05 „

### 1. 3. 4-Xyloylformoxim och ättiksyreanhydrid.



Den nyss beskrifna formoximen löses jämförelsevis trögt af ättiksyreanhydrid vid vanlig temperatur. Får lösningen afdunstas i vakuum öfver kali, erhållas praktfulla platta nålar af tumslängd och därutöfver. Föreningen, som är löslig i alkohol, eter och benzol, kan med fördel omkristalliseras ur ligroin, hvari

<sup>1)</sup> Jfr L. CLAISEN: Ueber die Einführung von Säureradicalen in Ketone, Ber. d. deutsch. Chem. Ges. XX, 656, samt L. CLAISEN och O. MANASSE: Beiträge zur Kenntniss der Nitrosoketone. darsammastädes s. 2194.

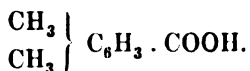
den i köld är svårlöslig, i värme ganska löslig. Ur sistnämnda lösningsmedel anskjuter den i långa, strålförmigt grupperade nålar af rent hvit färg. I luften färgas substansen så småningom gul och antar mjuk konsistens. Smältpunkten ligger vid 53°. Den smälta substansen stelnar hastigt vid afsväning och visar äfven sedermera samma smältpunkt som den ursprungliga.

I. 0,1519 gr. gaf 0,3659 gr. kolsyra och 0,0828 gr. vatten.

II. 0,1910 gr. gaf 10,1 ccm. kväfgas, mätt vid 16° och 750 mm.

	Beräknadt för $C_{12}H_{13}NO_3$ .	Funnet.	
		I.	II.
C	65,75	65,69	— %.
H	5,94	6,05	— „
N	6,39	—	6,18 „

Ur en lösning af acetylföreningen i alkali (natronlut) erhöles vid tillsats af utspädd svafvelsyra en riklig, hvit fällning, under det att samtidigt en stark blåsyrelukt förmärktes. Fällningen omkristalliserades ur utspädd alkohol, hvarur den ansköt i långa, hvita, vid 126° smältande nålar. Analysen ledde till formeln:



0,1502 gr. gaf 0,3980 gr. kolsyra och 0,0910 gr. vatten.

	Ber. för $C_9H_{10}O_2$ .	Funnet.
C	72,00	72,24 %.
H	6,67	6,72 „

Egenskaper och sammansättning karaktärisera föreningen såsom en xylylsyra, nämligen den af FITTIG och LAUBINGER,<sup>1)</sup> af KEKULÉ,<sup>2)</sup> samt af ADOR och MEIER<sup>3)</sup> förut framställda och beskrifna *a-op-dimetylbenzoësyran*.

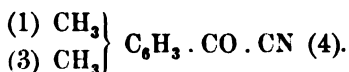
<sup>1)</sup> Ann. Chem. 151, 269.

<sup>2)</sup> Ann. Chem. 137, 186.

<sup>3)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XII, 1968.



## 1. 3. 4-Xyloylecyanid.



Om xyloylformoximen digreras på vattenbad med ättiksyreanhydrid under 2—3 timmar, erhåller man i stället för den nys beskrifna acetylföreningen en ketonitril af ofvan angifna sammansättning. Uthålles reaktionsprodukten i kallt vatten, afskiljer sig en olja, hvilken emellertid hastigt stelnar kristalliniskt. Den affiltrerade och torkade kristallmassan omkristalliserades ur lättflyktig gasolja. Härvid erhöles föreningen i form af hvita, långa, centriskt grupperade, tämligen spröda nålar, som konstant smälte vid 47°. Den stelnar redan några få grader under smältpunkten, färgas icke i ljuset och är löslig i de vanliga organiska lösningsmedlen.

Analys:

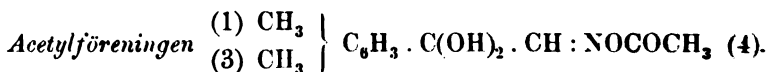
I. 0,1321 gr. gaf 0,3647 gr. kolsyra och 0,0683 gr. vatten.

II. 0,1617 gr. gaf 11,8 ccm. kväfgas, mätt vid 16° och 756 mm.

	Beräknadt för $\text{C}_{10}\text{H}_9\text{NO}$ .	Funnet.	
		I.	II.
C	75,47	75,25	— %.
H	5,66	5,75	— „
N	8,80	—	8,60 „

Vid upphettning förflyktigas föreningen utan återstod.

## 1. 3. 4-Xyloylformoxim och acetylklorid.



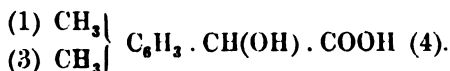
Xyloylformoximen löser sig i acetylklorid betydligt lättare än motsvarande benzoylderivat. Vid omröring stelnar den koncentrerade lösningen hastigt till en hvit kristallmassa, bestående af klorderivat. Ur detta erhöles acetylföreningen på förut angifvet sätt genom digerering med kallt vatten. Den är löslig i alkohol, tämligen löslig i kloroform, i benzol och eter däremot

ganska svårlöslig. Ur kloroform kristalliserar den i hvita mikroskopiska nålar, ur benzol äfven i tunna blad. Smältpunkten bestämdes till 142—143.

- I. 0,1553 gr. gaf 0,3448 gr. kolsyra och 0,0933 gr. vatten.  
 II. 0,1619 gr. gaf 8,3 cem. kväfgas mätt vid 13° och 754 mm.

	Beräknadt för	Funnet.	
	$C_{12}H_{16}NO_4$ .	I.	II.
C	60,76	60,53	— %.
H	6,33	6,63	— „
N	5,91	—	6,09 „

### Dimetylmandelsyra.



I fullkomlig likhet med sina lägre homologer afspaltar vid behandling med kall natronlut äfven sistnämnda acetylörening den acetylerade oximidogruppen och öfvergår under upptagande af vatten till motsvarande mandelsyra. Härvid uppstår emellertid såsom biprodukt en icke obetydlig mängd af den kondenserade förening, hvilken i en efterföljande afhandling finnes närmare beskrifven under benämningen xyloylformoin. Vid neutraliseringen af den alkaliska vätskan afsätter sig denna formoin såsom en intensivt gul bottensats, under det att mandelsyran stannar i lösningen, ur hvilken den kan extraheras genom utskakning med eter. Efter eternas afdestillering kvarstannade en färglös olja, som inom kort stelade till en hvit, stråligt kristallinisk massa. Vid dennas omkristallisering ur kokande toluol erhöles dimetylmandelsyran i form af små tunna, färglösa blad med vanligen sexsidig omkrets. Syran smälter vid 103° och är löslig i vatten, alkohol, eter och benzol.

0,1880 gr. gaf 0,4595 gr. kolsyra och 0,1109 gr. vatten.

	Ber. för $C_{10}H_{12}O_3$ .	Funnet.
C	66,67	66,65 %.
H	6,66	6,54 „

**Parabrombenzoylformoxim.**

Denna förening framställes ur den nyligen af R. SCHWEITZER <sup>1)</sup> och M. SCHÖPFF <sup>2)</sup> beskrifna acetylbrombenzolen genom dess behandling med natriumalkoholat och amylnitrit på bekant sätt. Det ur reaktionsblandningen afskilda, kristalliniska natriumsaltet är tämligen svårslösligt i vatten. Det sönderdelades med isättika, och den därvid uppkomna hvita fällningen renades genom upprepad omkristallisering ur alkohol. Man erhåller så oximen i form af platta glänsande, något gulaktiga nålar, hvilka vid hastig upphettning smälta vid 164°. Föreningen är löslig i ättiketer och varm alkohol, svårslöslig i kloroform och benzol.

Analys:

- I. 0,1881 gr. gaf 0,2901 gr. kolsyra och 0,0482 gr. vatten.  
 II. 0,1837 gr. gaf 9,2 kcm. kväfgas, mätt vid 16° och 760 mm.

	Beräknadt för $\text{C}_6\text{H}_5\text{NBrO}_2$ .	Funnet.	
		I.	II.
C	42,11	42,05	— %.
H	2,63	2,80	— „
N	6,14	—	5,93 „

**Parabrombenzoylformoxim och ättiksyreanhydrid.**

Denna ur motsvarande formoxim och ättiksyreanhydrid vid vanlig temperatur framställda förening erhålles särdeles väl kristalliserad ur metylalkohol i tjocka, merändels fyrsidiga, snedvinkliga taflor, hvilka smälta vid 89° och äro lösliga i de vanligaste organiska lösningsmedlen.

Analys:

- I. 0,1640 gr. gaf 0,2683 gr. kolsyra och 0,0492 gr. vatten.  
 II. 0,1865 gr. gaf 8 kcm. kväfgas, mätt vid 18,5° och 758 mm.  
 III. 0,1637 gr. gaf efter glödning med kalk 0,1145 gr. bromsilfver.

<sup>1)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXIV, 550.

<sup>2)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXIV, 3766.

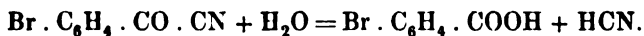
	Beräknadt för $C_{10}H_6NBrO_2$ .	Funnet.		
		I.	II.	III.
C	44,48	44,57	—	— %.
H	2,96	3,29	—	— »
N	5,19	—	5,02	— »
Br	29,58	—	—	29,77 »

Föreningen sönderdelas af kall natronlut ögonblickligen i *parabrombenzoesyra*, cyanväte och ättiksyra. Parabrombenzoesyran afskildes ur lösningen genom neutralisering med svafvelsyra och omkristalliserades ur metylalkohol. Den erhöles på detta sätt i hvita, glänsande, vid 251—252° smältande nålar, hvilkas identitet med den af HÜBNER, OHLY och PHILIPP<sup>1)</sup> genom oxidering af parabromtoluol framställda syran till fullo bekräftades genom analysen:

0,1960 gr. gaf 0,2994 gr. kolsyra och 0,0459 gr. vatten.

	Ber. för $C_7H_4BrO_2$ .	Funnet.
C	41,83	41,63 %.
H	2,49	2,60 »

Vid uppvärmning med ättiksyreanhydrid visade parabrombenzoylformoximen så tillvida ett från de förut undersökta formoximerna afvikande förhållande, som någon nitril här ej kunde isoleras. Såsom hufvudprodukt af reaktionen erhöles i stället ånyo parabrombenzoesyra. Den i första hand tvifvelsutan bildade ketonitrilen sönderfaller följaktligen ytterst lätt under upptagande af vatten enligt formeln:



I filtratet från brombenzoesyran kunde i sjelfva verket cyanväte påvisas i riklig mängd.

### Parabrombenzoylformoxim och acetylklorid.



Parabrombenzoylformoximen är tämligen svårlöslig i acetylklorid. Reaktionen emellan de båda kropparne inträder emeller-

<sup>1)</sup> Ann. Chem. 143, 247.

tid utan svårighet, om den så fint som möjligt pulveriserade oximen uppslammas i acetylkloriden. Vid flitig omröring af den iskylda blandningen stelnar densamma efter någon tid till en gröt af utkristalliseradt klorderivat. Detta utprässades med största skyndsamhet på poröst lergods och underkastades ofördröjligen analys.

0,1946 gr. gaf efter sönderdelning med vatten och den filterade vattenlösningens fällning med silfverniträt 0,0902 gr. klor-silfver.

	Ber. för $C_{10}H_9NClBrO_3$ .	Funnet.
Cl	11,55	11,47 %.

Kloriden bildar ett hvitt kristallmjöl, som icke visar någon skarp smältpunkt. Redan vid  $120^\circ$  börjar den sintra, men är först uppe mot  $150^\circ$  fullständigt smält. I luften sönderdelas den hastigt i likhet med öfriga, hittills undersökta analoga föreningar. Genom inverkan af vatten uppstår

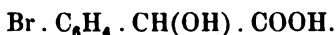
*Acetylföreningen*  $Br \cdot C_6H_4 \cdot C(OH)_2 \cdot CH : NOCOCH_3$ .

Korta mikroskopiska, rent hvita nålar (ur aceton), hvilka under sönderdelning och gasutveckling något oskarpt smälta omkring  $153^\circ$ . Föreningen är svårslöslig i eter, kloroform och benzol, någorlunda löslig i aceton och lättlöslig i alkohol. Dess alkohol-lösning färgas af järnklorid intensivt röd.

- I. 0,1919 gr. gaf 0,2931 gr. kolsyra och 0,0638 gr. vatten.
- II. 0,2115 gr. gaf 8,4 cem. kväfgas, mätt vid  $15,5^\circ$  och 755 mm.
- III. 0,1586 gr. gaf efter glödning med kalk 0,1043 gr. brom-silfver.

	Beräknadt för $C_{10}H_{10}NBrO_4$ .	I.	Funnet.	II.	III.
C	41,67	41,64	—	—	%.
H	3,47	3,65	—	—	,
N	4,86	—	4,68	—	,
Br	27,78	—	—	27,99	,

Vid behandling med natronlut öfverföres föreningen redan i köld till

**Parabrommandelsyra,**

Denna syra isolerades ur den alkaliska lösningen på förut angifvet sätt genom neutralisering med svafvelsyra och upprepad extrahering med eter samt renades genom omkristallisering ur benzol. Den bildar fina, hvita nålar, som smälta vid  $117-118^\circ$  <sup>1)</sup> och äro lösliga i alkohol och eter äfvensom i kokande kloroform och benzol. Äfven af vatten löses föreningen i riklig mängd.

I. 0,1671 gr. gaf 0,2548 gr. kolsyra och 0,0486 gr. vatten.

II. 0,1847 gr. gaf efter glödgning med kalk 0,1495 gr. bromsilfver.

	Beräknadt för	Funnet.	
	$\text{C}_6\text{H}_5\text{BrO}_3$ .	I.	II.
C	41,59	41,59	— %.
H	3,03	3,23	— >
Br	34,58	—	34,45 >

---

<sup>1)</sup> Eller vid samma temperatur som den vanliga mandelsyran, hvars smältpunkt ( $118^\circ$ ) således genom inträdet af en bromatom i fenylgruppen egendomligt nog icke undergått någon nämnvärd förändring.

## Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts. fr. sid. 480.)

**Kasan.** *K. Universitetet.*

Utschenia sapiski. G. 58: 6; 59: 1—3. 1891—92. 8:o.

Trudi. T. 22: 4. 1890. 8:o.

Akademiska skrifter. 12 häften. 8:o.

**Kiel.** *K. Universitetet.*

Akademiska skrifter. År 1891/92. 75 häften. 4:o &amp; 8:o.

**Kjöbenhavn.** *K. Danske Videnskabernes Selskab.*

Skrifter. (6) Bd. 7: 5. 1891. 4:o.

Oversigt over Forhandlinger. Aar 1891: N:o 3; 1892: 1. 8:o.

Fortegnelse over de 1742—1891 udgivne videnskabelige Arbejder. 1892. 8:o.

Regesta diplomatica historiæ Daniæ. Ser. 2. T. 1: 1. 1892. 4:o.

— *Carlsberg Laboratoriet.*

Meddelelser. Bd. 3: H. 2. 1892. 8:o.

**Leipzig.** *K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften.*

Abhandlungen. Bd. 31: N:o 5—8. 1892. st. 8:o.

= » Mathem.-phys. Klasse. Bd. 18: N:o 5—8.

**Leiden.** *Nederlandsch botanisch Vereeniging.*

Nederlandsch kruidkundig Archief. (2) D. 6: St. 1. 1892. 8:o.

**Liège.** *Société géologique de Belgique.*

Annales. T. 19: L. 2—3. 1891/92. 8:o.

**Lisboa.** *Academia R. das sciencias.*

Jornal das sciencias. (2) T. 1: N. 3; 2: 7. 1889—92. 8:o.

**Liverpool.** *Biological society.*

Proceedings and transactions. Vol. 6(1891/92). 8:o.

**London.** *Geologists association.*

Proceedings. Vol. 12: P. 5—6; 8—10.

List of members. 1892 November. 8:o.

— *Astronomical society.*

Memoirs. Vol. 50(1890—91). 4:o.

Monthly notices. Vol. 52: N:o 1—9. 8:o.

— *Zoological society.*

Proceedings of the general meetings for scientific business. Year 1892: P. 1. 8:o.

**Melbourne.** *Geological society of Australasia.*

Transactions. Vol. 1: P. 6. 1892. 4:o.

**México.** *Sociedad científica »Antonio Alzate».*

Memorias y revista. T. 5(1891/92): Cuad. 1—12. 8:o.

**Milano.** *Società Italiana delle scienze naturali.*

Atti. Vol. 33: F. 1—2. 1890—91. 8:o.

**Montreal.** *Royal society of Canada.*

Proceedings and transactions. Vol. 9(1891). 4:o.

(Forts. &amp; sid. 558.)

Meddelanden från Stockholms Högskola N:o 135.

## Sur une nouvelle méthode de démontrer le principe de DIRICHLET.

Par E. PHRAGMÉN.

[Note présentée le 14 décembre 1892 par G. MITTAG-LEFFLER.]

J'ai déjà publié, dans ce même recueil,<sup>1)</sup> une démonstration du principe de DIRICHLET émanée de l'étude de deux démonstrations de HARNACK et de M. POINCARÉ. Ayant eu plus tard à exposer ce principe dans mes leçons à l'université de Stockholm, cette démonstration ne me satisfaisait pas, au point de vue où je m'étais placé dans ces leçons. J'en cherchai donc une nouvelle, et j'en ai trouvé une qui me paraît plus naturelle que toutes celles qui ont été proposées jusqu'ici.

Le théorème que nous allons démontrer peut être énoncé de la manière suivante.

*Soit dans un espace à  $p$  dimensions  $T$  un domaine tel qu'à tout point  $P$  de sa limite  $t$  on puisse faire correspondre un domaine  $S_P$ , dont fasse partie le domaine  $T$ , dont la limite  $s_P$  ait au moins le point  $P$  en commun avec  $t$ , et pour lequel on sache résoudre le problème de Dirichlet.*

*Cela posé, le problème de Dirichlet pourra être résolu aussi pour le domaine  $T$ , c'est-à-dire,  $f$  désignant une suite de valeurs continues données arbitrairement sur  $t$ , il existera une fonction  $\varphi$  harmonique dans  $T$ , continue dans  $(T+t)$  et égale à  $f$  sur  $t$ .*

<sup>1)</sup> Année 1891, n:o 10.



Démontrons d'abord qu'à tout nombre positif  $\delta$  correspond un autre nombre positif  $\sigma$  tel que, après avoir choisi arbitrairement un point  $P$  sur  $t$ , on puisse trouver deux fonctions  $\varphi_P$  et  $\psi_P$  harmoniques dans le domaine  $S_P$  qui correspond au point choisi, continues dans  $(S_P + s_P)$ , et satisfaisant aux inégalités

$$\varphi_P \geq f - \delta, \quad \psi_P \leq f + \delta$$

sur  $t$ , et aux inégalités

$$\varphi_P \leq f, \quad \psi_P \geq f$$

dans les points qui appartiennent à la fois à  $t$  et à une hypersphère au rayon  $\sigma$  et au centre  $P$ .

En effet, si on commence par fixer le point  $P$ , on voit immédiatement qu'il y a un nombre  $\sigma_P$  jouissant de la propriété indiquée par rapport au point  $P$ . Pour le montrer, désignons par  $\varphi_0$  et  $\psi_0$  deux fonctions harmoniques dans  $S_P$  et continues dans  $(S_P + s_P)$ , et dont la première est égale à  $f - \delta/2$ , la seconde à  $f + \delta/2$  dans la partie commune de  $S_P$  et de  $t$ . Soit de plus  $\chi$  la *fonction de Green* (au sens de RIEMANN) relative au domaine  $S_P$  et à un point fixé arbitrairement à l'intérieur de  $S_P$  mais à l'extérieur de  $T$ , c'est-à-dire une fonction telle que  $\chi - 1/r^{p-2}$  (pour  $p=1$ :  $\chi - \log 1/r$ ) soit harmonique dans  $S_P$  et continue dans  $(S_P + s_P)$  et que  $\chi$  soit nul sur  $s_P$ . (Si le point fixé est à l'infini il faut modifier un peu cet énoncé).

La fonction  $\varphi_0$  étant égale à  $f - \delta/2$  dans la partie commune de  $s_P$  et de  $t$ , il y aura nécessairement un certain entourage du point  $P$  comprenant toute cette partie commune et tel que l'inégalité

$$\varphi_0 \geq f - \delta$$

aura lieu dans la partie de cet entourage qui appartient à  $S_P$ . La fonction  $\chi$  étant positive ou nulle dans  $S_P$ , l'inégalité

$$\varphi_0 + k\chi \geq f - \delta$$

aura lieu dans le même domaine quelle que soit la quantité  $k$ , supposée positive. Dans la partie de  $t$  qui n'appartient pas à l'entourage de  $P$  que nous venons de déterminer, la fonction  $\chi$

sera positive, et plus grande qu'une certaine constante positive qu'on sait déterminer. On pourra donc choisir  $k$  assez grand pour que l'inégalité

$$\varphi_0 + k\chi \geq f - \delta$$

ait lieu partout dans  $t$ .

$k$  étant fixé de cette manière, puisque on a

$$\varphi_0 + k\chi = f - \frac{\delta}{2}$$

dans les points communs de  $s$  et de  $t$ , il y aura un certain entourage de ces points tel que l'inégalité

$$\varphi_0 + k\chi \leq f$$

ait lieu dans la partie de  $t$  qui appartient à cet entourage. Nous désignerons le rayon de cet entourage par  $\sigma'_P$ . D'une manière analogue on voit qu'il existe un nombre positif  $l$  et un entourage des points communs de  $s_P$  et de  $t$ , tels que la fonction  $\psi_0 - l\chi$  satisfait à l'inégalité

$$\psi_0 - l\chi \geq f$$

dans la partie de  $t$  qui appartient à cet entourage, et à l'inégalité

$$\psi_0 - l\chi \leq f + \delta$$

partout sur  $t$ . Soit  $\sigma''_P$  le rayon de cet entourage.

Il est évident qu'on peut choisir le nombre  $\sigma_P$  cherché égal au plus petit des deux rayons  $\sigma'_P$  et  $\sigma''_P$  et de plus

$$\varphi_P = \varphi_0 + k\chi,$$

$$\psi_P = \psi_0 - l\chi.$$

Soit  $\sigma$  la limite inférieure des valeurs  $\sigma_P$  quand  $P$  parcourt tous les points de  $t$ .

Il est évident que  $\sigma$  sera plus grand que zéro.

Car on démontre d'une manière connue, qu'il y a un certain point  $P$  tel que la limite inférieure de  $\sigma_P$  au voisinage de  $P$  est égale à  $\sigma$ . Or soit  $\bar{\sigma}$  la valeur de  $\sigma_P$  pour  $P = P$ , la limite inférieure de  $\sigma_P$  dans le voisinage  $\bar{\sigma}/2$  de  $P$  ne peut pas être inférieure à  $\bar{\sigma}/2$

Le nombre positif  $\delta$  étant fixé arbitrairement, il existe donc toujours un nombre positif  $\sigma$  qui satisfait aux conditions formulées ci-dessus. Nous supposons que le domaine  $T$  et les valeurs  $f$  soient définis d'une telle manière que, le nombre  $\delta$  étant fixé arbitrairement, on sache effectivement calculer un tel nombre  $\sigma$ .

Divisons maintenant  $t$  en un nombre fini de parties  $t_1, t_2, \dots, t_n$  dont chacune puisse être contenue dans une hypersphère au rayon  $\sigma$ . On pourra faire correspondre à chaque partie  $t_\lambda$ , un domaine  $S_\lambda$  dont fait partie le domaine  $T$  et pour lequel on sait résoudre le problème de DIRICHLET, et deux fonctions  $\varphi_\lambda$  et  $\psi_\lambda$  harmoniques dans  $S_\lambda$ , continues dans  $(S_\lambda + t_\lambda)$  et satisfaisant aux inégalités

$$\begin{aligned}\varphi_\lambda &\leq f, & \psi_\lambda &\geq f & \text{dans } t_\lambda, \\ \varphi_\lambda &\geq f - \delta, & \psi_\lambda &\leq f + \delta & \text{dans } t.\end{aligned}$$

Si nous désignons maintenant par  $\varepsilon$  un nouveau nombre positif arbitrairement donné, on saura former une fonction harmonique dans  $T$ , continue dans  $(T + t)$  et dont les valeurs sur  $t$  diffèrent des valeurs données  $f$  de moins de  $(\delta + \varepsilon)$ .

En effet, soit  $U$  le domaine formé des points communs de tous les domaines  $S_\lambda (\lambda = 1 \dots n)$  et soit  $u$  sa limite, et définissons dans  $(U + u)$  deux fonctions  $\Phi$  et  $\Psi$  par la condition que  $\Phi$  doit être toujours égale à la plus petite des fonctions  $\varphi_\lambda$  et de même  $\Psi$  toujours égale à la plus grande des fonctions  $\psi_\lambda$ .

Ces fonctions  $\Phi$  et  $\Psi$  seront continues dans  $(U + u)$  et on aura sur  $t$

$$(1) \quad \begin{aligned}f - \delta &\leq \Phi \leq f, \\ f &\leq \Psi \leq f + \delta.\end{aligned}$$

On pourra donc choisir une quantité positive  $\rho$  de manière qu'on ait, dans la partie de l'entourage  $\rho$  de  $t$  qui appartient à  $(U + u)$ ,

$$\begin{aligned}f - \delta - \varepsilon &\leq \Phi \leq f + \varepsilon, \\ f - \varepsilon &\leq \Psi \leq f + \delta + \varepsilon.\end{aligned}$$

On voit aisément comment, à l'aide des méthodes combinatoires que M. NEUMANN a appelées disjonctives, on pourra former un nouveau domaine  $U'$  faisant partie de  $U$  et contenant lui-même  $T$ , dont la limite  $u'$  fait partie de l'entourage qui vient d'être déterminé et pour lequel le problème de DIRICHLET reste soluble. En effet, le problème de DIRICHLET est soluble pour le domaine  $U$ , partie commune de tous les domaines  $S_1$ , à l'aide des méthodes disjonctives de M. NEUMANN. Or le domaine  $U'$  peut être formé en excluant du domaine  $U$  les points appartenant à un nombre fini d'hypersphères. Il suffit donc de faire une nouvelle application des mêmes méthodes disjonctives.

Soit  $\varphi$  une fonction harmonique dans  $U'$ , continue dans  $(U' + u')$  et égale à  $\Phi$  sur  $u'$ .

Soit de même  $\psi$  une fonction harmonique dans  $U'$ , continue dans  $(U' + u')$  et égale à  $\Psi$  sur  $u'$ .

Il est évident qu'on aura dans  $(U' + u')$

$$(2) \quad \varphi \leq \Phi, \quad \psi \geq \Psi.$$

Car on a sur  $u'$

$$\varphi = \Phi, \quad \psi = \Psi$$

et par conséquent

$$\varphi \leq \varphi_\lambda, \quad \psi \leq \psi_\lambda (\lambda = 1 \dots n).$$

Ces inégalités subsistent partout dans  $(U' + u')$ . En se rappelant la définition des fonction  $\Phi$  et  $\Psi$ , on en déduit

$$\varphi \leq \Phi, \quad \psi \geq \Psi.$$

Dans le même domaine, on aura encore

$$(3) \quad \psi - \varphi \leq 2\delta + 2\varepsilon.$$

Car on a sur  $u'$

$$\psi - \varphi = \Psi - \Phi$$

et

$$\Phi \geq f - \delta - \varepsilon, \quad \Psi \leq f + \delta + \varepsilon.$$

Dans  $t$ , on a donc, d'après (1), (2) et (3),

$$\varphi \leq f, \quad \psi \geq f,$$

$$\psi - \varphi \leq 2\delta + 2\varepsilon,$$

inégalités qui conduisent immédiatement à ces autres :

$$f - (2\delta + 2\varepsilon) \leq \varphi \leq f,$$

$$f \leq \psi \leq f + (2\delta + 2\varepsilon),$$

$$f - (\delta + \varepsilon) \leq \frac{1}{2}(\varphi + \psi) \leq f + (\delta + \varepsilon).$$

La fonction  $\frac{1}{2}(\varphi + \psi)$  est donc harmonique dans  $T$ , continue dans  $(T + t)$  et ses valeurs sur  $t$  diffèrent des valeurs données de moins de  $(\delta + \varepsilon)$ .

Or,  $\delta$  et  $\varepsilon$  étant tous les deux arbitraires, on sait que cela suffit pour démontrer le théorème énoncé.

## Untersuchungen über Diffusion in wässrigen Salzlösungen.

Von RICHARD ABEGG.

[Mitgeteilt den 14. December 1892 durch O. PETTERSSON.]

Die kürzlich veröffentlichten Untersuchungen von ARRHENIUS <sup>1)</sup> über Diffusion enthalten unter vielem anderen einige Versuche über die Frage, welchen Einfluss in der Diffusionsflüssigkeit <sup>2)</sup> gelöste Elektrolyte auf die Aenderung der Diffusionsgeschwindigkeit ausüben. Die Beantwortung dieser Frage ist insofern von besonderem Interesse, als sie »die höchsterwünschte Korrektion der Leitfähigkeit in Bezug auf die durch den Salzgehalt veränderte Reibung der Ionen« zu liefern verspricht. Bestimmt man nämlich, um ein Beispiel zu wählen, die Diffusionsgeschwindigkeit von  $\text{NH}_3$  in 1 normaler  $\text{NaCl}$ -Lösung und in Wasser, so giebt das Verhältnis  $\frac{D_{\text{NH}_3 \text{ in } 1n\text{NaCl}}}{D_{\text{NH}_3 \text{ in } \text{H}_2\text{O}}}$  <sup>3)</sup> die verzögernde Wirkung des  $\text{NaCl}$ -Gehaltes auf die durch Diffusion in Wasser fortbewegten  $\text{NH}_3$ -Molekeln. Wird nun dies Verhältnis für verschiedene Diffusionskörper gleich befunden, d. h. setzt der gleiche Salzgehalt der Fortbewegung verschiedener Körper den

<sup>1)</sup> ARRHENIUS, Zeitschr. f. phys. Ch. X, 51., Bihang der Stockh. Ak. Bd. 18, Afd. 1, N:o 8, 1892.

<sup>2)</sup> Zur Bezeichnungsweise vgl. ARRHENIUS, loc. cit. pg. 57, resp. p. 9.

<sup>3)</sup> D bezeichnet hier, wie über all im Folgenden, den Diffusionskoeffizienten, in  $\text{cm}^2$  pro Tag.

gleichen Widerstand entgegen, so ist es nicht unwahrscheinlich, dass in derselben Flüssigkeit auch die Ionen bei ihrer Fortbewegung durch den elektrischen Strom denselben Widerstand finden.

Ferner soll die experimentelle Behandlung obiger Frage darüber Aufschluss geben, ob und wie weit die Einwirkung des Salzgehaltes auf die Diffusionsgeschwindigkeit und die innere Reibung im Zusammenhang stehen.

Die zu diesem Zweck angestellten, im Nachstehenden mitzuteilenden Versuche wurden im Herbst 1892 im physikalischen Institut von Stockholms Högskola ausgeführt, dessen Chef, Herrn Dr. ARRHENIUS ich für die Anregung zu dieser Arbeit, wie für sein stetes liebenswürdiges Interesse an ihrem Fortschreiten zu herzlichstem Danke verpflichtet bin.

Die von mir zur Bestimmung der Diffusionskoeffizienten benutzte Methode ist im wesentlichen die von SCHEFFER<sup>1)</sup> zuerst angegebene, von ARRHENIUS<sup>2)</sup> verbesserte und kürzlich ausführlich beschriebene, deren nochmalige Beschreibung hier somit nicht nötig sein dürfte. Die einzigen nennenswerten Unterschiede liegen in der Benutzung von Quecksilber als Verdrängungsflüssigkeit und von Diffusionscylindern viel kleinerer Dimensionen, wie sie wünschenswert waren, um erstens die Schichten nach der Abzapfung im Ganzen analysieren zu können, und zweitens nicht mit zu grossen Mengen der als Diffusionsflüssigkeiten dienenden Normalsalzlösungen operieren zu müssen.

Die Cylinder liess ich mir aus ca  $3\frac{1}{2}$  cm weiten Glasröhren fertigen, so dass eine Schicht von 5 ccm Inhalt ca 12 mm. Höhe hatte.

In nachfolgender Tabelle gebe ich in erster Columnne die Bezeichnung der Cylinder, in zweiter, zur Beurteilung der Cylindrizität, die Höhe eines bestimmten gleichen Wasservolums in 0,1 mm., welches durch

<sup>1)</sup> SCHEFFER, Zeitschr. f. phys. Ch. 11, 391 1888.

<sup>2)</sup> ARRHENIUS loc. cit. p. 53 resp. p. 5.

Quecksilber an verschiedene Stellen des Cylinders gebracht wurde, gemessen mit Kathetometer,  
 in dritter die Höhe von 20 ccm. Wasser in mm.,  
 in vierter die bei Benutzung der nach Stefan von SCHEFFER <sup>1)</sup> berechneten Tabelle in Rechnung kommende Grösse  $h^2$  ( $h = \frac{1}{2}$  der Werte voriger Columnne).

Bezeichnung v. Cylinder.	Höhen eines best. Vol. an versch. Stellen d. Cyl. in mm/10.					Höhe v. 20 ccm. in mm.	$h^2$ .
1	128,0	127,0	129,0	128,0	—	48,45	36,67
2	121,0	121,5	122,0	121,0	121,5	46,95	34,44
3	125,5	126,0	125,5	126,5	125,0	47,70	36,56
4	124,0	125,0	125,0	126,0	124,5	47,85	35,77
5	124,0	125,0	124,5	126,0	125,5	48,00	36,00
6	121,5	121,0	121,5	123,5	122,5	46,90	34,35
7	125,0	124,5	125,0	124,5	124,5	47,90	35,86
8	119,5	119,0	120,5	121,5	120,0	47,60	35,40
9	126,0	125,5	126,0	126,5	126,0	48,30	36,16
10	128,5	128,5	129,0	128,5	—	49,70	38,60
11	122,0	122,0	122,5	123,0	124,0	46,95	34,44
12	125,0	125,5	125,5	125,5	126,0	47,80	35,70

Zur Füllung und Abzapfung benutzte ich zwei Pipetten, von denen die eine an Wasser, die andere an Quecksilber 5 cm<sup>3</sup> zwischen den beiden oberhalb des Hahns angebrachten Marken ausfliessen liess.

Als Verschluss der Cylinder dienten während der Dauer des Versuchs Gummistopfen, bei der Abzapfung ein paraffinierter Kork, dessen luftdichter Schluss an den Cylinderhals in sehr vollkommener Weise durch Erhitzen der ihn umfassenden Glaswand erreicht wurde. Die in der Mitte des Korks mündende, in der Figur 1 bei ARRHENIUS <sup>2)</sup> mit r bezeichnete Röhre wird

<sup>1)</sup> SCHEFFER, loc. cit. p. 393.

<sup>2)</sup> ARRHENIUS, loc. cit. pag. 53, resp. p. 5.



zweckmässig oberhalb des Korks zu einem schwach stumpfen (nicht schwach spitzen) Winkel gebogen, wodurch man bei unvollkommener Benetzung der Röhrenwand durch die ausfliessende Flüssigkeit leichter das Zurückbleiben von Luftblasen vermeidet. Im übrigen folgte ich genau den von **ARRHENIUS** gegebenen Angaben.

Das Mittel meiner Versuchstemperaturen lag ungefähr bei 16, worauf ich alle Diffusionskoeffizienten der Vergleichbarkeit halber, unter Benutzung der von **ARRHENIUS** bestimmten Temperaturkoeffizienten umgerechnet habe.

Trotz der Analysierung der vollständigen abgezapften Schichten liess sich die Grenze der Versuchsfehler nicht unter 1 Prozent reduzieren, da die unvermeidlichen kleinen Erschütterungen und Perturbationen beim Einfüllen und Abzapfen natürlich bei kleineren Cylindern mehr ins Gewicht fallen.

Zur Berechnung der Diffusionskoeffizienten diente mir die von **SCHEFFER** <sup>1)</sup> gegebene Tabelle.

Die Diffusionskörper der zuerst zu besprechenden Versuche waren 1n-NH<sub>3</sub> und 1n-CH<sub>3</sub>COOH, die sich einerseits als nahezu undissoziierte Körper <sup>2)</sup> wegen ihrer Einflusslosigkeit auf die Verteilung der Ionen, anderseits wegen der Möglichkeit, sie zu titrieren, vor anderen empfahlen. Als Diffusionsflüssigkeiten verwandte ich 19 verschiedene Salze, sämtlich von einwertigen positiven Ionen in 1 normalen (aequivalent) Lösungen.

Zur Bereitung der den Diffusionskörper enthaltenden Schicht verfuhr ich so, dass ich gleiche Volumina einer Salzlösung von doppelter Concentration, wie die Diffusionsflüssigkeit und der Lösung des Diffusionskörpers, ebenfalls doppelter Concentration, mischte. Wenn z. B. 1n-CH<sub>3</sub>COOH in 1n-NaCl-Lösung diffundieren soll, so befindet sich unter drei 1n-NaCl-Schichten eine

---

<sup>1)</sup> vgl. Anm. 1 p. 519.

<sup>2)</sup> Bei beiden hatte ich durch Zusatz von soviel NH<sub>4</sub>Cl resp. KC<sub>2</sub>H<sub>3</sub>O<sub>2</sub>, dass die Lösungen hieran  $\frac{1}{10}$  normal waren, den Dissoziationsgrad auf weniger als 0.1 Prozent herabgedrückt.

vierte aus gleichen Volumen  $2n\text{-CH}_3\text{COOH}$  und  $2n\text{-NaCl}$  durch Mischung hergestellte.

Die angewandten Normalsalzlösungen stellte ich durch Lösen von den, auf ein Procent genau abgewogenen, berechneten Salz-  
mengen dar; die Salze waren von KAHLBAUM bezogen und wurden  
als rein angenommen. Dass so durch die möglichen Wägefehler  
und Verunreinigungen meine Lösungen vielleicht nicht streng dem  
Begriff einer Normallösung entsprachen, konnte ich für die vor-  
liegenden Anwendungen wohl vernachlässigen, wenn ich für die-  
selben die inneren Reibungen besonders bestimmte, was nach der  
von OSTWALD erdachten, von ARRHENIUS<sup>1)</sup> beschriebenen Me-  
thode geschah.

Obwohl für die vorliegende Frage nur die innere Reibung  
der 1-normalen Lösungen in Betracht kam, habe ich doch auch  
diejenige der 2-normalen bestimmt, da über diese meines Wissens  
noch keine Litteraturangaben vorliegen. Es möge erwähnt sein,  
dass meine hier folgenden Zahlen in befriedigender Überein-  
stimmung mit den von ARRHENIUS<sup>1)</sup> und WAGNER<sup>2)</sup> gefundenen  
Werten stehen. Die spezifischen Gewichte wurden mit aus-  
reichender Genauigkeit mittelst der WESTPHALSchen Wage be-  
stimmt.

---

<sup>1)</sup> ARRHENIUS, Zeitschr. f. phys. Ch. I, 285, (1887).

<sup>2)</sup> WAGNER, Zeitschr. f. phys. Ch. V, 31, (1889).

Salze.	Spez. Gew.		Innere Reibung. <sup>1)</sup>	
	2n.	1n.	2n.	1n.
Li Cl	1,0455	1,0239	1,3262	1,1529
Li $\frac{\text{SO}_4}{2}$	1,0870	1,0450	1,6973	1,3003
Li C <sub>2</sub> H <sub>3</sub> O <sub>2</sub>	1,0490	1,0240	2,2846	1,4942
Na Cl	1,0788	1,0892	1,2028	1,0781
Na Br	1,1555	1,0770	1,1384	1,0469
Na NO <sub>2</sub>	1,1090	1,0544	1,1534	1,0566
Na $\frac{\text{SO}_4}{2}$	1,1192	1,0608	1,5626	1,2292
Na $\frac{\text{SO}_2}{2}$	1,1110	1,0560	1,6527	1,2626
Na $\frac{\text{S}_2\text{O}_3}{2}$	1,1185	1,0612	1,4651	1,1743
Na C <sub>2</sub> H <sub>3</sub> O <sub>2</sub>	1,0800	1,0410	1,9941	1,3947
Na CHO <sub>2</sub>	1,0810	1,0408	1,4476	1,1901
Na $\frac{\text{CO}_3}{2}$	1,0984	1,0523	1,7070	1,2911
K Cl	1,0895	1,0451	0,9616	0,9766
KBr	1,1663	1,0838	0,9364	0,9477
KI	1,2371	1,1188	0,8670	0,9139
KNO <sub>3</sub>	1,1205	1,0606	0,9713	0,9658
KC <sub>2</sub> H <sub>3</sub> O <sub>2</sub>	1,0921	1,0459	1,5862	1,2437
KCHO <sub>2</sub>	1,0921	1,0463	1,1679	1,0753
K $\frac{\text{FeCy}_6}{4}$	1,1159	1,0588	1,2358	1,1103
K $\frac{\text{FeCy}_6}{3}$	1,1129	1,0574	1,1359	1,0446
K $\frac{\text{SO}_4}{2}$	—	1,0665	—	1,1061
NH <sub>4</sub> Cl	1,0303	1,0155	0,9680	0,9792
NH <sub>4</sub> NO <sub>3</sub>	1,0613	1,0314	0,9273	0,9529
NH <sub>4</sub> $\frac{\text{SO}_4}{2}$	1,0710	1,0374	1,2190	1,1030

<sup>1)</sup> Berechnet man nach der ARRHENIUS'schen Exponentialformel die innere Reibung der 2n-Lösungen aus den 1-normalen, so ergeben sich, wie auch nach den Beobachtungen dieses Forschers zu erwarten, sehr grosse Abweichungen. die beweisen, dass die Formel für solche Concentrationen nicht mehr gilt. Vgl. ARRHENIUS, Zeitschr. f. phys. Ch. I, 294, auch REYHER, Zeitschr. f. phys. Ch. II, 747, (1888).

Von den in obiger Tabelle enthaltenen Salzen waren einige für die folgenden Diffusionsversuche nicht anwendbar. Vor allem waren Combinationen von  $\text{NH}_3$  und Acetaten oder Formiaten, sowie von  $\text{CH}_3\text{COOH}$  und Ammonsalzen unbrauchbar, da in beiden Fällen der Diffusionskörper wegen des langsamen Farbenumschlags des Indicators nicht scharf titrierbar ist. Ferner fallen bei  $\text{CH}_3\text{COOH}$  wegen möglicher Aenderung der Ionenverteilung die Formiate aus,  $\text{K}_4\text{FeCy}_6$ ,  $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  wegen eintretender Zersetzung und  $\text{Na}_2\text{SO}_3$  wegen alkalischer Reaction.  $\text{K}_3\text{FeCy}_6$  lässt natürlich wegen seiner Farbe ebenfalls keine alkali-metrische Titration zu.

Schliesslich habe ich  $\text{K}_2\text{SO}_4$  bei den  $\text{NH}_3$ -Diffusionen ausgeschaltet, da es nicht 2fach normal löslich ist und sich übrigens dem untersuchten  $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$  äusserst ähnlich verhalten muss. Da  $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$  jedoch bei  $\text{CH}_3\text{COOH}$  als Diffusionsflüssigkeit aus obigen Gründen unanwendbar ist, habe ich bei diesem Diffusionskörper zur näheren Untersuchung später zu erwähnender Anomalien auch  $\text{K}_2\text{SO}_4$  als Diffusionsflüssigkeit genommen, indem ich die  $\text{CH}_3\text{COOH}$ -haltige Schicht aus zwei Volumen 1,5-normalem  $\text{K}\frac{\text{SO}_4}{2}$  und einem Volum 3-normaler Essigsäure mischte.

Als Titrierflüssigkeiten dienten ca 0,1-normale Salpetersäure resp. Natronlauge, als Indicatoren bei  $\text{CH}_3\text{COOH}$  Phenolphthalein und bei  $\text{NH}_3$  o-Nitrophenol.

In folgender Tabelle gebe ich alle zur Berechnung notwendigen Daten der ausgeführten Diffusionsversuche mit den für die Versuchstemperatur berechneten Diffusionskoeffizienten.

Über der Tabelle steht der Diffusionskörper,  
als erste Columnne die Diffusionsflüssigkeit (sc. 1normal)  
als zweite die Nummer des Cylinders (vgl. pag. 519)  
als dritte die Zeit  $z$  in Tagen (= 24 Std.)  
als vierte der Procentgehalt der Schichten an Diffusionskörper,

wobei unter IV diejenige verstanden ist, welche am Anfang den Diffusionskörper allein enthielt <sup>1)</sup>)  
als fünfte der Mittelwert A der aus den drei Schichten nach der Schefferschen Tabelle bestimmten Werte  $\frac{h^2}{kt}$   
als sechste die Mitteltemperatur t während der Dauer des Versuches  
als siebente der aus den vorigen zu berechnenden Diffusionskoeffizient D.

Diffusionskörper  $\text{In-NH}_3$ .

Diff.flüssigk.	Cyl.	Z.	Proc. Diff.körp. i. Schicht.			$10^3 \cdot A$	t.	$10^3 \cdot D$
			I.	II.	IV.			
H <sub>2</sub> O	2	1,027	7,00	14,98	46,11	216	15°23	155,3
„	7	1,057	6,92	14,77	46,30	220	15°23	154,2
„	11	1,082	7,60	15,31	45,14	206	15°23	154,5
„	12	1,108	7,25	14,99	45,94	214	15°23	151,2
NH <sub>4</sub> NO <sub>3</sub>	6	0,810	5,35	13,01	49,20	261	16°32	163
„	11	0,857	5,42	13,55	48,70	252	16°34	159,3
Li $\frac{\text{SO}_4}{2}$	7	1,088	5,24	12,64	49,70	269	16°35	128
„	12	1,066	5,38	13,04	49,20	261	16°35	128
KBr	5	0,648	4,16	10,08	54,04	338	16°35	164
„	11	0,669	4,87	10,62	52,44	310	16°35	166
Li Cl	2	0,9375	5,26	13,26	49,11	258	16°00	142
„	11	0,958	5,43	13,82	48,70	250	16°00	144
KI <sup>2)</sup> )	3	0,697	4,41	11,32	52,30	306	15°95	167
„	4	0,728	4,95	11,79	51,30	290	15°95	169

<sup>1)</sup> Zur Berechnung von D wurden aus schon von SCHEFFER loc. cit. pag. 334 angeführten Gründen nur die  $\frac{h^2}{kt}$ -Werte der Schichten I, II, IV verwandt.

<sup>2)</sup> Um die Gelbfärbung der KI-Lösung zu vermeiden, die die Titrierung mit o-Nitrophenol als Indicator hindern würde, genügt es, sie über Hg aufzubewahren.

Diff.flüssigk.	Cyl.	Z.	Proc. Diff.körp. i. Schieht.			10 <sup>3</sup> . A.	t.	10 <sup>3</sup> . D.
			I.	II.	IV.			
Na $\frac{SO_4}{2}$	2	1,004	5,99	12,91	48,75	255	15°85	134
, ,	12	1,030	6,10	11,88	49,90	272	15°85	128
Na $\frac{S_2O_3}{2}$	3	0,885	5,07	11,30	51,50	294	16°00	137
, ,	10	0,901	4,45	10,84	52,80	314	16°00	136
KNO <sub>3</sub>	1	0,903	6,54	12,38	48,80	256	16°00	158,5
, ,	5	0,924	6,23	13,39	47,70	242	16°00	161
K Cl	1	1,0305	6,45	13,85	47,45	236	15°93	151
, ,	5	1,052	6,63	14,73	46,33	222	15°98	154
NH <sub>4</sub> $\frac{SO_4}{2}$	5	1,233	7,55	15,00	45,27	211	16°10	138
, ,	6	1,252	8,24	15,78	44,15	196	16°10	140
NH <sub>4</sub> Cl	4	1,0625	6,64	14,88	46,38	220	16°05	153
, ,	11	1,097	7,75	15,68	44,68	202	16°05	155,5
Na Br	3	1,092	6,78	14,38	46,64	224	16°08	145,5
, ,	9	1,123	6,95	14,51	46,37	222	16°08	146
Na Cl	4	1,066	7,07	14,19	46,68	224	16°55	150
, ,	5	1,088	6,59	14,72	46,59	224	16°55	148
Na NO <sub>3</sub>	11	1,092	8,08	15,11	44,75	203	16°55	155
, ,	12	1,112	7,89	14,28	45,28	215	16°55	149
Na $\frac{CO_3}{2}$	8	1,228	6,68	14,73	46,24	221	15°00	130
, ,	12	1,265	7,48	13,52	46,66	228	15°00	124

Diffusionskörper in-CH<sub>3</sub>COOH.

KI	6	1,987	11,00	19,15	37,20	138	16°10	125
, ,	8	2,036	10,51	18,60	37,31	143	16°10	122
Li C <sub>2</sub> H <sub>3</sub> O <sub>2</sub>	5	3,820	9,53	17,83	41,15	166	15°95	56,8
, ,	12	3,879	9,78	17,90	40,72	162	16°00	56,8
KBr	1	1,767	5,72	14,10	46,70	232	16°30	89,5
, ,	2	1,804	6,80	15,40	44,30	206	16°30	92,7
, ,	6	1,835	6,30	15,60	44,30	206	16°05	91
Li $\frac{SO_4}{2}$	3	2,653	10,39	18,60	39,40	151	16°38	88,8
, ,	4	2,680	10,86	18,75	38,86	146	16°38	91,5

Diff. flüssigk.	Cyl.	Z.	Proc. Diff.körp. i. Schicht.			10 <sup>3</sup> . A.	t.	10 <sup>3</sup> D.
			I.	II.	IV.			
Li Cl	7	2,600	7,77	16,40	43,87	193	15°90	71,5
„	8	2,624	8,05	16,58	43,35	189	15°90	71,5
Na C <sub>2</sub> H <sub>3</sub> O <sub>2</sub>	5	2,617	5,92	14,60	46,90	230	15°90	60
„	9	2,636	5,79	14,78	46,80	232	15°90	59,7
K C <sub>2</sub> H <sub>3</sub> O <sub>2</sub>	4	2,5715	6,90	15,50	45,34	210	15°90	66,35
„	6	2,598	7,40	15,94	44,72	202	15°90	65,3
K Cl	7	1,756	5,18	13,72	48,41	251	15°95	81,3
„	9	1,790	4,95	14,21	48,17	247	15°95	82,3
K NO <sub>3</sub>	8	1,797	5,64	14,49	47,47	236	15°95	83,3
„	11	1,826	6,15	14,81	46,85	229	15°95	82,3
Na Br	2	2,075	8,11	17,43	41,27	175	15°90	94,3
„	12	2,101	7,28	16,59	41,83	185	15°90	92
Na $\frac{SO_4}{2}$	7	2,1145	12,59	19,31	37,59	133	16°25	127
„	10	2,139	11,79	18,73	38,59	142	16°25	127
Na Cl	2	2,616	9,07	17,48	41,43	170	16°20	77,3
„	3	2,6465	8,50	17,04	42,46	180	16°20	74,3
„	7	2,041	6,22	14,90	46,23	222	16°33	73,3
Na NO <sub>3</sub>	6	2,088	6,92	15,62	45,07	208	16°05	73,3
„	9	2,112	6,21	15,28	46,09	219	16°05	79
K $\frac{SO_4}{2}$	3	1,252	7,75	16,33	44,04	194	16°97	146
„	8	1,2705	8,25	16,51	43,36	188	16°97	148
H <sub>2</sub> O	4	2,066	6,17	15,26	46,44	220	15°30	78,7
„	5	2,0965	6,27	15,38	46,16	218	15°30	78,7
„	6	2,144	6,99	16,08	44,84	203,5	15°30	78,73
„	8	2,172	6,82	15,93	45,13	207	15°30	78,75

Um nach den oben mitgeteilten Resultaten einen Vergleich zwischen dem Einfluss des Salzzusatzes auf die innere Reibung und auf die Diffusionsgeschwindigkeit zu ziehen, gebe ich die folgende Tabelle, in welcher die erste Columnne die Diffusionsflüssigkeiten, nach der inneren Reibung (vgl. pag. 522) geordnet enthält,

die zweite und dritte die Mittelwerte der resp. Diffusionskoeffizienten für  $\text{NH}_3$  und  $\text{CH}_3\text{COOH}$ , umgerechnet für  $16^\circ$  mit dem von ARRHENIUS gefundenen Temperaturkoeffizienten (ca. 3 % pro  $1^\circ$ )

die vierte den reciproken Wert der inneren Reibung »die Fluidität« ( $\text{H}_2\text{O} = 1$ )

die fünfte und sechste das Verhältnis des in Columne II resp. III sich findenden Diffusionskoeffizienten in der betr. Diffusionsflüssigkeit zu dem in Wasser, d. h. die auf Wasser bezogene relative Diffusionsgeschwindigkeit von  $\text{NH}_3$  und  $\text{CH}_3\text{COOH}$ .

Diffusions- flüssigkeit.	D $16^\circ$ .		Fluidität $\times 10^2$ .	Relative Diffusions- geschwindigkeit $\times 10^2$	
	f. $\text{NH}_3$ .	f. $\text{CH}_3\text{COOH}$ .		von $\text{NH}_3$ .	von $\text{CH}_3\text{COOH}$ .
K I	1,68	1,285	109,5	106,7	153,6
K Br	1,63	0,914	105,5	103,5	113,7
$\text{NH}_4\text{NO}_3$	1,595	—	105	101,3	—
K $\text{NO}_3$	1,60	0,8305	103,6	101,6	103,3
K Cl	1,525	0,821	102,5	96,8	102,1
$\text{NH}_4\text{Cl}$	1,54	—	102,2	97,8	—
H O	1,575 <sup>1)</sup>	0,804 <sup>2)</sup>	100	100	100
Na Br	1,455	0,937	95,5	92,4	116,5
Na $\text{NO}_3$	1,495	0,790	94,7	94,9	98,8
Na Cl	1,47	0,762	92,75	94,8	94,2
$\text{NH}_4 \frac{\text{SO}_4}{2}$	1,39	—	90,8	88,3	—
K $\frac{\text{SO}_4}{2}$	—	1,43	90,4	—	177,5
Li Cl	1,43	0,717	86,8	90,8	89,2
Na $\frac{\text{S}_2\text{O}_3}{2}$	1,365	—	85,2	86,7	—
Na $\frac{\text{SO}_4}{2}$	1,32	1,26	81,45	83,8	156,7
$\text{KC}_2\text{H}_3\text{O}_2$	—	0,6615	80,45	—	82,3
Na $\frac{\text{CO}_3}{2}$	1,31	—	77,5	83,2	—
Li $\frac{\text{SO}_4}{2}$	1,27	0,8915	77	80,6	110,9
Na $\text{C}_2\text{H}_3\text{O}_2$	—	0,6005	71,75	—	74,7
Li $\text{C}_2\text{H}_3\text{O}_2$	—	0,569	67	—	70,8

<sup>1)</sup> Das Mittel aus 11 untereinander ziemlich abweichenden Bestimmungen vor Einarbeitung in die Methode ergibt: 1,577.

<sup>2)</sup> Das Mittel aus 8 vor Einarbeitung in die Methode erhaltenen unter einander abweichenden Bestimmungen ist: 0,805.



Vergleicht man in obiger Tabelle nur die Zahlen der dritten und vierten Columnne, so lässt sich zwischen beiden eine, wenn auch nicht strenge Parallelität, nicht verkennen, dagegen fällt die grosse Verschiedenheit der vierten und fünften Columnne auf, deren Übereinstimmung a priori zu erwarten gewesen wäre.

Es war daher zunächst geboten, mit Hülfe der relativen Diffusionsgeschwindigkeiten eines dritten Diffusionskörpers zu entscheiden, ob vielleicht, aus irgendwelchen Ursachen, die Essigsäurediffusionen anomal verliefen oder ob überhaupt der Salzzusatz der Diffusion verschiedener Körper verschiedenen Widerstand entgegengesetze.

Ich wählte hiefür als Diffusionskörper 2n-Alkohol und beabsichtigte die Analyse der einzelnen Schichten in Bezug auf ihren Alkoholgehalt durch Bestimmung ihres spezifischen Gewichts mittelst Pyknometer auszuführen. Aus dem bekannten ursprünglichen spezifischen Gewicht der Diffusionsflüssigkeit und seiner Abnahme durch den während des Versuchs hineindiffundierten Alkohol war sodann der Gehalt der Schicht an letzterem zu berechnen.<sup>1)</sup> Auf diese Weise fand ich für Alkohol in Wasser

$$D_{16} = 0,78$$

als Mittel zweier Versuche.

Nun liess ich Alkohol in verschiedenen Salzlösungen diffundieren; es ergab sich die merkwürdige Thatsache, dass bei einer Anzahl derselben nach der Diffusion die unterste, also am wenigsten Alkohol enthaltende, Schicht, trotz des unzweifelhaften Alkoholgehalts nicht nur nicht spezifisch leichter, sondern sogar schwerer geworden war. Bei den übrigen untersuchten Salzlösungen war die Abnahme der Dichte in derselben Schicht bedeutend geringer, als nach der in ihr auzunehmenden Alkoholmenge zu erwarten stand.

---

<sup>1)</sup> Es ergab sich übrigens, dass auf diesem Wege der Alkoholgehalt in Salzlösungen nicht mit der erforderlichen Genauigkeit zu bestimmen war, weshalb ich auf die Erlangung der Alkoholdiffusionskoeffizienten verzichten musste.

Folgende kleine Tabelle enthält die ursprünglichen und die nach der Diffusion ermittelten spezifischen Gewichte der Schichten I <sup>1)</sup>

Diffus. flüssigt.	Dichte		Differenz 2)–1).	Dauer der Diffusion in Tagen.
	<i>vor</i>	<i>nach</i>		
	d. Diffusion.			
K I	1,1188	1,1221	+ 0,0033	2,3
K Br	1,0888	1,0854	+ 0,0016	2,9
Na Br	1,0770	1,0791	+ 0,0021	3,0
KC <sub>2</sub> H <sub>3</sub> O <sub>2</sub>	1,0459	1,0468	+ 0,0009	4,1
Li $\frac{\text{SO}_4}{2}$	1,0450	1,0455	+ 0,0005	5,0
Na C <sub>2</sub> H <sub>3</sub> O <sub>2</sub>	1,0410	1,0406	— 0,0004	4,8
NH <sub>4</sub> $\frac{\text{SO}_4}{2}$	1,0374	1,0377	+ 0,0003	3,3
NH <sub>4</sub> NO <sub>3</sub>	1,0314	1,0307	— 0,0007	3,3
Li C <sub>2</sub> H <sub>3</sub> O <sub>2</sub>	1,0240	1,0237	— 0,0003	5,0
NH <sub>4</sub> Cl	1,0155	1,0148	— 0,0007	3,1

Diese Erscheinung lässt sich offenbar nur dadurch erklären, dass das anfangs in allen Schichten gleichmässig verteilte Salz aus der zuerst den Alkohol allein enthaltenden (IV) hinaus diffundiert. Um dies zu prüfen, untersuchte ich den Salzgehalt in der Weise, dass ich die im Pyknometer zur Bestimmung der Dichte verwandte Quantität jeder Schicht in gewogenem Gefäss zur Trockne eindampfte. Das Gewicht des Salzes, dividiert durch das zugehörige Pyknometervolum, ergibt dann den Salzgehalt der Schichten. Das Mittel des Gehalts der vier Schichten muss das Aequivalentgewicht ergeben. So erhielt ich z. B. bei

	Schicht I	II	III	IV	Mittel	Aequ. Gew.
NH <sub>4</sub> NO <sub>3</sub>	81,63	80,62	78,96	77,62	79,7	80,0
NH <sub>4</sub> Cl	54,75	54,01	52,48	51,13	53,1	53,5

<sup>1)</sup> Zur Bezeichnung vgl. die Vorbemerkungen zur Tabelle pag. 524.

Diese Zahlen genügen zum Beweis dafür, dass wirklich eine Diffusion des Salzes stattgefunden hat. Fragt man nun nach dem Grund derselben, so verlangt die NERNSTsche Diffusionstheorie unbedingt, dass der osmotische Druck des gelösten Salzes in der alkoholhaltigen Schicht grösser sei, als in den wässrigen, damit obiges Phänomen zu Stande komme.

Es ist nun bekannt, dass das VAN'T HOFFsche Gesetz der Proportionalität von Concentration und osmotischem Druck in Lösungen um so weniger streng gültig ist, je concentrierter sie sind. Der Druck wächst hier schneller als der Concentration proportional. Diese Abweichungen finden sich vor allem bei Salzlösungen, abgesehen von den scheinbaren durch die Dissociation bedingten.

Denke ich mir also eine Salzlösung von solcher Concentration, dass sie obigem Gesetz nicht mehr gehorcht, und setze einem bestimmten Volum derselben eine neue Menge desselben Salzes hinzu, die für sich in dem betreffenden Volum reinen Wassers gelöst einen nach obigem Gesetz normalen osmotischen Druck ergeben würde, so bewirkt diese selbe Menge in der gedachten Lösung einen Zuwachs des osmotischen Drucks grösser, als der neu zugeführten Menge entspricht.

Könnte nun nicht auch der Zusatz andersartiger Molekeln zu einer solchen Lösung einen solchen vergrösserten Zuwachs bedingen?

TAMMANN hat gelegentlich seiner Untersuchungen die Beobachtung gemacht, dass Mischungen von Kupfersulfat und Rohrzucker grösseren osmotischen Druck besitzen, als die Summe beider Componenten.<sup>1)</sup> Nun ist Rohrzucker ein solcher Körper, der beträchtliche Abweichungen vom VAN'T HOFFschen Gesetz aufweist, die Erklärung also, dass der Zusatz von Kupfersulfat in ähnlicher Weise, wie der von weiterem Rohrzucker, wirke, ist nicht unwahrscheinlich.<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> TAMMANN, Zeitschr. f. phys. Ch. IX, 107, (1892).

<sup>2)</sup> TAMMANN selbst schreibt dieses Phänomen einer Fähigkeit des Rohrzuckers zu, die Doppelmolekeln des Kupfersulfats zu teilen.

Die Anwendbarkeit der analogen Erklärung auf unsern Fall liess sich in erwünschter Weise dadurch erweisen, dass man die Gefrierpunkterniedrigungen von Mischungen von Alkohol und Salzlösungen, sowie ihrer Componenten ermittelte. Da mir hierfür nur das allgemein gebräuchliche in 5° geteilte BECKMANNsche Thermometer zur Verfügung stand, so konnte ich nicht Mischungen von 1n-Salzlösungen und 2n-Alkohol verwenden, wie sie bei den Diffusionsversuchen vorlagen, da diese über die Grenzen des Thermometers gehende Erniedrigungen ergeben hätten, sondern untersuchte die Verhältnisse bei  $\frac{1}{2}$ n-Salzlösungen<sup>1)</sup> und 1n-Alkohol, da ja eine hier sich zeigende Abweichung bei grösserer Concentration nur grösser werden kann.

Die im Folgenden mitzuteilenden Erniedrigungen sind die Mittelzahlen von mindestens 3 innerhalb 0°01 übereinstimmenden Beobachtungen:

$\frac{1}{2}$ n-K Br erniedrigt um	1°710
1n-C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> OH <sup>2)</sup> »	1°855
berechn. f. $\frac{1}{2}$ n K Br + 1n C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> OH	3°565
beobachtet f. »	3°902
Differenz:	0°337

Nimmt man nun an, dass diese Differenz nur die Vergrösserung des osmotischen Drucks des  $\frac{1}{2}$ n-K Br bedeute; da ja Alkohol bis in viel höhere Concentrationen dem VAN'T HOFFschen Gesetze folgt, so hat das  $\frac{1}{2}$ n K Br in 1n-Alkohol einen nahezu 20 % grösseren osmotischen Druck als in Wasser, muss folglich aus der Alkoholschicht nach unten diffundieren.

Da es mir vorläufig nur darauf ankommt, die quantitativ übrigen ungemein komplizierte Erscheinung dieser Art von Salzdifffusion qualitativ zu erklären, so genügt es, den anomalen Zuwachs des osmotischen Druckes für ein Salz (K Br) nachgewiesen zu haben.

<sup>1)</sup> Die Salze zeigen schon bei dieser Concentration erhebliche Abweichungen vom VAN'T HOFFschen Gesetz.

<sup>2)</sup> Die Angabe der Normalität ist nur ungefähr richtig, jedoch die Concentration hier und in der Mischung genau gleich.

In der Übertragung dieser Erfahrungen auf Gemische von Essigsäure und Salzlösungen liegt der Schlüssel zur Erklärung der anomalen Diffusionsgeschwindigkeiten der Essigsäure in Salzlösungen (vgl. Tabelle pag. 11).

Ein dem obigen analoger Gefrierversuch ergab folgende Zahlen:

$$\begin{array}{rcl}
 \frac{1}{2}n \text{ K Br} & \text{erniedrigt um} & 1^{\circ}710 \\
 1n \text{ CH}_3\text{COOH}^1) & & \underline{1^{\circ}756} \\
 \text{ber. f. } \frac{1}{2}n \text{ K Br} + 1n \text{ CH}_3\text{COOH} & & 3^{\circ}466 \\
 \text{beob. f.} & & \underline{3^{\circ}619} \\
 \text{Differenz:} & & 0^{\circ}153
 \end{array}$$

Hier entspricht die Differenz, aus selbem Grunde wie oben nur auf  $\frac{1}{2}n$ -K Br berechnet, einer Zunahme des osmotischen Drucks des Salzes von ca. 9 % in 1n Essigsäure gegen die wässrige Lösung. Folglich muss auch bei den Essigsäurediffusionen Salz aus der Schicht IV nach oben diffundieren. Hierbei kann es sich nun ereignen, dass die oberen Schichten schwerer werden als die unteren, wenn nämlich der beschwerende Einfluss des hinaufdiffundierten Salzes den der unten befindlichen Essigsäure überwiegt. Dies wird natürlich um so eher stattfinden, je höher das spezifische Gewicht der Diffusionsflüssigkeit ist, während dieser Fall bei den das spezifische Gewicht nur wenig erhöhenden Salzen nicht einzutreten braucht. Wenn nun die oberen Schichten schwerer werden als die unteren, so müssen Differentialströmungen auftreten, deren Ergebnis sein muss, dass die Diffusionsgeschwindigkeiten sich zu gross ergeben. Wenn wir also die in Tabelle pag. 527 gegebenen Zahlen der relativen Diffusionsgeschwindigkeiten nach der Dichte der Diffusionsflüssigkeiten anordnen, so werden, die Ammoniakdiffusionen ohne ähnliche Störung verlaufend vorausgesetzt, die Essigsäurezahlen mit den Ammoniakzahlen bis zu einem gewissen spezifischen Gewicht übereinstimmen, bei den höheren aber sämtlich von diesen nach oben abweichen.

<sup>1)</sup> Vgl. Anm. pag. 531.

Bei den Ammoniakdiffusionen, wo die Schicht des Diffusionskörpers oben liegt, kann, bei einem ähnlichen Effect desselben auf den osmotischen Druck des Salzes der Diffusionsflüssigkeit, dieses nur nach unten sich konzentrieren, also keine Strömungen veranlassen. Es würde dann nur die innere Reibung in den Schichten sich ändern, und dass dies sehr wenig sein muss, geht daraus hervor, dass erstens die Zunahme des osmotischen Druckes in der ammoniakalischen Schicht, nach dem folgenden Gefrierversuch, kaum halb so gross sein kann, wie bei Essigsäure, ferner die Ammoniakdiffusionen im allgemeinen nur halb so viel Zeit beanspruchen, wie die der Essigsäure:

Die Gefrierversuche ergeben für

	$\frac{1}{2}$ n K Br	$1^{\circ}710$	Erniedrigung
	$1$ n NH <sub>3</sub> <sup>1)</sup>	<u><math>1^{\circ}369</math></u>	,
ber. f.	$\frac{1}{2}$ n K Br + $1$ n NH <sub>3</sub>	$3^{\circ}079$	
beob.	,	<u><math>3^{\circ}156</math></u>	
		Differenz:	$0^{\circ}077$

Um die Salzverteilung bei einer Ammoniakdiffusion direct zu prüfen, dampfte ich den Inhalt der 4 Schichten eines in gewöhnlicher Weise angesetzten Versuchs beträffs  $1$  n NH<sub>3</sub> in  $1$  n-KI nach 0,958 Tagen ein und fand in Schicht

I: 165,3, II: 165,3 III: 165,2, IV: 165,1 gr pro liter entsprechenden Salzgehalt. Die geringen Abweichungen liegen innerhalb der Wägefehlergrenze.

Es ist somit erwiesen, dass die Ammoniakdiffusionen, wenigstens innerhalb der Versuchsfehler, reine Erscheinungen sind, also im Vergleich mit den Essigäurediffusionen als normal angenommen werden können.

In folgender Tabelle stelle ich die Zahlen der in Columnen III, IV und V von Tabelle pag. 527 sich findenden relativen Diffusionsgeschwindigkeiten und der Fluidität zusammen, geordnet nach der Dichte der Diffusionsflüssigkeiten (vgl. pag. 523).

<sup>1)</sup> Vgl. Anm. pag. 531.

Relative Diffusionsgeschwindigkeit.			Fluidität.
in 1n:	von $\text{NH}_3$	von $\text{CH}_3\text{COOH}$	
$\text{NH}_4\text{Cl}$	97,8	—	102,2
$\text{Li Cl}$	90,8	89,2	86,8
$\text{Li C}_2\text{H}_3\text{O}_2$	—	70,8	67,0
$\text{NH}_4\text{NO}_3$	101,3	—	105,0
$\text{NH}_4 \frac{\text{SO}_4}{2}$	88,3	—	90,8
$\text{Na Cl}$	94,8	94,2	92,75
$\text{Na C}_2\text{H}_3\text{O}_2$	—	74,7	71,75
$\text{Li} \frac{\text{SO}_4}{2}$	80,6	110,9	77,0
$\text{K Cl}$	96,8	102,1	102,5
$\text{K C}_2\text{H}_3\text{O}_2$	—	82,3	80,45
$\text{Na NO}_3$	94,9	98,3	94,7
$\text{K NO}_3$	101,6	103,3	103,6
$\text{Na} \frac{\text{SO}_4}{2}$	83,8	156,7	81,45
$\text{Na} \frac{\text{S}_2\text{O}_3}{2}$	86,7	—	85,2
$\text{K} \frac{\text{SO}_4}{2}$	—	177,5	90,4
$\text{Na Br}$	92,4	116,5	95,5
$\text{K Br}$	103,5	113,7	105,5
$\text{K I}$	106,7	153,6	109,5

Betrachtet man nun den Teil der Tabelle von  $\text{NH}_4\text{Cl}$  bis  $\text{Na C}_2\text{H}_3\text{O}_2$ , so findet man die Essigsäurezahlen entweder wo gleichzeitige Versuche vorhanden, innerhalb der Versuchsfehler mit den Ammoniakzahlen übereinstimmend oder nicht mehr von der Fluiditätszahl verschieden, wie alle Ammoniakzahlen von diesen abweichen. Bei allen folgenden, d. h. dichterem Diffusionsflüssigkeiten, sind die Abweichungen von den Vergleichszahlen beträchtlich, mit Ausnahme des  $\text{KC}_2\text{H}_3\text{O}_2$ , worauf ich gleich zurückkomme.

Es war nun interessant genug, die Diffusion der Essigsäure in einer unterhalb der  $\text{Na C}_2\text{H}_3\text{O}_2$ -Grenze, derselben aber mög-

lichst nahe liegenden Salzlösung genauer zu untersuchen.  $\text{NaC}_2\text{H}_3\text{O}_2$  selbst war aus gleich zu besprechenden Gründen nicht so geeignet, wie  $\text{NaCl}$ . Nach den vorigen Überlegungen liess sich hier erwarten, dass zwar infolge der stattgehabten Salzdifffusion die oberen Schichten grösseren Salzgehalt aufweisen würden, als die unteren, trotzdem aber, infolge des compensierenden Einflusses der Essigsäure, höchstens gleiches, oder noch ein wenig geringeres spezifisches Gewicht haben müssten:

In Cylinder 6 diffundierte während 2,7875 Tagen

1n  $\text{CH}_3\text{COOH}$  in 1n  $\text{NaCl}$ , danach ergab

Schicht.	Salzgehalt i. gr. pro lit.	spez. Gew.
I	59,15	1,0420
II	58,81	1,0428
III	58,53	1,0430
IV	57,91	1,0433

Mittel: 58,6 (Aequ. Gew. = 58,5)

In der Reihe der spezifisch schwereren Salze,<sup>1)</sup> bei denen die Gründe der Abweichungen nun klargelegt sein dürften, finden sich erstens  $\text{KC}_2\text{H}_3\text{O}_2$  ohne Abweichung und zweitens sämtliche Sulfate, bei welchen die Abweichungen ganz bedeutend grösser sind, als bei den übrigen untersuchten Salzen.

Der regelmässige Gang der Essigsäure im Kaliumacetat ist erklärt, wenn der osmotische Druck desselben in Essigsäure nicht grösser ist, als in Wasser, in welchem Falle natürlich kein  $\text{KC}_2\text{H}_3\text{O}_2$  in die Höhe diffundiert.

Die Gefrierpunktversuche ergaben sogar eine kleine Abnahme der Erniedrigung durch die Mischung gegen den aus den Componenten berechneten Wert:

<sup>1)</sup> Herrn Dr. ARRHENIUS verdanke ich die folgenden Daten seiner, Zeitschr. f. phys. Ch. X, pag. 60 erwähnten Versuche mit Essigsäure in:

$$\text{H}_2\text{O} : \text{D}_{13,9} = 0,766; 1\text{n Na} \frac{\text{SO}_4}{2} : \text{D}_{12,9} = 1,20; 1\text{n (Mg SO}_4) \frac{1}{2} : \text{D}_{12,9} = 1,005;$$

$$1\text{n (Ba Cl}_2) \frac{1}{2} : \text{D}_{13,8} = 1,30; 2\text{n (Ca Cl}_2) \frac{1}{2} : \text{D}_{13,8} =$$

$$= 0,759; 1\text{n (Ca Cl}_2) \frac{1}{2} : \text{D}_{12,9} = 0,712,$$

deren scheinbar unregelmässige Resultate sich ebenfalls aus obigen Überlegungen erklären.



$\frac{1}{2}n$ $KC_2H_3O_2$	erniedrigte um	1°916
1n $CH_3COOH$ <sup>1)</sup>	»	1°964
ber. $\frac{1}{2}n$ $KC_2H_3O_2 + 1n$ $CH_3COOH$		3°880
beob.		3°853
Differenz: — 0°027		

Den grossen Abweichungen der Sulfate müssen ebenso besonders grosse Gefrierpunktsdepressionen über die Summe beider Componenten hinaus correspondieren:

$\frac{1}{2}n$ -Li $\frac{SO_4}{2}$	erniedrigt um	1°136
1n- $CH_3COOH$ <sup>1)</sup>	»	1°756
ber. f. $\frac{1}{2}n$ -Li $\frac{SO_4}{2} + 1n$ $CH_3COOH$		2°892
beob. f.		3°169
Differenz: 0°277		

Als Zunahme des osmotischen Drucks des Salzes allein ergibt diese Differenz gegen die wässrige Lösung in 1n Essigsäure ungefähr 25 %, während bei KBr die entsprechende Zahl nur 9 % war.

Die Annahme, dass diese Zahlen bei Salzen von gleichem Typus, wenn nicht gleich, so doch von gleicher Grössenordnung seien, dürfte kaum Bedenken erregen.

Aus allen diesen Erörterungen folgt nun in Bezug auf die im Vorigen gegebenen Ziffern über den Einfluss des Salzgehalts auf die Diffusionsgeschwindigkeit, dass die Ammoniakdiffusionen sämtlich, von den Essigsäurediffusionen nur die in den Acetaten, reine Erscheinungen sind.

Vergleicht man nun diese Ziffern mit den entsprechenden Fluiditätszahlen, so erkennt man einerseits wohl eine recht nahe Parallelität, so dass die Reihenfolge der Salze nach beiden Zahlen nahezu dieselbe ist, andererseits sieht man aber auch, dass sich keine einfache Beziehung zwischen beiden Grössen finden

<sup>1)</sup> Vgl. Anm. pag. 531.

lässt, die die Experimente innerhalb der Versuchsfehler wiederzugeben im Stande wäre. Allenfalls lässt sich constatieren, dass die Zahlen für die relative Diffusionsgeschwindigkeit der Einheit (in obigen Tabellen = 100) im Allgemeinen näher liegen, als die entsprechenden Fluiditätszahlen.

Um den Einfluss zu zeigen, welchen die Anwendung der Zahl der relativen Diffusionsgeschwindigkeit auf die Korrektur des aus der elektrischen Leitfähigkeit berechneten Dissociationsgrades ausübt, diene folgende kleine Tabelle, die neben der Formel der normalen Salzlösung unter »uncorr.» die aus KOHLRAUSCHS Zahlen (Wied. Ann. 26, 195) direct berechneten, unter »corr.» die mit obiger Korrektur versehenen Dissociationsgrade in Prozenten enthält:

in.	uncorr.	corr.
KCl	76,7	78,5
NaCl	67,5	71,2
LiCl	62,7	69,0
KNO <sub>3</sub>	62,3	61,3
NaNO <sub>3</sub>	63,3	66,7

Erst aus Vergleichung mit nach anderen Methoden gemachten Bestimmungen wird sich ergeben, in wie weit die Einführung dieser Korrektur berechtigt ist. Ihr ziemlich beträchtlicher Einfluss ist evident.

Zum Schluss sei es mir gestattet, die in Vorliegendem enthaltenen wichtigeren Resultate kurz zusammenzufassen:

1. Durch einen Salzzusatz wird die Fluidität des Wassers im Allgemeinen stärker, aber in derselben Richtung geändert, wie sein Reibungswiderstand gegen diffundierende Molekeln.

2. Zur Untersuchung der relativen Diffusionsgeschwindigkeiten in Salzlösungen eignen sich gut nur solche Diffusionskörper, deren Zusatz zur Diffusionsflüssigkeit den osmotischen Druck des in ihr enthaltenen Salzes nicht ändert, weniger gut noch solche, bei denen diese Bedingung nicht erfüllt ist, die aber vermöge ihres spezifischen Gewichts über die reine Diffusionsflüssigkeit schichtbar sind.

3. Der osmotische Druck von gelösten Körpern kann auch durch Zusatz von andersartigen Molekeln vergrößert werden.

Die Verfolgung dieser letzten Thatsache dürfte voraussichtlich in der Erforschung der Abhängigkeit des osmotischen Druckes von der Anziehung zwischen Lösungsmittel und gelöstem Körper, d. h. des quadratischen Gliedes der kürzlich von ARRHENIUS<sup>1)</sup> gegebenen Formel  $\pi = AK + BK^2$  eine wichtige Rolle spielen, doch müssen erst die Verhältnisse bei einheitlichen Lösungen klargelegt werden, ehe die Inangriffnahme dieses komplizierteren Phänomens sicher eine theoretische Förderung verspricht.

---

<sup>1)</sup> ARRHENIUS Zeitschr. f. phys. Ch. X, 64, (1892). Bihang d. Stockh. Ak. Bd. 18, Afd. 1, No 8, p. 18 (1892).

## Några anmärkningar om Sveriges Triklader.

Af D. BERGENDAL.

[Meddeladt den 14 December 1892 genom HJ. THÉEL.]

Sedan längre tid tillbaka har jag sysslat med Turbellarie-studier och skulle nu bringa dessa studier till en åtminstone preliminär afslutning. För att kunna få kännedom om de i vårt vidt utsträckta land förekommande formerna äro dock en författares observationer allt för få och omfatta vanligen en allt för obetydlig del af det kolossala området. Jag skall därför här meddela några upplysningar om dessa former, hvilka böra kunna möjliggöra åtminstone ungefärlig bestämning af dem. För öfrigt skall jag med största tacksamhet emottaga det material, som skulle kunna i och för säker bestämning blifva mig tillsändt. Bäst konserveras djuren i varmt sublimat med spår af ättiksyra, men en bestämning låter sig nog i allmänhet äfven utföra å direkt spritlagda djur. Dock böra i båda fallen några anmärkningar om djurets, särskildt framändans, form och färg i lefvande tillstånd åtfölja de konserverade exemplaren. Hittills är ett mycket ringa antal af denna grupp funnet i Sverige. Det föreligger anledning antaga, att åtskilliga andra kunna förekomma inom vårt land. Då jag för omkring fyra år sedan började sysselsätta mig med dessa former, funnos, så vidt jag vet, inga uppgifter i literaturen om hvilka arter af denna grupp, som kunde anses tillhöra Sveriges fauna.

*Trikladerna* (=dendrocœla Turbellarier med en könsöppning) förefinnas så väl i salt och sött vatten som på land. Hittills är ingen landtriklad funnen i Sverige. Af *hafstrikladerna* har jag funnit tvenne arter, hvilka synas vara temligen allmänna:

Gunda Ulvæ (ÖD.) JIJIMA <sup>1)</sup>. Kroppen temligen kort, bred och ofta äfven ganska tjock, framtill tvärhuggen med tydligt framträdande tentakelflikar, två temligen långt åtskilda ögon. Färgen ofvan grå eller gråsvart stundom något marmorerad, under ljus.

Beträffande den inre byggnaden, som är rätt väl känd genom JIJIMAS och WENDT'S ofvan anförda arbeten, framhåller jag blott, att *de sekundära tarmgrenarne samt testes och gulstocker visa en temligen segmental anordning samt att uterus ligger bakom penis, som derjemte är temligen kort och vertikalt nedåtriktad. De båda ovidukterna förena sig bakom könsantrum till en oparig gång, som går framåt till uterusgången.* De här anförda anatomiska karaktererna torde böra anses jemte framändens tvärförhållanden utgöra karakterer för släktet Gunda O. SCHMIDT. De tillhöra åtminstone de båda noggrannt undersökta arterna G. segmentata LANG och G. Ulvæ. Hos den ursprungliga arten SCHMIDT'S Gunda lobata synas dock delvis mycket afvikande förhållanden råda. Der finnes å SCHMIDT'S afbildning och enligt texten ingen uterusgång, hvartill kommer, att de förenade äggledarne — det opariga ändstycket — inmynna i bakre delen af uterus. Skulle dessa karakterer, såsom jag är böjd att antaga, befinnas tillräckliga för att skilja sistnämnda art från de af mig här till släktet Gunda hänförda arterna, måste naturligen arten lobata bibehålla det ursprungligen åt densamma gifna slägtnamnet, hvaremot de båda andra arterna

<sup>1)</sup> ØRSTED, A. S., Entwurf einer syst. Eintheilung und speciellen Beschreibung der Plattwürmer auf mikroskopischen Untersuchungen begründet. Kopenhagen 1844.

JIJIMA, ISAO, Über einige Triceloden Europas. The Journal of the College of Science, Imperial University, Japan. Vol. I, Part IV, Tokyo, 1887.

WENDT, AUG., Über den Bau von Gunda Ulvæ. Archiv f Naturgesch. Jahrg. 54, Berlin 1888.

segmentata och Ulvæ i sådant fall måste erhålla ett annat slägtnamn, *Procerodes*, GIRARD 1850.<sup>1)</sup>

LANG hänför äfven SCHMIDT's <sup>2)</sup> Haga plebeia till släktet Gunda, och därför talar visserligen uteri läge, men då ovidukternas inmykning hos denna art är något afvikande, och då der-till kommer, att hos Haga plebeia finnes ett särskildt, hos ingen annan Planaria af SCHMIDT iakttaget, organ, hvilket han kallar »Samentasche», torde vi icke kunna bestämdt afgöra öfver släktet Gundas omfattning, förr än dessa SCHMIDT's arter ånyo undersökts. Skola alla dessa arter bibehållas i släktet Gunda, så kunna få af de här ofvan medtagna karaktererna verkligt tilläggas detta släkte.

Gunda Ulvæ är funnen vid Skånes kust å flera ställen, vid Malmö, vid Mölle mycket allmän, samt i inre delen af Skelderbugten, från hvilket sistnämnda ställe jag erhållit exemplar af kand. H. WALLENGREN. Vid Bohuslänska kusten har jag egen-domligt nog icke sett den. Det är dock blott under en del af sommaren 1889, som jag sökt efter den. Vid Norges kust är den funnen af JENSEN,<sup>3)</sup> som säger den vara allmän mången-städes, och från Sörvær å Söroen — ungefär 70° 30' nordlig bredd — har kand. A. OHLIN till Lunds museum öfverlemnadt en riklig mängd Planarior, hvilka jag funnit allesammans till-höra denna art.

Jag skall emellertid tillfoga, att den icke blef funnen af mig på de ganska talrika ställen af Grönlands vestkust, der jag företog undersökningar. Särskildt borde den med säkerhet hafva anträffats utmed de grunda stränder med massor af småsten, som besöktes under en båtresa från Holstensborg till Egedes-minde. Jag tror mig därför bestämdt kunna påstå, att Gunda Ulvæ icke förekommer vid Grönlands vestkust norr om 67°. Huruvida den förekommer sydligare är obekant, men det synes

<sup>1)</sup> GIRARD, *Proceed. of Bost. Soc. Nat. Hist.* III, 1850.

<sup>2)</sup> SCHMIDT, *Untersuchungen über Turbellarien von Corfu und Cephalonia.* Zeitschr. f. W. Zool. B. XI, 1862.

<sup>3)</sup> *Turbellariæ ad litora Norvegiæ occidentalis*, Bergen 1878.

Öfversigt af K. Vet.-Akad. Förh. 1892. Årg. 49. N:o 10.

mig osannolikt, då föga anledning finnes att antaga, det hafsfäunan der har gynnsammare existensvilkor.

Den andra vid svensk kust funna Trikladen är den art, som jag kallat:

2) *Uteriporus vulgaris* med en viss reservation, då den möjligen skulle kunna antagas vara samma form, som ÖRSTED nämnt *Planaria affinis* och hvilken STIMPSON kallat *Fovia affinis*.<sup>1)</sup>

Oaktadt nu denna art är den i sin byggnad mest afvikande af alla Triklader, kan likväl någon osäkerhet råda i fråga om dess benämning, enär de äldre författarne ej fäst sig vid annat än yttre karakterer. Då jag snart skall i ett utförligare arbete behandla denna intressanta form, vill jag icke här upptaga frågan om dess benämning till diskussion utan bibehåller med ofvan gjorda reservation mitt namn för den samma.

Den är något mindre än Gunda Ulvæ, är ofvan brangul eller i könsmoget tillstånd mera rödlett; under är den ljusgrå. Kroppen är framtill tvärbuggen men har inga utstående tentakelutskott. Två närsittande ögon äro belägna i små ovala hvita fläckar.

Af dess inre anatomiska byggnad må påpekas, att uterus, som ligger emellan penis och pharynxhålan, har egen öppning utåt samt sänder å ömse sidor om penis tvenne divertiklar bakåt, hvilka klotformigt utvidgas och slutligen träda i förbindelse med ovidukterna, hvilka dessutom genom ett oparigt ändstycke träda i direkt förbindelse med penishålan. Genom dessa karakterer aflägsnar sig föreliggande *Planaria* så betydligt från alla öfriga Triklader, att för densamma måste otvifvelaktigt uppställas en särskild familj, *hvilken synes vara mera skild från öfriga maricola Triklader, än dessa äro från de terri- och paludicola formerna.*

*Uteriporus vulgaris* finnes alltid under stenar vid hafsstranden. Vid Mölle går den något längre ut än Gunda Ulvæ.

<sup>1)</sup> BERGENDAL, D., Studien über nordische Turbellarien und Ulmertisen. Vorläufige Mittheilung. Översigt af Kongl. Vet. Akad. Förhandl. Årg. 47. 1890, N:o 6.

Så fann jag den aldrig vid den långgrunda stranden söder om Mölle. Ej heller har jag iakttagit den bland stenarne vid stranden i trakten af Malmö, och lika litet har kandidat WALLENGREN anträffat den vid stranden af Skelderviken, der, såsom förut nämnts, Gunda Ulvæ massvis kunnat insamlas.

I största mängd har jag anträffat den vester om Styrso (i Strömstads skärgård). Den torde nå könsmognad tidigt på våren. *Fullt honligt köns mogna individer* har jag icke ännu anträffat, hvarföre jag också så länge uppskjutit att offentliggöra mina utförligare af talrika afbildningar åtföljda undersökningar öfver denna art. På samma grund kan jag icke heller med absolut säkerhet afgöra, om den skulle kunna vara identisk med STIMPSONS *Fovia affinis*. Ganska säkert sammanfaller den med JENSENS *Fovia affinis*, hvilken han uppgifver vara allmän vid stränderna af de norska fjordarne.

Egendomligt nog har jag icke sett denna form i närheten af Kristinebergs zool. station.

Af de paludicola Trikladerna hyser vårt land, så vidt jag hittills kunnat utfinna, släktena: *Dendrocœlum*, *Planaria* och *Polycelis*.

### **Dendrocœlum ÖRSTED.**

*Framände tvärhuggen, med något utstående tentakelutskott. Midten af framänden bildar en mer eller mindre differentierad sugskållliknande fixeringsapparat. 2 ögon. Uterus ligger framför penis, uterusgången, som är lång och föga muskulös, passerar dorsalt öfver penis till könsantrum. Ovidukterna mynna sjelfständigt i könsantrum. Muskulöst biorgan finnes. Kokongen är oskafad och bildas i könsantrum.*

#### **3. D. lacteum (MÜLLER) ÖRSTED.**

Hufvudänden obetydligt smalare än den öfriga kroppen. Kroppen bakåt temligen skarpt tillspetsad. Sugskålen svag. Färgen hvit eller grå.



Allmän: Upland: i en bäck nära Lenfstabugten (dr H. SCHÖTT) samt vid Upsala, Skåne mångenstädes: Höjeå, Fogelsång, Rönneå, Stehag etc.

4. *D. punctatum* (PALLAS) WELTNER.

Hufvudändan betydligt smalare än den bakom liggande kroppsdelen. Bakre kroppsändan vanligen afrundad. Sugskålen mycket starkare utbildad än hos *D. lacteum*. Ryggen är marmorerad af svart och brunt.

Af denna stora, för anatomiska studier synnerligen lämpliga art fann jag hösten 1890 ett exemplar i Höjeå vid Källby kvarn och har sedan erhållit några exemplar från andra ställen i samma å. Den förekom tillsammans med *Dendrocælum lacteum* och andra Planarior, hvilka emellertid voro mycket allmännare än *D. punctatum*.

Denna stora lätt igenkännliga art bildar ett exempel på huru sötvattensdjur länge kunna förbises. Den är först 1774 upptäckt af PALLAS i Belgien och synes sedan knappt hafva blifvit återfunnen förr än i midten af detta århundrade. 1858 beskriver GERSTFELDT exemplar från Angara, och GRUBE beskriver den jemförelsevis kort derefter ånyo efter material, som DYBOWSKY insamlat i Baikalsjön. 1874 återfans den af DE MAN vid Leyden således temligen nära första fyndorten. HALLEZ lemnar 1879 en noggrann beskrifning af såväl de yttre karaktererna som den anatomiska byggnaden.<sup>1)</sup> Han hade funnit sina exemplar i befästningsgrafvar vid Lille. Slutligen har WELTNER 1887 skildrat exemplar funna i den i så många hänseenden intressanta Tegel-sjön vid Berlin och har kort derpå äfven funnit den i Spree inuti staden Berlin.<sup>2)</sup> Här i Höje å har det icke lyckats mig att på en gång insamla flera individer. Detta gäller lika mycket för de olika insamlingstiderna: April, September och början af December. Det synes mig dock, som vore

<sup>1)</sup> HALLEZ, P., Contributions à l'histoire naturelle des Turbellariés. Travaux de l'institut zool. de Lille. 1879. Fasc. II.

<sup>2)</sup> WELTNER, *Dendrocælum punctatum* PALLAS bei Berlin. Sitzber. der K. preuss. Akad. der Wissensch. in Berlin. 1887. T. XXXVIII.

denna form lättare åtkomlig under den kyligare än under den varmare årstiden. På större djup fann jag den icke. Sådana finnas också öfver hufvud taget knappt i nyssnämnda å. Emellertid kan anmärkas, att denna art aldrig erhållits, då, såsom vanligen skett en eller ett par gånger årligen, musslor medelst skrapa tagits från något djupare gölar i den allt mera och mera uttorkande ån. HALLEZ och WELTNER uppgifva nämligen, att *D. punctatum* förekommer å djupt vatten. De från Angara tagna exemplaren erhöles på ett djup af 50—150 m., och i Baikalsjön upphemtades exemplar ännu från 800—1000 m. djup.

Förekomsten af denna stora art vid Berlin och här i Höljeå visar tillräckligt, huru lätt Planarior kunna blifva förbisedda, och tillåter oss ej, att af de hittills i en trakt funna formerna draga några synnerligen bestämda slutsatser med afseende på, hvilka arter som verkligen tillhöra densammes fauna.

### **Planaria O. F. MÜLLER.**

Detta slägte är nära beslägtadt med föregående, och det har till och med ifrågasatts, om de med rätta åtskilts. Af O. F. MÜLLER hänfördes både *Dendrocoelum* och *Polycelis* till detta slägte. Antagligen utgöra heller icke de hit hänfödda formerna ett homogent slägte, då beträffande flera arter ännu icke de för Turbellariernas släktskapsförhållanden så utomordentligt viktiga könsorganerna undersökts. Detta förhållande gör också, att man måste känna sig något tveksam beträffande slägtets diagnos. Hufvudets form är mycket vexlande, än är det afrundadt, än försedt med tentakelliknande utskott.

Det är blott en inre karakter, hvilken synes vara genomgående för alla hit hänfödda arter, men denna, uteri läge emellan penis och pharynxhålan är gemensam för detta slägte och *Dendrocoelum*. I fråga om de flesta andra karakterer råder olikhet hos olika arter. Den om Turbellariernas anatomi så förtjente HALLEZ påpekar i ett helt nyss utgifvet arbete,<sup>1)</sup> att man inom slägtet *Planaria* kan särskilja trenne typer:

<sup>1)</sup> HALLEZ, P., Catalogue des Turbellariés du Nord de la France et de la Côte Bolonnaise. Rev. Biol. du Nord de la France. 1892 No. 11.

- a. »espèces dépourvues de bourse copulatrice;
- b. espèces pourvues d'une bourse copulatrice;
- c. espèces pourvues d'une gaine du penis musculeuse.»

»Bourse copulatrice» nämner HALLEZ den päronformiga muskulösa bildning, hvilken hos åtskilliga Planarior öppnar sig i könsantrum vid sidan af uterusgången, och som af alla författare blott med tvekan tilldelats någon bestämd rol vid parning eller kokongbildning. SCHMIDT <sup>1)</sup> kallade den rätshelhafta organ, HALLEZ först, 1879, receptaculum seminis och sedan 1887 och 1892, bursa copulatrix. Enligt HALLEZ öppna sig vid tillstädesvaron af ett dylikt organ, de till ett oparigt ändstycke förenade ovidukterna uti könsantrum. Då bursan saknas låter han deremot äggledarne öppna sig i slutstycket af uterusgången.

För öfrigt hafva Planariorna i regel en stor penis, som är mera eller mindre horisontalt belägen (stundom t. ex. hos *Pl alpina* (DANA) KENNEL <sup>2)</sup>) något sluttande men ej vertikalt stäld.

Af detta artrika släkte äro hittills blott tre arter iakttagna i Sverige.

#### 5. *Pl. torva* M. SCHULTZE.<sup>3)</sup>

Jag sätter M. SCHULTZE och icke MÜLLER som namngifvare, då O. SCHMIDT's misstag tillräckligt visa, att det af de före M. SCHULTZE meddelade beskrifningarna knappast var möjligt att afgöra, åt hvilken af de bruna framtill afrundade Planariorna namnet *torva* ursprungligen var gifvet. Först från och med O. SCHMIDT's arbeten kan nödig säkerhet i deras åtskiljande sägas hafva blifvit ernådd.

*Framtill afrundad, ögon relativt långt aflägsnade från främre randen. Hos alla af mig sedda exemplar har färgen varit ganska ljus, snarare grå eller gråbrun än svart.*

<sup>1)</sup> O. SCHMIDT, Die dendrocoelen Strudelwürmer aus den Umgebungen von Graz. Zeitsch. f. W. Zool. Bd. X. 1860. Densamme Über Planaria torva Autorum Ibms.

<sup>2)</sup> v. KENNEL, J., Untersuchungen an neuen Turbellarien. Zool. Jahrbücher v. Spengel. Bd. III. Jena 1889.

<sup>3)</sup> CARUS, G. V., Icones zootomicæ. Leipzig 1857. Taf. VIII, Fig. 18.

De anatomiska karaktererna äro: Testes, synnerligen talrika, **ligga** såväl ofvanför som under tarmgrenarne; utrusgången föga **muskulös**, ovidukterna förenande sig till en oparig gång, som **utmynnar** i könsantrum strax ofvanför penisspetsen. Muskulöst **biorgan** (*»bourse copulatrice» HALLEZ*) förefinnes.

Denna art förekommer i allmänhet tillsammans med den följande men synes mig vara vida mindre vanlig än denna. Jag har haft exemplar från Upland (insamlade af Dr. H. SCHÖTT) samt från Rönne å och Höje å här i Skåne.

6. *Pl. lugubris* O. SCHMIDT 1862.

Ehuru *Pl. lugubris* och *polychroa* efter min mening ännu icke äro tillräckligt säkert bevisade vara väl skilda arter, uppför jag dem dock med O. SCHMIDT, v. KENNEL och HALLEZ ännu såsom skilda arter. Hvad kroppsformen angår torde deras ätskiljande möta vida större svårigheter än man enligt literaturen skulle kunna vara böjd att antaga. Strax bakom ögonen låter O. SCHMIDT *Pl. lugubris* vara betydligt bred, och så följer bakom denna utvidgning en mera eller mindre tydligt framträdande halsliknande hopsnörning. Ögonen ligga åtminstone så långt framom den de båda sidoutvidgningarna förbindande linien, som de ligga bakom framänden. Färgen är djupt svartbrun. För OSKAR SCHMIDT var denna art synnerligen väl skild från den följande genom frånvaron af det muskulösa biorganet.

Af inre anatomiska karakterer synes likväl knappt någon fullt afgörande särskilja dem, då den art, som efter JIJIMAS utmärkta arbete <sup>1)</sup> allmänt antages såsom *Planaria polychroa* O. SCHMIDT, icke heller har något sådant organ. Den art, hvilken jag uppför såsom *Pl. lugubris* SCHMIDT öfverensstämmer i inre byggnad fullkomligt med *polychroa*, men den har en mycket lång och stark penis, samt har uterusgången olika med denna senare deri, att den öfversta närmast intill sjelfva uterus liggande delen är föga muskulös, hvaremot den

<sup>1)</sup> JIJIMA, ISAO, Untersuchungen über den Bau und Entwicklungsgeschichte der Süßwasser-dendrocoelen (Tricladen). Zeitschr. f. wissensch. Zool. Bd. XI. 1884.

distala hälften är mycket starkt muskulös och har det muskulösa partiet ganska tvärt afsatt från det andra. Om könsorganernas byggnad hos *Pl. lugubris* är föga anförddt i literaturen efter O. SCHMIDT. HALLEZ uppgifver helt nyss i största kortet: »Dailleurs les coupes que j'ai faites sur *Pl. lugubris* m'ont montré que cette structure est bien la même que dans les espèces sus-mentionnées.» »Cette structure» gäller uterusgångens byggnad och ovidukternas inmyning i densamma ändstycke.

V. KENNEL hade visserligen 1879 lemnat en afbildning och en i några afseenden ingående skildring af vissa könsapparaters delar, men då denna skildring skulle utgöra grundlag för en jämförelse mellan land- och sötvattensplanarier, kan man föga hemta ur densamma för att bestämma förhållandet emellan *Pl. lugubris* och de andra den närstående arterna af släktet *Planaria*.<sup>1)</sup> På hvilka grunder V. KENNEL bestämt den såsom *Pl. lugubris* angifves icke.

Denna form är efter min erfarenhet den i våra vatten vanligaste arten af släktet *Planaria* och når en temligen betydlig storlek. Jag har funnit den flerstädes i Höjeå och i Rönne å vid Rönneholm.

#### 7. *Pl. polychroa* O. SCHMIDT 1862.

Af denna noggrannast undersökta *Planaria* har jag icke med säkerhet sett lefvande exemplar. Deremot har jag till denna art hänfört några exemplar, som af Dr. SCHÖTT insamlats i Upland, och hvilka tillsändts mig till bestämning. För *Pl. polychroa* uppgifver O. SCHMIDT såsom skiljemärke från *Pl. lugubris*, att framänden är afrundad och dessutom något tillspetsad. Emellertid tyckes mig å hans afbildningar *Pl. lugubris* hafva åtminstone lika framträdande frontal tillspetsning. Dessutom saknas helt och hållet den för *Pl. lugubris* utmärkande halslika insnörningen och bakänden är tydligt tillspetsad. Tyvärr kunna icke heller dessa karakterer anses afgifva fullt till-

<sup>1)</sup> V. KENNEL, J., Die in Deutschland gefundenen Landplanarien *Rhynchodemus terrestris* O. F. Müller und *Geodesmus bilineatus* Meczniokoff. Arb. aus d. zool. Inst. Würzb. Bd. V. 1879.

förlitliga skiljemärken, enär JIJIMA, som efter SCHMIDT noggrannast undersökt sötvattenstrikladerna, lemnar en afbildning, hvilken i åtskilligt afviker från SCHMIDT's figur. JIJIMA angifver, att der finnes »eine schwache doch unverkennbare halsähnliche Einschnürung», hvaremot SCHMIDT säger: »es findet durchaus keine halsähnliche Einschnürung statt.» Äfven i fråga om bakändens tillspetsning äro de båda författarnes afbildningar ganska afvikande ifrån hvarandra. Ögonens läge är också något olika. Å JIJIMAs figur ligga de alldeles invid främranden. Å SCHMIDTS äro de dragna längre tillbaka derifrån. Det synes mig till och med något tvifvelaktigt, huruvida icke O. SCHMIDT hopblandat denna art med mörkare individer af Pl. torva. Han har nemligen hos medelstora individer sett det muskulösa biorganet mycket tydligt men hos större könsmogna individer icke kunnat se det med nödig tydlighet, ehuru han säger, att det slutligen kunde påvisas. Denna sista uppgift talar dock något emot detta mitt förklaringsförsök. Att SCHMIDT emellertid icke var så säker på saken framgår af yttrandet — — — »dass, hätte ich nur solche Exemplare zur Untersuchung gehabt, der Nachweis desselben sehr zweifelhaft gewesen sein würde.» Jag kan icke förklara denna uppgift annorledes än genom det antagande att mörkare exemplar af Pl. torva i några fall af O. SCHMIDT tagits för yngre exemplar af Pl. polychroa. JIJIMA har icke funnit detta organ hos den af honom undersökta, såsom Pl. polychroa uppfattade arten, och HALLEZ, som har undersökt snitt af talrika exemplar af olika storlek från norra Frankrike, har icke heller funnit det hos ett enda individ af Pl. polychroa men hos alla individer af Pl. torva. Sjelf har jag icke funnit något dylikt organ hos hvarken de djur, som jag bestämt till Pl. lugubris, eller hos dem, som jag bestämt såsom Pl. polychroa. En annan anledning finnes också att misstänka, det O. SCHMIDT stundom förväxlat Pl. torva och Pl. polychroa. Han uppgifver nemligen: »Der Uterusgang ist lang und nur mit wenigen muskulösen Elementen versehen.» Häri ligger ett närmande till Pl. torva och såväl

JIJIMAS och HALLEZ'S afbildningar som mina egna preparat och afbildningar visa, att uterusgången hos *Pl. polychroa* är ganska starkt muskulös. Då emellertid *Pl. lugubris*' uterusgång af SCHMIDT uppgifves vara »ausserordentlich muskulös», kan detta hans yttrande om *Pl. polychroa*'s motsvarande del möjligen blott böra fattas såsom angifvande, att muskulaturen är betydligt svagare än hos *Pl. lugubris*. Fullt utesluten är kanske icke heller den möjligheten, att någon variation kan finnas i förut nämnda biorgans förekomst, då JIJIMA lemnar en sådan uppgift om detsamma hos *Pol. tenuis*.

En granskning af de i literaturen befintliga uppgifterna om dessa båda Planariearter synes alltså gifva vid handen, att de bästa kännarne af dessa former, O. SCHMIDT, JIJIMA och HALLEZ antaga förekomsten af tvenne skilda men närstående arter, *Pl. lugubris* och *Pl. polychroa*, men att blott O. SCHMIDT hittills lemnat någon uppgift, huru de åtskiljas, samt att JIJIMAS uppgifter föga passa tillsammans med O. SCHMIDT'S.

För egen del har jag trott mig kunna särskilja dem derpå, att uterusgångens vägg är temligen oförändrad i hela sin utsträckning hos *Pl. polychroa*, hvaremot min *Pl. lugubris*, såsom jag förut nämnt, visar ett främre mindre muskulöst stycke och ett bakre tvärt afsatt, ansväldt och på muskeltrådar mycket rikt stycke af sin uterusgång. Dertill kommer att penis hos *Pl. lugubris* är betydligt längre och mäktigare än hos *Pl. polychroa*.

Det synes emellertid vara i hög grad erforderligt, att någon författare, som eger rikligare tillgång på lefvande material af dessa båda former, framlägger säkra uppgifter om deras förhållande till hvarandra, ock huru de skola åtskiljas. Jag skulle vara synnerligen tacksam, om ärade kolleger i Skandinavien ville tillsända mig lefvande Planarior i större antal (om sådant finnes att tillgå). Detta kan mycket lätt ske, då dessa djur synnerligen väl uthärda några dagars resa med post eller jernväg, blott den flaska, der de uppbevaras, ej är helt fylld med vatten, och blott den så väl som korken förut voro väl rengjorda.

### Polycelis.

*Med talrika vid framrunden och utmed främre kroppshalfvans sidor stälda ögon. Främre kroppssänden mera eller mindre tvärhuggen med eller utan tentakelutskott.*

Äfven i fråga om till detta slägte hörande former råder ännu någon osäkerhet. *Polycelis cornuta* har tydliga tentakelutskott och i en hålighet bakom könsantrum belägna päronformiga organ, antagligen muskulösa biorgan. Denna hålighet har en själfständig öppning utåt i midtellinien kort bakom könsöppningen. Dessutom ligger uterus emellan pharynx och penis samt står medelst en lång gång i förbindelse med könsantrum. I detta sisenämnda afseende öfverensstämmer denna art med arterna af släktet *Planaria*, med hvilka den också visar likhet i fråga om uteri form. *Polycelis cornuta* är ännu icke funnen i Sverige, och, om jag det oaktadt här nämner något om densamma, har detta till en del sin grund deri, att JIJIMA uttalar tvifvelsmål om SCHMIDTS uppgifter beträffande det muskulösa biorganet. Hos *P. cornuta* hade SCHMIDT funnit två sådana, ett å hvarje sida om midtlinien, men dessa skulle icke såsom hos *Planariorna* och *Polycelis tenuis* JIJIMA inmytna i könsantrum, utan ligga i en själfständig och med egen utmykning försedd hålighet. Sant är, att denna anordning afviker från förhållandet hos öfriga Triklader, såvida icke den af JIJIMA citerade och likaledes betviflade af ROBOZ ZOLTAN lemnade uppgiften om ett snarlikt förhållande hos *Pol. nigra* skulle vinna bekräftelse. Men hos Polykladerna torde ett något liknande förhållande kunna påvisas. Hos en af mig hittills icke beskrifven form, *Polypostia similis* n. g. n. sp. finnes i bakre kroppsdelen en mängd egendomliga organ, af hvilka hvart och ett ligger i en med själfständig yttre mynning försedd hålighet. Dessa bildningar motsvara antagligen kornkörtlarne, och dessa visa icke obetydlig likhet med de s. k. muskulösa biorganen hos



några Triklader, hvilka visserligen pläga räknas till den honliga apparaten. Det är högst egendomligt, att analoga organ knappt ännu beskrifvits hos någon annan Polyklad, men deras förekomst är hos anförda form fullkomligt konstant, och läget är der alldeles oomtvistbart. Det kan icke vara skäl att här ytterligare diskutera dessa organ hos Polypostia, men jag ansåg det befogadt att erinra om, att det af O. SCHMIDT för *Pol. cornuta* angifna förhållandet icke helt saknar motsvarighet, om också nu anförda form är alltför långt skild från *Polycelis*, för att denna öfverensstämmelse kan betyda annat än en fullkomligt själfständigt förvärfvad möjligen analog egendomlighet hos tvenne i öfrigt föga förvandta Turbellarier.

Beträffande nu den i vårt land funna formerna af släktet *Polycelis*, så råder tvifvelsmål, huruvida en eller två arter böra bland dem urskiljas. O. SCHMIDT upptog EHRENBORG'S namn *Polycelis nigra* för de båda af O. F. MÜLLER uppställda arterna *Planaria nigra* och *Pl. brunnea*. Att icke dessa arter böra åtskiljas synes mig också påtagligt. Något mera tvifvelaktigt måste det vara, om *Polycelis tenuis* JIJIMA är en ifrån *Pol. nigra* väl skild art. JIJIMA uppställde denna art på grund af uteri form. *Den skulle hos P. tenuis vara H-formad. Likasom hos Planariorna går uterusgången ofrån penis till midtstycket af den H-formade uterus.* Denna karakter syntes mig så afvikande från *Polycelis nigra*, att jag i ett föregående meddelande, författadt i början af 1890, föreslog att utbryta denna art ur släktet *Polycelis*, och nämnde jag det nya för den bildade släktet *Jijimia*. Dessutom hade O. SCHMIDT å den äggformiga penis hos *Pol. nigra* beskrifvit och afbildat af två hälfter bestående, och på en gemensam basalskifva sittande näbbformiga hakar, hvaremot JIJIMA hos *Pol. tenuis* beskrifver små, i epithelet inbäddade, lökformade solida kroppar. Slutligen inmynnar hos *Polycelis tenuis* uterusgången i en bakre afskild afdelning af könsantrum. Det lider intet tvifvel, att dessa olikheter, om de existera, böra skilja icke arter utan släkten.

Emellertid har det väckt många Turbellarieforskare förvåning, att ingen författare efter JIJIMA's arbete haft något att förtälja om *Polycelis nigra* (O. F. MÜLLER) EHRBG., och nu luta flera författare till den åsigten, att *Polycelis nigra* och *Pol. tenuis* JIJIMA i sjelfva verket äro samma art. VEIDOVSKY <sup>1)</sup> som väl först (1890) uttalat denna förmodan säger härom: »Il est possible que dans l'état de rétraction les aiguillons du penis se présentent sous une forme différente de celle qu'ils ont lorsque cet organe est évaginé: je n'ai malheureusement point vérifié le fait sur des coupes. Mais l'utérus de *Polycelis nigra* varie dans la forme, portant tantôt deux tantôt quatre branches; d'après cela, il est vraisemblable, si non certain, que *P. tenuis* est identique à *P. nigra*». HALLEZ citerar VEIDOVSKY och säger: »Relativement au *Polycelis tenuis* d'JIJIMA, je partage la manière de voir de VEIDOVSKY» och tillägger: »J'ai fait des coupes à travers des individus authentiques de *Polycelis nigra* et à travers des individus bruns avec ligne médiane dorsale noire, repondant a la description de JIJIMA. Dans les deux cas, j'ai observé une organisation identique, notamment un utérus en form d'H et un penis à épines rétractées par les réactifs et présentant l'aspect décrit par JIJIMA. Je possède notamment des coupes horizontales qui sont absolument démonstratives». Och slutligen skriver Prof. JIJIMA i ett bref till mig i sistlidne juni månad — — — »May not *tenuis* and *nigra* be after all synonymous?»

Alla de *Polycelis*individer, hvilka jag undersökt från olika vattensamlingar här i Skåne, hafva undantagslöst haft en H-formad uterus. Den enda afvikelse, som jag kunnat iakttaga rörande uteri byggnad är den, att hos en del exemplar hafva från de långa armarne i H-et synts utskjuta smärre grenar, och derföre skulle alla de af mig här sedda individerna utgöra *Pol. tenuis* eller *Jijimia tenuis*. Äro nemligen OSKAR SCHMIDTS uppgifter rigtiga, så måste det existera en från *Pol. tenuis* JIJIMA i inre byggnad mycket skild form. Att antaga, det en

<sup>1)</sup> VEIDOVSKY, FR., Sur une nouvelle Planaire terrestre (*Microplana humicola* n. g. n. sp.). Revue Biolog. du Nord de France, 1890, No. 4.

Turbellariieforskare, hvilkens öfriga uppgifter nästan i alla detaljer blifvit bekräftade af senare arbetare å samma område, skulle beträffande så lätt iakttagna förhållanden, som de, hvilka här äro i fråga, hafva begått så grofva misstag synes mig ännu mycket orimligt. Ty O. SCHMIDTS uppgifter om och afbildning af uterus hos *Polycelis nigra* vinna knappast någon belysning genom de af VEIDOVSKY och HALLEZ meddelade fakta. Den senare har liksom jag sjelf alltid funnit den för JIJIMAs *Pol. tenuis* normala H-formen. VEIDOVSKY har visserligen funnit afvikelser, men hans uppgift säger blott, att uterus af *Pol. nigra* varierar till formen, bärande dels två dels fyra grenar. En sådan variation kan emellertid alldeles icke förklara SCHMIDTS afbildning. Der är en afrundad uterus, som synes hafva ett stort lumen, och ingen som helst antydan till förgrening. HALLEZ säger sjelf, att lumen hos *Polycelis* alltid är trångt och detta äfven i tvärarmen, hvilken närmast skulle motsvara de öfriga Trikladernas vidgade uterus.

Men det är för öfrigt icke denna afvikande form, som synes mig vara den viktigaste olikheten mellan SCHMIDTS och JIJIMAs djurs uteri, det är läget. Att O. SCHMIDT icke förbisett denna karaktärs betydelse och sålunda möjligen icke lagt så stor vikt vid dess fastställande, kan man svårligen antaga, ty han säger helt tydligt: »Dieses Organ liegt bei *Polycelis cornuta* und *Planaria gonocephala* genau hinter der Mundöffnung in der Mittellinie, bei *Planaria torva* seitwärts von der Peniswurzel, womit auch SCHULTZE'S Abbildung stimmt, hat aber bei *Polycelis nigra* gerade die entgegengesetzte Lage zum Penis, indem derselbe bei dieser Art ganz zwischen Mundöffnung und Eihalter sich befindet.» Och afbildningen (1860. Taf. III, fig. 4) visar mycket klart detta förhållande. Huru denna bild skulle kunna uppstå utaf den H-formade uterus genom någon än så våldsam sammantryckning eller maceration är svårt att inse, och huru denna bild skulle kunna framkomma hos flere exemplar är mig fullkomligt ofattbart. Ty SCHMIDT har dock helt säkert icke nöjt sig med att undersöka ett enda exemplar; dels var han

alltför öfvad systematiker, för att han skulle kunnat gå tillväga på sådant sätt; dels säger han sjelf: »Ich habe viele Hunderte von Exemplaren untersucht ohne je andere als Farbenvarietäten zu beobachten.» Med denna hans utsago låter sig svårligen det antagande förena, att han anatomiskt undersökt blott ett enstaka exemplar och dervid så grundligt misslyckats vid prepareringen utan att märka, det han sjelf frampreparerat den egendomligheten, hvilken stälde denna art i motsatsförhållande till alla de öfriga af honom kända sötvattensformerna. En identifiering af SCHMIDT'S *Polycelis nigra* EHRBG. och JIJIMA'S *Pol. tenuis* har alltså till förutsättning, att man antager O. SCHMIDT vid undersökningen af denna form hafva gått mycket klumpigt till väga och grundligen misslyckats, under det hans undersökningar af öfriga Triklader äro, åtminstone hvad den gröfre anatomiska byggnaden angår, mönstergilla.

Härtill kommer, att O. SCHMIDT icke synes vara den ende, som haft sådana *Polycelis*individer till undersökning. Åtminstone läser jag i JIJIMAS afhandling: »Übrigens findet man noch die SCHMIDT'schen Angaben bestätigende Abbildungen in der Abhandlung von ROBOZ ZOLTAN über die Anatomie von *Pol. nigra*.» Denna ROBOZ ZOLTAN'S afhandling är mig obekant, men nämnda JIJIMA'S uppgift om densammas innehåll får ej förglömmas vid bedömandet af O. SCHMIDT'S anatomiska uppgifter.

Fråga vi nu till sist: huru böra vi då uppfatta dessa båda arternas inbördes förhållande, så skall jag här försöka framställa en åsigt, som, om också ännu en hypotes, synes mig bättre tillgodose de föreliggande fakta än de hittills anförda. Liksom man en lång tid under *Planaria* torva O. F. MÜLLER sammanförde flera nu på hufvudsakligen anatomiska karakterer väl åtskilda arter,<sup>1)</sup> så antager jag, att bland de i yttre hänseenden ganska lika *Polycelis*-individerna finnas genom anatomiska

<sup>1)</sup> Man behöfver härvid blott erinra sig O. SCHMIDT'S polemik emot M. SCHULTZ'ES rigtiga uppgifter. O. SCHMIDT tog nämligen först *Pl. lugubris* såsom *Pl. torva* M. SCHULTZE.

karakterer skilda arter. Bland dessa är emellertid icke den form, hvilken O. SCHMIDT skildrat såsom *Polycelis nigra* den vanligare. *Fastmera* är den af JIJIMA *Pol. tennisi* benämnda arten med H-formad framför penis belägen uterus den vanligaste arten och därför också den, hvilken bör bära O. F. MÜLLERS och EHRENBERGS namn *Polycelis nigra*. Häruti synes alltså råda öfverensstämmelse mellan flertalet författare. Deremot håller jag troligt, att en vida sällsyntare, till det yttre föga afvikande form finnes, hvilken utmärker sig genom de af O. SCHMIDT åt *Polyc. nigra* gifna inre anatomiska karaktererna. För denna form måste då, ifall den, såsom jag förmodar, bliver återfunnen, uppställas en annan och ny art, kanske äfven ett nytt släkte, då läget af uterus väl må anses vara en karakter af så stor betydelse, att den bör läggas till grund för släktåtskilnad.

Jag har varit i tillfälle att undersöka *Pol. nigra* EHRBG. (uterus H-formad) från Upland och Skåne. Dessutom har jag äfven erhållit exemplar från Arvika. Tyvärr hafva dessa genom någon min oförsigtighet vid behandlingen blifvit så sköra, att de icke lemna fullt otvetydiga bilder. Emellertid synes mig en rätt god snittserie peka på ganska betydande afvikelser från de öfriga undersökta formerna af släktet *Polycelis*.

Det vore därför af stort intresse att *Polycelis*-former från möjligast många olika lokaler måtte blifva undersökta, och då äfven dessa arter låta sig med största lätthet försändas lefvande, vågar jag äfven anhålla att få mig dylika tillskickade.

Af *Trikladernas* ordning skulle alltså enligt ofvanstående förteckning finnas i Sverige två familjer:

A. *Uteriporidæ*

B. *Planariadæ* med underfamiljerna:

- 1) *Planariæ*,
- 2) *Polycelidæ* och
- 3) *Gundadæ*.

Arternas antal skulle vara 2 maricola arter och 6 sötvattensformer. Särskildt bland de senare kan man emellertid förmoda, att fortsatta undersökningar skola icke obetydligt föröka antalet. Dertill kommer, att vi kunna antaga att Rhynekodemus terrestris, som först beskrifvits från Danmark och sedan funnits på många vidt skilda ställen i Europa, äfven tillhör vår fauna.

---

**Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.**

(Forts. fr. sid. 510.)

**Moskwa.** *Congrès international d'archéologie préhistorique.*

Session 11. 1892. T. 1. 8:o.

— *Congrès international de zoologie.*

Session 2. 1892. T. 1. 8:o.

— *Meschedunarodnie kongressi. — Congrès internationaux.*

DUCHOVEISCHKI, F., Sanjatija... — Arbeten och förströelser, biografier och karakteristiker. 1892. 8:o.

— *Société Imp. des naturalistes.*

Bulletin. Année 1892: N:o 1—2. 8:o.

**New Haven.** *Observatory of the Yale college.*

Report. Year 1891/92. 8:o.

**New York.** *Academy of sciences.*

Annals. Vol. 6: N:o 1—6. 1891—92. 8:o.

Transactions. Vol 10(1890/91): N:o 7—8; 11(1891/92): 1—5. 8:o.

— *Microscopical society.*

Journal. Vol. 8(1892): N:o 1—4. 8:o.

**Nordamerika.** *United states.*

*American association for the advancement of science.*

Proceedings. Meeting 40. 1891. Washington. 8:o.

**Nürnberg.** *Naturhistorische Gesellschaft.*

Abhandlungen. Bd. 9. 1892. 8:o.

**Paris.** *Ministère des travaux publics.*

Annales des mines. (8) T. 20(1891): L. 1—3. 8:o.

— *Service de la carte géologique de la France.*

Bulletin. Année 1889: N:o 1—7; T. 3(1891/92): 24—27. 8:o.

— *Société géologique de France.*

Mémoires. Paléontologie. T. 2: F. 3—4; 3: 1—2. 1891—92. 8:o.

Bulletin. T. 17(1888/89): N:o 10; 18(1889/90): 1—4, 6—8; 19(1890/91): 2, 4, 7, 13; 20(1891/92): 1. 8:o.

— *Société Linnéenne.*

Bulletin mensuel. N:o 122—130. 1891—92. 8:o.

**Pisa.** *Società Toscana di scienze naturali.*

Memorie. Vol. 6: F. 3. 1892. st. 8:o.

Processi verbali. Vol. 7: Sid. 199—346. 1891. st. 8:o.

**Roma.** *Accademia Pontificia de' nuovi lincei.*

Atti. Anno 43(1889/90): Sess. 7; 44(1890/91): 1—7; 45(1891/92): 1—2. 4:o.

— *Accademia Reale dei lincei.*

Memorie. (4) Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. Vol. 6(1889). 4:o.

» » » » » morali, storiche e filologiche. Vol. 6(1889): P. 1; 7(1890): 1; 8(1890): 1; 9(1891), 2: 1—2 + Indice. 4:o.

(Forts. & sid. 570.)

## Om gasers jämvikt under invärkan af gravitationen.

Af H. PETRINI.

[Meddeladt den 14 December 1892 genom M. FALK.]

Frågan om gasers jämvikt under invärkan af gravitationen är synbarligen af den största betydelse för såväl meteorologin, som den fysiska astronomin. Då emellertid den matematiska behandlingen af frågan är synnerligen svår, måste man för att komma till något resultat först och främst undersöka det enklaste fall, som kan förekomma, och torde sålunda följande antaganden vara befogade:

- 1:o) gasmassan består af endast en gas;
- 2:o) gasen är ideell;
- 3:o) ingen värnemeddelning eller värmeutstrålning eger rum;
- 4:o) gasen är i konvektiv jämvikt, d. v. s. att hvarje oändligt liten gasmassa, som är adiabatiskt föränderlig, öfveralt är i indifferent jämvikt, så att till hvilken punkt den än förflyttas, dess tryck, temperatur och täthet ständigt äro desamma som omgifningens;
- 5:o) gasmassan har form af ett sfäriskt skal; temperatur, täthet och tryck äro funktioner endast af afståndet till medelpunkten.

*Anm.* Hvad det första antagandet beträffar, så kan man, om flera enkla gaser förekomma, behandla hvarje gas för sig, förutsatt att temperaturen i hvarje punkt befinnes vara densamma för alla gaserna; i motsatt fall får man behandla blandningen såsom en enkel gas, hvars konstanter äro medelvärden på de ingående gasernas.



Det andra antagandet kan anses såsom approximativt riktigt åtminstone för de yttre delarna af gasmassan. Antagandet 3:ö innebär, att ingen värmemeddelning mellan vare sig olika delar af gasmassan eller mellan gasmassan och främmande kroppar eger rum. Detta kan nu aldrig inträffa, men som en första approximation kan man anse, att denna värmemeddelning dels åstadkommer strömningar, som sträfvat att realisera tillståndet 4:ö, dels åstadkommer en oändligt långsam förändring i parametrarna d. v. s. i tillståndet i dess helhet. Antagandet 5:ö innebär försummandet af det inflytande på tryck- och temperaturfördelningen, som åstadkommes genom den totala gasmassans rotation, ojämn uppvärmning m. m.

Låt  $p$ ,  $v$ ,  $T$ ,  $c_p$ ,  $c_v$  vara sp. trycket, sp. volymen, temperaturen, sp. värmets vid konstant tryck och konstant volym resp.: då är

$$(1) \quad \frac{pv}{T} = R$$

och vid adiabatisk förändring

$$(2) \quad \begin{cases} pv^n = p_0 v_0^n \\ n = \frac{c_p}{c_v} \end{cases}$$

hvaraf

$$(3) \quad \begin{cases} v = \tau T^{-\kappa} \\ p = \frac{R}{\tau} T^{\kappa} \\ \kappa = \frac{1}{n-1} \\ p_0 v_0^n = R \tau^{n-1} \end{cases}$$

där  $R$  och  $\tau$  äro konstanter.

Det på volymselementet verksamt totala trycket i radiell led är, då  $r$  betecknar elementets afstånd från medelpunkten och  $dV$  dess storlek,

$$= -\frac{\partial p}{\partial r} dV.$$

Är allting symmetriskt i alla riktningar omkring origo, är  $M_0$  = den massa, som befinner sig inuti en sfär med radien  $r_0$ , och  $\varrho$  = tätheten på afståndet  $r$ , så är, om attraktionskonstanten betecknas med  $k$ ,

$$(4) \quad \frac{dp}{dr} = -\frac{k\varrho}{r^2} (M_0 + 4\pi \int_{r_0}^r \varrho r^2 dr)$$

hvaraf genom differentiation

$$(4:1) \quad \frac{d}{dr} \left( \frac{r^2 dp}{\varrho dr} \right) = -4\pi k \varrho r^2$$

och sålunda enligt (3) och (4) med införande af variablerna  $x$  och  $y$

$$(5) \quad \begin{cases} \varrho = \frac{1}{v} \\ r = \frac{1}{x} \\ T = Ky \\ K = \left( \frac{Rn\pi t}{4\pi k} \right)^{\frac{1}{x-1}} \\ \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{y^x}{x^4} = 0. \end{cases}$$

Om

$$y = f(x)$$

är en lösning, så är också

$$(6) \quad y = Cf(C^{-\frac{x-1}{2}} x)$$

en lösning, där  $C$  är en arbiträr konstant. Sättes nämligen:

$$y = Cy_1, \quad x = C^{\frac{x-1}{2}} x_1,$$

så blir ekv. (5) till sin form oförändrad

$$\therefore y_1 = f(x_1) \therefore y = Cf(C^{-\frac{x-1}{2}} x).$$

Den generella lösningen måste innehålla två arbeträra konstanter och är alltså af formen

$$y = Cf(C^{-\frac{x-1}{2}} x, C')$$

där  $C$  är en annan arbiträr konstant. Sir W. THOMSON, som behandlat samma problem och med hvilken undersökning det föregående i det väsentliga öfverensstämmer, gör nu det antagandet, att gasmassan har en ändlig radie, hvaraf följer, om temperaturen vid gränsytan antages  $=0$ , att  $y$  är  $=0$  för ett ändligt värde på  $x$ , som ej är  $=0$ . Vidare antager han, att om gasmassan är likartad ända igenom, så är temperaturen vid medelpunkten ändlig; detta åter innebär att  $y$  är ändligt, då  $x$  är oändligt. Med andra ord hans antaganden äro, att det fins något värde på konstanten  $C$ , som gör att

1:o  $f(x) = 0$  har en ändlig rot, som icke är  $=0$ ,

2:o  $f(\infty) =$  en ändlig kvantitet,

där  $f(x)$  är samma funktionsform, som förekommer i ekv. (6). På dessa antaganden har han byggt upp den framställning och numeriska beräkningsmetod, han sedan gifvit. Då det emellertid kan uppvisas, att de båda antagandena 1:o och 2:o äro oförenliga med hvarandra, så torde en förnyad behandling af problemet ej sakna sitt intresse. Vi skola emellertid för tillfället inskränka oss till att bevisa vårt påstående, att de af THOMSON gjorda antagandena 1:o och 2:o äro sins emellan oförenliga, och utgå därvid från följande differentialekvation, af hvilken den i (5) förekommande är ett specialfall:

$$(7) \quad \frac{d^2y}{dx^2} + y^x x^\lambda = 0$$

där  $x$  och  $\lambda$  äro konstanter. Sättes

$$(8) \quad \begin{aligned} y &= x^\alpha \eta \\ x &= e^u \end{aligned}$$

där  $\alpha$  är en konstant, så erhåller (7) följande utseende

$$\frac{d^2\eta}{du^2} + (2\alpha - 1) \frac{d\eta}{du} + \alpha(\alpha - 1)\eta + e^{(\alpha(x-1) + \lambda + 2)u} \cdot \eta^x = 0$$

som, om man bestämmer  $\alpha$  ur ekvationen

$$\alpha(x - 1) + \lambda + 2 = 0$$

och sätter

$$(9) \quad \frac{d\eta}{du} = v$$

öfvergår till

$$(10) \quad v \frac{dv}{d\eta} + (2\alpha - 1)v + \alpha(\alpha - 1)\eta + \eta^x = 0$$

$$\alpha(x - 1) + \lambda + 2 = 0.$$

Denna ekvation är integrerbar, om

$$2\alpha - 1 = 0$$

d. v. s. om mellan  $x$  och  $\lambda$  existerar relationen

$$(a) \quad x + 2\lambda + 3 = 0.$$

Man finner

$$(b) \quad v = \sqrt{C' + \frac{1}{4}\eta^2 - \frac{2}{x+1}\eta^{x+1}}, \quad u = C + \int_{\eta_0}^{\eta} \frac{d\eta}{\sqrt{C' + \frac{1}{4}\eta^2 - \frac{2}{x+1}\eta^{x+1}}}$$

om  $x \neq -1$ ; för  $x = -1$  erhålles ett logaritmiskt uttryck under rotmärket;  $C$  och  $C'$  äro arbiträra integrationskonstanter,  $\eta_0$  kan gifvas ett godtyckligt värde, blott integralen ej blir oändlig annat än för speciella värden på  $\eta$ ;

$$(c) \quad \therefore x = e^{C + \int_{\eta_0}^{\eta} \frac{d\eta}{\sqrt{C' + \frac{1}{4}\eta^2 - \frac{2}{x+1}\eta^{x+1}}}}$$

$$y = \sqrt{x} \cdot \eta.$$

För det speciella fallet

$$(d) \quad \lambda = -4$$

fås

$$x = 5$$

hvilket värde enligt (5) och (2) svarar mot

$$(e) \quad n = \frac{c_p}{c_v} = 1, 2.$$

Låtom oss tillämpa THOMSONS antaganden på ekvationerna (c).

$$1:o) \quad y = 0 \text{ för } x \neq 0 \text{ och } x \neq \infty.$$

Af (c) erhålles altså

$$\eta = 0 \text{ för } y = 0.$$

Antages i (b)  $r_0 = 0$ ,  $C \neq 0$ , så är för små värden på  $r$

$$x = e^{C + \frac{\eta}{\sqrt{C}} P(r, r^x)}$$

där  $P$  är en potensserie

$\therefore$  för  $r = 0$  är  $x = e^C =$  en ändlig kvantitet  $\neq 0$ , hvilket öfverensstämmer med villkoret 1:o.

Vore däremot  $C = 0$ , så erhöles enligt (c)

$$x = e^{C + 2 \int_{\eta_0}^{\eta} \frac{d\eta}{r \sqrt{1 - \frac{8}{x+1} r^{x-1}}}}.$$

Är  $r_0$  en tillräckligt liten kvantitet och  $x > 1$ , så får  $x$  formen

$$x = e^{C_1 \pm [2\eta + r^{x-1} P(r^{x-1})]} = \eta^2 e^{C_1 + r^{x-1} P(r^{x-1})}$$

$$\text{eller } \eta^{-2} e^{C_1 - r^{x-1} P(r^{x-1})}$$

där  $C_1$  är en ändlig konstant och  $P$  en potensserie.

För  $\eta = 0$  blir sålunda  $x = 0$  eller  $= \infty$ , hvilket strider mot förutsättningen.

Antagandet 1:o fordrar alltså, att

$$(f) \quad C' \neq 0.$$

2:o  $y$  ändl. för  $x = \infty$ .

Af (c) erhöles i detta fall

$$r = 0 \text{ för } x = \infty.$$

Men enligt den i föregående fall gifna diskussionen af ekvationen (c) måste nu

$$C \text{ vara } = 0$$

hvaraf framgår oförenligheten af de båda antagandena 1:o och 2:o. Antagandet 1:o är så till vida mindre strängt än 2:o, som integrationskonstanten  $C$  kan tillåtas antaga hvilka värden s. h. utom värdet noll, under det att det senare antagandet fordrar, att  $C$  har det fullt bestämda värdet noll.

För den händelse, att  $2\alpha - 1$  är  $\neq 0$ , kan man reducera ekvationerna (10) till den något förenklade formen

$$(12) \quad \left\{ \begin{array}{l} \zeta \frac{d\zeta}{d\xi} + \zeta + \beta\xi + \xi^x = 0 \\ \eta = (2\alpha - 1)^{\frac{2}{x-1}} \xi \\ v = (2\alpha - 1)^{\frac{x+1}{x-1}} \zeta \\ \beta = \frac{\alpha(\alpha - 1)}{(2\alpha - 1)^2} \end{array} \right.$$

För gaser är

$$n = \frac{c_p}{c_v} = 1, 4, \quad x = \frac{1}{n-1} = 2\frac{1}{2}, \quad \alpha = \frac{2}{x-1} = \frac{4}{3}, \quad \beta = \frac{\alpha(\alpha - 1)}{(2\alpha - 1)^2} = \frac{4}{25}.$$

Vilkoret 1:o innebär, att  $x$  är ändligt och icke  $= 0$ , då  $y$  är  $= 0$ ;

1:o  $\therefore$  enligt (8)  $\eta = 0$ ,  $u$  ändligt.

Vilkoret 2:o innebär, att  $y$  är ändligt, då  $x$  är oändligt,  $\therefore$  enligt (8), då  $\alpha$  är  $> 0$ ,

2:o  $u = \infty$ ,  $\eta = 0$ .

Häraf framgår, att om båda villkoren skola vara uppfyllda, det mellan  $\eta$  och  $u$  skall existera en sådan relation, att mot  $\epsilon = 0$  svara två värden på  $u$ , ett ändligt och ett oändligt. Då vi enligt (12) endast hafva att undersöka den relation, som eger rum mellan  $\zeta$  och  $\xi$  för mycket små värden på  $\xi$ , kunna vi sätta för  $x > 1$ ,  $\beta \neq 0$

$$(13) \quad \zeta \frac{d\zeta}{d\xi} + \zeta + \beta\xi = 0$$

med bortkastande af termen  $\xi^x$  såsom varande oändligt liten i förhållande till termen  $\beta\xi$ . Ekvationen (13) är homogen och befinnes hafva till integral, om den löses på vanligt sätt,

$$(14) \quad (\zeta + \lambda_1 \xi)^{\lambda_1} (\zeta + \lambda_2 \xi)^{-\lambda_2} = c, \quad \lambda_1 = \frac{\alpha}{2\alpha - 1}, \quad \lambda_2 = \frac{\alpha - 1}{2\alpha - 1},$$

där  $c$  är en arbiträr konstant.

Är  $\alpha > 1$ , så är  $\lambda_1$  och  $\lambda_2$  båda positiva, i hvilket fall ekvationen (14) satisfieras af värdet  $\xi = \zeta = 0$  för arbiträra värden på konstanten  $c$ , hvadan punkten  $\xi = \zeta = 0$  är en s. k.

»nod» (jfr. POINCARÉ: »Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle» Liouville Journal. Ser. 3, T. 7, pp. 387—388).

Sättes i (14)

$$(15) \quad \zeta = t\xi, \quad \gamma = \lambda_1 - \lambda_2$$

så erhålles

$$\xi^\gamma (t + \lambda_1)^{\lambda_1} \cdot (t + \lambda_2)^{-\lambda_2} = c.$$

Tre fall äro möjliga: I  $c \neq 0$  och ändligt, II  $c = 0$ , III  $c = \infty$ .

I  $c \neq 0$  och ändligt;

$$(16^*) \quad \therefore \xi = \frac{1}{c^\gamma} \cdot \frac{(t + \lambda_2)^\gamma}{(t + \lambda_1)^{\frac{\lambda_1}{\gamma}}} = c^{2\alpha - 1} \cdot \frac{(t + \lambda_2)^{\alpha - 1}}{(t + \lambda_1)^\alpha}.$$

Nu äro två fall att urskilja, i det att  $\xi$  kan bli  $= 0$

a) för  $t = -\lambda_2$ ,                      b) för  $t = \infty$ .

$$a) \text{ Sätt } t = -\lambda_2 + \tau \therefore \xi = \frac{\frac{1}{c^\gamma} \cdot \frac{\lambda_2^\gamma}{\lambda_1}}{(\tau + \gamma)^\gamma} = \left( \frac{c}{\gamma^{\lambda_1}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot \tau^{\frac{\lambda_2}{\gamma}} \cdot [1 + \tau P(\tau)]$$

$$\zeta = (\tau - \lambda_2)\xi = -\lambda_2 \cdot \left( \frac{c}{\gamma^{\lambda_1}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot \tau^{\frac{\lambda_2}{\gamma}} \cdot [1 + \tau P_1(\tau)]$$

där  $P(\tau)$  och  $P_1(\tau)$  äro potensserier af  $\tau$ . Nu är enligt (9) och (12)

$$du = \frac{dy}{v} = (2\alpha - 1)^{-1} \frac{d\xi}{\xi}$$

$$\therefore du = -\frac{d\tau}{\tau} [1 + \tau P_2(\tau)]$$

$$\therefore u = C - l\tau + \tau P_3(\tau)$$

$$\therefore x = e^u = e^{C + \tau P_3(\tau)} \cdot \tau^{-1}$$

$$y = e^{\alpha u} \eta = (2\alpha - 1)^{\frac{2}{\alpha - 1}} \left( \frac{c}{\gamma} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot e^{\alpha C + \alpha \tau P_3(\tau)} \cdot [1 + \tau P(\tau)] \tau^{-1}$$

$\therefore x = \infty$  och  $y = \infty$  för  $\tau = 0$ , hvilket strider mot antagandet 2:o.

$$b) \text{ Sätt } t = \frac{1}{\tau} \therefore \xi = c\tau \cdot \tau \cdot [1 + \tau P_1(\tau)]$$

$$\zeta = c\tau \cdot [1 + \tau P_1(\tau)]$$

$$\therefore du = (2\alpha - 1)^{-1} \cdot [1 + P_2(\tau)] d\tau$$

$$\therefore u = C + (2\alpha - 1)^{-1} \tau P_2(\tau)$$

$$\therefore x = e^u \text{ ändligt för } \tau = 0$$

$$y = e^{au} \cdot \eta = \tau P_4(\tau) = 0 \text{ för } \tau = 0$$

hvilket öfverensstämmer med antagandet 1:o.

Vilkoret 1:o kan sålunda uppfyllas, men ej vilkoret 2:o, så länge  $c$  är ändligt och  $\neq 0$ .

II  $c = 0$

$\therefore$  enligt (14)

$$(17) \quad \frac{(\zeta + \lambda_1 \xi)^{\lambda_1}}{(\zeta + \lambda_2 \xi)^{\lambda_2}} = 0$$

$\therefore$  antingen  $\zeta + \lambda_1 \xi = 0$  eller  $\zeta + \lambda_2 \xi = \infty$ . Men då  $\xi$  är mycket litet, måste i det senare fallet  $\zeta$  vara mycket stort, hvaraf följer att

$$\frac{(\zeta + \lambda_1 \xi)^{\lambda_1}}{(\zeta + \lambda_2 \xi)^{\lambda_2}} = \sim \zeta^{\lambda_1 - \lambda_2} \text{ mycket stort och således ej } = 0.$$

Den enda lösningen till (17) är sålunda

$$\zeta + \lambda_1 \xi = 0$$

$$\therefore du = -\frac{1}{\lambda_1(2\alpha - 1)} \frac{d\xi}{\xi}$$

$$\therefore x = e^C \cdot \xi^{-\frac{1}{\lambda_1(2\alpha - 1)}} = e^C \cdot \xi^{-\frac{1}{\alpha}}$$

$$y = x^a \cdot \eta = e^{aC} \cdot (2\alpha - 1)^{\frac{2}{\alpha - 1}};$$

$\therefore x = \infty$  och  $y$  ändligt för  $\xi = 0$ , hvilket stämmer med 2:o.

Däremot kan 1:o ej realiseras, all den stund  $x$  och  $y$  ej hafva mer än ett värde för  $\xi = 0$ .

III  $c = \infty$ .

$$\therefore \frac{(\zeta + \lambda_2 \xi)^{\lambda_2}}{(\zeta + \lambda_1 \xi)^{\lambda_1}} = 0$$

$\therefore$  antingen a)  $\zeta + \lambda_2 \xi = 0$  eller b)  $\zeta + \lambda_1 \xi = \infty$ .



a) Antag

$$\zeta + \lambda_2 \xi = 0$$

$$\therefore du = -\frac{1}{\lambda_2(2\alpha-1)} \cdot \frac{d\xi}{\xi}$$

$$\therefore x = e^{c\xi^{\alpha-1}}$$

$$y = e^{ac} \cdot (2\alpha-1)^{\frac{2}{\alpha-1}} \cdot \xi^{\frac{-1}{\alpha-1}}$$

$\therefore x=y=\infty$  för  $\xi=0$ , hvilket strider emot 2:o.

b) Antag

$$\zeta + \lambda_1 \xi = \infty.$$

$$\text{Då } \xi \text{ är litet, så måste } \zeta \text{ vara } = \infty \therefore du = \frac{1}{2\alpha-1} \frac{d\xi}{\xi} = 0$$

$$\therefore u = C$$

$$\therefore x = e^C, \quad y = e^{ac} \cdot (2\alpha-1)^{\frac{2}{\alpha-1}} \cdot \xi$$

$\therefore x$  ändligt och  $\neq 0$ ,  $y=0$  för  $\xi=0$ , hvilket öfverensstämmer med antagandet 1:o; men lösningen måste förkastas, då  $x$  är konstant.

Då ej heller i fallet III antagandena 1:o och 2:o äro förenliga (för samma värde på  $c$ ), så kunna vi påstå, att de under alla omständigheter äro oförenliga med hvarandra.

Det resultat vi sälunda kommit till är, att om  $y=f(x)$  är en rot till ekvationen

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y^x x^\lambda = 0, \quad x > 1$$

så är

om 1:o  $y=0$  för ett ändligt värde på  $x \neq 0$ ,  $y=\infty$  för  $x=\infty$ , och  $f(x)$  innehåller två arbiträra konstanter, af hvilka den ena dock ej får hafva ett visst värde ( $\neq 0$ ).

2:o  $y$  ändligt  $\neq 0$  för  $x=\infty$ ,  $x=0$  för  $y=0$  och  $f(x)$  innehåller endast en arbiträr konstant ( $\neq 0$ ).

Med afseende på det ifrågavarande problemet kan ofvanstående resultat i hufvudsak uttryckas sälunda: om gasmassan har ändlig utsträckning, så är temperaturen oändlig i medel-

punkten och om temperaturen är ändlig i medelpunkten, så har gasmassan en oändlig utsträckning. Däremot har ingenting sagts, om temperaturen kan vara oändlig i medelpunkten och gasmassan samtidigt hafva en oändlig utsträckning. Vi hoppas att snart blifva i tillfälle att meddela några tillämpningar af de formler och resultat, hvartill vi i den föreliggande undersökningen kommit.

---

**Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.**

(Forts. fr. sid. 558.)

**Rostock. Universitet.**

Akademiska skrifter. 1890/91. 69 häften. 4:o & 8:o.

**St. Petersburg. Acad. Imp. des sciences.**

Mémoires. (7) T. 38: N:o 9-13. 1892. 4:o.

**Stettin. Entomologischer Verein.**

Stettiner entomologische Zeitung. Jhg. 52(1891): N:o 1-12. 8:o.

**Strassburg. K. Universitetet.**

Akademiska skrifter. År 1891/92. 82 häften. 4:o & 8:o.

**Sydney Australian Museum.**

Records. Vol. 1: Contents and Index; 2: N:o 1-3. 1892. 8:o.

Catalogue. N:o 15. Cephalopoda by J. BRAZIER. P. 1-2. 1892. 8:o.

Report. 38. 1892. Fol.

— *Department of mines.*

Geological survey of N. South Wales.

Records. Vol. 2: P. 4; 3: 1. 1892. 4:o.

**Tacubaya. Observatorio astronomico nacional.**

Anuario. Año 13(1893). 16:o.

**Tokio. Imp. university of Japan.**

Mittheilungen der medicinischen Facultät. Bd. 1: N:o 5. 1892. 4:o.

**Torino. R. Accademia delle scienze.**

Atti. Vol. 27(1891/92): Disp. 1-15. 8:o.

— *Musei di zoologia ed anatomia comparata.*

Bollettino. Vol. 7(1892): N:o 120-132. 8:o.

**Washington. Smithsonian institution.**

Smithsonian contributions to knowledge. Vol. 28. 1892. 4:o.

Special bulletin. N:o 1. 1892. 4:o.

— *U. S. Naval observatory.*

Observations. Year 1888. 4:o.

» » » Appendix. 1. 1892. 4:o.

Report. Year 1892 <sup>30</sup>/<sub>8</sub>. 8:o.

— *U. S. Geological Survey.*

Mineral resources of the United states. Year 1889-90. 8:o.

— *Weather bureau.*

Irrigation and water storage in the arid regions. A report of the chief signal officer. 1891. 4:o.

— *Bureau of ethnology.*

PILLING, J. C., Bibliography of the Algonquian languages. 1891. 8:o.

**Wien (Ottakring). v. Kuffner'sche Sternwarte.**

Publicationen. Bd. 2. 1892. 4:o.

**Wiesbaden. Nassauischer Verein für Naturkunde.**

Jahrbücher. Jahrg. 45(1891). 8:o.

(Forts. & sid. 575.)

Meddelanden från Stockholms Högskola. N:o 136.

## Om de inre spänningarne i en elastisk roterande skifva.

Af GUSTAF KOBBERG.

[Meddeladt den 14 December 1892 genom A. LINDSTEDT.]

En cirkulär skifva roterar med konstant vinkelhastighet ( $\omega$ ) omkring en axel gående genom skifvans medelpunkt och vinkelrät mot skifvans plan. Bestäm storleken och fördelningen af de inre spänningarne!

Vi utgå från de allmänna jemvigteqvationerne för en elastisk kropp, hvilka i detta fall reducera sig till följande <sup>1)</sup>

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial \Theta}{\partial x} + \mu \Delta \xi = -X$$

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial \Theta}{\partial y} + \mu \Delta \eta = -Y$$

$$\Theta = \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y}$$

Skifvans medelpunkt är origo, och  $\xi$  samt  $\eta$  förflyttningarne i  $x$  och  $y$  riktningarne. Vi ha tydligen

$$\xi = x\psi(r); \quad \eta = y \cdot \psi(r) \quad r^2 = x^2 + y^2.$$

Deraf följer

$$\xi dx + \eta dy = \psi(r) r dr = d \cdot \varphi(r)$$

$$\xi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad \eta = \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

$$\Theta = \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} = \Delta \varphi.$$

<sup>1)</sup> POINCARÉ, Leçons sur la théorie de l'Elasticité. pag. 86.

Vidare är

$$X = m\omega^2 \cdot x; \quad Y = m\omega^2 y$$

der

$$m = \frac{\delta}{y}$$

om  $\delta$  betecknar vigten af volymseenheten. Sätta vi nu

$$m\omega^2 = 2\alpha$$

och införa  $\varphi$  uti våra jemnvigtseqvationer, öfvergå dessa uti

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial}{\partial x} (\Delta\varphi) = -2\alpha x$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial}{\partial y} (\Delta\varphi) = -2\alpha y$$

hvaraf följer

$$\Delta\varphi = -\frac{\alpha r^2}{\lambda + 2\mu} + 2c \quad (2)$$

Införa vi vidare uttrycket på  $\Delta\varphi$  uti  $r$  få vi

$$\Delta\varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\frac{\alpha r^2}{\lambda + 2\mu} + 2c$$

eller

$$r \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\frac{\alpha r^3}{\lambda + 2\mu} + 2cr$$

och genom integration

$$\begin{aligned} r \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial r} &= -\frac{\alpha r^4}{4(\lambda + 2\mu)} + cr^2 + c_1 \\ \frac{\partial \varphi}{\partial r} &= -\frac{\alpha r^3}{4(\lambda + 2\mu)} + cr + \frac{c_1}{r} \end{aligned} \quad (3)$$

För bestämning af konstanterna beräkna vi normalspänningen i  $x$  rigtningen

$$N_1 = \lambda \Theta + 2\mu \frac{\partial \xi}{\partial x}.$$

Vi kunna emellertid antaga att  $c_1 = \nu$ , ty i annat fall skulle  $N_1$  blifva oändligt stor i skifvans medelpunkt; alltså

$$N_1 = -\lambda \frac{\alpha r^2}{(\lambda + 2\mu)} + 2\lambda c + 2\mu \left[ c - \frac{\alpha(r^2 + 2x^2)}{4(\lambda + 2\mu)} \right].$$

I den punkt der  $x$  axeln träffar skifvans periferi, följaktligen för

$$r = r_0 \quad x = r_0$$

är  $N_1$  lika stor med det yttre trycket. Detta är emellertid atmosfärens tryck och kan som vanligt sättas lika med noll. Således

$$0 = -\lambda \cdot \frac{\alpha r_0^2}{(\lambda + 2\mu)} + 2\lambda c + 2\mu \left[ c - \frac{\alpha r_0^2}{4(\lambda + 2\mu)} \right].$$

Hvaraf följer

$$c = \frac{(2\lambda + 3\mu)\alpha r_0^2}{4(\lambda + 2\mu)(\lambda + \mu)}$$

och genom insättning af detta värde i (3)

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\frac{\alpha r^3}{4(\lambda + 2\mu)} + r \cdot \frac{\alpha r_0^3(2\lambda + 3\mu)}{4(\lambda + 2\mu)(\lambda + \mu)}.$$

Det analytiska uttrycket för töjningen i tangentiell led är

$$\epsilon = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial r}$$

alltså

$$\epsilon = -\frac{\alpha r^2}{4(\lambda + 2\mu)} + \frac{\alpha r_0^2(2\lambda + 3\mu)}{4(\lambda + 2\mu)(\lambda + \mu)}.$$

Denna töjning uppnår sitt maximivärde för  $r=0$ . Således

$$\epsilon_{max} = \frac{\alpha r_0^2(2\lambda + 3\mu)}{4(\lambda + 2\mu)(\lambda + \mu)}.$$

För att uttrycka detta värde i  $E$  eller elasticitetsmodulen för sträckning och kontraktionskoefficienten  $m$  erinra vi att

$$m = \frac{2(\lambda + \mu)}{\lambda} \quad \mu = G = \frac{m}{2(m+1)} \cdot E$$

alltså

$$\varepsilon_{max} = \frac{\sigma r_0^2 (3m - 2)(m - 2)(m + 1)}{4m^2(m - 1) \cdot E}.$$

Den största normalspänningen blir följaktligen

$$\sigma_{max} = \frac{\delta r_0^2 \omega^2 (3m - 2)(m - 2)(m + 1)}{2 \cdot 4 \cdot m^2(m - 1) \cdot g}$$

och om vi såsom brukligt i praktiska räkningar antaga

$$m = 4$$

$$\sigma_{max} = \frac{\delta \cdot \omega^2 \cdot r_0^2 \cdot 100}{8^2 \cdot 6g}.$$

En praktisk tillämpning af denna formel kan göras på den roterande skifvan i de Laval's ångturbin. Vi kunna fråga: huru stor bör omloppshastigheten vara för att ansträngningen i skifvan må uppnå elasticitetsgränsen. Vi erhålla

$$n = \frac{60 \cdot \omega}{2\pi} = \frac{8}{r_0} \sqrt{\frac{6g \cdot B}{100 \cdot \delta}} \cdot \frac{30}{\pi}$$

der  $B$  är materialets bärighetsmodul. Antaga vi skifvan vara af gjutstål, kunna vi sätta

$$B = 25 \qquad \delta = 0,0000079.$$

För en skifva af 100 m.m. diameter finna vi då

$$n = 65926.$$

Vid en omloppshastighet af 65,926 hvarf per minut är sålunda elasticitetsgränsen uppnådd.

# Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 570.)

## Würzburg. *Physikalisch-medicinische Gesellschaft.*

Verhandlungen. Neue Folge. Bd. 26: N:o 1—5. 1892. 8:o.

Sitzungsberichte. Jahrg. 1892: N:o 1—6. 8:o.

## Arfvingarne i framl. öfverste G. R. Lagerhjelm's dödsbo.

Tre bref från J. BERZELIUS och fem från N. G. SEFSTRÖM till assessor P. LAGERHELM.

## Byråchefen hr. Julius Meves.

En samling bref från in- och utländska zoologer till konservatorn vid naturhistoriska riksmuseum W. MEVES.

## Hrr. P. A. Norstedt & Söner.

WRIGHT, W. v., Skandinavien's fiskar. Uppl. 2 bearbetning af F. A. SMITT. D. 1: Text och taflor. Sthm. 1892. 4:o.

— A history of Scandinavian fishes. Ed. 2 by F. A. SMITT. P. 1: Text and plates. Sthm. 1892. 4:o.

## Albert I, prince de Monaco.

Resultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht. Fasc. 2. TOPSENT, E., Contributions à l'étude des Spongiaires de l'Atlantique du nord. Monaco 1892. 4:o.

## Hrr. Mayer & Müller, bokhandlare i Berlin.

SCHÉELE, C. W., Sämtliche physische und chemische Werke . . . hrsg. von S. F. Hermbstädt. Bd. 1—2. Berlin 1793. 8:o. Facsimiledruck. Berlin 1891.

## Forfattarne.

ANDESSON, GUNNAR, Torfinnssarnes bidrag till kannedomen om Skandinavien's forntida växtgeografi. Jönköping 1890. 8:o.

— Småskrifter. 9 st. 4:o & 8:o.

AURIVILLIUS, CHR., Nordens fjärilar. Sthm. 1888—91. 4:o.

HASSELBERG, B., Note on spectroscopic investigations at the Physical institute of the R. Swedish Academy of sciences. 1892. 8:o.

HENSCHEN, S. E., Klinische und anatomische Beiträge zur Anatomie des Gehirns. T. 2. Upsala 1892. 4:o.

KROK, TH. O. B. N., Svensk botanisk literatur 1891. Lund 1892. 8:o.

LJUNGMAN, A. V., Särskild lagstiftning för hafsfisket vid rikets västkust. 1. Göteborg 1892. 8:o.

— Småskrifter. 3 häften. 8:o.

RETZIUS, G., Biologische Untersuchungen. (2) 4. Sthm. 1892. 4:o.

STOLPE, H., Utvecklingsföreteelser i naturfolkens ornamentik. 2. Sthm. 1892. 8:o.

ANSPACH, L., Le rôle de l'eau dans les cylindres à vapeur. Liège 1892. 8:o.

BERGBOHM, J., Entwurf einer neuen Integralrechnung . . . Lpz. 1892. 8:o.

BOECK, W., DANIELSEN, D. C., Samling af lagttagelser over Hudens Sygdomme. H. 4—5. Bergen 1892. Fol.



**Författarne.**

FENYI, J., Rapport sur les mouvements . . . d'une protubérance observée à l'observatoire d'Haynald, 1891 <sup>17</sup>/<sub>6</sub>. Roma 1892. 4:o.

HALE, G. E., The ultra-violet spectrum of the solar prominences. 1892. 8:o.

— Småskrifter. 6 häften. 8:o.

HOLM, TH., On the flowers of *Anthoxanthum odoratum* L. Washington 1892. 8:o.

— Småskrift. 1 häfte. 8:o.

LEMOINNE, E., Trois théorèmes sur la géométrie du triangle. Paris 1891. 4:o.

— Småskrifter. 3 häften. 8:o.

MACRITCHIE, D., The underground life. Edinburgh 1892. 4:o.

RUSSELL, H. C., Results of double star measures made at the Sydney observatory. Sydney 1891. 8:o.

— Småskrift. 1 häfte. 8:o.

LANDAUER, J., Blowpipe analysis. English edition by J. Taylor. London 1892. lit. 8:o.

WILLE, N., Indberetning om en Reise til Udlandet for at studere plantefysiologiske Laboratorier og landbrugsbotaniske Forsøgstationer. Kristiania 1892. 8:o.



# ÖFVERSIGT

AF

## KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

FEMTIONDE ÅRGÅNGEN.

1893.



STOCKHOLM, 1893, 1894.

KUNGL. BOKTRYCKERIET. P. A. NORSTEDT & SÖNER.



# INNEHÅLL.

Utförliga uppsatser äro betecknade med en asterisk.

	Sid.
*ABENIUS och SÖDERBAUM, Om några aromatiska tetraketoner.....	27.
*ANDERSSON, Ueber das Alter der Isochilina canaliculata-fauna.....	125.
*——, Ueber die jüngsten Untersilurschichten der Insel Oeland.....	521.
ANDRÉE, Berättelse om en ballongfärd.....	419.
——, d:o d:o.....	654.
*ARRHENIUS, Die Elektrolyse von Alkalisalzen.....	95.
—— och EKHOLM, Ueber den Einfluss des Mondes auf den elektrischen Zustand der Erde.....	654.
AURIVILLIUS, CARL, Studien über Cirripeden.....	381.
*——, Zur postembryonalen Entwicklung der Lepadiden.....	657.
AURIVILLIUS, CHR. ref. SCHÖTT, Beiträge zur Kenntniss der Insektenfauna von Kamerun. I.....	229.
*BENDIXSON, Sur le calcul des intégrales d'un système d'équations différentielles.....	599.
*BERGENDAL, Ueber die Rotiferengattungen Gastroschiza und Anapus.....	589.
——, Reseberättelse.....	560.
BJERKNES, Das Eindringen der elektrischen Wellen in die Metalle.....	60.
——, Die Bestimmung der Dämpfungskonstanten des Herzschen Oscillators und Resonnators.....	654.
*BLADIN, Om oxidation af azimidotoluol.....	571.
BORGE, Süßwasserchlorophycéen im nördlichsten Russland.....	654.
*BOYE AF GENNÄS, Trouver un nombre premier plus grand qu'un nombre premier donné.....	469.
*BRODÉN, Ueber Coincidenzen in zweideutigen Correspondenzen.....	45.
*——, Ueber Correspondenzen auf elliptischen Curven.....	213.
*——, Ueber Zeuthens Correspondenzsatz.....	345.
*BRUN DE, Rotation kring fixpunkt.....	455.
*BÄCKLUND, Om teorien för de elektriska strömmarne.....	5, 421.
CARLGREN, Reseberättelse.....	2.
*——, Ueber Bruträume bei Aktinien.....	231.
*——, Zur Kenntniss der Septenmuskulatur bei Ceriantheen und der Schlundrinnen bei Anthozoen.....	239.
CHARLIER, Studier öfver trekropparsproblemet.....	2.
*CLEVE, Om isomeriska nitroklorsulfonsyror af naftalin.....	77, 175, 329.
——, Synopsis of the Naviculoid Diatoms.....	328.
DAHLANDER, THALÉN och HASSELBERG, Utlåtande angående enheterna för elektriciteten och ljuset.....	653.
DAHLSTEDT, Reseberättelse.....	59.
DUNÉR, Om den nya refraktorn på Upsala observatorium.....	327.
EKHOLM och ARRHENIUS, Ueber den Einfluss des Mondes auf den elektrischen Zustand der Erde.....	654.

ELIASSON, Sekundära anatomiska förändringar inom fanerogamernas florala region.....	382
* ENESTRÖM, Ett problem inom teorien för pensionskassor.....	361
* —, Om observationsseriers utjemning.....	367
* —, Formel för pensionärer.....	405
* —, Vitaliteten inom en hel befolkning.....	481
* —, En metod för fördelning i ettårsklasser.....	541
* —, Om åldersfördelningen för en grupp gifta kvinnor.....	623
GYLDÉN ref CHARLIER, Studier öfver trekropparsproblemet.....	2
* —, Om rotationsproblemet.....	63
—, Om gemensam borgerlig tid för Tyska riket.....	59, 159
—, ref. LUMIÈRE, Sur le developpement en liqueur acide.....	159
* —, Om periodiska förändringar hos rotationsaxelns läge inom jordkroppen.....	163
* —, Om beskaffenheten af de sekulära ändringarne hos planeternas medelrörelser.....	385
HASSELBERG ref. BJERKNES, Das Eindringen der elektrischen Wellen in die Metalle.....	60
—, Undersökningar öfver metallernas spektra.....	327
—, Untersuchungen über die Spektroskopie des Chroms.....	381
— ref. MEBIUS, Om elektricitetens fortplantning genom förtunnade gaser.....	505
— ref. RYDBERG, Contributions à la connaissance des spectres linéaires 503, 654.	654
—, THALÉN och DAHLANDER, Utlåtande angående enheterna för elektriciteten och ljuset.....	653
— förevisar fotogrammer af solförmörkelsen den 16 Aug. 1893.....	560
— ref. ARRHENIUS och EKHOLM, Ueber den Einfluss des Mondes auf den elektrischen Zustand der Erde.....	654
— ref. RYDBERG, En ny metod att bestämma luftens dispersion.....	654
HEDLUND, Reseberättelse.....	2
HENNIG, Ueber Neuropora conuligera.....	160
HILDEBRAND ref. G. NORDENSKIÖLD, The Cliffdwellers of the Mesa Verde.....	654
JUEL, Reseberättelse.....	59
JÄDERIN, Om en förändring hos geodetiska basmätningsträngar.....	2
* KELLGREN, Om trädgränsen i våra sydliga fjälltrakter.....	349
KLASON, Om barrvedens kemiska beståndsdelar.....	60
— ref. LARSSON, Reseberättelse.....	654
* KOCH, von, Sur la divisibilité des fonctions entières.....	449
LARSSON, Reseberättelse.....	654
* LINDMAN, C. F., Bevis för några mathematiska satser.....	563
LINDMAN, C. A. M., Reseberättelser.....	159, 419, 560
LINDSTRÖM ref. MOBERG, Reseberättelse.....	60
— ref. ANDERSSON, Ueber das Alter der Isochilina canaliculata.....	60
— ref. ANDERSSON, Ueber die jüngsten Untersilurschichten der Insel Oeland.....	504
LOVÉN ref. WESTERBERG, Reseberättelse.....	327
* LUMIÈRE, Sur le developpement en liqueur acide.....	193
LUNDGREN, Molluskfaunan i Mammillatus- och Mucronata-zonerna i nordöstra Skåne.....	381
MITTAG-LEFFLER, Om algebraiska differentialekvationer med entydiga integraler.....	60
— ref. PHRAGMÉN, Om en metod att vid val trygga minoritetens representation.....	159
—, Om differentialekvationer af andra ordningen med entydiga integraler.....	504
— ref. BJERKNES, Dämpfungskonstanten des Hertzsehen Oscillators und Resonnators.....	504
— ref. BENDIXSON, Sur le calcul des integrales d'un système d'équations différentielles.....	560
MOBERG, Reseberättelse.....	1
—, Om Sveriges mesozoiska bildningar.....	160

MUNTHE, Reseberättelse.....	2.
NATHORST, Zur palæozoischen Flora der arktischen Zone.....	381.
— och WITTRÖCK, Utlåtande om förteckning öfver svenska växtnamn....	559.
* NERMAN, Två vattenmärken vid Baggensstaket.....	473.
NORDENSKIÖLD, A. E., och SKOGMAN, Utlåtande angående geografiska bibliografer.....	1.
— ref. NORDENSKIÖLD, G., Fotografier af snökristaller.....	2.
— förevisar en jernmeteorit från Arizona.....	2.
—, Om ett stofregn i Finland.....	419.
— förevisar en i Finland funnen sten af möjligen meteoriskt ursprung.....	504.
NORDENSKIÖLD, G., Fotografier af snökristaller.....	2.
—, The Cliffdwellers of Mesa Verde.....	654.
NORDENSKIÖLD, O., Reseberättelse.....	2.
* PALMER och ÅNGSTRÖM, Le spectre infrarouge de chlor et de l'acide chlorhydrique.....	389.
PETRINI, Om några grundbegrepp i den mekaniska värmeteorien.....	2.
—, Om de till en viss eqvation hörande ortogonala koordinatsystemen....	60.
—, Om slutna konvexa konturer.....	230.
* —, Om trådkurvor.....	613.
PETTERSSON ref. resultatet af 1877 års hydrografiska expedition.....	503.
—, Om de närvarande hydrografiska undersökningarna.....	560.
REIZIUS, Biologische Untersuchungen, Band 5.....	382.
ROSEN, Projet de mesure d'un arc de méridien au Spitzberg.....	1.
—, Longitudsbestämningar mellan Lund, Göteborg, Stockholm, Hernö och Torneå.....	229, 328.
—, ref. NERMAN, Två vattenmärken vid Baggensstaket.....	420.
ROSSANDER, Om behandlingen af epithelialkräfta.....	382.
RUBENSON, ref. ANDRÉE, Berättelse om en ballongfärd.....	420.
* RYDBERG, Contributions à la connaissance des spectres linéaires.....	505, 677.
* —, En ny metod att bestämma luftens dispersion.....	693.
SCHULZ-STEINHEIL, Mesures of Nebulae.....	230.
SEGERSTEDT, Studier öfver stammars skyddsväfnader.....	654.
SHIELDS, On Hydrolysis.....	2.
SJÖSTEDT, Zur Ornithologie Kameruns.....	653.
SKOGMAN och NORDENSKIÖLD, Utlåtande angående geografiska bibliografier.....	1.
STARBACK, Sphæriacæe imperfecte cognite.....	230.
* SÖDERBAUM och ABENIUS, Om några aromatiska tetraketoner.....	27.
* —, Om en ny framställningsmetod för $\alpha$ -ketonaldehyder.....	197.
* —, Om några aromatiska tetraketoner. II.....	439.
THALÉN, DAHLANDER och HASSELBERG, Utlåtande angående enheterna för elektriciteten och ljuset.....	653.
THEEL, ref. WALLENGREN och CARLGREN, Reseberättelser.....	2.
—, ref. BERGENDAL, Reseberättelse.....	653.
* THORSTENSON, Tvänne nya Calamagrostis- och Carex-hybrider.....	263.
TOLF, Granlemningar i Svenska torfmossor.....	160.
TÖRNEBOHM, ref. MUNTHE och O. NORDENSKIÖLD, Reseberättelser.....	60.
* WIDMAN, Om bildning af dihydrokinazoliner.....	131.
WITTRÖCK, ref. THORSTENSON, Tvänne nya Calamagrostis- och Carex-hybrider.....	229.
— och NATHORST, Utlåtande om förteckning öfver svenska växtnamn....	559.
—, ref. LINDMAN, C. A. M., Reseberättelse.....	560.
— anmälur skänk till Bergianska stiftelsen.....	560.
* ÅNGSTRÖM och PALMER, Le spectre infrarouge de chlor et de l'acide chlorhydrique.....	389.
Sekreterarens årsberättelse.....	301.
AHLSTRAND och GEETE afsked från befattningarna såsom Bibliothekarie och Bibliotheksamanuens.....	328.
DAHLGREN och BERGSTEDT kallade, den förre till Akademiens Bibliothekarie och den senare till Bibliotheksamanuens.....	328.

Ledare af de hydrografiska undersökningarne: PETTERSSON, WYSKANDER och EKMAN .....	503
Med döden afgångne ledamöter: OWEN, 1; DE CANDOLLE, 229; WREDE, KUMMER, 381; SJÖGREN, CHARCOT, 419; ABELIN, 503; GRASHOF, 559; TYNDALL, 653.	
Invalde ledamöter: TIETGEN, 3; KOCH, 230; ÅNGSTRÖM, TSCHESYSCHEW, SCHWENDENER, 561; HEIBERG, VON RECKLINGHAUSEN, 655.	
LETTERSTEDTSKA författarpriset: THEEL, SMITT .....	61
LETTERSTEDTSKA öfersättningspriset: LIDFORSS .....	61
LETTERSTEDTSKA analaget för undersökningar: KLASON .....	61
LETTERSTEDTSKA resestipendiet: WIDE .....	60
LETTERSTEDTSKA släktstipendiet: DE MONTMORT .....	561
FERNERSKA belöningen: OLSSON .....	160
LINDBOMSKA belöningen .....	160
FLORMANSKA belöningen: WIRÉN .....	160
WALLMARKSKA belöningen: ARRHENIUS, EKHOLM, RYDBERG .....	561
BESKOWSKA stipendiet: AURIVILLIUS .....	654
EDLUNDSKA belöningen: FORSLING .....	655
REGNELLS zoologiska gåfvomedel: THEEL, AURIVILLIUS, VON PORAT, FLODERUS, HENNIG .....	561
Reseunderstöd: G. ANDERSSON, JUNGNER, MURBECK, AF KLERCKER, AURIVILLIUS, CARLGREN, WALLENGREN, J. G. ANDERSSON .....	160, 161
Uppmuntran för instrumentmakare: P. M. SÖRENSEN och G. SÖRENSEN .....	230
SCHEELE-fonden öfverlemnad .....	3
Firandet af Akademiens högtidsdag .....	61
Skänker till biblioteket: 3, 26, 57, 61, 76, 130, 161, 192, 230, 248, 300, 323, 328, 360, 378, 382, 396, 416, 420, 438, 454, 472, 496, 504, 556, 562, 570, 650, 655, 632, 698.	

**ÖFVERSIGT**  
**AF**  
**KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS**  
**FÖRHANDLINGAR.**

---

**Årg. 50.** **1893.** **Nº 1.**

---

!                      Onsdagen den 11 Januari.

INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar .....	sid. 1.
BÄCKLUND, En undersökning inom teorien för de elektriska strömmarne >	5.
ABENIUS och SÖDERBAUM, Om några aromatiska tetraketoner .....	> 27.
BRODÉN, Ueber Coincidenzen in zweideutigen Correspondenzen .....	> 45.
Skänker till Akademiens bibliotek .....	sidd. 3, 26, 57.

---

Tillkännagafs, att Akademiens utländske ledamot, f. d. Direktören för naturhistoriska afdelningen af British Museum, Sir RICHARD OWEN med döden afgått.

Friherrarne NORDENSKIÖLD och SKOGMAN afgåfvo infordradt utlåtande med anledning af remiss från Kongl. Ecklesiastik-Departementet å en framställning af Schweiziska regeringen om upprättande och offentliggörande af geografiska bibliografier.

Beslöts att till tryckning befordra en afhandling af Professor P. G. ROSÉN med titel: »Projet de mesure d'un arc de méridien de 4° 20' au Spitzberg».

Med anledning af från Akademien erhållna reseunderstöd hade reseberättelser blifvit afgifna af

Docenten J. C. MOBERG, som anställt undersökning öfver Skånes Kemperbildningar,



Docenten J. F. HEDLUND, som anställt lichenologiska forskningar i Ångermanland och Jemtland,

Docenten H. MUNTHE, som genom undersökningar i Skåne och Öresund fullföljt sina började studier öfver Baltiska hafvets historia,

Filos. Kandidaten O. CARLGREN, som vid Kristinebergs zoologiska station fortsatt föregående undersökningar öfver västkustens Actinior och Hydrozoer,

Filos. Licentiaten O. NORDENSKIÖLD, som utfört en geognostisk studieresa inom Dalarnes porfyrområde.

Hr. THEEL redogjorde för innehållen af dels ofvannämnda reseberättelse af Kandidaten CARLGREN, och dels den vid Akademiens näst föregående sammankomst anmälda reseberättelsen af Filos. Kandidaten H. WALLENGREN.

Friherre NORDENSKIÖLD förevisade fotografier af snökrystaller och rimfrost, tagna af Filos. Kandidaten G. NORDENSKIÖLD, äfvensom en jernmeteorit från Cannon Diablo i Arizona, vägnad 200 kg. och inköpt till Riksmusei mineralogiska afdelning.

Lektor E. JÄDERIN redogjorde för innehållet af den af honom vid Akademiens näst föregående sammankomst inlemnade uppsats om en märklig art af förändringar hos geodetiska längdmättningssträngar.

Hr. GYLDÉN meddelade en uppsats af Observatorn vid Upsala observatorium C. V. L. CHARLIER: »Studier öfver tre kropparsproblemet. II.» (Se Bihang till Vet. Akad. Handl.).

Sekreteraren meddelade för intagande i Akademiens skrifter följande inlemnade uppsatser: 1:o) »Om några grundbegrepp i den mekaniska värmeteorien», af Docenten H. PETRINI (se Bihang etc.); 2:o) »En undersökning inom teorien för de elektriska strömmarne», af Professor A. V. BÄCKLUND;\* 3:o) »On Hydrolysis and the extent to which it takes place in aqueous solutions of salts of strong bases with weak acids», af JOHN SHIELDS (se Bihang etc.); 4:o) »Om några aromatiska tetraketon», af

**Docenterne P. W. ABENIUS och H. G. SÖDERBAUM;\*** 5:o)  
 »Ueber Coincidenzen in zweideutigen Correspondenzen», af Do-  
 centen T. BRODÉN.\*

Komiterade för uppresande af Scheelestoden öfverlemnade till Akademiens förvaltning ett belopp af 3,000 kronor, som blifvit öfrigt af de till stoden insamlade medel, med vilkor, att denna summa skulle bilda en stående fond under namn af *Scheelefonden*, och att den årliga räntan deraf skulle användas till understöd för maktpåliggande undersökningar i experimentel eller farmaceutisk kemi för att under en treårig period disponeras i ordning af Farmaceutiska Institutets styrelse, af Vetenskaps Akademien och till kapitalets förökande.

Genom anställt val kallades Danske Geheime Etatsrådet **CARL FREDERIK TIETGEN** till utländsk ledamot af Akademien.

Följande skänker anmäldes:

#### **Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.**

**Stockholm.** *K. Sjökarteverket.*

Sjökort.  $\frac{1}{100,000}$ . Lit. a2.  $\frac{1}{50,000}$ . A 1—8. F.

— *K. Vitterhets Historie och Antiquitets Akademien.*

Månadsblad. Årg. 19(1890). 8:o.

— *Stadsfullmäktige.*

Berättelse ang. Stockholms kommunalförvaltning. Årg. 23(1890). 8:o.

— *Sabbatsbergs sjukhus.*

Årsberättelse. 13(1891). 8:o.

— *Geologiska föreningen.*

Elsass-Lothringen. Geologische Landesanstalt.

Mittheilungen. Bd. 4: H. 1. 1892. 8:o.

Sachsen. Geologische Landesuntersuchung.

Geologische Spezialkarte, bearbeitet unter Leitung von H. CREDNER.

Bl. 21—22, 36—37, 47, 49, 53, 67—68, 83; Profile durch das Steinkohlenbecken des Planen'schen Grundes. Taf. 1—3, nebst Erläuterungen. 1892. Fol. & 8:o.

Småskrifter. 18 st. 8:o.

— *Svenska Trädgårdsföreningen.*

Tidskrift. Årg. 15(1892). 8:o.

**Lund.** *Universitetet.*

Årskrift. T. 27(1890—91): 1—2. 4:o.

Akademiska afhandlingar och program. 7 st. 4:o.

— *K. Fysiografiska Sällskapet.*

Handlingar. N. F. Bd. 2(1890—91). 4:o.

**Upsala. Universitetet.**

Årsskrift. 1891. 8:o.

Akademiska afhandlingar, program m. m. 24 st. 4:o & 8:o.

**Köpenhamn. De Skandinaviske Naturforskere.**

Forhandlingar. Möde 14(1892). 8:o.

**Adelaide. Public Library, Museum, and Art Gallery of S. Australia.**

Report for 1891—2. Fol.

**Austin. Texas Academy of Science.**

Transactions. Vol. 1: N:o 1. 1892. 8:o.

**Berlin. Entomologischer Verein.**

Berliner entomologische Zeitschrift. Bd. 37(1892): H. 3. 8:o.

**Budapest. K. Ungarische Geologische Anstalt.**

Mittheilungen aus dem Jahrbuche. Bd. 10: H. 1—2. 1892. 8:o.

Földtani Közlöny (Bulletin officiel). Kötet 22: Füz. 5—10. 1892. 8:o.

HOFMANN, K., Geognostische Uebersichtskarte des bakonyer Vulkan-Districtes. Fol.

Katalog der Bibliothek und allg. Kartensammlung. Nachtrag 3. 1892. 8:o.

**Cambridge. University Library.**

CAYLEY, A., The collected mathematical papers. 1892. 4:o.

**Chapel Hill. Elisha Mitchell Scientific Society.**

Journal. Vol. 8(1891): P. 2. 8:o.

**Edinburgh. Royal Society.**

Transactions. Vol. 36(1890—91): P. 2—3. 4:o.

Proceedings. Vol. 18(1890—91). 8:o.

**Ekaterinburg. Société Ouralienne d'amateurs des sciences nat.**

Bulletin. T. 13: L. 1. 1891—92. 4:o.

Otschet. 21(1891). 8:o.

**Freiburg. Naturforschende Gesellschaft.**

Berichte. Bd. 6: H. 1—4. 1891, 92. 8:o.

**Genova. Museo Civico di storia naturale.**

Annali. (2) Vol. 10—11. 1890—92. 8:o.

**Harlem. Société Hollandaise des sciences.**

Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles. T. 25: L. 1—5. 1891—92. 8:o.

**Helsingfors. Finsk-ugriska sällskapet.**

Mémoires. 3. 1892. 8:o.

**Kasan. Universitetet.**

Akademiska dissertationer. 3 st. 8:o.

**Kharkow. Société des naturalistes à l'Université.**

Trudi. — Travaux. T. 23(1889). 8:o.

**Lisboa. Comissão dos trabalhos geologicos de Portugal.**

Comunicações. T. 2: F. 1. 1889. 8:o.

Fauna Silurica de Portugal: DELGADO, J. F. N., Descrição de uma forma nova de Trilobite Lichas (Uralichas) Ribeiroi. 1892. 4:o.

Description de la Faune jurassique du Portugal: LORIOL, P. DE. Ebranchement des Échinodermes. F. 2. 1890. 4:o.

(Forts. à sid. 26.)

## En undersökning inom teorien för de elektriska strömmarne.

Af A. V. BÄCKLUND.

[Meddeladt den 11 Januari 1893.]

Det efterföljande ansluter sig på det närmaste till en uppfattning af de elektriska strömmarnes natur, som jag utvecklat i några uppsatser med titeln: »Bidrag till teorien för vågrörelsen i ett gasartadt medium» i Öfvers. af K. Vet.-Akademiens Förhandlingar för åren 1886, 1887, 1888. I den sista af dessa uppsatser, uppsatsen af den 9 Maj 1888, har jag ganska utförligt redogjort för samtligas innehåll och törhända bör jag allra först hänvisa till denna redogörelse.

1. Angående beskaffenheten af de infinitesimala smådelar, af hvilka ytterst kropparne äro bildade, gör jag fortfarande samma antagande som i nyssnämnda »Bidrag etc.», så att jag anser hvar och en af dessa smådelar för sferisk med en solid kärna och ett yttre skarpt begränsadt atmosfäriskt hölje och äfven förutsätter jag om det omgifvande mediet alltjemt det samma som förut, således att detta är en blandning af en oändligt tunn gas med en ändock jemförelsevis oändligt tunnare osammantryckbar vätska.<sup>1)</sup> När då en trådformig kropp föreligger<sup>2)</sup> och denna genomfäres af förtätade vågor i en riktning och förtunnade vågor i den motsatta och de vågor, som äro af

<sup>1)</sup> Se Öfvers. Maj 1888 s. 307.

<sup>2)</sup> likadan som de kroppar, som betraktats i Öfvers. Maj 1888 art. VI, VII, ss. 315, 316.

samma slag, följa hvarandra på afstånd  $= \sqrt{\varrho_0}$  eller hellre, efter hvarandra, efter tidsförlopp  $= \theta$ ,<sup>1)</sup> passera samma ställe, så hafva dessa två skaror af vågor den effekt på de infinitesimala sfäriska smådelar  $S$ , af hvilka tråden, som jag kallar för  $L$ , består, att hvarje kula  $S$  periodiskt under tiden  $2\theta$  skiftesvis utvidgas och sammandrages på samma gång som dess tyngdpunkt förflyttas åt skiftesvis motsatta håll, — allt i följd af kulorna  $S$ s absorption af de antagna vågorna, hvarförutan dessa kulor ej skulle ändra sina volymer, och sedan i följd af de tryckkrafter, som i det omgivande mediet alstras af nämnda volumändringar. Härvid bör nog märkas, att det, som en kula  $S$  absorberar af de två vågor inne i  $L$ , som närmast efter hvarandra träffa  $S$ , — den ena af dessa vågor är förtunnad och den andra är förtätad, — öfvergår i dels kinetisk energi för  $S$ s tyngdpunkt och dels arbete af  $S$  på det omgivande mediet och då hufvudsakligen i energi för de vågor, som i mediet uppväckas såväl af  $S$ s förflyttning i rummet<sup>2)</sup> som ock af  $S$ s hastigare volumändringar under de små tiderna  $\varepsilon$ , hvilka äro jemförliga med  $\varrho_0 : a$ . Att den volumändring, som  $S$  utför under tiden  $\theta$ , efter det  $S$  träffats af en af de antagna vågorna inne i  $L$ , utgöres af en hastig ändring under en tid  $\varepsilon$  och en oändligt mycket långsammare tillbakagång under en tid  $\theta - \varepsilon$ , det är en följd af  $S$ s sammansättning af solid kärna, atmosfär och dennas skarpa begränsning genom ett jemförelsevis mycket tätt men oändligt smalt lager.<sup>3)</sup> Den hastighet, med hvilken volumändringen sker, betecknar jag, såsom förut, med  $-4\pi m$ . Vid  $S$ s hastigare volumändringar under tiden  $2\theta$  ändras ena gången  $m$  från  $+m_0$  till  $-m_0$ , andra gången från  $-m_0$  tillbaka till  $+m_0$ . Hvar och en af dessa ändringar upptar endast en tid  $\varepsilon$  och den kan dess närmare anses försiggå efter formeln:

<sup>1)</sup>  $\theta = \frac{\sqrt{\varrho_0}}{a}$ ,  $\varrho_0$  = tätheten för det omgivande mediet.

<sup>2)</sup> Öfvers. Apr. 1886 sid. 67, — eller se min afhandling »Zur Wellentheorie gasartiger Mittel» Math. Annalen B. 34 sid. 390, 393.

<sup>3)</sup> Öfvers. Nov. 1887 sid. 549, 554 n:o 43, 45. — Jfr ock »Zur Wellentheorie etc.» sid. 433.

$$(1) \quad m = m_0 \cos n(t - t_0) - \alpha \sin n(t - t_0), \quad \alpha = \frac{n}{2} m_0 \theta,$$

$$\frac{\pi}{n} = \varepsilon = \theta \sqrt{\varrho_0} = \frac{\varrho_0}{a}.$$

Den beledsagas af följande ändring i hastigheten för  $S$ :s tyngdpunkt: <sup>1)</sup>

$$(2) \quad h = -h_0 \cos n(t - t_0) + \kappa H \sin n(t - t_0), \quad H = \frac{n}{2} h_0 \theta,$$

$$\frac{\pi}{n} = \varepsilon = \theta \sqrt{\varrho_0} = \frac{\varrho_0}{a}.$$

Såsom redan antydts, förflyttningen af kulan  $S$  är en följd af de tryckkrafter, som utöfvas på  $S$  såväl af de vågor, hvilka uppstått omkring de andra kulorna  $S$  i  $L$  tillfölje af ändringarna af deras  $m$ , som äfven af partierna af mediet utanför vågorna.

2. Energien för den rörelse, som uppväckes i det yttre mediet under en tid  $2\theta$ , erhålles af satsen:

»tillväxten i energi under en gifven tid är lika med arbetet under samma tid af tryckkrafterna på mediets gränsyta.»

Med den i Öfvers. Dec. 1886 sid. 327 n:o 22 angifna räkningen finna vi för tillväxten af mediets potentiella energi under tiden  $2\theta$  formeln:

$$AP = \frac{1}{2} a^2 \iiint \sigma^2 \varrho dx dy dz,$$

hvarest integrationen skall utsträckas öfver alla de vågor, som under tiden bildats, och för tillväxten i lefvande kraft under samma tid få vi formeln:

$$AT = \frac{1}{2} \varrho_0 \iiint \psi \frac{\partial \sigma}{\partial t} dx dy dz,$$

då äfven här integrationen utsträcket öfver alla de nybildade vågorna. Med  $\psi$  förstås härvid hastighetsfunktionen och med  $\sigma$  förtätningen:

$$\sigma = -\frac{1}{a^2} \frac{\partial \psi}{\partial t}.$$

<sup>1)</sup> Öfvers. Nov. 1887 sidd. 550, 551.

Nu är

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \alpha^2 \mathcal{A}^2 \psi$$

och speciellt är för hvarje af våra vågor  $\psi$  af formen:

$$\frac{\psi(r - at)}{r} + U,$$

när med  $r$  betecknas afståndet från vågens centrum och  $U$  är en viss potential af yttre massor. Men då blir, såsom vi lätt se efter substitution af värdet för  $\sigma$  och efterföljande partiel integrering, den del af  $\mathcal{A}T$ , som hänför sig till en enda isolerad våg, lika med:

$$\frac{1}{2} \alpha^2 \iint \sigma^2 q r^2 dr d\bar{\omega} + \frac{1}{2} \alpha q_0 \iint \frac{\partial(Ur)}{\partial r} \sigma r dr d\bar{\omega}.$$

Af värdena (1) och (2) för  $m$  och  $h$  sluta vi, att hvar och en af de föreliggande vågorna består till den ojemförligt största delen af ett förtunnadt lager och ett förtätadt med numeriskt samma värden för  $\sigma r$ . Häraf skulle följa, att, om  $\frac{\partial}{\partial r}(Ur)$  vore konstant för alla punkter i vågen, den sista integralen tillnärmelsevis skulle försvinna. Nu är  $\frac{\partial}{\partial r}(Ur)$  ej konstant för vågen och varierar ej heller kontinuerligt för den, men varierar dock vid en passage tvärs genom vågen icke annorlunda, än att vi af den teckenförändring, som  $\sigma r$  lider vid passagen, kunna sluta, att den ifrågavarande integralens värde blir försvinnande litet i förhållande till den första integralens. Vi ha vidare:

$$\psi = \frac{m}{r} - \frac{1}{2} h r_1^3 \frac{\cos rh}{r^2} + U', \quad ^1)$$

<sup>1)</sup> På detta sätt uttrycka vi  $\psi$  när särskildt det gäller att beräkna energien för en våg, emedan detta är vid  $S$  värdet på  $\psi$  och det egentligen är fråga om  $\iint p \, dS$ . Eljest, för andra ändamål, såsom för problemet i Öfvers.

Nov. 1887 sid. 551 n:o 44, skola vi bruka  $\frac{m}{1 - \frac{h}{\alpha} \cos rh}$  i st. f.  $m$  (och

då  $r$  räknas ut från vågens medelpunkt, som äfven är medelpunkt för en kula  $S$ . Här af följer, att för punkter på ändligt afstånd från denna kula  $S$  kommer, när man sätter, såsom jag på annat ställe gjort <sup>1)</sup> och som det fins anledning till,  $h_0$  af samma storleksordning som  $\varrho_0^{-\frac{1}{3}}$ , deremot  $m_0$  af samma storleksordning som  $\varrho_0^2 \varrho_0^{-\frac{1}{6}}$ , hastighetsfunktionen  $\psi$  att blifva tillnärmelsevis

$$\frac{m}{r} + U',$$

hvarest  $U'$  härrör från de andra kulorna  $S$ . Vi få då sätta i formlerna ofvan:

$$\Psi = m, \quad U = U'$$

och dermed bekomma vi

$$\Delta T = \Delta P = 2\pi \frac{\varrho_0}{a} \sum_i \int_{(2\theta)} \left( \frac{\partial m_i}{\partial t} \right)^2 dt,$$

följaktligen, emedan  $m$  har värdet (1) och vi ha att räkna med två vågor från hvarje  $S$  under tiden  $2\theta$ :

$$(3) \quad \Delta(T + P) = \frac{\pi^2}{\varrho_0} \sum_i m_i^0{}^2.$$

3. Såsom  $i$  definierats i Öfvers. Nov. 1887 sid. 555, blir

$$(4) \quad \sqrt{2\pi\varrho_0 x} \sum m_0 \frac{h_0}{a} = ids,$$

då summeringen utsträcker öfver alla punkter  $S_1$  i ett tvärsnitt af  $L$ . En partikel i  $L$  betecknas då vechselvis med  $S_1$  eller  $S'_1$ ,

äfven  $\frac{h}{1 - \frac{h}{a} \cos kr}$  i st. f.  $h$ ). — Alltid ha vi betraktat den våg, vi få af

$S$ :s volumändring, när  $S$  rör sig, såsom sammansatt af sferiska elementarvågor (Öfvers. Apr. 1886 sid. 69). Den föregående integralen  $\iiint \sigma^2 \varrho dx dy dz$  blir summan af de till de särskilda elementarvågorna hörande integralerna af samma form. För hvar och en af dessa elementarvågor gäller det, att  $\sigma$  är konstant, oberoende af tiden. Derfor blir ock det uttryck, vi erhålla för energien, konstant, såsom à priori inses vara nödvändigt.

<sup>1)</sup> »Zur Wellentheorie etc.» sid. 435.



allteftersom den våg, den utskickar till punkten  $S_2$  utanför  $L$ , härrör från partikeln hastigare volumökning eller volumminskning. Med  $ds$  har betecknats afståndet mellan två konsekutiva  $S_1$  i  $L$ :s längdaxel. Äfven har jag antagit kontakt från och till mellan partiklarna i  $L$  och om det först är vid kontakten som  $h$  ändras, så kan man skriva  $ds = 2h_0\theta$  och bekommer då af (4):

$$\sqrt{2\pi\varrho_0\kappa} \sum m_0 = 2ia\theta,$$

eller, om vi ha  $\mu$  punkter  $S_1$  i tvärsnittet af  $L$ :

$$m_0 = \frac{2ia\theta}{\mu\sqrt{2\pi\varrho_0\kappa}}.$$

Enligt (3) blir då energien af de vågor, som under tiden  $2\theta$  utsändas från ett stycke af  $L$  med  $\nu$  kulor  $S_1$  längs trädens längdaxel, lika med

$$(5) \quad 2\lambda i^2\theta,$$

om

$$\lambda = \frac{2\pi^4 a}{\kappa\varrho_0\sqrt{\varrho_0}} \frac{\nu}{\mu}.$$

4. För att kulorna  $S$  skola fortfara med samma rörelse, måste de alltså hvarje tid  $2\theta$  absorbera af de förtunnade och förtätade vågorna inom  $L$  en energi  $2\lambda i^2\theta$ , som de sedan skola öfverföra till det yttre mediet, nämligen till den vågrörelse, hvilken, så som förut beskrifvits, de alstra omkring sig. De enkla vågorna inom  $L$  behöfva således nu hvarje tid  $2\theta$  delvis förnyas, nämligen hvarje vågskara förnyas under denna tid med energien  $\lambda i^2\theta$ .

5. Ha vi två trådar  $L_1$  och  $L_2$ , af hvilka den första är stilla och liksom den nyss betraktade tråden  $L$  genomfäres af en ström, — kunna vi säga, — med intensiteten  $i$ , deremot den andra tråden,  $L_2$ , från början är utan strömning och rör sig från eller mot  $L_1$ , från ett hviloläge till ett annat, så induceras af rörelsen strömning i  $L_2$ , enligt hvad i Öfvers. Febr. 1888 sid. 110 n:o 55 visats. Dock antogs i n:o 55, att  $L_2$  genomfarits förut af förtunnade och förtätade vågor i båda riktningar

såsom om två motsatta strömmar hade gått fram derigenom. Men i sjelfva verket qvarlemnas dylika två par af vågskaror inom  $L_2$  af de vågor af nyss omtalta slag, som komma från  $L_1$  och som äro alstrade af dess kulor  $S$ :s hastigare volumändringar. Vi antaga, att strömningen hålles konstant i  $L_1$  och kunna då anmärka följande om användningen af det arbete af främmande yttre krafter, som behöfts för att förflytta  $L_2$ . Hvarje kula  $S_2$ , som tillhör  $L_2$ , bekommer under en tid  $2\theta$  en förflyttning, hvilken vi uppdelar i två komponenter, en, som vi kalla  $aa'$  under en tid  $\theta$  och  $a'a''$  under nästa tid  $\theta$  och hvilken är den förflyttning, som  $S_2$  skulle ha under tiden  $2\theta$  i fall  $S_2$  vore fast förbunden med  $L_2$ ; den andra komponenten skall under den första tiden  $\theta$  vara  $a'b'$  och under den andra tiden  $\theta$  vara  $b'a'$ . Detta är  $S_2$ :s under tiden  $2\theta$  försiggångna förflyttning fram och tillbaka längs  $L_2$ :s längdaxel. I nyss citerade n:o 55 har jag skildrat denna senare rörelses uppkomst. Vid båda rörelserna absorbera kulorna  $S_2$  åtskilligt af vågorna från  $L_1$  och ändra dermed periodiskt sina volumer. Till den första rörelsen hör emellertid en vida oansenligare volumvariation hos  $S_2$  än till den andra rörelsen. Ty den volumvariation hos  $S_2$ , som skall betraktas såsom speciellt tillhörande den första rörelsen, är ingen annan än den som uppkommer, äfven när  $L_2$  är stilla, af  $L_2$ :s uppvärmning genom vågor från  $L_1$ . Deremot är den till den andra rörelsen hörande volumförändringen hos en  $S_2$  beroende af  $S_2$ :s rörelse utåt  $L_2$ :s längdaxel och är större än den förra på grund deraf att, när  $S_2$  har en hastighet  $h$  i den riktning, i hvilken en våg fortplanter sig öfver  $S_2$ , vågens passagetid öfver en punkt på  $S_2$  förhåller sig till dess passagetid, när  $S_2$  står stilla, som  $a : a - h$ <sup>1)</sup> och likaså qvantiteterna, energierna af hvad som absorberas af vågen vid dessa båda tillfällen, ha till hvarandra samma proportion.<sup>2)</sup> Bemärkas bör härvid, att, så som  $S_2$ :s rörelse utåt  $L_2$ :s längdaxel uppkommit, blir  $h$ :s variation särskildt betydlig då  $m_2$  varierar. — Det arbete, som utträttas på

<sup>1)</sup> Öfvers. Apr. 1886 n:o 18. — »Zur Wellentheorie etc.» sid. 395.

<sup>2)</sup> Öfvers. Mars 1887 sid. 116. — »Zur Wellentheorie etc.» sid. 418.

$S_2$  under tiden  $2\theta$  af de tryckkrafter, hvilka härflyta från rörelsen hos  $L_1$ :s infinitesimala kulor  $S$ , dela vi upp i två delar, i arbetet under förflyttningen ( $aa'$ ,  $a'a''$ ) och arbetet under förflyttningen ( $a'b'$ ,  $b'a'$ ). Vi böra härvid ej förgäta, att under de betraktade två tiderna  $\theta$  har  $m_2'$  motsatta tecken. Emellertid kommer naturligtvis en del af det främmande yttre kraftarbetet att användas blott och bart till upphäfvande af kraftarbetet af det först nämnda slaget, det som tillhör sådana förflyttningar som  $aa'$ ,  $a'a''$ . Den energi, som hos det yttre mediet träder i stället för detta dess negativa arbete, bekommer det genom sådana vågor, som alltid åtfölja  $S_2$ :s translationer och hvilka jag omnämnt i Öfvers. Apr. 1886 sid. 67 n:o 17 och i »Zur Wellentheorie etc.» sid. 393. Det är således i dessa vågors energi som den i fråga satta delen af det främmande yttre kraftarbetet öfverförts. Den andra delen åter af de främmande krafternas arbete är omsatt i det positiva arbete, hvilket mediets tryckkrafter uträtta på kulorna  $S_2$  vid deras förflyttningar  $a'b'$ ,  $b'a'$  etc. utåt  $L_2$ :s längdaxel. Detta senare arbete är, såsom jag redan anmärkt, förbundet med en betydande absorption från  $S_2$ :s sida af vågor inom  $L_2$ . Och den energi, som härvid  $S_2$  fått, användes till tyngdpunktsrörelser<sup>1)</sup> och till volumförändringar af  $S_2$  samt återkommer sedan till det yttre mediet med de vågor, som enligt föregående n:o dervid bildas omkring  $S_2$ . Alltså, kulorna  $S_2$  och det yttre mediet ha tillsammans fått en energi lika med det främmande yttre kraftarbetet, men speciellt har härvid ett visst kraftarbete från  $L_1$ , nämligen det nyss omnämnda positiva tryckkraftsarbete på  $S_2$  blifvit omsatt i energi för vågor från  $L_2$ , så att det arbete af det förra slaget, som utförts under en tid  $2\theta$ , är redan i nästa tid  $2\theta$  förbrukadt till sådana vågor. Nu följer af satsen i Öfvers. Febr. 1888 sid. 113 n:o 55 genom direkt uträkning af de elektromotoriska krafternas arbete, att det arbete, som af krafterna från  $L_1$  uträttas

<sup>1)</sup> Den kinetiska energien hos en  $S_2$  förvandlas vid dess kontakt med en följande  $S_2$  delvis till volumoscillationer af båda punkterna, delvis till sådana vågrörelse utomkring, hvarom ofvan mer än en gång genom citat af Öfvers. Apr. 1886 sid. 67 erinrats.

på kulorna  $S_2$  vid deras förflyttningar under tiden  $2\theta$  utåt  $L_2$ :s längdaxel är lika med

$$-\int_{(2\theta)} i' \frac{dW}{dt} dt,$$

när vi skriva

$$W = 8i \int_{L_1} \int_{L_2} \cos Rds \cos Rds' \frac{ds ds'}{R}$$

och med  $i$  beteckna intensiteten af strömmen i  $L_1$ , med  $i'$  intensiteten af den inducerade strömningen i  $L_2$  samt med  $ds'$  linieelementet af  $L_2$ :s längdaxel. Vi veta af n:o 3 ofvan (uttrycket (5)), att energien af den här ofvan senast nämnda, från  $L_2$ :s kuler  $S_2$  utgående vågrörelsen under tiden  $2\theta$  är

$$2\lambda' i'^2 \theta,$$

om  $\lambda'$  betyder för  $L_2$  detsamma som förut  $\lambda$  har betydt för  $L$ . Alltså måste, efter hvad vi nyss nämnde:

$$2\lambda' i'^2 \theta = -\int_{(2\theta)} i' \frac{dW}{dt} dt$$

eller, som är detsamma:

$$(6) \quad \lambda' i' = -\frac{dW}{dt}.$$

6. Om  $L_2$  står stilla liksom  $L_1$ , men intensiteten af strömmen i  $L_1$  ändras, så uppkommer en ny vågrörelse från punkterna  $S$  i  $L_1$  och deraf följer, såsom närmare förklarats i Öfvers. Febr. 1888 sid. 113 n:o 57, att strömning induceras i  $L_2$  och att, om  $i'$  är intensiteten af denna strömning, de tryckkrafter, som följa med vågorna från  $L_1$ , utöfva på kulorna  $S_2$  i  $L_2$  ett arbete under tiden  $2\theta$  lika med

$$-i' \frac{dW}{dt} 2\theta.$$

Detta arbete beledsagas af en minskning af det yttre mediets energi och denna minskning ersättes igen af de från den nya

rörelsen hos punkterna  $S_2$  härflytande vågrörelserna kring dessa samma punkter. Dessa vågrörelsers energi är åter enligt  $n \approx 3$  ofvan lika med  $2\lambda'v'^2\theta$ ; följaktligen få vi nu såsom i det förra fallet:

$$(7) \quad \lambda'v' = - \frac{dW}{dt}. \quad -$$

Jemföra vi equationerna (6) och (7) med de formelt lika, genom experimenten väl pröfvade, välbekanta equationerna från W. WEBERS teori för de elektriska induktionsströmmarne, så se vi, att  $\lambda'$  skall betyda motståndet hos  $L_2$ . Det uttryck, för hvilket  $\lambda$  ofvan står som förkortning, är också i hufvudsak af samma form som det uttryck, hvilket i W. WEBERS teori definierar motståndet.

7. En magnetisk kropp innehåller efter AMPÈRE ett helt system af infinitesimala elektriska ovalströmmar. Att sådana kunna framkallas af en yttre ström, inses på följande sätt. Antag att en kropp föreligger, som är sammansatt af punktkulor  $S$ , af hvilka visserligen de på kroppens yta äro, åtminstone periodiskt, i kontakt med hvarandra, men de i kroppens inre äro skilda åt, och antag vidare, att kroppen omkretsas af en yttre elektrisk ström. Då komma vågorna från denna ström, d. v. s. vågorna från punkterna  $S$  i strömledaren, att vid sin passage genom kroppen försätta dess punkter  $S$  i volumoscillationer och genom de tryckkrafter, som här af frambringas, blifva dessa senare punkter  $S$  sammanförda gruppvis till partiklar<sup>1)</sup> på samma gång som strömmar induceras omkring de nya par-

<sup>1)</sup> Observera, att, om en våg från en volumoscillation af en punkt  $S$  träffar en annan punkt  $S$  just då dess volum utför den *likartade* volumoscillationen, så blir följden den att den förste punkten attraherar den andre; eljest repelleras denne andre punkt af den förste. Se Öfvers. Jan. 1886 sid. 23. Härtill kommer ock en kraft härrörande från tyngdpunkts hastigheterna för de två  $S$ , som blir dess mera betydande ju närmare dessa punkter komma till hvarandra och betydande äfven då tyngdpunkterna blott oscillera korta vägstycken. Se »Zur Wellentheorie etc.» noten på sid. 377 samt sid. 407.

tiklarna, strömmar, som uppkommit af liknande anledning som den ström i  $L_2$  hade, hvilken i föreg. n:o betraktades. Antaga vi nu vidare, att de nya partiklarna ha fått en cylindrisk form och att de punkter  $S$ , af hvilka de bestå, äro till ojemförligt största antalet fria från hvarandra, så skola vi rasonnera om samtliga strömmarnes verkan på hvarandra ungefär så här: Krafterna mellan två strömmar äro de samma som krafterna mellan punkterna  $S$  i strömledarne och rörelsen hos punkterna  $S$  i kroppens partiklar måste förändras tills rörelsen bekommit en stationär karakter. Stationär blir emellertid rörelsen först när samtliga strömmarne bekommit i öfvervägande grad samma riktning som den först gifna yttre strömmen har och detta sker derigenom att två närliggande partiklar vid sin kontakt med hvarandra<sup>1)</sup> vexla sinsemellan sina strömmar. Ett dylikt utbyte af strömmar, d. v. s. af vågor, uppkommer deraf att en våg fortplantar sig så nära rätlinigt som möjligtvis ske kan för de hinder den möter, och just då de två partiklarna komma i kontakt, hvilket sker längs en rätlinig generatrice eller längs en strimma, som i hela sin utsträckning går mycket nära en generatrice, försiggår denna utvexling af vågor,<sup>2)</sup> men den upprepas icke, ty, när kontakten är fullbordad, förhålla sig punkterna  $S$  vid kontaktsstället såsom inre mera stillastående punkter och vi bekomma också efteråt vågor omkring de båda partiklarna tillsammans såsom om de utgjorde en enda sammanhängande kropp.

Resultatet af samtliga strömmarnes verkan på hvarandra blir därför en omkastning i riktningen för strömmarne omkring partiklarna utan att dessa partiklar vridit sig eller ens ändrat medellägena för sina punkter  $S$ . Men efteråt bilda partiklarna en enda i de inbördes beröringsstrimmorna beständigt samman-

<sup>1)</sup> Kontakten förorsakas af de i föreg. not anmärkta krafterna och icke minst af de krafter af det der sist nämnda slaget, hvilka hänföra sig till de parallelt med den cylindriska partikelns axel försiggående oscillationerna af densamma partikelns punkter  $S$ .

<sup>2)</sup> Afbrytes kontakten, så få vi nytt utbyte af vågor och således de första vågorna tillbaka, — förutom hvad för nya vågor, som kunna härröra från den yttre källan till kontaktsafbrottet, som kan vara en ny yttre ström. Se nästföljande n:o.

hängande komplex eller förhålla sig åtminstone i afseende på sina strömmar så som om de beständigt vore förenade.<sup>1)</sup>

8. Nya vågor försvaga eller förstärka eller i allmänhet störa effekten af vågorna från den förra yttre strömmen, de störa sålunda den nämnda partikelbildningen i det de i allmänhet förorsaka en rubbning af de förut bildade partiklarna såväl i afseende på deras relativa lägen som i afseende på de relativa lägena af punkterna *S* i samma partikel, de förorsaka särskildt en mer eller mindre öfvergående rubbning af kontakten mellan partiklarna. Kroppen ändrar dermed graden af sin magnetism.

9. Äfven är det fall väl att beakta, då de i n:o 7 först omtalta partiklarna icke äro cylindriska utan heldre sferiska, så att det endast blir i en punkt som två partiklar ingå beröring med hvarandra. Då kan icke mellan partiklarna ett sådant utbyte af vågor komma till stånd som det förut beskrifna och kroppen således ej af den yttre strömmen göras till en mer eller mindre beständig magnet. Men de strömmar, som kroppen nu bekommit omkring sina partiklar vid den yttre strömmens uppkomst, kunna på grund af sina banors litenhet bevaras en tid bortåt, om ej den yttre strömmen upphör, och kroppen visar sig då diamagnetisk. Naturligtvis kommer kroppen, i fall den är lätt vridbar kring en punkt, att vridas af den yttre strömmen, men dervid ändra strömmarne omkring de sferiska partiklarna icke sin riktning i rummet. Ty vågorna kring en sferisk partikel framgå oberoende af partikeln rotation kring medelpunkten. Härpå beror det, att en kort nålformig kropp af ett diamagnetiskt ämne skall, när den placeras horisontalt mellan de två polerna till en horisontal elektromagnet, ställa sig vinkelrätt mot polernas sammanbindningslinie. De af magneten inducerade strömmarne i den diamagnetiske kroppen stå nämligen med sina plan i det närmaste vinkelrätt mot nämnda sammanbindningslinie och emedan dessa plans riktning ej förändras vid nålens

<sup>1)</sup> I Öfvers. Maj 1888 sid. 305 n:o 59 betraktade jag en kropp, sammansatt af lätt vridbara, från hvarandra skilda, cylindriska partiklar, och anmärkte, huru genom en yttre ström denna kropp skulle tänkas blifva magnetisk.

rörelse och de inducerade strömmarne ha motsatt riktning mot strömmen i elektromagneten, så blir det nämnda läget af nålen att beteckna som ett stabilt jemvigtsläge, hvarvid krafterna från magnetens båda poler på de uppväckta små ovalströmmarne motverka hvarandra. När den yttre strömmen [d. ä. i det sist betraktade fallet magneten] aflägsnas, så upphävas de nämnda ovalströmmarne af nyinducerade strömmar af motsatt riktning.

10. Skulle kroppens samtliga punkter  $S$  mera beständigt ligga intill hvarandra,<sup>1)</sup> så att det t. ex. på sin höjd är under tider jemförliga med  $\varepsilon = \rho_0 : a$  som en af dessa  $S$  är att räkna för oafbrutet fri, så kan ingen strömning och således ingen magnetism uppväckas i kroppen af yttre strömmar, — i fall ej dessa yttre strömmar kunna lossa punkterna  $S$  från hvarandra, så att sedan räsonnementet i n:o 7 kan på dem användas.

11. Vi föreställa oss en sferisk kropp och dessutom en elektrisk ovalström mycket långt borta derifrån och i ett plan. som går genom sferens medelpunkt. Vi antaga, att  $M$  är ovalströmmens magnetiska moment, hvilket är lika med momentet af det magnetiska polpar, hvarmed strömmen kan ersättas. Med  $A$  beteckna vi strömmens afstånd från den gifna sferiska kroppens medelpunkt och räkna  $A$  till riktningen ut från denna senare punkt. Riktningen af ovalströmmens magnetiska axel beteckna vi med  $J$ . Enligt hvad nyss antogs är vinkeln  $JA$  lika med  $90^\circ$ . Då blir, när kroppen är af det i n:o 7 angifna slaget, dess magnetiska jemvigtsstillstånd sådant som om på kroppens yta ett enkelt magnetiskt lager vore utbredd med yttätheten:

$$(8) \quad -\frac{3}{4\pi} \frac{M}{A^3} \cos rJ \left( 1 + 5 \frac{a'}{A} \cos rJ \right),$$

i fall med  $a'$  förstås radien till kroppens yta och med  $r$  radius vectorn från ytans centrum till den punkt, för hvilken yttätheten skall bestämmas. Nu bekommer nämligen den magnetiska potentialen af alla strömmarne tillhopa för alla punkter i den

<sup>1)</sup> En sådan kropp betraktades i Öfvers. Febr. 1888 sid. 105 n:o 51.



föreliggande kroppens inre, så som för jemvigt fordras, ett och samma värde, nämligen noll. Kroppen blir tillnärmelsevis likformigt magnetiserad. Dess magnetiska moment blir:

$$M \frac{a'^3}{A^3}$$

och dess magnetiska axel får den mot  $J$  motsatta riktningen.

12. Antag åter, att den kropp, som föreligger, har en kärna med ett hölje af närmast samma karakter som kroppen i n:o 10; antag, att kärnan liksom äfven det öfriga af kroppen utanför höljet är så beskaffad som sferen i föreg. n:o och antag slutligen, att såväl den nu föreliggande kroppens yta är en sfera som att kärnan och höljet äro sferiska och till och med koncentriskas med ytan. Då kunna vi af det nyss utvecklade förstå, att, i fall höljets bredd är en i förhållande till radien för kroppens kärna liten storhet, det magnetiska sluttillstånd, som af den alltjemt antagna yttre och mycket långt bort belägna ovalströmmen åstadkommes hos kroppen, är tillnärmelsevis bestämdt af tre enkla magnetiska lager, af hvilka lagret (8) är det första, det andra ett lager med yttätheten:

$$(9) \quad + \frac{3}{4\pi} \frac{M}{A^3} \cos rJ \left( 1 + 5 \frac{a''}{A} \cos rA \right),$$

liggande på kärnans höljes större yta, hvilkens radie jag betecknar med  $a''$  och det tredje lagret ett på kärnans yta, hvilkens radie jag vill kalla för  $a'''$ , med yttätheten:

$$(10) \quad - \frac{3}{4\pi} \frac{M}{A^3} \cos rJ \left( 1 + 5 \frac{a'''}{A} \cos rA \right).$$

Tillnärmelsevis blifva både kärnan och det sferiska lagret utanför kärnans hölje likformigt magnetiska; i kärnan är magnetismen i jemvigt; inom lagret utanför höljet är åter icke fullkomligt jemvigt, ty en magnetisk partikel der afficieras af höljet såsom om det vore magnetiskt med ett moment:

$$\frac{M}{A^3} (a''^3 - a'''^3),$$

men också endast häraf. En kropp i det nämnda lagret utanför höljet, — detta lager vilja vi beteckna som den gifna sferiska kroppens athmosfer, — erhåller magnetism, d. v. s. elektrisk strömning, inducerad endast från (9) och (10), ej från (8) eller ovalströmmen utanför, ty den magnetiska potentialen af (8) och ovalströmmen tillsammans är konstant noll för alla punkter innanför sferen med radien  $a'$ .

Naturligtvis existera icke lagren (8), (9), (10) såsom verkliga lager, utan det är den betraktade kroppens athmosfer och kärna som ha sina partiklar omkretsade af elektriska strömmar, så att partiklarna förefalla magnetiska, och detta på det vis som nyss nämdes, d. v. s. så att kroppens verkan både utåt och inåt blir precis lika med den verkan, som dylika lager utöfva.

Vi ha också ansett, att, om i kroppens athmosfer inskjutes en ny kropp af jemförelsevis små dimensioner och denna ej upptager i sig någon del af de athmosferiska partiklarna, utan endast undanskjuter dem, linierna för de magnetiska axlarna till dessa partiklar komma att böja sig omkring den inskjutna kroppen, och då blir det endast af de magnetiska lagren (9) och (10) som densamma kan afficieras.

13. Med  $S$  vill jag beteckna den yttre ovalströmmen. Kroppen med den inre sferiska kärnan med dennas hölje och den omgifvande athmosferen vill jag kalla för  $P$ .  $P$  är då lik en af de punkter  $S$ , af hvilka ytterst kropparne antagits bildade. Ty såväl  $P$  som hvarje  $S$  utgöres af en mera solid sferisk kropp med en denna omgifvande skarpt begränsad athmosfer. — När  $a'' - a'''$  är mycket litet i förhållande till  $a'$ , blir  $\bar{S}$ 's verkan på  $P$  att uppfatta såsom bestående nästan ensamt af  $\bar{S}$ 's verkan på det enkla magnetiska lagret (8) på yttersidan af  $P$ 's athmosferiska hölje. För öfrigt, när det gäller att bestämma, huru  $P$  verkar på yttre magneter, kan man tillnärmelsevis anse  $P$  för likformigt magnetiserad och besittande det magnetiska momentet:

$$M \frac{a'^3}{f^3} \left( 1 - \frac{a''^3 - a'''^3}{a'^3} \right). -$$

En magnetisk kropp af det vanliga slaget skulle i analogi härmed vara att betrakta som genomdragen af ett eller flera lager, hvart och ett af jemförelsevis obetydlig bredd ( $a'' - a'''$ ) och omottagligt för magnetisk inverkan. —

Hela tiden ha vi antagit, att  $\bar{S}$  och  $P$  stå stilla och att vinkeln  $\mathcal{J}\mathcal{A}$  är  $90^\circ$ .

14. Låtom oss nu antaga, att  $P$  rör sig i en cirkulär bana kring  $\bar{S}$  medan fortfarande  $\mathcal{J}\mathcal{A} = 90^\circ$ . Låtom oss ock antaga, att  $P$  roterar uniformt omkring en axel  $J'$  genom medelpunkten. När  $P$ 's kärna vunnit en mera solid konsistens, så att de ofvan nämnda, af vågorna från  $\bar{S}$  bildade, af punkter  $S$  bestående cylindriska partiklarna med sina omgifvande elektriska strömmar ömsesidigt så qvarhålla hvarandra, att endast jemförelsevis små variationer af deras relativa lägen kunna komma till stånd, så har kärnan bekonnit en mera permanent magnetisk karakter med magnetiska axeln ( $J''$ ) fast i kärnan. Men för att ett sådant tillstånd skall mera orubbadt bevaras, måste det magnetiska inflytandet på kärnans inre vara reduceradt till ett minimum. Man får äfven för de andra delarne af  $P$  det magnetiska inflytandet som minst, när  $P$ 's magnetiska tillstånd är sådant, att det kan uttryckas genom de följande tre magnetiska lagren: på sferen med radien  $a'$ , det är  $P$ 's yta, ett lager med yttätheten:

$$(11) \quad -\frac{3}{4\pi} \frac{M}{a^3} \cos rJ,$$

då vi försumma termer af samma storleksordning som den andra termen i uttrycket (8), — och vidare, med samma grad af approximation, på sferen med radien  $a''$ , d. v. s.  $P$ 's kärnas fasta höljes större yta, ett lager med yttätheten:

$$(12) \quad +\frac{3}{4\pi} \frac{M}{a^3} \cos rJ''$$

samt på det samma fasta höljets mindre yta, d. ä. sferen med radien  $a'''$ , ett lager med yttätheten:

$$(13) \quad -\frac{3}{4\pi} \frac{M}{a^3} \cos rJ''.$$

Olikheten mellan riktningarna  $J''$  och  $J$  i uttrycken (11) samt (12) och (13) innebär, att det athmosferiska lagret hos  $P$  fått af rotationen kring  $J'$  sina partiklar förskjutna och dess orubbligare förbundna med  $P$ 's kärna, ju längre från athmosferens yttersta gräns de ligga.

För en punkt i  $P$ 's kärna blir nu den magnetiska potentialen af alla strömmarne tillhopa lika med noll; kärnans magnetism får nära på öfverallt konstant intensitet och konstant axelriktning; medan  $P$  roterar, kommer det magnetiska tillståndet inom  $P$ 's athmosfer att betydligt variera, men vi få endast från lagren (12) och (13) magnetisk verkan på en i  $P$ 's athmosfer inskjuten främmande kropp, ty  $\bar{S}$ 's verkan på denna kropp är upphäfd af lagret (11).

15. Då vi försumma sådana termer som  $\frac{Ma'}{A^4}$ , försumma vi äfven den del af  $P$ 's verkan på en magnetisk partikel i dess athmosfer, som särskildt beror af  $P$ 's rotationshastighet och  $P$ 's rörelse kring  $\bar{S}$ . I ett fall är det lätt att supplera denna brist. När nämligen  $J'$  och  $J''$  ha konstant samma riktning som  $J$ , få vi, efter uttrycken (9) och (10) för de magnetiska lagren på  $P$ 's kärnas omagnetiska hölje, den magnetiska potentialen af  $P$  och  $\bar{S}$  tillsammans i afseende på enhetsmängden positiv magnetism, placerad i en punkt, som åtföljer  $P$  i dess rörelse och som befinner sig i  $P$ 's athmosfer och är på afståndet  $r$  från  $P$ 's medelpunkt, lika med:

$$\frac{M a''^3 - a'''^3}{A^3} \frac{1}{r^2} \cos rJ + \frac{3M a''^3 - a'''^3}{A^4} \frac{1}{r^3} \cos rJ \cos r / .$$

Det blir särskildt den sista termen som varierar med  $P$ 's rörelse. — Men vi ha då antagit  $J, J', J''$  parallela samt  $\widehat{JA} = 90^\circ$ .

16. Vilja vi förlikna jorden vid en kropp  $P$  och solen vid en kropp  $\bar{S}$ , så blir det nödvändigt att äfven fästa afseende vid olikheten i riktning mellan  $J, J', J''$ .  $M$  skulle emellertid nu betyda solens och

$$M \frac{a''^3 - a'''^3}{A^3}$$

jordens magnetiska moment. Värdet för det senare kunna vi efter GAUSS skriva lika med

$$10^{26,931}$$

i cm-gr-sek-måttet. Men huru stort skall värdet för  $a''^3 - a'''^3$  eller hvilket värdet för  $M$  vara? Vi antaga, att magnetismen hos solen är alstrad af ensamt den energi, hvilken uppstått af solpartiklarnes sammanslutning till ett helt, i det vi anse, att de vågor, som parallelt med solens equator omkretsa solens partiklar och enligt det föregående just göra solen magnetisk, äro bildade af samma vågor, som i det medium, som omgifver solpartiklarna, uppkommit vid dessas sammanstötning, derigenom att hastigheterna ändrats. Men det är lätt att beräkna beloppet af den energi, som tillhör de på detta vis uppkomna vågorna. Den blir helt enkelt solens NEWTON'ska potential i afseende på sig sjelf. Partiklarna ha då antagits besitta de i Öfvers. Juni 1887 n:o 38 sid. 354, 355 anmärkta oändligt korta samtidigt försiggående oscillationerna och det yttre mediet har antagits bestå af en gas med oändligt liten täthet ( $= \rho$ ) och en osammantryckbar vätska med jemförelsevis ännu mindre täthet ( $= \rho_0^2$ ). Den nämnda potentialens värde är

$$(14) \quad \frac{3}{5} \frac{m^2}{R} f,$$

då med  $m$  förstås solens massa, med  $R$  solens radie och med  $f$  attraktionen mellan enhetsmassorna på enhetsafståndet, alltså ungefär

$$(14') \quad 10^{48,37}$$

Erg.

Den magnetiska energien hos solen är åter de nämnda molekularströmmarnes potential i afseende på sig sjelf, således

$$(15) \quad \frac{4}{3} \pi \cdot \frac{M^2}{v},$$

när med  $v$  betecknas solens volum.

Nu är dock (14) ett för stort värde för beträffande energi, ty de vågor, om hvilka varit tal, qvarhållas blott till en del inom solkroppen, till en del utbreda de sig i mediet utanför solen, liksom ock molekularströmmarne försvagas genom vågor utåt (om icke de förnyas). Dock, vi kunna alltid som ett resultat af den föregående öfverläggningen fastställa talet

$$\sqrt{\frac{3v}{4\pi}} 10^{48,37} = 10^{40,46}$$

såsom en öfre gräns för  $M$ . Men antaga vi, att solens energi bevaras genom yttre partiklars fortsatta instörtande på solkroppen och att äfven magnetismen hos solen ej förändras, så blir det kanske riktigast att skrifva:

$$(16) \quad \log M \leq 40,46.$$

Med detta värde på  $\log M$  skulle vi, efter hvad i början nämndes angående värdet för

$$M \frac{a''^3 - a'''^3}{A^3},$$

bekomma

$$\frac{a'' - a'''}{a''} \geq 0,012;$$

det blefve

$$a'' - a''' \geq 8 \text{ sv. mil.}$$

Äfven en undre gräns för  $M$  kan angifvas. Ty aldrig kan  $1 - \left(\frac{a''}{a'''}\right)^3$  bli större än 1 och bara derför måste

$$10^{23,931} = M \frac{a''^3 - a'''^3}{A^3} \leq M \frac{a''^3}{A^3},$$

således

$$(17) \quad \log M \leq 39,03.$$

17. Solens magnetiska moment  $M$  skulle följaktligen vara inneslutet mellan de i (16) och (17) angifna gränserna. Det kan emellertid ifrågasättas, huruvida icke, i fall solen vore så

starkt magnetisk och i fall jorden och de öfriga planeterna vore konstituerade som  $P$ , en rubbning i planetbanorna skulle uppkomma, hvarom observationerna kunde upplysa. Men vi se snart, att de i fråga satta störningarna blifva för obetydliga för att kunna bestyrkas eller vederläggas af de astronomiska iakttagelserna.

Om nämligen  $a'' - a'''$  försummas vid sidan om  $a'$  och vidare planeternas massor försummas vid sidan om solens massa, så kommer för de af  $\bar{S}$ :s magnetism framkallade störningarna i  $P$ :s bana kring  $\bar{S}$  funktionen

$$\frac{1}{m'} \left( \frac{M}{a^3} \right)^2 a'^3$$

att fungera som störningsfunktion, i den mening, att denna funktions första partiella derivator i afseende på koordinaterna för  $P$ :s medelpunkt uttrycka komponenterna längs koordinataxlarna af störningen i acceleration för rörelsen omkring  $\bar{S}$ ;  $m'$  betyder massan af planeten  $P$ . Solen är här  $\bar{S}$ .

Med denna störningsfunktion beräknas utan svårighet, — efter LAGRANGE'S störningsformler, — de förändringar, som planeternas banelement erfara af solens magnetism. Hålla vi oss endast till de mest betydande af dessa ändringar, så ha vi blott att anteckna följande sekulära störningar i  $c$  = tiden för periheliipassagen och  $\chi$  = perihelii longitud:

för Mercurius:	$Dc = + 3' \cdot 10^{-82} M^2 T$	$D\chi = + 3'',6 \cdot 10^{-82} M^2 T$
Venus	$+ 3 \cdot 10^{-83} \text{ »}$	$+ 0,9 \cdot 10^{-83} \text{ »}$
Jorden	$+ 4 \cdot 10^{-84} \text{ »}$	$+ 0,9 \cdot 10^{-84} \text{ »}$
Mars	$+ 8 \cdot 10^{-85} \text{ »}$	$+ 0,8 \cdot 10^{-85} \text{ »}$

För de öfriga planeterna blifva störningarna betydligt mycket mindre. Och hvarken få vi sekulär störning i några andra af banelementen än  $c$  och  $\chi$ , ej heller någon betydande periodisk term i  $Dc$  eller  $D\chi$ .<sup>1)</sup> Seklet (36525 dagar) är enhet för  $T$ .

<sup>1)</sup> Jag bör särskildt nämna, att för  $a'$ , som är radien för det atmosfäriska höljets yttre gräns, är ofvan användt värdet för den observerade planet-radien, hvilket måhända är ett för litet värde för  $a'$ .

Bruka vi värdet (16) för  $M$ , så erhålla vi följaktligen följande ändringar på 100 år:

för Mercurius:	$Dc = + 0',3$	$D\chi = + 0'',3$
Venus	$+ 0,03$	$+ 0,01$

och för de öfriga planeterna ännu mindre störningar. Häraf sluta vi, att, såsom jag ofvan nämnde, den magnetism, som solen antogs besitta, ej har på planetbanorna något märkbart inflytande, i fall planeternas magnetism blott är inducerad af solens.

Ej heller månen, om den kan betraktas som en  $P$  utanför jordens athmosferiska hölje, kommer i märkbar grad att i sin rörelse omkring jorden afficeras af solens eller jordens magnetism.

---



## Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

(Forts fr. sid. 4.)

**London.** *Royal Society.*

Proceedings. Vol. 51. 1892. 8:o.

— *R. Geographical Society.*

Proceedings. N. S. Vol. 14(1892). 8:o.

— *Geological Society.*

Quarterly Journal. Vol. 48(1892). 8:o.

List 1892 <sup>1</sup>/<sub>11</sub>.— *R. Microscopical Society.*

Journal. 1892: P. 1—6. 8:o.

Charter and bye-laws; List of fellows, 1892. 8:o.

**Madrid.** *Comisión del mapa geológico de España.*

Boletín. T. 18(1891). 8:o.

**Manchester.** *Literary & Philosophical Society.*

Memoirs and Proceedings. (4) Vol. 5: N. 2. 1891—92. 8:o.

**Mount Hamilton.** *Lick Observatory.*

SHINN, M. W., The Lick astronomical department of the University of California. San Francisco 1892. 8:o.

**Odessa.** *Société des naturalistes de la Nouvelle-Russie.*

Sapiski. — Mémoires. T. 17: P. 1. 1892. 8:o.

Sapiski matematitscheskago otdjelenija. — Mémoires de la section mathématique. T. 14. 1892. 8:o.

**Padova.** *R. Università.*

Relazione. 1891/92. 8:o.

FAVARO, A., Per il terzo centenario . . . di Galileo Galilei. Firenze 1892. 4:o.

FERRARIS, C. F., Discorso 1892 <sup>7</sup>/<sub>12</sub>. 4:o.**Palermo.** *R. Accademia di scienze, lettere e belle arti.*

Buletino. Anno 9(1892): N. 1—3. 4:o.

— *Società di scienze naturali ed economiche.*

Buletino. 1891: N. 1—2. 4:o.

**Paris.** *Académie des sciences.*

Comptes rendus hebdomadaires des séances. T. 114—115(1892). 4:o.

— *Société d'études scientifiques.*

Bulletin. Année 14(1891). 8:o.

Feuille des jeunes naturalistes. Année 22(1891/92). 8:o.

Catalogue de la bibliothèque. F. 14—15. 1892. 8:o.

**Philadelphia.** *Academy of natural sciences.*

Proceedings. 1892: P. 1. 8:o.

**Prag.** *Spolku chemiků Českých.*

Listy chemické. R. 16(1891/92). 8:o.

— *K. K. Sternwarte.*

Astronomische Beobachtungen in den Jahren 1888—91. 1893. 4:o.

(Forts. i sid. 57.)

Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

## 217. Om några aromatiska tetraketoner.

Af P. W. ABENIUS och H. G. SÖDERBAUM.

[Meddeladt den 11 Januari 1893 genom P. T. CLEVE.]

Om en aromatisk isonitrosoketon af formeln:



behandlas med acetylklorid, erhålles, såsom den ene af oss i tvänne föregående uppsatser <sup>1)</sup> visat, i första hand en klorhaltig, mycket obeständig additionsprodukt, hvilken vid beröring med vatten utbyter sin kloratom mot hydroxyl och ger ett hydratiseradt acetylderivat af sammansättningen:

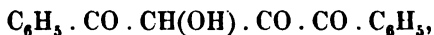


Låter man vidare natriumkarbonat inverka på detta senare, stannar reaktionen icke, såsom man snarast skulle hafva väntat, vid en saponifiering i vanlig mening; eller — med andra ord — det är icke blott acetylgruppen, utan fastmera hela den acetylerade oximidogruppen, som afspaltas. Härvid uppstår följaktligen (såsom intermediär produkt) en  $\alpha$ -ketonaldehyd — eller ett hydrat af en dylik — hvilken emellertid ögonblickligen kondenseras till en triketonalkohol med dubbelt så hög molekylarvikt, enligt formeln:



<sup>1)</sup> H. G. SÖDERBAUM: Om  $\omega$ -isonitroso-acetofenons (benzoylformoxims) konfiguration samt Om några aromatiska isonitrosoketoners förhållande till ättiksyreanhydrid och acetylklorid. Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1891, sid. 145, 1892 sid. 495.

För dessa triketonalkoholer använda vi i det följande för korthetens skull beteckningen »formoïner», så att t. ex. föreningen



som tänkes uppkomma genom kondensation af benzoylformaldehyd, benämnes benzoylformoïn; föreningen



äter, som uppstår ur toluyylformaldehyd, kallas toluyylformoïn o. s. v.<sup>1)</sup>

Att för öfrigt de nu angifna formlerna riktigt uttrycka dessa föreningars rationella sammansättning, och att således den här lemnade tolkningen af reaktionsförloppet är den rätta, där- om torde intet tvifvel kunna råda, sedan det lyckats oss att framställa benzoylformoïn enligt ännu en annan metod, som måste anses till fullo bevisande för dess konstitution, nämligen genom inverkan af cyankalium på den genom v. PECHMANS vackra undersökning<sup>2)</sup> kända benzoylformaldehyden. Då MÜLLER och v. PECHMANN i en senare afhandling<sup>3)</sup> uppgifva, att den nyssnämnda aldehyden *icke* låter öfverföra sig till en med benzoïn analog kondensationsprodukt, måste detta således bero på ett misstag, hvartill grunden troligen är att söka i den omständig- heten, att de nämnda forskarne vid sina försök måhända användt ett allt för stort öfverskott af kondensationsmedlet.

Utom den redan kända benzoylföreningen hafva vi nu för att ådagalägga reaktionens allmängiltighet framställt och i det följande beskrifvit formoïner, innehållande i stället för benzoyl radikalerna paratoluyyl, 1. 3. 4-xyloyl och parabrombenzoyl. Härvid visade det sig stundom vara ändamålsenligt att i stället för sodalut använda en utspädd alkoholisk lösning af cyankalium såsom kondensa- tionsmedel. Det förtjenar anmärkas, att jämförelsevis små

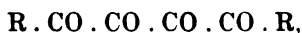
<sup>1)</sup> Man finner lätt, att dessa benämningar härledas ur namnen på motsvarande aldehyder på alldeles samma sätt, som de vedertagna namnen »benzoïn», »anisoïn» m. fl. äro härledda ur »benzaldehyd», »anisaldehyd» o. s. v.

<sup>2)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XX, 2904.

<sup>3)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXII, 2557.

mängder af det senare saltet ( $\frac{1}{20}$  af acetylöreningens vikt) äro tillräckliga för att redan vid vanlig temperatur och nästan ögonblickligen genomföra hela detta tämligen komplicerade reaktionsförlöpp (saponifikation, afspaltning af oximidgruppen och kondensation).

Samtliga de hittills framställda formöinerna kunna genom inverkan af kall koncentrerad salpetersyra utan svårighet oxideras till föreningar af sammansättningen:



hvilka erbjuda det första kända exemplet på *tetraketoner* med en öppen och oafbruten kedja af fyra karbonylgrupper.<sup>1)</sup> Lika-som polyketoner i allmänhet, såvidt man hittills känner, begärligt förena sig med vatten, hydratiseras äfven dessa med stor lätthet, de flesta i sjelfva bildningsögonblicket, och gifva mer eller mindre gulaktiga, beständiga och väl kristalliserande hydrat, hvilka emellertid vid smältning eller vid upplösning i vissa lösningsmedel t. ex. isättika och kolsvafva antaga en intensivt röd färg. En af de undersökta tetraketonerna, nämligen xylylföreningen, har äfven kunnat erhållas kristalliserad i vattenfritt tillstånd och bildar då vackert högröda nålar.

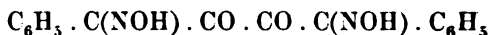
Beträffande formöinernas och tetraketonernas reaktioner hafva vi i främsta rummet gjort till vår uppgift att undersöka deras förhållande till hydroxylamin och fenyldiazin samt till alkalier, och hafva härvid dessa reaktioner företrädesvis blifvit studerade på fenylföreningarna, såsom varande de lättast tillgängliga.

För att lemna en kort sammanfattning af de viktigaste bland de gjorda iakttagelserna må redan nu anföras, att såväl benzoylformöin som difenyltetraketon blott reagera med två molekyler hydroxylamin, i det att endast de båda yttre, vid

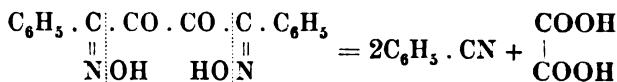
<sup>1)</sup> En triketon har förut erhållits af v. PECHMANN (Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXII, 852), ehuru på en helt olika väg, nämligen genom inverkan af kaliumacetat på dibenzoylmetylenbromid och upphettning af det sålunda bildade bromacetatet. Jfr äfven DE NEUFVILLE och v. PECHMANN, Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXIII, 3375.

fenyl bundna karbonylgrupperna deltaga i reaktionen, medan däremot de inre synas hafva förlorat sin ketonkaraktär.

Att t. ex. den af difenyltetraketon och hydroxylamin framställda dioximen i sjelfva verket eger den genom formeln:

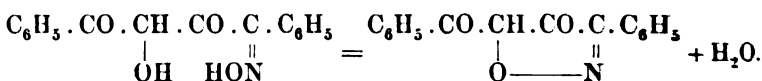


åskådliggjorda konstitutionen, framgår tillräckligt redan af den omständigheten, att denna förening vid upphettning till något öfver sin smältpunkt sönderfaller i *benzonitril* och *oxalsyra*:

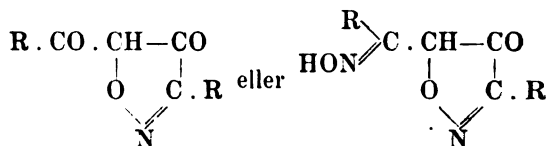


Någon monoxim af difenyltetraketon har hittills icke erhållits.

Däremot reagerar benzoylformoin samtidigt såväl med en som med två molekyler hydroxylamin. De härvid tvifvelsutän i första hand uppkomna mono- och di-oximerna hafva emellertid icke kunnat isoleras, alldenstund de omedelbart afspalta vatten och öfvergå till anhydrider med ringformig atombindning, på sätt som angifves genom ekvationen:



Man erhåller så femlediga ringsystem af den allmänna typen:

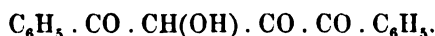


hvilka på en gång innehålla kol, kväfve och syre i sluten bindning och enligt den WIDMANSKA nomenklaturen vore att beteckna såsom *keto-azoxoler*. Utom dessa båda föreningar erhöles vi genom en därjämte förlöpande bireaktion alltid en tredje, *kväfvefri* förening af den empiriska sammansättningen  $\text{C}_{18}\text{H}_{16}\text{O}_4$ , samt slutligen små mängder af tetraketonens förut omtalade dioxim.

Reaktionen mellan *fenylhydrazin* och de ifrågavarande polyketonerna synes i allmänhet förlöpa på ett tämligen abnormt sätt. Då emellertid de därvid bildade produkterna dels varit af amorf beskaffenhet, dels i de fall, då de kristalliserat, erhållits i jämförelsevis ringa utbyte, hafva de icke blifvit gjorda till föremål för något mera ingående studium, så mycket hellre som de af den empiriska sammansättningen att döma antagligen icke äro att uppfatta såsom derivat af de ifrågavarande ketonerna i egentlig mening, utan fastmera af dessas sönderdelningsprodukter.

*Alkalier* inverka vid kokning sönderdelande såväl på benzoylformoin som på difenyltetraketon, i det att den karbonylkedja, som förmedlar sambandet mellan de båda fenylgrupperna, spränges. Såsom sönderdelningsprodukt bildas i båda fallen *mandelsyra*.

### I. Benzoylformoin.



Utom på förut <sup>1)</sup> angifna sätt låter denna förening äfven framställa sig enligt någon af följande metoder.

1) *Af benzoylformaldehyd och cyankalium.* <sup>2)</sup> Benzoylformaldehyd, framsteld enligt v. PECHMANNS föreskrift, <sup>3)</sup> (10 delar) behandlas med en liten kvantitet 50-procentig alkohol, i hvilken förut 1 del cyankalium blifvit upplöst. Härvid löses aldehyden nästan genast med intensivt gul färg. Efter en kort stund börjar kondensationsprodukten afsätta sig i form af små gula, prismatiska kristaller, som smälta vid 175—176°.

Analys:

0,1908 gr. gaf 0,4985 gr. kolsyra och 0,0784 gr. vatten.

	Ber. för $\text{C}_{16}\text{H}_{12}\text{O}_4$ .	Funnnet.
C	71,64	71,23 %
H	4,48	4,56 "

<sup>1)</sup> Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1891, sid. 595.

<sup>2)</sup> Jfr Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXIV, 3033.

<sup>3)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XX, 2904.

2) *Af acetylerad benzoylformoxin och cyankalium.* Vigtsmängderna som i föregående försök. Acetylföreningen löses efter en stunds omröring lätt och fullständigt.

Om ej allt för mycket alkohol användes, börjar triketonen omedelbart att utkristallisera; i annat fall kan den afskiljas genom tillsats af vatten i små portioner, hvarvid den likaledes utfaller kristalliniskt. Utbytet är ungefär detsamma som efter sodametoden. Af 20 gr. acetylförening erhöles i båda fallen omkr. 7 gr. triketon.

### *Inverkan af alkalier på benzoylformoin.*

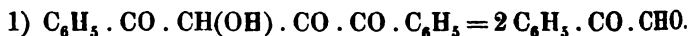
Af kokande utspädda alkalier sönderdelas benzoylformoin mycket långsamt. Kokar man åter med öfverskott af koncentrerad kalilut, antager den ursprungligen starkt rödgula lösningen så småningom en ljusare färg och ger efter afsvälning vid tillsats af utspädd svafvelsyra blott en obetydlig fällning, bestående af ett smutsgult harts. Filtratet från detta extraherades med eter, efter hvars afdestillering en lätt stelnande olja erhöles. Föreningen kristalliserade ur benzol i rosettliskt grupperade blad, smälte vid 118° och befanns vara identisk med *mandelsyra*.

Analys:

0,1637 gr. gaf 0,3815 gr. kolsyra och 0,0792 gr. vatten.

	Ber. för $C_6H_5O_3$ .	Funnet.
C	63,16	63,53 %
H	5,26	5,37 »

Reaktionsförloppet kan åskådliggöras genom följande formler:



d. v. s. triketonen sönderfaller i 2 mol. benzoylformaldehyd, som under upptagande af vatten öfvergår till mandelsyra.

### *Benzoylformoin och hydroxylamin.*

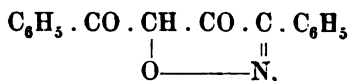
Reaktionen mellan dessa båda föreningar är af tämligen komplicerad art, i det att därvid icke mindre än fyra olika

substanser uppstå, nämligen de båda redan i inledningen omnämnda oximanhydriderna, den kväfvefria kroppen  $C_{18}H_{16}O_4$  och slutligen dioximen af difenyltetraketon. För framställningen och särskiljandet af dessa kroppar, hvilket i början erbjöd åtskilliga svårigheter, visade sig efter flerfaldiga försök slutligen följande förfaringssätt vara ändamålsenligt.

Triketonen löstes i tämligen mycket alkohol och försattes med sin lika vikt klorvätesyrad hydroxylamin; blandningen uppvärmdes på vattenbad, till dess glänsande kristallfjäll började afskilja sig, hvilket vanligen inträffade efter omkr. 1 timme, och fick därefter stå i två dagars tid vid vanlig temperatur. Därvid utkristalliserade en blandning af de båda azoxolerna och den kväfvefria kroppen, under det att moderluten utom en del smetiga biprodukter hufvudsakligen innehöll dioximen af tetraketonen. Den affiltrerade kristallmassan löstes sedermera i kokande alkohol, hvarur vid afsvälning i första hand en blandning af gulaktiga fjäll (monoximens anhydrid) och tjocka, gula, rombiska prismer (den kväfvefria kroppen) ansköt. De förstnämnda uppslammades genom omröring i moderluten och afhäldes jämte denna från de jämförelsevis tyngre prisinatiska kristallerna. Sedan denna operation upprepats flera gånger,<sup>1)</sup> uppvärmdes moderluten, till dess de däri uppslammade fjällen fullständigt löst sig. Vid afsvälning utkristalliserade monoximens anhydrid ånyo och i något renare tillstånd. Den affiltrerades genast, och filtratet afdunstades, hvarvid en kristallisation n:r 2 erhöles, bestående dels af ytterligare en kvantitet kväfvefri substans, dels af anhydriden till dioximen. Dessa skildes lätt genom utplockning för hand af de genom olika färg och form utmärkta kristallerna. Sedan på detta sätt de olika föreningarna blifvit approximativt åtskilda, renades de slutligen hvar för sig genom upprepade omkristalliseringar.

<sup>1)</sup> Alltid med användande af samma alkoholkvantitet, hvarur kristalliseringen försiggått.



*Monoximens anhydrid,*

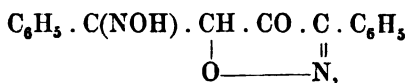
omkristalliseras lämpligen ur alkohol eller benzol. Smältpunkten ligger vid 175°. Föreningen är tämligen svårlöslig i eter och kokande alkohol, löslig i varm benzol. Den bildar vackra gula, glänsande fjäll, som utsatta för ljuset, antaga en något starkare färg.

*Analys:*

- I. 0,1731 gr. gaf 0,4599 gr. kolsyra och 0,0690 gr. vatten.  
 II. 0,1622 gr. gaf 7,4 kcm. kväfgas, mätt vid 13° och 756 mm.

	Ber. för $\text{C}_{16}\text{H}_{11}\text{NO}_3$ .	Funnet	
		I.	II.
C	72,45	72,45	— %
H	4,15	4,42	— >
N	5,28	—	5,44 >

Ett försök att under två timmars tid upphetta föreningen med klorvätesyra hydroxylamin i alkoholisk lösning för att sålunda införa ytterligare en oximidogrupp ledde till negativt resultat, i det att det mesta af utgångsmaterialet återvanns i oförändradt tillstånd.

*Dioximens anhydrid,*

bildar tjocka, svagt gulaktiga, romboederliknande kristaller (ur alkohol), hvilka i ljuset antaga brungul färg. Föreningen, som är tämligen löslig i kokande alkohol, sintrar vid omkr. 185° och smältes fullständigt under sönderdelning vid 191°.

*Analys:*

- I. 0,1286 gr. gaf 0,3246 gr. kolsyra och 0,0559 gr. vatten.  
 II. 0,1273 gr. gaf 10,9 kcm. kväfgas, mätt vid 16° och 769 mm.

	Ber. för $C_{18}H_{12}N_2O_3$ .	Funnet	
		I.	II.
C	68,57	68,84	— %
H	4,29	4,82	— »
N	10,00	—	10,26 »

*Den kväfvefria föreningen,  $C_{18}H_{16}O_4$ ,*

anskjuter ur alkohol i form af tjocka, gula rombiska prismer, lättlösliga i varm aceton, tämligen lättlösliga i benzol, svårlösliga i eter och isättika. De vid elementaranalys erhållna siffrorna öfverensstämma med formeln  $C_9H_8O_2$ . Acetylderivatets sammansättning (se nedan) ådagalägger dock otvetydigt, att föreningen måste ega dubbelt så hög molekylarvigt.

- I. 0,1775 gr. gaf vid förbränning med blykromat 0,4732 gr. kolsyra och 0,0894 gr. vatten.  
 II. 0,1728 gr. gaf vid förbränning i skepp 0,4599 gr. kolsyra och 0,0850 gr. vatten.

	Ber. för $C_{18}H_{16}O_4$ .	Funnet	
		I.	II.
C	72,97	72,70	72,59 %
H	5,41	5,59	5,44 »

Då reaktionen försiggått i alkohollösning, och då föreningen till sin sammansättning genom ett plus af gruppen  $C_2H_4$  skiljer sig från benzoylformoin, är det all anledning antaga, att en etyleter af denna senare föreligger. Dess konstitution såväl som dess derivat har den ene af oss för afsigt att framdeles närmare undersöka. Här må blott *acetylderivatet* i korthet omnämnas.

Detta, som framställes medels ättiksyreanhydrid, kristalliserar ur alkohol i korta, rent hvita, till värtlika gytringar förenade prismer. Det är lättlösligt i varm benzol, mycket lättlösligt i kokande alkohol, däremot svårlösligt i kall alkohol äfvensom i eter. Smältpunkten ligger vid 121—122°. Analysen förde till formeln  $C_{18}H_{15}O_4 \cdot COCH_3$ .

- I. 0,1736 gr. gaf vid förbränning med blykromat 0,4530 gr. kolsyra och 0,0895 gr. vatten.

II. 0,1766 gr. gaf vid förbränning i skepp 0,4566 gr. kolsyra och 0,0845 gr. vatten.

	Ber. för $C_{20}H_{18}O_8$ .	Fannet	
		I.	II.
C	71,00	71,14	70,62 %
H	5,33	5,70	5,32 »

Vid inverkan af hydroxylamin på benzoylformoin bildas, såsom ofvan blifvit anfördt, ytterligare en fjärde förening, nämligen difenyltetraketonens dioxim, hvilken kan erhållas ur moderluten från de tre hittills beskrifna kropparne. Efter alkoholens frivilliga afdunstning utföll en fast kropp, genomdränkt af en seg, brun olja. Den förstnämnda affiltrerades så godt sig göra lät, torkades mellan filtrerpapper och renades genom upprepade omkristalliseringar, först ur benzol, sedan ur utspädd alkohol. Angående föreningens egenskaper och procentiska sammansättning, se nedan under difenyltetraketon. Att denna dioxim bildas vid inverkan af hydroxylamin på triketonen, är icke öfverraskande, om man tar hänsyn till den stora lätthet, hvarmed denna sistnämnda syrsättes till tetraketon — något som delvis inträffar redan vid upprepad omkristallisering.

*Inverkan af fenylhydrazin på benzylformoin.* Vid behandling af benzoylformoin med ättiksyrad fenylhydrazin i alkoholisk lösning erhöilo vi alltid — äfven när operationen företogs i köld — bruna, mer eller mindre hartsartade produkter, ur hvilka blott en mycket ringa mängd af en kristalliserande, vid omkr.  $262^\circ$  smältande förening kunde isoleras. På grund af det dåliga utbytet hafva vi icke kunnat göra densamma till föremål för en närmare undersökning.

### Difenyltetraketon.<sup>1)</sup>

*Hydrat:*  $C_6H_5 \cdot CO \cdot C(OH)_2 \cdot CO \cdot CO \cdot C_6H_5$ .

Om benzoylformoin, hälst i små portioner, införes i kall koncentrerad salpetersyra (eg. vigt 1,40), smälter den till en röd olja, hvilken snart stelnar till en fast, gul, kristallinisk kropp.

<sup>1)</sup> Jfr Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXIV, 3033.

Det är fördelaktigt att under operationen hålla salpetersyran väl afkyld med is. Sedan den sista portionen blifvit tillsatt, fick blandningen stå omkr.  $\frac{1}{2}$  timme, hvarefter vatten tillsattes, och den fasta kroppen affiltrerades. Denna torkades sedermera omsorgsfullt och renades genom omkristallisering ur kolsvafva, hvarur den anskjuter i vackra, svafvelgula, mångytiga kristaller af monoklin habitus. Föreningen smälter vid  $87-88^\circ$  till en klar, mörkröd olja. Den är mycket löslig i alkohol, eter, aceton, benzol, kloroform och ättiketer, svärlöslig i gasolja, olöslig i vatten, äfven vid kokning. I kokande kolsvafva löses den tämligen trögt. Lösningarna i kolsvafva och isättika utmärkas af en vackert röd färg. Försättes isättiklösningen med vatten, blir den emellertid genast gul. Den ur kolsvafva kristalliserade substansen innehåller kristallkolsvafva, som bortgår långsamt i exsickator, hastigare vid upphettning till  $60^\circ$ .

0,5376 gr. förlorade 0,0613 gr. kolsvafva.

Ber. för $2\text{C}_{16}\text{H}_{12}\text{O}_6 + \text{CS}_2$ .		Funnet.
$\text{CS}_2$	11,80	11,40 %

Analys af den till konstant vikt torkade substansen:

- I. 0,1866 gr. gaf 0,4625 gr. kolsyra och 0,0707 gr. vatten.  
 II. 0,1721 gr. gaf 0,4277 gr. kolsyra och 0,0668 gr. vatten.

	Ber. för $\text{C}_{16}\text{H}_{12}\text{O}_6$ .	Funnet	
		I.	II.
C	67,61	67,59	67,77 %
H	4,22	4,21	4,30 »

Ett par försök att genom upphettning af föreningen dels till  $65-75^\circ$ , dels till  $85-90^\circ$  erhålla densamma i vattenfritt tillstånd ledde ej till åsyftadt resultat. Den gula substansen smälte visserligen under vigtsförlust till en röd olja, men denna stelnade ej vid afsvauning, ej ens efter en längre tids förlopp. Och när vigtsförlusten stigit till ett belopp, som motsvarade 1 mol. vatten, hade redan en ringa mängd färglös, kristalliniskt sublimat börjat afsätta sig i vägröret, häntydande på en samtidigt inträdd djupare sönderdelning.

Ketonhydratet sönderdelas lätt af natronlut, hvori det redan i köld är lösligt. Bland sönderdelningsprodukterna kunde *mandelsyra* påvisas.

*Difenyltetraketon och hydroxylamin.*

*Dioxim:*  $C_6H_5 \cdot C(NO_2) \cdot CO \cdot CO \cdot C(NO_2) \cdot C_6H_5$ .

En lösning af difenyltetraketon i alkohol försattes med en beräknad mängd (4 molekyler) klorvätesyrad hydroxylamin och uppvärmdes sedan under c:a 20 minuters tid på vattenbad. Vid afsvälning utkristalliserade oximen i vackra, färglösa prismor, som efter omkristallisering ur utspädd alkohol smälte vid 176° under gasutveckling och sönderdelning. De innehålla 1 molekyl kristallalkohol, hvilken så småningom bortgår i exsickator, hastigt vid upphettning till 80°. Föreningen är löslig i kloroform och benzol. Om dess bildning vid inverkan af hydroxylamin på benzoylformoin är förut taladt.

*Analys:*

*a*, alkoholhaltig substans:

- I. 0,4697 gr. förlorade vid 80° 0,0636 gr. alkohol.  
 II. 0,1500 gr.<sup>1)</sup> förlorade vid 80° 0,0204 gr. alkohol.

	Ber. för	Funnet	
	$C_{16}H_{12}N_2O_4 + C_2H_5OH$ .	I.	II.
$C_2H_5OH$	13,45	13,54	13,60 %

*b*, torkad substans

- I. 0,1821 gr. gaf 0,4317 gr. kolsyra och 0,0728 gr. vatten.  
 II. 0,1302 gr. gaf 10 kcm. kväfgas, mätt vid 11° och 772 mm.  
 III. 0,1284 gr.<sup>1)</sup> gaf 10,4 kcm. kväfgas, mätt vid 15° och 761 mm.

	Ber. för	Funnet		
	$C_{16}H_{12}N_2O_4$	I.	II.	III.
C	64,87	64,66	—	— %
H	4,05	4,44	—	— ,
N	9,45	—	9,43	9,66 ,

<sup>1)</sup> Substansen framsteld ur benzoylformoin.

Vid upphettning i svafvelsyrebad till 190° sönderdelas dioximen i benzonitril och oxalsyra. Den först nämnda af sönderdelningsprodukterna erhöles såsom en färglös öfverdestillerande olja, hvilken identifierades dels genom den karaktäristiska lukten, dels genom öfverföring i benzamid (smpt 128°) medels vätesuperoxid. I återstoden efter destillationen påvisades oxalsyra på vanligt sätt.

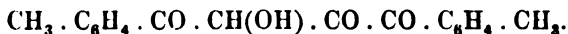
Vid inverkan af ättiksyra *fenylhydrazin* på *difenyltetraketon* bildas åtminstone tvänne kristalliserande föreningar, hvilka med tillhjälp af eter utan svårighet kunna åtskiljas. Af deras sammansättning framgår emellertid, att reaktionsförloppet är alldeles abnormt.

Den i eter lättlösliga föreningen kristalliserar ur alkohol i ytterst fina, sidenglänsande, vid 167° konstant smältande nålar af svagt gulaktig färg. Analysen gaf 71,97 % kol, 6,23 % väte och 17,06 % kväfve. Formeln  $C_{20}H_{20}N_4O$  (?) fordrar 72,29 % kol, 6,02 % väte och 16,87 % kväfve.

Den i eter svårlösliga föreningen anskjuter ur alkohol i färglösa nålar, som konstant smälte vid 184° och vid förbränning lemnade följande siffror: 68,37 % kol, 5,81 % väte och 11,96 % kväfve, under det att formeln  $C_{20}H_{19}N_3O_3$  (?) fordrar 68,77 % kol, 5,44 % väte och 12,03 % kväfve.

Efter all sannolikhet inträffar vid denna reaktion en sprängning af karbonylkedjan. I sådant fall vore nyss nämnda föreningar möjligen att uppfatta såsom hydrazoner af de dervid bildade sönderdelningsprodukterna.

## II. Paratolulylformoin.



Hydratet af den acetylerade paratolulylformoximen <sup>1)</sup> kan lämpligen öfverföras till motsvarande formoin genom behandling med cyankalium, på alldeles samma sätt som ofvan blifvit an-

<sup>1)</sup> Jfr Meddelanden från Upsala kemiska laboratorium N:o 216. (Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1892.)

gifvet för den homologa benzoylföreningen. Triketonen afskiljer sig i riklig mängd vid tillsats af vatten och erhålles på detta sätt genast i rent tillstånd. Ur moderluten utfaller vid dess neutralisering med syror alltid en ringa kvantitet paratoluylsyra (smpt 178—179°). Samma syra uppstår äfven och i vida större mängd, om man såsom kondensationsmedel använder sodalut, hvarför sistnämnda metod i förevarande fall visade sig mindre ändamålsenlig.

Paratoluylofformöin bildar höggula, mikroskopiska kristaller, som vid ungefär 140° antaga en rödaktig färgton och vid 161° smälta till en röd vätska. Af kall benzol löses föreningen föga, af varm något rikligare; i kall alkohol och eter är den löslig.

Vid analysen erhöles följande siffror:

0,1772 gr. gaf 0,4728 gr. kolsyra och 0,0881 gr. vatten.

	Ber. för $C_{18}H_{16}O_4$ .	Funnet.
C	72,97	72,77 %
H	5,41	5,52 »

Föreningen har svagt sura egenskaper och löses af alkalier i riklig mängd. Lösningen utmärkes af en intensivt rödgul färg.

### Di-paratolyltetraketon.

*Hydrat:*  $CH_3 \cdot C_6H_4 \cdot CO \cdot C(OH)_2 \cdot CO \cdot CO \cdot C_6H_4 \cdot CH_3$ .

Om paratoluylofformöin införes i måttligt stark salpetersyra (eg. vikt 1,3), sönderflyter den genast till en röd olja, hvilken emellertid snart ånyo stelnar och antar gul färg. Produkten renades genom omkristallisering ur kolsvafva och erhöles ur detta lösningsmedel i form af långa svafvelgula prizmer eller nålar, som vid 88° konstant smälte till en röd vätska. Ketonen löses mycket lätt i kall alkohol och eter, likaså ganska lätt i varm kolsvafva, svårare i benzol och isättika. Ur den intensivt röda kolsvafvelösningen afskiljer sig föreningen understundom äfven i tjocka, väl utbildade centimeterlånga prizmer, som innehålla kristallkolsvafva. De vid analysen funna värdena öfverensstämma med de beräknade:

O, 3270 gr. förlorade i torkskåp vid 60° 0,0374 gr. kolsvafva.

Ber. för $2\text{C}_{18}\text{H}_{16}\text{O}_6 + \text{CS}_2$ .		Funnet.
$\text{CS}_2$	10,85	11,44 %

O, 1787 gr. gaf 0,4520 gr. kolsyra och 0,0834 gr. vatten.

Ber. för $\text{C}_{18}\text{H}_{16}\text{O}_6$		Funnet.
C	69,23	68,98 %
H	5,13	5,18 »

Vid uppvärming med klorvätesyrad hydroxylamin i alkohol-lösning ger den nyss beskrifna ketonen en

*Dioxim*,  $\text{CH}_3 \cdot \text{C}_6\text{H}_4 \cdot \text{C}(\text{NOH}) \cdot \text{CO} \cdot \text{CO} \cdot \text{C}(\text{NOH}) \cdot \text{C}_6\text{H}_4 \cdot \text{CH}_3$ , som ur utspädd alkohol kristalliserar i glänsande, färglösa blad. Dessa innehålla 1 molekyl kristallalkohol och smälta under sönderdelning vid 181°. Vid smältningen iaktogs en intensiv mandellukt. Oximen är mycket löslig i alkohol, svårlöslig i vatten.

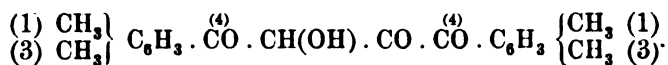
O, 1654 gr. afgaf vid upphettning i torkskåp till 80° 0,0214 gr. alkohol.

Ber. för $\text{C}_{18}\text{H}_{16}\text{N}_2\text{O}_4 + \text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ .		Funnet.
$\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$	12,43	12,93 %

O, 1430 gr. gaf 10,5 kcm. kväfgas, mätt vid 15° och 760 mm.

Ber. för $\text{C}_{18}\text{H}_{16}\text{N}_2\text{O}_4$ .		Funnet.
N	8,64	8,74 %

### III. 1, 3, 4-Xyloylformoin.



Hydratet af den acetylerade xyloylformoximen infördes portionsvis och under omröring i en till 40—50° uppvärmd soda-lösning af eg. vigten 1,14. Så snart allt gått i lösning, utspäddes den gulröda vätskan med vatten, filtrerades från en obetydlig grumling och neutraliserades med svafvelsyra.

Härvid afskildes triketonen såsom en höggul, finkornig fällning, lätt löslig i alkohol, eter, benzol och kolsvafva, något



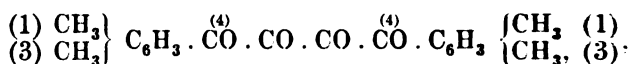
svårare i ligroin. Ur sistnämnda lösningsmedel kristalliserar föreningen i fina nålar, men oxideras emellertid delvis redan vid omkristalliseringen. Smältpunkten ligger vid  $155^{\circ}$ .

0,1598 gr. gaf 0,4349 gr. kolsyra och 0,0872 gr. vatten.

	Ber. för $C_{20}H_{20}O_4$ .	Funnet.
C	74,07	74,15 %
H	6,17	6,07 %

Alldeles samma förening bildas äfven, ehuru i mindre mängd — jämte dimetylmandelsyra — vid inverkan af natronlut på acetylföreningen.

### Dixylyltetraketon,



erhölls af motsvarande formoin genom behandling med kall koncentrerad salpetersyra (af eg. vigten 1,4) på vanligt sätt. I olikhet med de förut beskrifna formoinerna smälter denna icke i beröring med syran; ej heller öfvergår oxidationsproduktens intensivt röda färg till gul, utan förblir äfven efter en längre tids förlopp oförändrad. Vid omkristallisering ur kokande kolsvafva erhölls den nya föreningen i vackra, glänsande, skarlakansröda nålar, som vid  $180^{\circ}$  smälte till en klart mörkröd, vid afsvälning ånyo stelnde olja. Den är indifferent såväl mot syror som alkalier och svårlöslig i de flesta vanligare lösningsmedel, såsom alkohol, eter, benzol o. s. v. Jämförelsevis lätt löses den af kokande isättika.

#### Analys:

I. 0,1664 gr. gaf 0,4522 gr. kolsyra och 0,0860 gr. vatten.

II. 0,1693 gr. gaf 0,4601 gr. kolsyra och 0,0870 gr. vatten.

	Ber. för $C_{20}H_{16}O_4$ .	Funnet	
		I.	II.
C	74,53	74,10	74,12 %
H	5,49	5,71	5,67 %

Formeln  $C_{26}H_{18}O_4 + H_2O$  skulle fordra 70,59 % kol och 5,88 % väte.

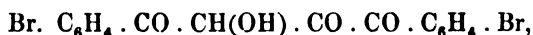
Om en lösning af dixylyltetraketon i isättika försättes med sin ferdubbla volym vatten, uppstår till en början en gul emulsion, hvilken snart omsätter sig till en kristallinisk fällning. Denna utgör ett *dihydrat* af tetraketonen och kan genom omkristallisering ur alkohol erhållas i form af korta, fyrsidiga, blekgula prismer. Hydratet afger vid 100—110° så småningom båda vattenmolekylerna utan att smälta och antar därvid den vattenfria ketonens ursprungliga röda färg, dess löslighetsförhållanden, smältpunkt och öfriga egenskaper.

Samma hydrat bildas äfven vid en längre tids kokning af tetraketonen med vanlig alkohol.

0,2011 gr. afgaf vid 105° 0,0200 gr. vatten.

	Ber. för $C_{20}H_{22}O_6$ .	Funnet.
2 $H_2O$	10,06	9,94 %

#### IV. Parabrombenzoylformoln,



framställes lämpligast genom inverkan af cyankalium på hydratet af acetylerad parabrombenzoylformoxim enligt ofvan angifven metod. Att använda soda som kondensationsmedel är mindre ändamålsenligt. Föreningen bildar en gul fällning, som vid 110° antar röd färg och vid 180° smälter till en rubinröd vätska. Den löses lätt i alkohol och eter, något svårare i benzol och kolsvafva, och kristalliserar ur de båda sistnämnda lösningsmedlen i form af små prismer eller rektangulära tafloer.

Analys:

- I. 0,1759 gr. gaf 0,2891 gr. kolsyra och 0,0426 gr. vatten.
- II. 0,1337 gr. gaf efter glödning med kalk 0,1189 gr. bromsilfver.

	Ber. för $C_{16}H_{10}Br_2O_4$ .	I.	II.
C	45,11	44,80	— %
H	2,35	2,67	— »
Br	37,50	—	37,85 »

Samma förening bildas äfven vid inverkan af cyankalium på parabrombenzoylformaldehyd. Analys II hänför sig till material, framställt på detta sätt.

### Diparabromfenyltetraketon.

*Hydratet*,  $\text{Br} \cdot \text{C}_6\text{H}_4 \cdot \text{CO} \cdot \text{C}(\text{OH})_2 \cdot \text{CO} \cdot \text{CO} \cdot \text{C}_6\text{H}_4 \cdot \text{Br}$ ,

erhålles genom inverkan af salpetersyra (1,4) på parabrombenzoylformoin och bildar efter omkristallisering ur kolsvafva gula hopfiltade nålar, som vid  $135^\circ$  under gasutveckling smälta till en röd vätska. Det är lösligt i alkohol och eter, tämligen lösligt i benzol, svårlöst i kolsvafva.

Analys:

0,3532 gr. gaf 0,5646 gr. kolsyra och 0,0784 gr. vatten.

	Ber. för $\text{C}_{16}\text{H}_{10}\text{Br}_2\text{O}_6$ .	Funnet.
C	43,48	43,55 %
H	2,26	2,46 >

[Mitgeteilt den 11 Januar 1893 durch A. LINDSTEDT.]

## Über Coincidenzen in zweideutigen Correspondenzen.

Von T. BRODÉN.

1. Mit Untersuchungen über Involutionen auf nicht rationalen Curven beschäftigt, bin ich zu einigen Betrachtungen auch über nicht-involutorische Correspondenzen geführt worden. Bekanntlich hat man mit Erfolg Correspondenzen auf nicht-rationalen Curven unter Zuhülfenahme transcender Functionen studirt. Es muss doch von Bedeutung sein rein algebraische Verhältnisse auch in rein algebraischer Form hervortreten zu lassen. Aber schon im einfachsten Falle, bei eindeutigen Correspondenzen auf elliptischen Curven, fehlt noch eine befriedigende rein algebraische Herleitung der verschiedenen Möglichkeiten.<sup>1)</sup> Bemerkenswerth ist andererseits, dass auch die Behandlung dieser Frage mit Hülfe elliptischer Functionen (sogar bei CLEBSCH und HARNACK) wenigstens in Betreff imaginärer Correspondenzen nicht völlige Strenge und Vollständigkeit besitzt, zufolge dessen die durch das transcendente Mittel gewonnene Einfachheit gewissermassen illusorisch ist. Die algebraische Behandlung steht in engem Zusammenhange mit einem Satz über (2,2)-deutige Correspondenzen in rationalen Systemen. Ich gestatte mir hiermit

---

<sup>1)</sup> Als solche kann man nicht die Darstellung von E. WEYR in der Abb. »Über eindeutige Beziehungen auf einer allgem. ebenen Curve dritter Ordnung« (Berichte d. Wiener Akad. Bd. 87, Abth. II, p. 837) bezeichnen.

diesen Satz nebst einigen Bemerkungen darüber vorzulegen, um in einem zweiten Aufsatze die Anwendung auf Curven vom Geschlechte 1 nebst Bemerkungen über die Verwerthung elliptischer Functionen und über die Darstellung mehrdeutiger Correspondenzen folgen zu lassen.

## 2. Eine beliebige Gleichung der Form

$$(1) \quad c_4 x^2 y^2 + 2xy(a_3 x + b_3 y) + a_2 x^2 + b_2 y^2 + 2c_2 xy + 2a_1 x + 2b_1 y + c_0 = 0$$

gibt eine (2,2)-deutige Correspondenz zwischen  $x$  und  $y$ , also eine solche Correspondenz auf einer Geraden, wenn  $x$  und  $y$  den verschiedenen Punkten als Abscissen entsprechen. Es giebt gewisse  $x$ , für welche die zwei entsprechenden  $y$  zusammenfallen, und ebenso gewisse  $y$ , welche zusammenfallende  $x$  geben. Jene sind durch die Gleichung

$$(2) \quad (a_3 x^2 + c_2 x + b_1)^2 = (c_4 x^2 + 2b_3 x + b_2)(a_2 x^2 + 2a_1 x + c_0) = 0$$

bestimmt, diese durch

$$(3) \quad (b_3 y^2 + c_2 y + a_1)^2 = (c_4 y^2 + 2a_3 y + a_2)(b_2 y^2 + 2b_1 y + c_0) = 0.$$

Wenn die Correspondenz *symmetrisch* ist, d. h. für

$$(4) \quad b_3 = a_3, \quad b_2 = a_2, \quad b_1 = a_1$$

sind die Gleichungen (2) und (3) mit einander identisch, und also fallen die kritischen  $y$  mit den kritischen  $x$  zusammen. Es gilt nun auch umgekehrt, dass *wenn die kritischen Elemente in beiden Systemen dieselben sind, so ist die Correspondenz symmetrisch, jedoch mit Ausnahme gewisser Fälle, da die 4 kritischen Werthe ein harmonisches oder æquianharmonisches System bilden, und ausserdem gewisser Fälle, da sie nicht sämmtlich getrennt liegen.* (Im letzten Falle sind übrigens nicht immer alle Coincidenzen im gewöhnlichen Sinne »kritisch«.)

Dieser in mehreren Hinsichten bemerkenswerthe Satz ist von E. WEYR ausgesprochen worden,<sup>1)</sup> aber in fehlerhafter Form (die Ausnahmefälle sind ganz ausser Acht gelassen); und einen korrekten Beweis des Satzes hat WEYR gar nicht gegeben.

<sup>1)</sup> WEYR, Über einen Correspondenzsatz, Wiener Ber. Bd. 87, Abth. II, p. 592

Ein einfacher analytischer Beweis lässt sich folgendermassen führen.

Die Gleichung (2) ist, nach  $x$ -Dignitäten geordnet,

$$(5) \quad \left. \begin{aligned} & (a_3^2 - a_2c_4)x^4 \\ & + 2(a_3c_2 - a_1c_4 - a_2b_3)x^3 \\ & + (c_2^2 - a_2b_2 - c_0c_4 + 2a_3b_1 - 4a_1b_3)x^2 \\ & + 2(b_1c_2 - b_3c_0 - a_1b_2)x \\ & + (b_1^2 - b_2c_0) \end{aligned} \right\} = 0$$

Aus den Coëfficienten dieser Gleichung bekommt man die entsprechenden von (3) durch Vertauschung von  $a$  und  $b$ . Unserer Voraussetzung gemäss sollen die Coëfficienten der beiden Gleichungen einander proportional sein. Und wir haben zu zeigen, dass diese Proportionalität, mit den erwähnten Ausnahmen, zu nichts anderes als den Symmetriebedingungen führt. Die Proportionalitätsgleichungen unmittelbar anzugreifen würde zu sehr ausführliche Rechnungen führen. Aber durch eine geeignete lineare Substitution

$$(6) \quad x = \frac{p\xi + q}{r\xi + s}, \quad y = \frac{p\eta + q}{r\eta + s}$$

(welche offenbar die gemachte Voraussetzung und die Symmetrie resp. Dissymmetrie nicht stört) kann man eine wesentliche Vereinfachung gewinnen. Man könnte sich denken, dass durch eine solche Substitution 2 der 4 kritischen Werthe resp. 0 und  $\infty$  geworden wären, was immer möglich ist (obgleich nicht immer durch reele Substitutionen) wenn nur 2 jener Werthe verschieden sind. Noch vortheilhafter ist es doch anzunehmen, dass ein kritischer Werth  $= \infty$  und die Summe der endlichen  $= 0$  ist, was auch immer durch eine reele oder imaginäre Substitution zu erreichen ist. Wir haben dann (im Allgemeinen)

$$(7) \quad a_3^2 - a_2c_4 = b_3^2 - b_2c_4 = 0,$$

$$(8) \quad c_2^2 - a_2b_2 - c_0c_4 + 2a_3b_1 - 4a_1b_3 = 0,$$

$$(9) \quad c_2^2 - a_2b_2 - c_0c_4 + 2a_1b_3 - 4a_3b_1 = 0,$$

und die Proportionalität der übrigen Coëfficienten giebt

$$(10) \quad a_3 c_2 - a_1 c_4 - a_2 b_3 = k(b_3 c_2 - b_1 c_4 - a_3 b_2),$$

$$(11) \quad b_1 c_2 - b_3 c_0 - a_1 b_2 = k(a_1 c_2 - a_3 c_0 - a_2 b_1),$$

$$(12) \quad b_1^2 - b_2 c_0 = k(a_1^2 - a_2 c_0).$$

Zufolge (7) hat man, wenn  $\alpha_2, \beta_2, \gamma_4$  Quadratwurzeln aus  $a_1, b_2, c_4$  bedeuten,

$$(13) \quad a_3 = \alpha_2 \gamma_4, \quad b_3 = \beta_2 \gamma_4,$$

und (8), (9) sind gleichbedeutend mit

$$(14) \quad a_3 b_1 = a_1 b_3,$$

$$(15) \quad c_2^2 - a_2 b_2 - c_0 c_4 - 2a_1 b_3 = 0.$$

(13) und (14) geben  $\alpha_2 \gamma_4 b_1 = \beta_2 \gamma_4 a_1$ , also entweder  $\gamma_4 = 0$  oder  $\alpha_2 = \beta_2$  oder  $\alpha_2 = a_1 = 0$  oder  $b_1 = \frac{\beta_2}{\alpha_2} a_1$ . Durch Einführung von diesem  $b_1$ -Werth nebst den Werthen von  $a_3, b_3$  aus (13) in (10), (11), (12) (über die Fälle  $\gamma_4 = 0$  etc. s. unten) bekommt man, wenn  $c_0 = \gamma_0^2$ ,

$$(16) \quad \alpha_2 \gamma_4 \left( c_2 - \frac{a_1}{\alpha_2} \gamma_4 - \alpha_2 \beta_2 \right) = k \beta_2 \gamma_4 \left( c_2 - \frac{a_1}{\alpha_2} \gamma_4 - \alpha_2 \beta_2 \right),$$

$$(17) \quad \beta_2 (a_1 c_2 - a_1 \gamma_4 \gamma_0^2 - a_1 \alpha_2 \beta_2) = k \alpha_2 (a_1 c_2 - \alpha_2 \gamma_4 \gamma_0^2 - a_1 \alpha_2 \beta_2),$$

$$(18) \quad \beta_2^2 (a_1^2 - \alpha_2^2 \gamma_0^2) = k \alpha_2^2 (a_1^2 - \alpha_2^2 \gamma_0^2).$$

In jeder dieser 3 Gleichungen sind rechts und links die eingeklammerten Ausdrücke identisch dieselben. Wenn diese 3 Ausdrücke und ausserdem  $\gamma_4$  von 0 verschieden sind, hat man

$$(19) \quad k = \frac{\alpha_2}{\beta_2} = \frac{\beta_2}{\alpha_2} = \frac{\beta_2^2}{\alpha_2^2},$$

folglich  $\beta_2 = \alpha_2, k = 1$  und  $b_2 = a_2, b_1 = a_1, b_3 = a_3$ . Also ist die Correspondenz *symmetrisch*.

Von den Ausnahmefällen betrachten wir zuerst den Fall

$$(20) \quad a_1 = \alpha_2 \gamma_0, ^1)$$

<sup>1)</sup> Eigentlich  $\pm \alpha_2 \gamma_0$ , aber wir brauchen offenbar nur das eine Zeichen beizubehalten.

da beide Glieder in (18) verschwinden, und also die vier kritischen Punkte ein *harmonisches* System bilden. Zufolge (16) und (17) ist dann

$$(21) \quad k = \frac{\alpha_2}{\beta_2} = \frac{\beta_2}{\alpha_2} = \pm 1.$$

Das obere Zeichen giebt Symmetrie wie vorher, aber das untere giebt

$$(22) \quad b_1 = -a_1, \quad b_2 = a_2 = \alpha_2^2, \quad b_3 = -a_3 = -\alpha_2 \gamma_4$$

und ausserdem zufolge (15)

$$(23) \quad c_2^2 = (\alpha_2^2 - \gamma_4 \gamma_0)^2;$$

also wird die Gleichung (1) entweder

$$(24) \quad [\gamma_4 xy + \alpha_2(x - y) + \gamma_0]^2 + 4(\alpha_2^2 - \gamma_4 \gamma_0) = 0$$

oder

$$(25) \quad [\gamma_4 xy + \alpha_2(x - y) + \gamma_0]^2 = 0.$$

Vom Falle (25) können wir offenbar absehen. Aber die Gleichung (24) giebt im Allgemeinen eine wirkliche (2,2)-deutige unsymmetrische Correspondenz mit 4 getrennten kritischen Punkten. Die 3 endlichen sind durch die Gleichung

$$(26) \quad x(\gamma_4 x^2 - \gamma_0) = 0$$

bestimmt.

Zweitens denken wir uns, dass in (17) beide Glieder verschwinden, in welchem Falle die 4 kritischen Punkte ein *æquianharmonisches* System bilden. (16), (17) geben dann

$$(27) \quad k = \frac{\alpha_2}{\beta_2} = \frac{\beta_2^2}{\alpha_2^2} = \sqrt[3]{1}.$$

Aus  $k = 1$  folgt Symmetrie, aber  $k = j = \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3})$  giebt  $\beta_2 = j^2 \alpha_2$  und

$$(28) \quad b_1 = j^2 a_1, \quad b_2 = j a_2 = j \alpha_2^2, \quad b_3 = j^2 a_3 = j^2 \alpha_2 \gamma_4;$$

das Nullsetzen des linken Gliedes in (17) liefert ausserdem in Verbindung mit (15)



$$(29) \quad a_1 = -\frac{1}{2}j\frac{\gamma_4}{\alpha_2}\gamma_0^2, \quad c_2 = -j^2\alpha_2^2.$$

Die  $xy$ -Gleichung wird also

$$(30) \quad [\gamma_4 xy + \alpha_2(x + j^2 y)]^2 - 4j^2 \alpha_2^2 xy - j\frac{\gamma_4}{\alpha_2}\gamma_0^2(x + j^2 y) + \gamma_0^2 = 0,$$

und die endlichen kritischen Werthe sind Wurzeln der Gleichung

$$(31) \quad 4\alpha_2\gamma_4 x^3 + j^2\gamma_0^2 = 0.$$

Man findet leicht, dass dieser Fall *nicht für reele Werthe der Coëfficienten in (1) stattfinden kann*. Da  $k$  imaginär ist, können in (30) nicht sämtliche Coëfficienten reel sein, was auch aus der Form der Gleichung leicht ersichtlich ist. Es ist auch nicht möglich durch eine imaginäre lineare Substitution Realität hervorzubringen. Denn reele Coëfficienten in (1) und imaginäre Doppelverhältnisse der kritischen Punkte setzen nämlich voraus, dass von den kritischen Punkten zwei reel und zwei imaginär sind: vier imaginäre, paarweise konjugirte Grössen geben nämlich reele Doppelverhältnisse. Wenn aber zwei der kritischen Werthe reel, und zwei konjugirt imaginär sind, kann man immer durch eine *reele* Substitution die oben betrachtete Specializirung gewinnen: man braucht nur so zu transformiren, dass ein reeler Werth zu  $\infty$  übergeht. Dadurch ist die Sache erwiesen. — Dasselbe folgt auch daraus, dass in der That  $k$  bei jeder linearen Substitution unverändert bleibt (s. unten).

Wenn drittens in (16) der links und rechts eingeklammerte Ausdruck verschwindet, in welchem Falle drei der kritischen Werthe *zusammenfallen* (unendlich werden), geben (17), (18)

$$k = \frac{\beta_2}{\alpha_2} = \frac{\beta_2^2}{\alpha_2^2} = 1 \text{ und Symmetrie.}$$

Wir haben sodann die 3 oben ausgenommenen Fälle:  $a_2 = b_2 = 0$ ,  $c_4 = 0$ ,  $a_2 = a_1 = 0$  zu betrachten.

Im Falle  $a_2 = b_2 = 0$  hat man nach (13) auch  $a_3 = b_3 = 0$ , und nach (15)  $c_2 = \gamma_4\gamma_0$  (oder  $-\gamma_4\gamma_0$ ). Aus (10), (11), (12)

folgt  $a_1 c_4 = k b_1 c_4$ ,  $\gamma_0 \gamma_4 b_1 = k \gamma_0 \gamma_4 a_1$ ,  $b_1^2 = k a_1^2$ . Wenn keine der vorkommenden Grössen = 0 ist, folgt hieraus  $k = 1$  und Symmetrie. Aber  $\gamma_0 = 0$  (*aquianharmonisches* Verhältniss) giebt  $k = \sqrt[3]{1}$ , und  $k = j$  die  $xy$ -Gleichung.

$$(32) \quad c_4 x^2 y^2 + 2a_1 (x + j^2 y) = 0$$

und für Bestimmung der endlichen kritischen Werthe

$$(33) \quad 2c_4 x^3 - j a_1 = 0.$$

Aus  $c_4 = 0$  folgt nach (13)  $a_3 = b_3$ . Hierdurch wird (10) identisch befriedigt, also haben wir 3 *zusammenfallende* kritische Punkte. Aus (15) folgt  $c_2 = \alpha_2 \beta_2$  (oder  $-\alpha_2 \beta_2$ ); folglich kommt aus (11), (12)

$$(34) \quad \beta_2 (\alpha_2 b_1 - \beta_2 a_1) = -k \alpha_2 (\alpha_2 b_1 - \beta_2 a_1)$$

und hieraus entweder

$$(35) \quad k = -\frac{\beta_2}{\alpha_2} \text{ und nach (12) } \alpha_2 \beta_1^2 + \beta_2 a_1^2 = \alpha_2 \beta_2 c_0 (\alpha_2 + \beta_2)$$

oder

$$(36) \quad \alpha_2 b_1 = \beta_2 a_1 \text{ und nach (12) [d. h. (18)] } k = \frac{\beta_2^2}{\alpha_2^2}.$$

Die entsprechenden  $xy$ -Gleichungen sind

$$(37) \quad (\alpha_2 x + \beta_2 y)^2 + 2a_1 x + 2b_1 y + \frac{\alpha_2 b_1^2 + \beta_2 a_1^2}{\alpha_2 \beta_2 (\alpha_2 + \beta_2)} = 0,$$

$$(38) \quad (\alpha_2 x + \beta_2 y)^2 + 2\frac{a_1}{\alpha_2} (\alpha_2 x + \beta_2 y) + c_0 = 0;$$

(37) bedeutet im Allgemeinen eine Parabel, (38) zwei parallele Geraden.

Endlich setze man  $a_1 = a_2 = 0$  und folglich nach (13) auch  $a_3 = 0$ . Dann verschwinden das erste Glied in (10) und das zweite Glied in (11) und in (12), folglich auch das zweite resp. das erste. Es kommt heraus

$$(39) \quad \left[ c_4 y \left( c + \frac{b_1}{c_2} \right) + c_0 \right]^2 = 0.$$

Mit Ausnahme von den Fällen (25), (38), (39) haben wir bisher von solchen Fällen abgesehen, da mehr als eine der 3 Gleichungen (10), (11), (12) unabhängig von  $k$  befriedigt ist. Man bekommt dann ähnliche Ausnahmeverhältnisse (mit 3 zusammenfallenden kritischen Werthen).

Übrigens bemerke man, dass die Gleichungen (7)–(12) nicht den Fall einschliessen, da die kritischen Punkte zwei und zwei zusammenfallen. Dies setzt in der That voraus, dass die Gleichung (1) in zwei rationalen Factoren zerfällt, aber nicht dass sie symmetrisch ist (man kann, um dies zu finden, die zwei getrennten kritischen Punkte zu 0 und  $\infty$  transformirt annehmen). Dagegen zeigt die vorige Untersuchung, dass Symmetrie stattfinden muss, wenn nur zwei der kritischen Punkte zusammenfallen, oder m. a. W.: wenn die Curve (1) einen endlichen Doppelpunkt besitzt, und wenn die 2 im eigentlichen Sinne »kritischen« Werthe dieselben sind für  $x$  und für  $y$ , so ist die Curve zur Linie  $y = x$  symmetrisch.

3. Die Theorie der Transformation elliptischer Functionen (welche ja eigentlich eine rein algebraische Theorie ist) liefert eine Bestätigung von einem Theile der obigen Resultate. Die Gleichung (1) können wir kurz

(40)  $L(x)y^2 + 2M(x)y + N(x) = 0$  oder  $L_1(y)x^2 + 2M_1(y)x + N_1(y) = 0$  schreiben. Durch Differentiation folgt

$$(41) \quad \frac{dx}{\sqrt{M^2(x) - L(x)N(x)}} + \frac{dy}{\sqrt{M_1^2(y) - L_1(y)N_1(y)}} = 0.$$

Unsere Annahme ist aber nichts anderes, als dass die Gleichung

$$(42) \quad M^2(x) - L(x)N(x) = k[M_1^2(x) - L_1(x)N_1(x)]$$

identisch stattfinden soll, oder m. a. W. dass (41) die Form

$$(43) \quad \frac{dx}{\sqrt{kR(x)}} + \frac{dy}{\sqrt{R(y)}} = 0$$

haben soll, wo  $R(x)$  und  $R(y)$  Polynomen 4:ten (oder niedrigeren) Grades mit denselben Coëfficienten sind. Wir können

nun die Frage so stellen, dass wir die kritischen Werthe, d. h. die Wurzeln von  $R(x) = 0$  als gegeben annehmen und die Coefficienten in (1) so zu bestimmen suchen, dass (43) daraus hervorgeht. Durch eine Substitution (6) kann man, wenigstens wenn die 4 kritischen Werthe alle getrennt sind, (43) zur Gestalt

$$(44) \quad \frac{dx}{\sqrt{k(4x^3 - g_2x - g_3)}} + \frac{dy}{\sqrt{4y^3 - g_2y - g_3}} = 0$$

bringen. Diese Gleichung ist — nach der bekannten Reduction zur WEIERSTRASS'schen Normalform <sup>1)</sup> — in der Form (1) integrabel, wenn die Bedingungen

$$(45) \quad g_2 = k^2 g_2, \quad g_3 = k^3 g_3$$

erfüllt sind. Wenn weder  $g_2$  noch  $g_3 = 0$  ist, muss also  $k = 1$  sein, und man bekommt nach »EULER'S Additionsteorem« eine symmetrische Integralgleichung. Für  $g_3 = 0$  (harmon. Verh. der krit. Werthe) kann aber  $k$  auch  $= -1$  sein; und für  $g_2 = 0$  (æquianharm. Verh.) ist auch  $k = \frac{1}{2}(-1 \pm i\sqrt{3})$  möglich.

Die Möglichkeit durch eine Substitution (6) die Differentialgleichung (43) zu der Form (44) zu bringen zeigt ja übrigens unmittelbar, dass — wie oben gesagt — der  $k$ -Werth von einer solchen Transformation unabhängig ist.

4. WEYR glaubt die Symmetrie der Correspondenz (1) unter der gemachten Vorraussetzung durch folgende Mittel beweisen zu können: <sup>2)</sup> es wird ein Satz benutzt, dass bei einer beliebigen (2,2)-deutigen Correspondenz die zweimal 4 kritischen Punkte der beiden Systeme unter sich und ebenso die zweimal 4 Doppelwerthe unter sich einander projectivisch entsprechen (= dieselben Doppelverhältnisse geben); mit Anwendung hiervon bekommt er, dass die Doppelpunkte in beiden Systemen dieselben sein müssen, wenn dies von den kritischen Punkten gilt; um hiernach die Symmetrie zu gewinnen, verlegt er die Correspondenz auf einen

<sup>1)</sup> S. z. B. MITTAG-LEFFLER, En metod att komma i analytisk besittning af de elliptiska funktionerna. Helsingfors 1876. S. 32—37.

<sup>2)</sup> Über einen Correspondenzsatz, s. oben.

Kegelschnitt. Die Beweisführung ist in mehreren Hinsichten verfehlt; aber anderseits ist es wahr, dass man das soeben erwähnte Theorem benutzen kann um den Haupttheil unseres Satzes (dass im Allgemeinen Symmetrie stattfinden muss) zu beweisen. Dies mag hier kurz angedeutet werden.

Wenn eine beliebige Gleichung von der Form (1) gegeben ist, kann man durch eine *nur auf  $x$  ausgeführte* lineare Substitution, m. a. W. durch eine Substitution

$$(46) \quad x = \frac{p\xi + q}{r\xi + s}, \quad y = \eta$$

Symmetrie hervorrufen. Diese fordert die Erfüllung von 3 Bedingungen, also eben so viele als die Constanten in (46); und eine nähere Untersuchung zeigt, dass für jene Constanten 4 annehmbare Werthsysteme existiren.<sup>1)</sup> Da nun die lineare Substitution die Doppelverhältnisse unverändert lässt, und anderseits bei Symmetrie kritische Punkte mit kritischen Punkten, und Doppelpunkte mit Doppelpunkten zusammenfallen, so ist das Theorem richtig. Wenn man ferner annimmt, dass die 4 kritischen Punkte 6 verschiedene Doppelverhältnisse geben, so kann die eine Gruppe von 4 Punkten offenbar auf  $\frac{1}{2} \cdot 24 = 4$  verschiedene Weisen in projectivischer Beziehung zur anderen gesetzt werden; diese 4 Transformationen müssen dieselben sein wie diejenigen, welche die zweideutige Correspondenz symmetrisch machen und dadurch die zwei Gruppen zum Zusammenfallen bringen. In dem speciellen Falle, da schon bei der gegebenen Correspondenz die zwei Gruppen kritischer Werthe zusammenfallen, reducirt sich eine der 4 zwischen diesen Gruppen möglichen linearen Relationen ganz einfach zu einer »Identität« ( $y=x$ ); also ist auch eine der Substitutionen, durch welche die

<sup>1)</sup> Die betreffenden Gleichungen geben 8 Systeme. WEYR sucht in »Beiträge zur Curvenlehre«, Wien 1880, p. 34, 35 zu erklären, wie diese 8 zu 4 wesentlich verschiedenen sich reduciren. Diese Erklärung ist aber fehlerhaft (und sogar unbegreiflich); die richtige Erklärung ist, dass 4 der 8 Werthsysteme die Substitutionsdeterminante  $ps - qr = 0$  machen und also unmöglich sind.

Correspondenz symmetrisch wird, eine identische ( $x = \xi$ ,  $y = \eta$ ), das heisst: die Correspondenz *ist* schon symmetrisch. Wenn aber die 4 kritischen Werthe weniger als 6 Doppelverhältnisse geben, sind die zwischen den beiden Gruppen möglichen Projectivitäten mehr als 4, und folglich ist nicht jede entsprechende Substitution symmetriebringend. Speciell giebt also bei Zusammenfallen der beiden Gruppen die Substitution  $x = \xi$ ,  $y = \eta$  nicht nothwendig Symmetrie, d. h. die gegebene Correspondenz ist nicht nothwendig symmetrisch. Wenn die 4 fraglichen Punkte alle getrennt sind, kann dieser Ausnahmefall nur für harmonische und æquianharmonische Gruppen eintreffen; die Anzahl der verschiedenen Doppelverhältnisse ist für solche Gruppen resp. 3 und 2, die möglichen Projectivitäten resp.  $\frac{1}{2} \cdot 24 = 8$  und  $\frac{1}{2} \cdot 24 = 12$ . Dass in diesen Fällen Dissymmetrie wirklich stattfinden kann, haben wir oben gesehen.

5. Endlich mag auch angedeutet werden, dass man (anstatt mit WEYR für den Beweis des fraglichen Satzes einen Kegelschnitt zu Hülfe zu nehmen) umgekehrt durch Anwendung unseres Satzes gewisse Sätze über Kegelschnitte und andere Curven bekommen kann.

Man denke sich eine (2,2)-deutige Correspondenz auf einen Kegelschnitt ( $C_2$ ) verlegt und jeden Punkt mit seinen entsprechenden durch Geraden verbunden. Diese Geraden enveloppiren eine Curve 4:ter oder 2:ter Classe, je nachdem die Correspondenz unsymmetrisch oder symmetrisch ist. Im vorigen Falle werden die kritischen Punkte (wie auch im letzten) Schnittpunkte zwischen  $C_2$  und der Enveloppe ( $E$ ); es lässt sich nämlich leicht zeigen, dass die zweite Möglichkeit — den krit. Punkten entsprechende  $E$ -Inflexionen — hier nicht stattfinden kann. Wenn nun die kritischen Punkte in beiden Systemen dieselben sind und alle getrennt liegen, so müssen diese 4 Punkte Doppelpunkte für  $E$  sein. Ferner giebt es 2 Punktepaare, welche sich symmetrisch verhalten (»involutorische Punktepaare«);<sup>1)</sup> diese müssen

<sup>1)</sup> S. z. B. WEYR, Beiträge zur Curvenlehre p. 5.

Doppeltangenten zu  $E$  geben;  $E$  ist also vom Geschlechte 1 und von der Ordnung 8. Endlich giebt es 4 selbstentsprechende Punkte; diese müssen gemeinsame Tangenten für  $C_2$  und  $E$  geben, und umgekehrt; folglich müssen die 8 gemeinsamen Tangenten derart zusammenfallen, dass es nur 4 getrennte giebt; anderseits darf, abgesehen von den 4 Doppelpunkten, kein Schnitt ohne Contact vorkommen, und man soll in alles 16 Schnittpunkte haben; hieraus folgt, dass  $E$  in 4 Punkten  $C_2$  einfach berühren muss (die gemeinsamen Tang. 2 und 2 coincidiren). Wenn umgekehrt eine Curve 4:ter Classe alle diese Bedingungen erfüllt, so bestimmt sie durch ihre Tangenten auf  $C_2$  eine (2,2)-deutige unsymmetrische Correspondenz mit coincidirenden kritischen Punkten; denn von den zwei übrigen Möglichkeiten — (4,4)-deutige symmetrische Corr. und (1,3)-deutige Corr. — ist diese offenbar ausgeschlossen, und ebenso jene wegen zu kleiner Anzahl der kritischen Punkte. Also bekommen wir den Satz:

*Wenn ein Kegelschnitt durch 4 Doppelpunkte einer Curve 4:ter Classe mit 2 Doppeltangenten geht und ausserdem diese Curve in 4 Punkten berührt, so müssen die Doppelpunkte auf dem Kegelschnitte ein harmonisches oder æquianharmonisches System bilden (das letztere kann aber nicht vorkommen, wenn beide Curven reel sind).*

Und reciprok: *Wenn ein Kegelschnitt 4 Doppeltangenten einer Curve 4:ter Ordnung mit 2 Doppelpunkten berührt und ausserdem diese Curve selbst in 4 Punkten berührt, so müssen die 4 Doppeltangenten als Kegelschnittstangenten betrachtet ein harmonisches (oder æquianharmonisches) System bilden.*

Und 4 harm. (æquianh.)  $C_2$ -Punkte sind immer Doppelpunkte für  $(\infty^1)$  4-fach berührende Curven 4:ter Classe, u. reciprok (s. pag. 52, 53).

Wenn man anstatt des Kegelschnittes eine andere rationale Curve benutzt, oder wenn man correspondirende Punkte anstatt durch Geraden z. B. durch Kegelschnitte mit 3 festen Punkten verbindet, gehen analoge Sätze hervor.

# Skänker till Vetenskaps-Akademins Bibliotek.

(Forts. fr. sid. 26.)

- Presburg.** *Verein für Natur- und Heilkunde.*  
Verhandlungen. N. F. H. 7(1887—91). 8:o.
- Riga.** *Naturforscher-Verein.*  
Korrespondenzblatt. 35. 1892. 8:o.
- Santiago.** *Deutscher wissenschaftlicher Verein.*  
Verhandlungen. Bd. 2: H. 4. 1892. 8:o.  
— *Société scientifique du Chili.*  
Actes. T. 2(1892): L. 1—2. 8:o.
- St. Petersburg.** *K. Universitetet.*  
Obosrjenie prepodavanija nauk.—Program för undervisningen. 1892/93.  
8:o.  
— *Russkoje astronomischeskoje obschestvo.* — *Ryska astronomiska sällskapet.*  
Isvjestija. 1. 1892. 8:o.  
— *Hortus Petropolitanus.*  
Trudi. — Acta. T. 12: F. 1. 1892.
- Sydney.** *Department of Mines*  
Geological Survey of New South Wales.  
Memoirs. Palæontology. N. 5. 1892. 4:o.
- Torino.** *R. Accademia delle Scienze.*  
Memorie. (2) T. 42. 1892. 4:o.
- Washington.** *U. S. Weather Bureau.*  
Bulletin. N. 5. 1892. 8:o.
- Wien.** *K. K. Geologische Reichsanstalt.*  
Abhandlungen. Bd. 17: H. 1—2. 1892. 4:o.
- Kommendörkaptenen Hr N. Juel.**  
Indstilling fra Fiskeværskommissionen, med Bilag. Kra 1888. 4:o.  
Indstilling . . . ang. Hvalfangsten. Kra 1890. 4:o.
- Utgifvarne.**  
Bibliotheca mathematica, hrsg. von G. ENESTRÖM. N. F. 6(1892).  
Sthlm. 8:o.  
Bigården. Tidning för biskötare. Utg. J. MICHAL. Årg. 4(1892).  
Linköping. 4:o.  
ILMONI, I., Två resebref från kontinenten 1828, 1829, utg. af J. O.  
I. Rancken. 8:o.
- Författarne.**  
AGARDH, J. G., *Analecta Algologica.* Lundæ 1892. 4:o.  
MOBERG, J. C., *Om Olenellusledet i sydliga Skandinavien.* Khvn  
1892. 8:o.  
NATHORST, A. G., *Betrachtungen über das angebliche Vorkommen  
von Resten von Organismen im Grundgebirge.* Berl. 1892. 8:o.  
*Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1893. Årg. 50. N:o 1.* 5



- NILSON, L. F., Om betsockerindustrien och utsigterna för dess införande på Gotland. Visby 1892. 8:o.
- Om utsigterna för betsockerindustriens införande på Gotland. Af C. G. Eggertz och L. F. N—. Sthlm 1892. 8:o.
- Kulturförsök med krutjord från Martebo myr. Af C. G. Eggertz och L. F. N—. Sthlm 1892. 8:o.
- Kemisk undersökning af några nordsvenska jordmåner. Af C. G. Eggertz och L. F. N—. Sthlm 1892. 8:o.
- THORELL, T., Studi sui ragui Malesi e Papuani. P. 4. Genova 1891—92. 8:o.
- On some spiders from the Andaman Islands collected by E. W. Oates. Lond. 1892. 8:o.
- BASHFORTH, F., Reprint of »A description of a machine for finding the numerical roots of equations and tracing a variety of useful curves». Cambridge 1892. 8:o.
- BERG, C., La formación carbonífera de la república Argentina. 1891. 8:o.
- Nuevos datos sobre la formación carbonífera de la república Argentina. 1891. 8:o.
- DELGADO, J. F. N., Descrição de uma forma nova de Trilobite Lichas (Uralichas) Ribeiroi. Lisboa 1892. 4:o.
- GUPPY, R. J. L., The tertiary microzoic formations of Trinidad, West Indies. Lond. 1892. 8:o.
- HJELT, O. E. A., Svenska och finska medicinalverkets historia, 1663—1812. D. 2. Hfors 1892. 8:o.
- JANNETTAZ, E., Notice sur les travaux scientifiques. Paris 1892. 4:o.
- Nouvelles recherches sur la propagation de la chaleur dans les corps cristallisés. Paris 1892. 8:o.
- LIVERSIDGE, A., On some New South Wales and other minerals. Sydney 1892. 8:o.
- MASAL, H., Entwicklung der Reihen der Gylden'schen Störungstheorie bis zu Gliedern zweiter Ordnung. München 1892. 4:o.
- MÜLLER, C., Der Stockholmer botanische Garten im Bergielund. Berl. 1892. 8:o.
- PREUDHOMME DE BORRE, A., Sur le nouvel ouvrage de M. L. Ganglbauer (Die Käfer von Mittel-Europa). Brux. 1892. 8:o.
- RAJNA, M., Sull' escursione diurna della declinazione magnetica a Milano in relazione col periodo delle macchie solari. Milano 1891. 8:o.
- SCHULHOF, L., Sur les formules de M. Fabritius. Paris 1888. 8:o.
- SEE, T. J. J., Die Entwicklung der Doppelstern-Systeme. Berl. 1893. 4:o.

# ÖFVERSIGT

AF

## KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 50.

1893.

Nº 2.

Onsdagen den 8 Februari.

### INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar.....	sid. 59.
GYLDÉN, Undersökning af fall, der rotationspblemets lösning kan uttryckas medelst reelt periodiska funktioner af tiden.....	» 63.
CLEVE, Om isomeriska nitroklorsulfonsyror af naftalin. I. 1:2:8-Nitroklornaftalinsulfonsyror.....	» 77.
ARRHENIUS, Die Elektrolyse von Alkalisalzen.....	» 95.
ANDERSSON, Ueber das Alter der <i>Isocillina canaliculata</i> -Fauna.....	» 125.
WIDMAN, Om bildning af så kallad dihydrokinazoliner och om ett nytt fall af intermolekulär omlagring.....	» 131.
Skänker till Akademiens bibliotek.....	sidd. 61, 76, 130.

Berättelser om vetenskapliga resor, som blifvit med understöd af Akademien utförda, hade blifvit afgifna af Docenten H. O. JUEL och Hr. H. DAHLSTEDT.

Hr. WITTROCK meddelade, att gynsamna underrättelser fortfarande ingått från Regnellska stipendiaterna Lektor LINDMAN och Doktor MALME, äfvensom att en värdefull samling af väl konserverade växter redan blifvit af dem hemsänd och kommit Riksmuseum tillhanda.

Hr. GYLDÉN dels meddelade, att genom Kongl. Utrikes Departementet ingått underrättelse derom, att införandet af gemensam borgerlig tid för Tyska riket vore nära förestående, och dels öfverlemnade för införande i Akademiens skrifter en af honom sjelf författad uppsats: »Undersökning af fall, der rotationspblemets lösning kan uttryckas medelst reelt periodiska funktioner af tiden».\*

Hr. MITTAG-LEFFLER redogjorde för en sin undersökning af algebraiska differentialeqvationer med entydiga integraler.

Hr. KLASON redogjorde för undersökningar, som af honom blifvit utförda, om barrvedens kemiska beståndsdelar.

Hr. LINDSTRÖM dels refererade innehållet af en af Docenten J. C. MOBERG afgifven berättelse öfver sin med understöd af Akademien utförda undersökning af Skånes Kemperbildningar, och dels meddelade en uppsats af studeranden J. G. ANDERSSON: »Ueber das Alter der Isochilina Canaliculata-fauna».\*

Hr. TÖRNEBOHM redogjorde för innehållen af följande två berättelser om vetenskapliga resor, som blifvit utförda med understöd af Akademien, nämligen af Docenten H. MUNTHE öfver en resa i trakterna af Öresund för att der studera quar-tär-geologiska frågor, och af Filos. Kandidaten O. NORDENSKJÖLD öfver en geologisk resa i Dalarnes porfyrtakter.

Hr. HASSELBERG meddelade en uppsats af Filos. Doktor V. BJERKNES: »Das Eindringen der elektrischen Wellen in die Metalle, und die elektromagnetische Lichttheorie», samt redogjorde för densammas innehåll. (Se Bihang till K. Vet. Akad. Handl.).

Sekreteraren anmälde för införande i Akademiens skrifter följande inlemnade uppsatser: 1:o) »Om isomeriska nitroklorsulfonsyror af naftalin. I. 1:2:8 Nitroklornaftalinsulfonsyror», af Prof. P. T. CLEVE;\* 2:o) »Elektrolyse von Alkalisalzen», af Docenten S. ARRHENIUS;\* 3:o) »Om bildning af så kallade dihydrokinazoliner och om ett nytt fall af intermolekulär om-lagring», af Professor O. WIDMAN;\* 4:o) »Om de till eqvationen  $\Delta\psi + k^2f(x, y, z)\psi = 0$  hörande ortogonala koordinatsystemen», af Docenten H. PETRINI (se Bihang etc.).

Från det större akademiska konsistorium i Upsala hade ingått skrifvelse med tillkännagifvande, att konsistorium till *Letterstedtsk* stipendiat utsett Docenten i grekiska språket och litteraturen vid samma universitet Dr. SAMUEL KARL ANDERSSON.

**WIDE** med uppgift att under resor och uppehåll företrädesvis i Italien och Grekland egnat sig åt studiet af romersk och grekisk arkeologi.

Af *Letterstedtska* ränthemden till pris för förtjenstfulla originalarbeten och viktiga upptäckter beslöt Akademien att bilda två lika pris, af hvilka det ena skulle öfverlemnas åt Professorn HJ. THEEL för hans i Upsala Vetenskaps-societets *Acta* offentliggjorda arbete: »On the development of *Echinocyamus pusillus*», och det andra åt Professorn F. A. SMITT för hans under förra året utkomna arbete: »Skandinaviens fiskar», första delen.

Det *Letterstedtska* priset för förtjenstfull öfversättning till svenska språket tilldelades Professorn V. E. LIDFORSS för hans öfversättning af CERVANTES' *Don Quijote*.

De *Letterstedtska* ränthemden för maktpåliggande undersökningar skulle ställas till Professor P. KLASONS förfogande såsom understöd för utarbetande under hans ledning af en möjligast exakt metod för bestämmande af cellulosa i växtdelar.

Med anledning deraf, att den 31 Mars, som är Akademiens vanliga högtidsdag, innevarande år sammanfaller med Långfredagen, beslöt Akademien att årshögtiden denna gång skulle firas den 4 April.

Följande skänker anmälde:

#### Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

**Stockholm.** *K. Statistiska Centralbyrån.*

Bidrag till Sveriges officiella statistik. 24 häften. 4:o.

— *Entomologiska föreningen.*

Entomologisk tidskrift. Årg. 13 (1892). 8:o.

Uppsatser i praktisk entomologi. 2. 1892. 8:o.

— *Geologiska föreningen.*

Förhandlingar. Bd. 14 (1892). 8:o.

Småskrifter. 6 st.

— *Svenska jägarförbundet.*

Ny tidskrift. Årg. 30 (1892). 8:o.

**Bergen.** *Museum.*

Årsberetning. 1891. 8:o.

**Abbeville.** *Société d'émulation.*

Mémoires. T. 18. 1892. 8:o.

Bulletin. 1891: N:o 4; 1892: N:o 1. 8:o.

**Auxerre.** *Société des sciences historiques et naturelles de l'Yonne.*

Bulletin. Vol. 45(1891). 8:o.

**Besançon.** *Académie des sciences, belles-lettres et arts.*

[Mémoires.] 1891. 8:o.

**Bordeaux.** *Société Linnéenne.*

Actes. Vol. 44(1890). 8:o.

— *Société des sciences physiques et naturelles.*

Mémoires. (4) T. 2 &amp; Appendice. 1891. 8:o.

**Brookville, Ind.** *Indiana Academy of science.*

Proceedings. 1891. 8:o.

**Bruxelles.** *Académie R. des sciences.*

Bulletin. (3) T. 24(1892): N:o 9—12. 8:o.

**Caen.** *Faculté des sciences.*

Bulletin du laboratoire de géologie. An. 1(1890—92): N:o 1—7. 8:o.

**Cambridge, Mass.** *Astronomical Observatory of Harvard College.*

Annals. Vol. 15: P. 2. 1892. 4:o.

Annual report. 46(1890/91)—47(1891/92). 8:o.

**Cordoba.** *Academia nacional de ciencias.*

Boletín. T. 10(1890): Entr. 4. 8:o.

**Dublin.** *R. Irish Academy.*

Transactions. Vol. 30: P. 3—4. 1892. 4:o.

Proceedings. (3) Vol. 2: N:o 3. 1892. 8:o.

**Edinburgh.** *R. Physical Society.*

Proceedings. Session 1891/92. 8:o.

**Erfurt.** *K. Akademie gemeinnütziger Wissenschaften.*

Jahrbücher. N. F. H. 18. 1892. 8:o.

**Glasgow.** *Philosophical Society.*

Proceedings. Vol. 23(1892). — Index 1—20. 1892. 8:o.

**Haag.** *Nederländska regeringen.*

Flora Batava, aangevangen door J. KOPS, voortgez. door F. W. van EEDEN. Afh. 295—300. Leiden. 4:o.

**Helsingfors.** *Société Finno-Ougrienne.*

Mémoires. 4. 1892. 8:o.

Inscriptions de l'Orkhon recueillies par l'expédition Finnoise, 1890. Hfors 1892. F.

**Kassel.** *Verein für Naturkunde.*

Bericht. 38(1891/92). 8:o.

**Krakau.** *Académie des sciences.*

Sprawozdanie komisji fizyograficznej. T. 27. 1892. 8:o.

Acta historica res gestas Poloniæ illustrantia. T. 12. 1892. 4:o.

**Lausanne.** *Société Vaudoise des sciences naturelles.*

Bulletin. (3) Vol. 28: N:o 109. 1892. 8:o.

**London.** *Nautical almanac office.*

Nautical Almanac. 1896. Lond. 8:o.

(Forts. à sid. 76.)

## Undersökning af fall, der rotationsproblemets lösning kan uttryckas medelst reelt periodiska funktioner af tiden.

Af HUGO GYLDÉN.

[Meddeladt den 8 Februari 1893.]

Det kan synas framgå af Fru KOWALEVSKIS bekanta undersökningar rörande rotationsproblemet, att detsamma endast i de tre af henne omnämnda fallen, det s. k. EULER-JACOBISKA, det LAGRANGE'ska och slutligen det af henne sjelf behandlade, skulle kunna integreras medelst entydiga funktioner af tiden. Häraf kunde vidare antagas följa, att ifrågavarande problem endast i de omnämnda fallen skulle leda till lösningar, der rörelsens olika facer uttrycktes medelst trigonometriska serier, hvilka förblefve likformigt konvergenta för alla reela värden af tiden. En sådan uppfattning vore emellertid ej riktig, såsom man här nedan skall bli i tillfälle att med full evidens inse; och det har derföre ej synts mig olämpligt att söka belysa frågan från en något allmänare ståndpunkt än den, der endast det rent matematiska intresset gör sig gällande.

Hvad nu den upptagna frågan vidkommer, så må först och främst framhållas, att det icke är sjelfva rotationsproblemet, som är inskränkt till tre, medelst entydiga funktioner integrabla fall, utan det är följande, af Fru KOWALEVSKI och hennes föregångare använda equationssystem, som endast i tre fall kunna integreras medelst funktioner af nämnda art:

$$(I) \quad \begin{cases} A \frac{dp}{dt} + (C - B)qr = mg(c''y_0 - b''z_0) \\ B \frac{dq}{dt} - (C - A)pr = mg(a''z_0 - c''x_0) \\ C \frac{dr}{dt} + (B - A)pq = mg(b''x_0 - a''y_0) \end{cases}$$

$$(1) \quad \frac{da''}{dt} = b''r - c''q; \quad \frac{db''}{dt} = c''p - a''r; \quad \frac{dc''}{dt} = a''q - b''p.$$

Af dessa system, der allmänt brukliga beteckningar blifvit använda, kan det andra, med stöd af likheterna

$$a'' = -\sin \varphi \sin \theta; \quad b'' = -\cos \varphi \sin \theta; \quad c'' = \cos \theta,$$

ersättas af det följande

$$(2) \quad \begin{cases} \frac{d\varphi}{dt} = r + \cotang \theta (p \sin \varphi + q \cos \varphi) \\ \frac{d\theta}{dt} = q \sin \varphi - p \cos \varphi. \end{cases}$$

Sedan de fem quantiteterna  $p$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $\varphi$  och  $\theta$  blifvit funna, erhåller man slutligen en tredje vinkel  $\psi$  medelst en qvadratur, nämligen genom att integrera  $\frac{d\psi}{dt}$ , som fås ur formeln

$$(3) \quad \sin \theta \frac{d\psi}{dt} = q \cos \varphi + p \sin \varphi.$$

Med stöd af denna relation antager den första af likheterna (2) följande utseende

$$\frac{d\varphi}{dt} = r + \cos \theta \frac{d\psi}{dt}.$$

Likheterna (I) och (1) kunna nu visserligen icke, enligt hvad Fru KOWALEWSKI har visat, integreras medelst entydiga funktioner i andra fall än der man har:

$$1:o \quad y = 0$$

$$2:o \quad A = B, \quad x_0 = y_0 = 0$$

$$3:o \quad A = B = 2C; \quad z_0 = 0,$$

men dessa likheter äro också icke, annat än i abstrakt tänkta fall, det exakta uttrycket för differentialvilkoren emellan rota-

tionsrörelsen och tiden; och om dessa equationer också icke kunna integreras, så följer häraf ingalunda att ej andra differentialequationer, som närmare än likheterna (I) motsvara verkliga sakförhållanden i naturen, skola kunna integreras medelst likformiga funktioner och till och med, någon gång, medelst slutna uttryck.

I det första af de tre uppräknade fallen förutsättes att icke några yttre krafter inverka på kroppens rotation; i de båda senare åter, att den roterande kroppen är attraherad af en materiel punkt i oändligt afstånd från, och i oföränderligt läge med hänseende till densamma. Dessa fall äro således rent abstrakta; ty hvarken förekommer i verkligheten någon roterande kropp, som icke vore påverkad af någon kraft, låt vara aldrig så liten, ej heller förekommer någon attraherande punkt i oändligt afstånd, låt vara äfven att detta afstånd än är aldrig så stort. Likheterna (I) kunna derföre endast leda till approximativa resultat, äfven om dessa ytterst nära kunna sammanfalla med de exakta, men man kan i alla händelser, åtminstone i de båda första fallen anse det approximativa resultatet såsom en första approximation, hvilket medelst fortsatta tillnärmelser kan förbättras.

Men det kan nu mycket väl tänkas — och så är äfven verkliga förhållandet — att man af de termer, som strängt taget borde förefinnas i de högra membra af likheterna (I), kunde bibehålla några, utan att integralens natur väsentligen förändrades. Om så vore, så bör tydligen det mer fullständiga resultatet ur strängt geometrisk synpunkt föredragas, ty äfven om den direkta fördel, den strängare behandlingen skulle medföra, ur praktisk synpunkt ej syntes nämnvärd, så innebär det mer omfattande resultatet alltid möjligheten att kunna specialiseras, och att sålunda lemna ett direkt bevis derom, att det mindre fullständiga var egnat att tjena till utgångspunkt för fortsatta approximationer. De fall, der likheterna (I), sedan deras högra membra blifvit kompletterade medelst lämpliga termer, kunna integreras medelst entydiga funktioner, eller der



deras integral öfverhufvud kunna uttryckas medelst likformigt konvergerande serier efter bekanta funktioner af tiden, böra således ur theoretisk synpunkt tillnätas minst samma intresse som med rätta tillerkännes de ofvan uppräknade integrabla fallen.

Insätter man i likheterna (I) de ofvan angifna uttrycken för  $a''$ ,  $b''$  och  $c''$ , så finner man, under fullgörande af villkoren i andra fallet:

$$(II) \quad \begin{cases} A \frac{dp}{dt} + (C - A)qr = mgz_0 \cos \varphi \sin \theta \\ A \frac{dq}{dt} - (C - A)pr = -mgz_0 \sin \varphi \sin \theta \\ C \frac{dr}{dt} = 0. \end{cases}$$

Integrationen af dessa likheter, i förening med (2) och (3) innebär lösningen af det s. k. LAGRANGE'ska fallet, eller leder till theorien för den sferiska pendeln.

Medtager man vidare, under fortsatt fullgörande af villkoren under n:o 2, de termer näst efter de utsatta, som härröra af attraktionen från en punkt utom den roterande kroppen, och tänker man sig denna punkt i ett oföränderligt afstånd från kroppens upphängningspunkt, som befinner sig på den, med de båda öfriga olika inertieaxeln, då erhålles systemet

$$(III) \quad \begin{cases} A \frac{dp}{dt} + (C - A)qr = mgz_0 \cos \varphi \sin \theta - f(C - A) \cos \varphi \sin \theta \cos \varphi \\ A \frac{dq}{dt} - (C - A)pr = -mgz_0 \sin \varphi \sin \theta + f(C - A) \sin \varphi \sin \theta \cos \varphi \\ C \frac{dr}{dt} = 0, \end{cases}$$

i sammanhang med hvars integration likheterna (2) och (3) tydligen böra konsidereras.

Genom att här insätta  $z_0 = 0$  samt tilldela åt  $f$  ett negativt värde, finner man slutligen det system, som Herr TISSERAND redan 1885 integrerat, och hvarigenom han funnit en så särdeles elegant lösning till precessionsproblemet.

Men hvilka värden konstanterna  $z_0$  och  $f$  än må hafva, lösningen till systemet (III), kombineradt med likheterna (2) och (3), finner man med samma fullständighet medelst elliptiska funktioner, som utmärker arbetena af JACOBI, HERMITE och Fru KOWALEWSKI i frågan om de tre förut nämnda fallen. Jag skulle derföre vilja beteckna den af Herr TISSERAND lösta uppgiften såsom det fjerde fallet, der rotationsproblemets lösning erhålles medelst entydiga funktioner af tiden. Det femte fallet skulle då karakteriseras af det fullständiga systemet (III), der såväl  $z_0$  som  $f$  hafva ändliga värden, detta system alltid i förening med likheterna (2) och (3).

Gå vi vidare, i det vi till högra membra af de båda första likheterna i systemet (III) foga termer af beskaffenhet att utgöra länkar i de utvecklingar, som uttrycka komponenterna af attraktionen till en yttre punkt i invariabelt läge med hänseende till den roterande kroppens upphängningspunkt, så erhålles, förutsatt alltid att upphängningspunkten befinner sig på den omnämnda inertieaxeln, allt fler och fler, medelst likformigt konvergenta trigonometriska serier integrerbara fall. Men då alla dessa specialfall i sjelfva verket endast utgöra generaliseringar af LAGRANGES eller TISSERANDS problem, eller, om man så vill, af det problem, som motsvaras af eqvationssystemet (III), så synes lämpligt att betrakta dem samfäldt, dervid man ej inskränker sig till ett ändligt antal termer, utan supponerar högra membra utgöras af oändliga, men konvergenta serier.

## II.

Låt  $\rho$  beteckna afståndet emellan upphängningspunkten och den punkt, som tänkes attrahera den roterande kroppen; lägg i den förra ett rätvinkligt, fast axelsystem, så att  $z$ -axeln sammanfaller med afståndet  $\rho$ . Afståndet  $\Delta$  emellan den attraherande punkten, som alltid må tänkas utom den roterande kroppen, till en punkt  $x, y, z$  inom densamma, uttryckes nu medelst formeln

$$\Delta^2 = r^2 - 2z\rho + \rho^2,$$

der

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2.$$

I det nu potentialfunktionen relativt till den roterande kroppens och den yttre punktens ömsesidiga attraktion betecknas med  $U$ , ett masselement af den förra med  $dm$ , samt en konstant, af den yttre punktens attraktionsintensitet beroende faktor med  $l$ , vinner man följande uttryck:

$$U = l \int \frac{dm}{r},$$

dervid integrationen skall utsträckas till alla masselement inom den roterande kroppen.

Sättes vidare, under det man med  $x_1, y_1, z_1$  betecknar de inom kroppen fasta, med inertieaxlarna parallela koordinaterna för punkten  $xy$ ,

$$z = a''x_1 + b''y_1 + c''z_1,$$

och dessutom:

$x_1 = -r\sqrt{1-\mu^2} \sin \omega$ ;  $y_1 = -r\sqrt{1-\mu^2} \cos \omega$ ;  $z_1 = r\mu$ ,  
så erhålles, enär masselementet, då den såsom konstant antagna tätheten ingår i faktorn  $l$ , kan uttryckas medelst  $r^2 d\mu d\omega dr$ ,

$$U = \frac{l}{\varrho} \int_{-1}^{+1} \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{r^2 d\mu d\omega dr}{\sqrt{1 - 2\frac{r}{\varrho} (\mu \cos \theta + \sqrt{1-\mu^2} \sin \theta \cos (\varphi - \omega)) + \frac{r^2}{\varrho^2}}};$$

och här betecknar  $R$  radius vektor framdragen till den roterande kroppens yta.

Då nu förhållandet  $\frac{R}{\varrho}$  tänkes mindre än 1, så kan förestående uttryck utvecklas efter potenserna af detsamma, och man erhåller, sedan integration i afseende på  $r$  blifvit verkställd, ett resultat af formen

$$U = \frac{l}{\varrho} \sum \frac{1}{n+3} \frac{1}{\varrho^n} \int_{-1}^{+1} \int_0^{2\pi} R^{n+2} P_n d\mu d\omega,$$

der  $P_n$  betecknar sådana funktioner af  $\mu$ ,  $\omega$ ,  $\theta$  och  $\varphi$ , som LAPLACE undersöker i tredje boken af *méc. céleste* (I<sup>ère</sup> partie). Dessa funktioner kunna uttryckas medelst formeln

$P_n = X_n(u) X_n(\cos \theta) +$  per. termer, beroende af argumentet  $\omega$ , då vi nämligen med  $X_n(u)$  betecknar det LEGENDRE'ska polynomet

$$X_n(u) = \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots (2n-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots n} \left\{ u^n - \frac{n(n-1)}{2(2n-1)} u^{n-2} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2 \cdot 4(2n-1)(2n-3)} u^{n-4} \dots \right\}.$$

Men då de periodiska termerna, såsom lätt inses, försvinna vid integrationen, alldenstund  $R$  antogs tillhöra en rotationsyta och således vara oberoende af  $\omega$ , så finnes

$$(4) \quad U = \frac{l}{\rho} \sum \frac{2\pi}{n+3} \frac{X(\cos \theta)}{\rho^n} \int_{-1}^{+1} R^{n+3} X_n(u) d\mu.$$

Radiusvektor  $R$  hafva vi visserligen icke tänkt oss såsom någon funktion af  $\omega$ , men väl såsom en funktion af  $\mu$ ; vi antaga nu, för att icke föranleda någon komplikation, som här vore utan intresse, att  $R$  kan uttryckas medelst utvecklingen

$$R = a(e_0 + e_1 u + e_2 u^2 + \dots + e_r u^r),$$

der vi för enkelhetens skull tänka oss faktorn  $a$  sålunda bestämd, att

$$|e_0| + |e_1| + \dots + |e_r| = 1,$$

under det att  $e_0 \dots e_r$  beteckna konstanta, positiva eller negativa koefficienter. Funktionen  $R$  kan då äfven representeras af formeln

$$R = a(e_0^{(1)} + e_1^{(1)} X_1(u) + e_2^{(1)} X_2(u) + \dots + e_r^{(1)} X_r(u));$$

och på samma sätt kan man äfven uppställa formlerna

$$R^2 = a^2(e_0^{(2)} + e_1^{(2)} X_1(u) + e_2^{(2)} X_2(u) + \dots + e_r^{(2)} X_r(u))$$

. . . . .

$$R^n = a^n (e_0^{(n)} + e_1^{(n)} X_1(\mu) + e_2^{(n)} X_2(\mu) + \dots + e_n^{(n)} X_n(\mu)).^1)$$

Insättes uttrycket för  $R^{n+3}$ , enligt denna formel, i likheten (4), och observeras såväl värdet

$$\int_{-1}^{+1} X_n(\mu) X_n(\mu) d\mu = \frac{2}{2n+1},$$

som att man för öfrigt, då  $m$  och  $n$  beteckna två olika heltal, har:

$$\int_{-1}^{+1} X_m(\mu) X_n(\mu) d\mu = 0,$$

så ernås resultatet

$$(5) \quad U = \frac{4\pi l a^3}{\varrho} \sum \frac{e_n^{(n+3)}}{(n+3)(2n+1)} \left(\frac{a}{\varrho}\right)^n X_n(\cos \theta).$$

De tre första termerna af detta uttryck kunna emellertid angifvas på ett annat sätt, hvarigenom deras betydelse blir evident.

Man har först och främst

$$\int dm = m,$$

hvidan den första termen helt enkelt reduceras till

$$(a) \quad \frac{lm}{\varrho}.$$

Vidare är, i enlighet med antagandet att  $z_1$ -axeln går genom tyngdpunkten,

$$\Sigma x_1 dm = 0; \quad \Sigma y_1 dm = 0; \quad \Sigma z_1 dm = m z_0;$$

sålendes äfven

$$\int_{-1}^{+1} \int_0^{2\pi} \int_0^R r^3 \sin \omega \sqrt{1-\mu^2} d\mu d\omega dr = 0$$

<sup>1)</sup> Man kan naturligtvis äfven välja  $a$  sålunda att  $e_0^{(3)}$  blir lika med 1, då  $a$  skulle beteckna radien af en sfer, som har lika massa med den roterande kroppen.

$$\int_{-1}^{+1} \int_0^{2\pi} \int_0^R r^3 \cos \omega \sqrt{1 - \mu^2} d\mu d\omega dr = 0$$

$$\int_{-1}^{+1} \int_0^{2\pi} \int_0^R r^3 \mu d\mu d\omega dr = mz_0.$$

Häraf följer, att den andra termen i utvecklingen (5) är gifven medels uttrycket

$$(b) \quad \frac{lmz_0}{\varrho^2} \cos \theta.$$

Hvad slutligen den tredje termen vidkommer, må först och främst erinras om formlerna

$$A = \int (y_1^2 + z_1^2) dm$$

$$= \int_{-1}^{+1} \int_0^{2\pi} \int_0^R r^4 (1 - (1 - \mu^2) \cos \omega^2) d\mu d\omega dr,$$

$$B = \int (x_1^2 + z_1^2) dm$$

$$= \int_{-1}^{+1} \int_0^{2\pi} \int_0^R r^4 (1 - (1 - \mu^2) \sin \omega^2) d\mu d\omega dr,$$

$$C = \int (x_1^2 + y_1^2) dm$$

$$= \int_{-1}^{+1} \int_0^{2\pi} \int_0^R r^4 (1 - \mu^2) d\mu d\omega dr,$$

samt vidare derom att

$$\int x_1 y_1 dm = \int x_1 z_1 dm = \int y_1 z_1 dm = 0,$$

alldenstund vi antagit den roterande kroppens massa vara symmetriskt ordnad med hänseende till  $z_1$ -axeln.

Men emedan  $R$  antogs oberoende af  $\omega$ , befinnes:

$$A = B = \frac{2\pi}{5} \int_{-1}^{+1} R^2 (1 - \frac{1}{2}(1 - \mu^2)) d\mu$$

$$C = \frac{2\pi}{5} \int_{-1}^{+1} R^2 (1 - \mu^2) d\mu ,$$

hvaraf följer:

$$\begin{aligned} C - A = C - B &= -\frac{3\pi}{5} \int_{-1}^{+1} R^2 (\mu^2 - \frac{1}{2}) d\mu \\ &= -\frac{3\pi}{5} \int_{-1}^{+1} R^2 X_2(\mu) d\mu . \end{aligned}$$

Med stöd af detta värde erhålles följande uttryck för den tredje termen af utvecklingen (5):

$$(c) \quad -\frac{1}{2} \frac{l(C-A)}{q^3} X_2(\cos \theta) .$$

### III.

Genom de i det föregående fastställda bestämmelserna är potentialfunktionen  $U$  gjord till en funktion af den enda variabeln  $\theta$ : låter man fortfarande antagandet  $A=B$  förbli i kraft, så antaga de bekanta differentialeqvationerna, som bestämma rotationsrörelsen, följande enkla form

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} A \frac{dp}{dt} + (C-A)qr &= -\cos \varphi \frac{\partial U}{\partial \theta} \\ A \frac{dq}{dt} - (C-A)pr &= \sin \varphi \frac{\partial U}{\partial \theta} \\ C \frac{dr}{dt} &= 0 . \end{aligned} \right.$$

Man återfinner ur dessa likheter systemet III, om man i desamma insätter de tre första termerna af utvecklingen (5), och problemets lösning finnes härpå uttryckt medelst elliptiska funktioner och elliptiska integral. Insätter man deremot flere

termer af utvecklingen (5) i förestående likheter, så erhålles tiden uttryckt medelst en hyperelliptisk integral, hvars analytiska omvändning, gällande för reela värden af tiden, vanligen lätt nog kan erhållas, alldenstund serien (5) mestadels konvergerar mycket hastigt.

I betraktande af relationen

$$\frac{d\theta}{dt} = q \sin \varphi - p \cos \varphi$$

finner man omedelbart en integral till de två första af likheterna (6), nämligen

$$(7) \quad A(p^2 + q^2) = c + 2U$$

der  $c$  betecknar en arbiträr konstant, hvilken för öfrigt kan tänkas förenad med den konstanta termen i  $U$ . Man vinner sålunda, med stöd af utvecklingen (5), hvilken kan tänkas afstannad vid någon bestämd term, ett resultat af formen

$$(8) \quad p^2 + q^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \cos \theta + \alpha_2 \cos^2 \theta + \dots$$

Under förutsättning att endast de tre första af koefficienterna behöfva medtagas, gälla värdena

$$\alpha_1 = 2 \frac{lmz_0}{A\rho^2}$$

$$\alpha_2 = -2 \frac{l(C-A)}{A\rho^3},$$

af hvilka vi skola sätta det senare under en något förändrad form.

Quantiteterna  $A$ ,  $B$ ,  $C$  beteckna principalinertiemomenterna i afseende på upphängningspunkten, och det har antagits att en af principalaxlarna går genom tyngdpunkten, hvars afstånd från förstnämnda punkt betecknades med  $z_0$ . Beteckna vi nu principalinertiemomenterna i afseende på tyngdpunkten med  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ , så gälla relationerna

$$A = A_1 + mz_0^2$$

$$B = B_1 + mz_0^2$$

$$C = C_1.$$



Härmed erhålles, för  $\alpha_2$ , uttrycket

$$\alpha_2 = -2 \frac{l(C_1 - A_1 - mz_0^2)}{A\rho^3}.$$

Betecknar man slutligen

$$2 \frac{l}{\rho^2} = g,$$

så befinnes:

$$A\alpha_1 = gmz_0$$

$$A\alpha_2 = -\frac{g}{\rho}(C_1 - A_1 - mz_0^2).$$

De följande koefficienterna kunna i allmänhet icke väsentligen förenklas.

Ur det senast anförda uttrycket för  $\alpha_2$  vinnes omedelbart följande anmärkningsvärda sats:

*Förutsatt att inertiemomentet  $C_1$  är större än inertiemomentet  $A_1$ , som är lika med  $B_1$ , samt att ej flere än de tre första koefficienterna  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  och  $\alpha_2$  förekomma, då finnes det på den med kroppen fast förbundna z-axeln två punkter så beskaffade, att om kroppen upphänges i någon af dem, så oscillerar han alldeles på samma sätt, som om den attraherade punkten vore oändligt aflägsen, d. v. s. som om den bekanta teorien för den sferiska pendeln vore exakt riktig. Dessa punkter ligga på ett afstånd af*

$$\pm \sqrt{\frac{C_1 - A_1}{m}}$$

från kroppens tyngdpunkt.

Förutom den redan angifna integralen (7), finner man ögonblickligen en annan till systemet (6), nämligen

$$r = n,$$

der man med  $n$  betecknat en integrationskonstant.

En tredje integral härleder man på följande bekanta sätt. Genom differentiation af likheten

$$\sin \varphi \frac{d\psi}{dt} = q \cos \varphi + p \sin \varphi$$

finner man:

$$\sin \theta \frac{d^2 \psi}{dt^2} + \cos \theta \frac{d\psi}{dt} \frac{d\theta}{dt} = \frac{dq}{dt} \cos \varphi + \frac{dp}{dt} \sin \varphi \\ + (-q \sin \varphi + p \cos \varphi) \frac{d\varphi}{dt},$$

eller, då man beaktar relationerna

$$\frac{d\theta}{dt} = q \sin \varphi - p \cos \varphi; \quad \frac{d\varphi}{dt} = n + \cos \theta \frac{d\psi}{dt}$$

samt den ur de två första af likheterna (6) lätt framgående:

$$A \left( \frac{dq}{dt} \cos \varphi + \frac{dp}{dt} \sin \varphi \right) + (C - A)(q \sin \varphi - p \cos \varphi)n = 0,$$

följande differentialeqvation

$$\sin \theta \frac{d^2 \psi}{dt^2} + 2 \cos \theta \frac{d\theta}{dt} \frac{d\psi}{dt} + n \frac{C}{A} \frac{d\theta}{dt} = 0,$$

till hvilken man omedelbart finner följande integral:

$$(9) \quad \frac{d\psi}{dt} = \frac{n_1 \cos \theta - \lambda_1}{\sin \theta^2}.$$

Med  $\lambda_1$  har man här betecknat en integrationskonstant och med  $n_1$ , för korthetens skull, kvantiteten  $n \frac{C}{A}$ .

Om det senare angifna värdet af  $\frac{d\psi}{dt}$  insättes i den lätt funna likheten

$$\sin \theta^2 \left( \frac{d\psi}{dt} \right)^2 + \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 = p^2 + q^2,$$

så befinnes:

$$\sin \theta^2 \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 = - (n_1 \cos \theta - \lambda_1)^2 + \sin \theta^2 (p^2 + q^2)$$

eller slutligen, om man skrifver  $z$  i stället för  $\cos \theta$  och inför värdet af  $p^2 + q^2$  enligt likheten (8),

$$\left( \frac{dz}{dt} \right)^2 = - (n_1 z - \lambda_1)^2 + (1 - z^2)(\alpha_0 + \alpha_1 z + \alpha_2 z^2 + \dots),$$

hvilken likhet, i händelse man stannar vid ett ändligt antal  $\alpha$ -koefficienter, leder till att uttrycka tiden medelst en hyperelliptisk integral.

## Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. fr. sid. 62.)

**Lyon.** *Observatoire.*

Travaux. 2. 1892. 8:o.

ANDRÉ, CH., Relations des phénomènes météorologiques déduites de leurs variations diurnes et annuelles. Lyon 1892. 8:o.

**Marseille.** *Faculté des sciences.*

Annales. T. 1: 2, 2: 1. 1892. 4:o.

**Nancy.** *Académie de Stanislas.*

Mémoires. (5) T. 9. 1892. 8:o.

— *Société des sciences.*

Bulletin. (2) T. 12(1892). 8:o.

**Napoli.** *Accademia delle scienze fisiche e matematiche.*

Rendiconto. (2) Vol. 6(1892): Fasc. 1-12. 4:o.

— *Accademia Pontaniana.*

Atti. Vol. 22. 1892. 4:o.

Annuario. 1893. 12:o.

**Palermo.** *Circolo matematico.*

Rendiconti. T. 6(1892): Fasc. 1-6. 8:o.

**Paris.** *Académie des sciences.*

CAUCHY, A., Oeuvres complètes. Sér. 1: T. 7. 1892. 4:o.

— *Comité international des poids et mesures.*

Rapport. 15(1891). Fol.

Procès-verbaux. 1891. 8:o.

— *École polytechnique.*

Journal. Cahier 61—62. 1891—92. 4:o.

— *Société entomologique de France.*

Annales. Vol. 60(1891): 1-4. 8:o.

— *Société zoologique.*

Mémoires. T. 5(1892): P. 2-4. 8:o.

Bulletin. T. 17(1892): N:o 4-6. 8:o.

**St. Petersburg.** *Universitetet.*

Catalogus accessionum bibliothecæ imperialis litterarum universitatis Petropolitanae, 1885—90. 8:o.

— *Institut impérial de médecine expérimentale.*

Archives des sciences biologiques. T. 1: N:o 3-4. 1892. 4:o.

**Toronto.** *Canadian Institute.*

Transactions. Vol. 3: P. 1. 1892. 8:o.

**Troyes.** *Société académique des sciences, arts et belles-lettres du Dép. de l'Aube.*

Mémoires. T. 55(1891). 8:o.

**Washington.** *U. S. National Museum.*

Bulletin. N:o 40. 1892. 8:o.

**Wien.** *K. K. Naturhistorisches Hofmuseum.*

Annalen. Bd. 7(1892): N:o 1-4. 8:o.

(Forts. à sid. 130.)

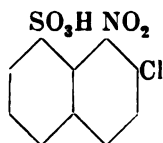
Meddelanden från Upsala kemiska laboratorium.

## 219. Om isomeriska Nitroklorsulfonsyror af naftalin I.

Af P. T. CLEVE.

[Meddeladt den 8 Februari 1893.]

### 1 : 2 : 8 Nitroklornaftalinsulfonsyra.



Om kloriden till 2 : 8 klorsulfonsyra i små portioner införes i rykande, afkyld salpetersyra, löses den genast, men efter en kort stund utkristallisera små nålar, af hvilka vätskan stelnar till en gröt, som togs på glasull och tvättades med isättika. Efter omkristallisering erhöles en vid 190° smältande klorid, som tycktes utgöra den enda produkten. Kloriden sönderdelades med bariumhydrat, och af bariumsaltet framställes öfriga salter och derivat.

*Kaliumsaltet* är lösligt och bildar fina, böjliga nålar, som så uppfylla vätskan att den liknar ett gélé.

*Natriumsaltet* är likaledes lösligt. Den i värme mättade lösningen stelnar vid afsvälning till en gélélik massa af ytterst fina, böjliga nålar.

*Silfversaltet* kristalliserar i köld i fina, böjliga nålar, ur en varm lösning vid afsvälning i tämligen stora blad, som lätt lösas i hett vatten.

*Bariumsaltet*  $(C_{10}H_5ClNO_2SO_3)_2Ba + 4H_2O$  — bildar små, svagt gula, till klotrunda aggregat förenade nålar. Det löses

tämligen lätt i hett vatten, men är svårslösligt i kallt vatten, vittrar ej öfver svafvelsyra, men förlorar allt vatten vid 126°—130°.

0,596 gr. förlorade vid upphettning 0,0552 gr. och gaf 0,1765 gr.  $\text{BaSO}_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Ba	17,41	17,52
$\text{H}_2\text{O}$	9,26	9,21.

*Etyletern* erhöles af silfversaltet med jodetyl. Den är mycket svårslöslig i alkohol, benzol o. s. v. och bildar nästan färglösa, fina nålar med smältpunkten 181°.

*Kloriden* —  $\text{C}_{10}\text{H}_5\text{NO}_2\text{ClSO}_2\text{Cl}$  — bildar fina, svagt gula kristallnålar med smältpunkten 190°. Den sönderdelas strax ofvan smältpunkten. I lösningsmedel, isättika, benzol o. s. v. är den svårslöslig.

0,2510 gr. gaf 10 kubc. kväfgas t. 18° Bar. 758 mm.

0,2542 gr. gaf 0,2376 gr.  $\text{AgCl}$ .

0,2440 gr. gaf 0,1859 gr.  $\text{BaSO}_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	23,12	23,15
N	4,67	4,58
S	10,46	10,47.

*Amiden* —  $\text{C}_{10}\text{H}_5\text{NO}_2\text{ClSO}_2\text{NH}_2$  — bildar små, gulaktiga nålar med smältpunkten 226°. Den löses tämligen svårt af alkohol.

0,1994 gr. gaf 16,7 kubc. kväfgas t. 18° Bar. 770 mm.

0,1304 gr. gaf 0,0654 gr.  $\text{AgCl}$ .

0,18 gr. gaf 14,4 cc. kväfgas t. 13° Bar. 777 mm.

	Funnet.	Beräknadt.
N	9,99 9,79	9,77
Cl	12,41	12,45.

*Disulfiden*  $(\text{C}_{10}\text{H}_5\text{ClNO}_2)_2\text{S}_2$  — erhålles när jodvätesyra sättes till en het lösning af kloriden i isättika. Den utfälles i form af ett gult kristalliniskt pulver, som är nästan olösligt i alkohol, isättika och kloroform. Dess smältpunkt är 244°.

0,1458 gr. gaf 0,0855 gr. AgCl.

0,2092 gr. gaf 10,2 kubc. kväfgas t. 18° Bar. 764 mm.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	14,51	14,84
N	5,77	5,87.

*Amidoklorsulfonsyra* (1 : 2 : 8) —  $C_{10}H_5ClNH_2SO_3H$  — erhålles om salter af nitrosyran reduceras med beräknad mängd ferrosulfat och ammoniak. När filtratet försattes med en syra, utföll amidosyran i form af ett mycket svårösligt, svagt gult pulver af mikroskopiska nålar.

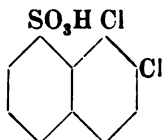
0,0952 gr. gaf 0,0478 gr AgCl.

0,1333 gr. gaf 6 kubc. kväfgas t. 16° Bar. 762 mm.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	13,88	13,75
N	5,35	5,44.

Amidosyrans natriumsalt bildar små, glänsande fjäll, som äro tämligen svårösliga i kallt vatten. Om dess med kaliumnitrit blandade lösning fälles med utspädd saltsyra, erhåller man diazoföreningen i form af en ljusgul fällning af fina nålar. Diazoföreningen är ovanligt beständig och sönderdelas endast långsamt af kokande vatten. Den kan till och med omkristalliseras ur hett vatten, hvarur den erhålles i tämligen långa, guld gula nålar. Den ger dervid icke sulton.

*1 : 2 : 8 Diklorsulfonsyra.*



Af amidosyran kunde klorsulfonsyra ej erhållas genom SANDMEYERS metod, emedan dervid den beständiga diazoföreningen afskilde sig. Deremot erhålles den lätt, om diazoföreningen i små portioner införes i rykande, med kopparklorur blandad saltsyra, som upphettats till nära kokning. Diazoföreningen löses lätt, och vid afsvälning stelnar lösningen till en kristallmassa.

*Kaliumsaltet* bildar glimmerlika, i kallt vatten mycket svår-  
lösliga, tunna taflor.

*Bariumsaltet* bildar stora, tunna, silfverglänsande taflor,  
tämlichen löttlösliga i hett vatten, svårösliga i kallt vatten.

*Silfversaltet* är tämligen löttlösligt och bildar fettglänsande  
fjäll.

*Etyletern* —  $C_{10}H_5Cl_2SO_2C_2H_5$  — bildar små, färglösa, i kall  
alkohol svårösliga nålar. Smältpunkt  $132^\circ$ .

0,2494 gr. gaf 0,2346 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	23,27	23,23.

*Kloriden* —  $C_{10}H_5Cl_2SO_2Cl$  — kristalliserar ur benzol och  
isättika i spröda, färglösa nålar, som äro svårösliga och smälta  
vid  $138^\circ$ .

0,1873 gr. gaf 0,274 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	36,20	35,98.

*Amiden* —  $C_{10}H_5Cl_2SO_2NH_2$  — erhöles af kloriden med en  
blandning af alkohol och amoniak. Den bildar svårösliga, små,  
fettglänsande fjäll med smältpunkten  $221^\circ$ , efter stelnandet  $226^\circ$ .

0,3034 gr. gaf 13 kubc. kväfgas t.  $17^\circ$  Bar. 767 mm.

	Funnet.	Beräknadt.
N	5,11	5,08.

### *Hydrolys af diklorsulfonsyran.*

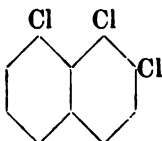
När kaliumsaltet af diklorsulfonsyran upphettades med för-  
sorsyra i starkt upphettad vattenångä, erhöles ett destillat med  
oljedroppar, som icke stelnade. Dessa renades genom destillation  
med vattenångä. Efter afkylning med is stelnade de nu erhållna  
dropparne, och efter omkristallisering ur alkohol erhöles väl ut-  
bildade romboedrer med smältpunkten  $34^\circ$ .

0,1387 gr. gaf 0,2008 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	36,23	35,84.

Den erhållna diklornaftalinen var således 1:2 klornaftalin, hvarför intet tvifvel finnes att motsvarande diklorsulfonsyra har ofvan uppgifna formel.

1:2:8 Triklornaftalin.



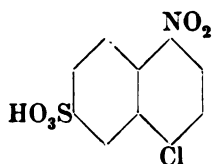
Nitroklorsulfonsyrans klorid förpuffade alltid, när den upphettades med fosforpentaklorid, hvarför det icke lyckades att deraf erhålla triklornaftalin. Deremot lyckades det lätt att framställa den af diklorsulfonsyran med fosforpentaklorid. Efter råproduktens destillation med vattenånga och kristallisering ur alkohol erhöles den i fina, tämligen långa nålar med smältpunkten  $83^{\circ}$ . Den löses tämligen lätt i kokande alkohol.

0,1341 gr. gaf 0,25 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	46,13	45,93.

ARMSTRONG och WYNN hafva (Chem. Soc. 1889 p. 48 abstr.) framställt en vid  $83^{\circ}$  till  $84^{\circ}$  smältande triklornaftalin, som utan tvifvel är identisk med den af mig erhållna. Den uppgifves emellertid hafva konstitutionen 1:2:7, men enligt mina undersökningar smälter 1:2:7 triklornaftalinen vid  $75,5^{\circ}$  <sup>1)</sup>

1:4:6 Nitroklorsulfonsyra.



Om kloriden till 1:7 klorsulfonsyra i små portioner införes i koncentrerad, afkyld salpetersyra, med eg. v. 1,5, löses den lätt, och man erhåller, när nitreringsvätskan hålles i vatten, en

<sup>1)</sup> Öfvers. af K. Sv. Vet. Akad. Förh. 1892, N:o 9 s. 420.



tung olja, som sedermera stelnar till en kristallinisk massa. Produkten kristalliseras bäst ur kolsvafva, och man erhåller efter upprepade kristalliseringar en i fina, gula nålar kristalliserande klorid med smältpunkten  $108^{\circ}$  eller  $116^{\circ}$  (allt efter stelningssättet) och en annan klorid i stora, rombiska tafkor med smältpunkten  $129^{\circ}$ . Den förre är klorid till 1:4:6 syran, den senare, som bildas i betydligt mindre mängd, är kloriden till 1:8:2 syran.

*Syran* bildar en gulaktig, löslig, kristallinisk massa.

*Kaliumsaltet* —  $C_{10}H_5ClNO_2SO_3K(+\frac{1}{2}H_2O)$  — är lösligt i hett vatten, svårlöst i kallt vatten och bildar mycket små kristallnålar. Saltet förlorade öfver svafvelsyra 3,02 procent; ber. 2,69 procent vatten.

0,2339 gr. gaf 0,061 gr.  $K_2SO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
K	11,71	12,01.

*Natriumsaltet* —  $C_{10}H_5ClNO_2SO_3Na + H_2O$  — bildar tunna, fettglänsande, gula blad, som icke vittra öfver svafvelsyra.

0,084 gr. förlorade vid  $130^{\circ}$  0,0043 gr. och gaf 0,0174 gr.  $Na_2SO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Na	6,71	7,02
$H_2O$	5,12	5,50.

*Silfversaltet* —  $C_{10}H_5ClNO_2SO_3Ag + H_2O$  — bildar små, gula, tämligen svårlösliga nålar, som icke vittra öfver svafvelsyra.

0,1964 gr. förlorade vid  $130^{\circ}$  0,0081 gr. och gaf 0,068 gr.  $AgCl$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Ag	26,06	26,13
$H_2O$	4,12	4,37.

*Magnesiumsaltet* —  $(C_{10}H_5ClNO_2SO_3)_2Mg + 3H_2O$  — är lösligt och bildar ytterst fina, till klotrunda aggregat förenade nålar. Saltet kunde ej utpressas, hvarför det analyserades efter torkning öfver svafvelsyra.

0,2735 gr. förlorade vid 150° 0,022 gr. och gaf 0,0451 gr.  $\text{Mg}_2\text{P}_2\text{O}_7$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Mg	3,57	3,69
H <sub>2</sub> O	8,04	8,30.

*Kalciumsaltet* —  $(\text{C}_{10}\text{H}_5\text{ClNO}_2\text{SO}_3)_2\text{Ca} + \text{H}_2\text{O}$  — är tämligen lösligt och bildar långa, spröda nålar, som ej vittra öfver svafvelsyra.

0,1678 gr. förlorade vid 150° 0,0045 gr. och gaf 0,035 gr.  $\text{CaSO}_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Ca	6,13	6,34
H <sub>2</sub> O	2,68	2,85.

*Bariumsaltet* —  $(\text{C}_{10}\text{H}_5\text{ClNO}_2\text{SO}_3)_2\text{Ba}$  — bildar mycket små, ljusgula, äfven i kokande vatten svårlösliga nålar.

0,3479 gr. gaf 0,1155 gr.  $\text{BaSO}_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Ba	19,52	19,30.

*Zinksaltet* bildar platta, lösliga nålar.

*Etyltern* är löslig i kokande alkohol, svårlöslig i kall, och bildar fina, kärfformigt förenade nålar med smältpunkten 89°.

*Kloriden* —  $\text{C}_{10}\text{H}_5\text{ClNO}_2\text{SO}_2\text{Cl}$  — bildar ljusgula nålar, som äro lösliga i isättika, benzol och kloroform. Den är löslig i kokande kolsvafva, svårlöslig i kall. Smältpunkten är efter långsam afsvälning 116°. Afkyles den hastigt i kapillärrör, steltnar den glaslikt, men blir vid 90° ogenomskinlig och smälter numera vid 108°.

0,2192 gr. gaf 8,3 kubc. kväfgas t. 15,5° Bar. 767 mm.

0,1763 gr. gaf 0,1653 gr.  $\text{AgCl}$ .

0,1840 gr. gaf 0,1405 gr.  $\text{BaSO}_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
N	4,54	4,58
Cl	23,20	23,15
S	10,49	10,47.

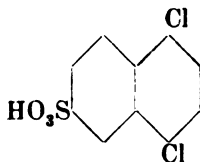
*Amiden* —  $C_{10}H_5ClNO_2SO_2NH_2$  — bildar små, platta, ljusgula nålar med smältpunkten  $208^\circ$ , hvilka äro tämligen svårösliga i alkohol.

0,2465 gr. gaf 19,2 kubc. kväfgas t.  $15^\circ$  Bar. 768 mm.

	Funnet.	Beräknadt.
N	9,36	9,77.

*Amidoklorsulfonsyran* erhöles genom nitrosyrans reduktion med natron och ferrosulfat. Den är amorf och mycket svåröslig. Fälles en kall lösning af dess salter medels en syra, afskiljer sig amidosyran nästan geléartad.

1:4:6 *Diklorsulfonsyran* erhöles af amidosyran medels den SANDMEYERSKA metoden. Kloriden bildar fina nålar, lättösliga i kokande isättika och med smältpunkten  $134^\circ$ . Amiden bildar mycket svårösliga, små nålar med smältpunkten  $244^\circ$ . — Kaliumsaltet erhöles ur en varm lösning i form af en geléartad massa af mycket fina nålar. Alla dessa förhållanden bevisa syrans identitet med den diklorsulfonsyra, som förut framställes af WIDMAN genom inverkan af klor på kloriden till naftalin- $\beta$ -sulfonsyra <sup>1)</sup> och sedermera erhöles af ARNELL <sup>2)</sup> genom inverkan af svafvelsyra på 1:4 diklor-naftalin och som har konstitutionsformeln



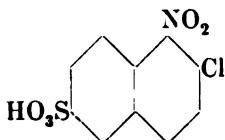
1:4:6 *Triklornaftalin* —  $C_{10}H_5Cl_3$  — erhöles genom upphettning af nitrosulfonsyrans klorid med öfverskott af fosforpentaklorid. Den kristalliserade ur alkohol i små nålar med smältpunkten  $56^\circ$  (efter hastig afkylning) eller  $65^\circ$  (efter långsam afkylning).

0,1432 gr. gaf 0,2642 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	45,64	45,93.

<sup>1)</sup> Öfvers. 1879 N:o 1 s. 3.

<sup>2)</sup> Bidrag till kännedom om naftalins klorsulfonsyror (1889) s. 36.

**1 : 2 : 6 Nitroklornaftalinsulfonsyra.**

Om kloriden till 2 : 6 klorsulfonsyra, erhållen af den BRÖN-  
NERSKA amidosulfonsyran medels SANDMEYERS metod, i små  
portioner införes i afkyld salpetersyra af 1,5 eg. v. löses den  
lätt, och inom kort stelnar vätskan till en gröt af fina nålar,  
hvilka efter omkristallisering ur isättika hade konstant smält-  
punkten 161°. Någon isomer tyckes icke samtidigt uppstå. Af  
kloriden framställdes bariumsalt och öfriga derivat.

*Syran* är löslig och bildar en gul, honingstjock massa  
af mjuka och böjliga trådar.

*Kaliumsaltet* är lösligt i hett vatten, och lösningen stel-  
nar vid afsvälning till en tvål-lik massa af ytterst fina och  
böjliga trådar.

*Natriumsaltet* är äfvenledes lösligt i hett vatten samt  
afskiljer sig vid afsvälning i form af en tvål-lik massa af böjliga  
trådar.

*Silfersaltet* —  $C_{10}H_5ClNO_2SO_3Ag + H_2O$  — är lösligt i  
kokande vatten och vid afsvälning stelnar lösningen till en gröt  
af fina kristallnålar.

0,1826 gr. mellan papper pressadt salt förlorade vid 150°  
0,0075 gr. och gaf 0,0630 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Ag	25,96	26,13
H <sub>2</sub> O	4,11	4,37.

*Magnesiumsaltet* är lösligt, och lösningen stelnar vid af-  
svälning till en tvål-lik massa.

*Kalciumsaltet* är tämligen lösligt och utfaller vid lös-  
ningens afsvälning såsom en slemmig massa.

*Bariumsaltet* —  $(C_{10}H_5ClNO_2SO_3)_2Ba + 3H_2O$  — är mycket  
svårlöst, äfven i kokande vatten, samt bildar ljusgula, platta  
och bräckliga nålar, hvilka icke vittra öfver svafvelsyra.

0,2964 gr. gaf 0,0894 gr.  $\text{BaSO}_4$ .

0,5915 gr. förlorade vid  $150^\circ$  till  $180^\circ$  0,0412 gr.

	Funnet.	Beräknadt.
Ba	17,74	17,94
$\text{H}_2\text{O}$	6,96	7,07.

*Blysaltet* är mycket svårlösligt i kokande vatten och nästan olösligt i kallt vatten. Kristalliserar i fina, nästan färglösa nålar, som torkade bilda en papperslik massa. Saltet synes innehålla 7 mol. vatten, af hvilka 3 bortgå öfver svafvelsyra.

*Etyltern* —  $\text{C}_{10}\text{H}_5\text{ClNO}_2\text{SO}_3\text{C}_2\text{H}_5$  — erhöles af silfversaltet medels etyljodid. Den kristalliserar ur alkohol, hvori den är ganska svårlöslig, i nästan färglösa, små nålar med smältpunkten  $139^\circ$ .

0,2466 gr. gaf 0,1118 gr.  $\text{AgCl}$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	11,22	11,23.

*Kloriden* —  $\text{C}_{10}\text{H}_5\text{ClNO}_2\text{SO}_2\text{Cl}$  — bildar fina, i isättika mycket svårlösliga, gula kristallnålar med smältpunkten  $161^\circ$ .

0,2815 gr. gaf 11 kubc. kväfgas t.  $16^\circ$  Bar. 751 mm.

0,2026 gr. gaf 0,1855 gr.  $\text{AgCl}$ .

0,2305 gr. gaf 0,1733 gr.  $\text{BaSO}_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
N	4,58	4,58
Cl	22,65	23,15
S	10,33	10,47.

*Amiden* —  $\text{C}_{10}\text{H}_5\text{ClNO}_2\text{SO}_2\text{NH}_2$  — är icke synnerligen svårlöslig i alkohol och kristalliserar i korta och platta nålar med smältpunkten  $203^\circ$ .

0,2305 gr. gaf 18,8 kubc. kväfgas t.  $16^\circ$  Bar. 770 mm.

0,2703 gr. gaf 0,1345 gr.  $\text{AgCl}$ .

	Funnet.	Beräknadt.
N	9,79	9,77
Cl	12,31	12,45.

*1 : 2 : 6 Amidoklornaftalinsulfonsyra.*

*Syran* —  $C_{10}H_5ClNH_2SO_3H(+H_2O)$  — erhöills genom reduktion af nitrosyrans natriumsalt med soda och järnvitriol. Emedan den är tämligen lösliq i vatten, erhöills den först efter lösningens starka koncentration. Syran kristalliserar vid en i värme mättad lösningens afsvälning i glänsande, små kristallnålar. Efter utpressning mellan papper förlorade syran vid upphettning 5,46 och 5,73 procent (olika beredningar), under det att 1 mol. vatten motsvarar 6,50. Af detta vatten bortgick 3,10 procent öfver svafvelsyra. Till analys användes vattenfri syra.

0,2578 gr. gaf 11,6 kubc. kväfgas t. 16° Bar. 766 mm.

0,1872 gr. gaf 0,1016 gr. AgCl.

0,1451 gr. gaf 0,1322 gr. BaSO<sub>4</sub>.

	Funnet.	Beräknadt.
N	5,37	5,44
Cl	13,43	13,75
S	12,51	12,43.

*Kaliumsaltet* —  $C_{10}H_5ClNH_2SO_3K$  — är lättlösligt i kokande vatten och kristalliserar i tunna, glänsande fjäll eller tafior. Mellan papper pressadt salt förlorade intet öfver svafvelsyra och vid upphettning till 150°.

0,2270 gr. gaf 0,0666 gr. K<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>.

	Funnet.	Beräknadt.
K	13,17	13,23.

*Natriumsaltet* —  $2(C_{10}H_5ClNH_2SO_3Na)+H_2O$  — är lättlösligt i hett vatten, icke svärlösligt i kallt vatten och kristalliserar i små, tafvelformiga kristaller. Mellan papper pressadt salt förlorade 1,39 proc. öfver svafvelsyra.

0,2220 gr. öfver svafvelsyra torkadt salt förlorade vid 150° 0,0072 gr. och gaf 0,0546 gr. Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>.

	Funnet.	Beräknadt.
Na	7,97	7,97
H <sub>2</sub> O	3,24	3,12.

*Bariumsaltet* —  $2(\text{C}_{10}\text{H}_7\text{ClNH}_2\text{SO}_3)_2\text{Ba} + \text{H}_2\text{O}$  — är mycket svårslösligt och bildar små, fettglänsande fjäll, hvilka icke vittra öfver svafvelsyra.

0,3541 gr. förlorade vid  $150^\circ$  0,0062 gr. och gaf 0,1242 gr.  $\text{Ba}_2\text{SO}_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Ba	20,62	20,80
$\text{H}_2\text{O}$	1,75	1,36.

*1 : 2 : 6 Diazosulfonsyra.*



Om de afkylda lösningarne af amidosyrans natriumsalt och kaliumnitrit blandas med utspädd klorvätesyra, utfaller inom kort diazoföreningen som en chamoisfärgad fällning af tunna, tafvelformiga kristaller.

0,3196 gr. gaf 26 kubc. kväfgas t.  $10^\circ$  Bar. 760 mm.

	Funnet.	Beräknadt.
N	9,85	10,43.

*1 : 2 : 6 Triklornaftalin.*

Kloriden till nitroklorsulfonsyran upphettades med öfverskott af fosforpentaklorid och gaf ett destillat, som sönderdelades med vatten. Dervid erhöles en triklornaftalin, som ur isättika kristalliserade i blomkålslika gyttningar eller korta, radiärt anordnade nålar med smältpunkten  $90^\circ$ , hvilka äro lättlösliga i alkohol och i isättika.

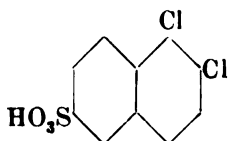
0,1494 gr. gaf 0,2777 gr.  $\text{AgCl}$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	45,98	45,93.

Denna triklornaftalin är förut framsteld af FORSLING,<sup>1)</sup> som erhållit den af klordisulfonsyra (2 : 1 : 6) och uppger smältpunkten  $91^\circ$ . Enligt ARMSTRONG smälter denna triklornaftalin vid  $92^\circ$  och har konstitutionen 1 : 2 : 6.

<sup>1)</sup> Öfvers. K. Sv. Vet. Akad. Förh. 1888 N:o 10 p. 644.

## 1 : 2 : 6 Diklornaftalinsulfonsyra.



När 1 : 2 : 6 amidoklorsulfonsyran behandlades efter SANDMEYERS metod, erhöles ett svårösligt, mikrokristalliniskt salt, som med fosforpentaklorid gaf en vid 167° smältande klorid, af hvilken följande derivat framställes.

*Syran* är en löslig massa af mycelie-liknande trådar.

*Kaliumsaltet* —  $C_{10}H_7Cl_2SO_3K$  — är svårösligt och bildar platta, tvärt afstympade nålar.

0,1044 gr. förlorade intet vid torkning öfver svafvelsyra och vid upphettning till 150° samt gaf 0,0289 gr.  $K_2SO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
K	12,43	12,42.

*Natriumsaltet* —  $C_{10}H_7Cl_2SO_3Na$  — är lösligt i hett vatten och kristalliserar i tunna fjäll och rombiska eller sexsidiga taflo. Saltet förlorar intet vatten hvarken vid torkning öfver svafvelsyra eller vid upphettning till 150°.

0,1397 gr. gaf 0,0329 gr.  $Na_2SO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Na	7,63	7,70.

*Silfversaltet* bildar svårösliga, rombiska taflo.

*Kalciumsaltet* är svårösligt och anskjuter ur en i värme mättad lösning i form af fettglänsande, tafvelformiga kristaller.

*Bariumsaltet* —  $(C_{10}H_7Cl_2SO_3)_2Ba + H_2O (+ 6H_2O)$  — är ett finkristalliniskt, nästan ösligt pulver. Mellan papper pressadt salt förlorade öfver svafvelsyra 14,56 proc.  $H_2O$  (ber. 13,25).

0,169 gr. öfver svafvelsyra torkadt salt förlorade vid 150° 0,0045 gr. och gaf 0,0559 gr.  $BaSO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Ba	19,45	19,40
$H_2O$	2,66	2,55.



*Etyletern* —  $C_{10}H_5Cl_2SO_3 \cdot C_2H_5$  — erhöles af silfversaket och etyljodid och bildar fina, i alkohol tämligen lösliga nålar med smältpunkten  $128^\circ$ .

0,2068 gr. gaf 0,1976 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	23,64	23,23.

*Kloriden* —  $C_{10}H_5Cl_2SO_2Cl$  — bildar mycket små och i vanliga lösningsmedel svårlösliga kristallnålar med smältpunkten  $167^\circ$ .

0,2023 gr. gaf 0,2905 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	35,52	35,98.

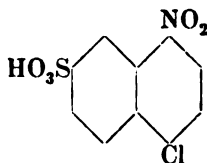
*Amiden* —  $C_{10}H_5Cl_2SO_2NH_2$  — bildar små, mycket svårlösliga kristallnålar med smältpunkten  $192^\circ$ .

0,1579 gr. gaf 0,1630 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	25,54	25,67.

Denna diklorsulfonsyra är identisk med den diklorsulfonsyra som erhöles af ARMSTRONG (Proceed. Chem. Soc. N:o 84, 1890 p. 82) genom inverkan af svafvelsyra på 1 : 2 diklor-naftalin och som ARMSTRONG bevisat vara 1 : 2 : 6 diklorsulfonsyra.

### 1 : 4 : 7 Nitroklorsulfonsyra.



Om kloriden till 1 : 6 klorsulfonsyra i små portioner införas i salpetersyra af 1,5 eg. v. löses den ögonblickligen, och efter en stund utkristallisera fina, gula nålar, af hvilka vätskan inom kort stelnar till en gröt. Efter produktens kristallisering ur isättika erhöles man snart ren klorid med smältpunkten  $161^\circ$ . Af denna klorid framställes följande derivat.

*Syran* är löslig och bildar en honingslik massa af mjuka trädar.

*Koliumsaltet* är lösligt i värme. Vid afsvälning stelnar lösningen till ett gelé.

*Natriumsaltet* —  $C_{10}H_5ClNO_2SO_3Na + 3H_2O$  — bildar lösliga, gula, fyrasidiga prismer. Saltet vittrar öfver svafvelsyra och förlorar  $2\frac{1}{2}$  mol. vatten (funnet 11,76, beräknadt 12,38 procent).

0,2381 gr. förlorade vid upphettning till  $150^\circ$  0,0332 gr. och gaf 0,0473 gr.  $Na_2SO_4$ .

0,2305 gr. förlorade öfver svafvelsyra 0,0271 gr. och vid  $150^\circ$  ytterligare 0,0047 gr. samt gaf 0,0442 gr.  $Na_2SO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Na	6,43 6,21	6,33
H <sub>2</sub> O	13,94 13,80	14,85.

*Silfversaltet* bildar små, ljusgula, ganska lösliga nålar.

*Magnesiumsaltet* —  $(C_{10}H_5ClNO_2SO_3)_2Mg + 6H_2O (+ 3H_2O)$  — är ganska lösligt och kristalliserar i fina, hvita nålar. Mellan papper pressadt salt förlorade öfver svafvelsyra 7,95 procent (ber.  $3H_2O$  7,11 procent).

0,2594 gr. öfver svafvelsyra torkadt salt förlorade vid  $150^\circ$  till  $180^\circ$  0,0397 gr. och gaf 0,0437 gr.  $MgSO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Mg	3,37	3,40
H <sub>2</sub> O	15,31	15,32.

*Kalciumsaltet* är lösligt i hett vatten och afskiljer sig vid lösningens afsvälning såsom en slemmig, halfgenomskinlig massa af mjuka trädar, hvilka efter någon tid bli fasta.

*Bariumsaltet* —  $2(C_{10}H_5ClNO_2SO_3)_2Ba + 3H_2O (+ 4H_2O)$  — är lösligt i kokande vatten, men tämligen svårlöst i kallt vatten och bildar små, platta, gula nålar, hvilka öfver svafvelsyra genom vittring förlora 4,69 proc. vatten (4 mol.  $H_2O$  beräknadt 4,66).

0,1957 gr. öfver svafvelsyra torkadt salt förlorade vid  $150^\circ$  0,0066 gr. och gaf 0,0614 gr.  $BaSO_4$ .

	Funnat.	Beräknadt.
Ba	18,45	18,60
H <sub>2</sub> O	3,37	3,66.

*Kopparsaltet* är lösligt och bildar fina, nästan färglösa nålar.

*Etyletern* —  $C_{10}H_5ClNO_2SO_3C_2H_5$ . — Silfversaltet sönderdelas redan vid vanlig temperatur af etyljodid, hvarvid man erhåller etyletern i form af mikroskopiska, i kall alkohol svårslösliga, svagt gula nålar med smältpunkten  $123^\circ$ .

0,2419 gr. gaf 0,1159 gr. AgCl.

	Funnat.	Beräknadt.
Cl	11,85	11,23.

*Kloriden* —  $C_{10}H_5ClNO_2SO_2Cl$  — bildar fina, tvärt afskurna gula nålar med smältpunkten  $161^\circ$ , hvilka äro ganska svårslösliga i isättika.

0,2681 gr. gaf 10,8 kubc. kväfgas, t.  $15,5^\circ$  Bar. 751 mm.

0,2049 gr. gaf 0,1888 gr. AgCl.

0,1523 gr. gaf 0,1087 gr. BaSO<sub>4</sub>.

	Funnat.	Beräknadt.
N	4,72	4,58
Cl	22,80	23,15
S	9,80	10,47.

*Amiden* —  $C_{10}H_5ClNO_2SO_2NH_2$  — är tämligen lös i kokande alkohol och kristalliserar derur i gula, platta, tvärytigt tillspetsade nålar med smältpunkten  $188^\circ$ .

0,1722 gr. gaf 14,1 kubc. kväfgas t.  $15,3$  Bar. 764 mm.

	Funnat.	Beräknadt.
N	9,78	9,77.

*Aniliden* —  $C_{10}H_5ClNO_2SO_2NHC_6H_5$ . — Kloriden upphettades med anilin till kokning. Produkten behandlades med vatten och kristalliserades ur alkohol. Glänsande nålar med smältpunkten  $151^\circ$ . Löslig i alkohol.

0,2772 gr. gaf 0,1103 gr. AgCl.

0,3071 gr. gaf 21,5 kubc. kväfgas t.  $12^\circ$  Bar. 745 mm.

	Funnnet.	Beräknadt.
Cl	9,84	9,77
N	8,25	7,72.

*Disulfiden* —  $(C_{10}H_5ClNO_2)_2S_2$ . — Upphettar man kloriden med jodvätesyra och isättika, erhåller man en hartslik massa, som med svårighet löses i isättika. Ur lösningen erhållas gula nålar, som omkristalliserades ur kloroform, i hvilket lösningsmedel föreningen var tämligen löslig. Smältpunkt  $141^\circ$ .

0,1661 gr. gaf 0,1035 gr. AgCl.

0,1764 gr. gaf 0,1723 gr. BaSO<sub>4</sub>.

0,2349 gr. gaf 11,3 kubic. kväfgas t.  $16^\circ$  Bar. 772 mm.

	Funnnet.	Beräknadt.
Cl	15,42	14,84
N	5,79	5,87
S	13,41	13,42.

#### *Inverkan af svafvelammonium på nitriklorosulfonsyran.*

Uppvärmes en lösning af syrans natriumsalt med svafvelammonium, färgas den i första ögonblicket orangeröd, men blir derefter gul. Med klorvätesyra erhåller man numera ur lösningen en amorf, slemmig fällning, som intorkad bildar gula, hartslika stycken. Denna produkt var klorfri och utgjordes troligen af en hydrotio-amidosulfonsyra,  $C_{10}H_5(SH)NH_2 \cdot SO_3H$ . Syran löstes lätt i ammoniak och alkalier, men inga kristalliserande salter kunde erhållas. Emedan otvifvelaktigt rent material icke kunde erhållas, kan analysen endast ange den ungefärliga sammansättningen:

	Funnnet.	Beräknadt efter formeln.
C	45,85	47,06
H	5,05	3,53
S	25,60	25,10
N	6,08	5,49.

Anmärkningsvärdt är emellertid att vid reduktion af nitrosyran med svafvelammonium aflägsnas klore och substitueras

af svafvel eller SH, oaktadt kloreu icke aflägsnades ur syrans klorid vid behandling med jodväte eller vid kokning med anilin.

*1 : 4 : 7 Amidoklorsulfonsyra.*

Genom nitrosyrans reduktion med järnvitriol och natronalm erhåller man amidosyran såsom ett mikrokristalliniskt, svårösligt pulver. Det analyserades efter förutgången torkning vid 150°.

0,2597 gr. gaf 0,1358 gr. AgCl.

0,1965 gr. gaf 9,8 kubc. t. 19° Bar. 767 mm.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	12,93	13,75
N	5,90	5,44.

*1 : 4 : 7 Triklornaftalin.*

Kloriden till nitroklorsulfonsyran destillerades med ett stort öfverskott af fosforpentaklorid. Destillatet behandlades med vatten, och dervid erhållen triklornaftalin renades genom destillering med vattenånga. Efter kristallisering ur isättika erhöles färglösa, fina kristallnålar med smältpunkten 56° eller 65° (om den stelade klornaftalinen efter några dagars förlopp upphettades).

0,2050 gr. gaf 0,3766 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	45,45	45,93.

Smältpunkten utvisar att denna triklornaftalin är 1 : 4 : 7 formen, hvaraf nitroklorsulfonsyrans konstitution framgår.

## Die Elektrolyse von Alkalisalzen.

VON SVANTE ARRHENIUS.

[Mitgeteilt den 8 Februar 1893 durch L. F. NILSON.]

### 1. Versuchsdaten.

Folgende Versuche wurden von einigen in letzter Zeit wieder-  
aufgetauchten Ansichten veranlasst, wonach bei der Elektrolyse  
von Alkalisalzen Wasser primär zersetzt werden sollte<sup>1)</sup> und  
Wasser durch Zusatz von Elektrolyten entweder eine Neigung  
zur elektrolytischen Dissociation bekommen<sup>1)</sup> oder sogar that-  
sächlich in seine Ionen zerfallen sollte.<sup>2)</sup> Schon früher habe ich  
ergezeigt, dass die Thatsachen, aus welchen Hr. NOYES den letzt-  
wähnten Schluss zu ziehen sich veranlasst fand, keineswegs  
in dieser Weise benutzt werden dürfen. Die grosse Wichtigkeit  
dieser Frage für die Theorie der elektrolytischen Dissociation  
liess es mir auch wünschenswert erscheinen Hr. LE BLANC'S  
Resultate betreffs der Elektrolyse einer näheren Prüfung zu  
unterwerfen um zu erfahren, ob dieselben nicht ebenso gut oder  
besser mit der gewöhnlichen Ansicht zu vereinbaren wären, wo-  
nach das Wasser nicht merklich an der Elektrolyse primär teil-  
nimmt, als mit der entgegengesetzten Meinung von Hr. LE  
BLANC.

Um einige praktische Erfahrung über diese Erscheinung zu  
erwerben habe ich die unten beschriebenen Versuche betreffs der  
Elektrolyse von Salzen von Kalium, Natrium und Lithium an-

<sup>1)</sup> LE BLANC: Ztschr. f. phys. Ch. 8, 314 (1891).

<sup>2)</sup> NOYES: Ztschr. f. phys. Ch. 9, 614 (1892).

stellen lassen. Eine Batterie von fünf oder sechs, hinter einander geschalteten, Leclanché-elementen, hatte den Kohlenpol mit einem Rheostaten, welcher bis zu 1111 Ohm geben konnte, verbunden. Die andere Klemmschraube des Rheostaten war durch einen Draht mit einem grossen Platinblech verbunden. Dieses Blech stand in einem kleinen Becherglas, in welches die zu untersuchende Lösung gegossen wurde und welches zur Regulierung der Temperatur der Lösung von einem grossen auf einem Sandbad stehenden mit Wasser gefüllten Becher umgeben war. In die Lösung tauchte übrigens ein Thermometer und eine von einem innen 3,7 mm. weitem L-förmigen Rohr umgebene Quecksilberelektrode. Der kürzere Schenkel dieses Rohres stand einige millimeter unter der Oberfläche der Lösung, in den längeren, durch ein Stativ befestigten, Schenkel ragte ein Platindraht bis unter die Oberfläche des darin befindlichen Quecksilbers hinein. Der Platindraht war wiederum mit einem an einem etwa zwei Meter entfernten Holzstativ befestigten Stromschlüssel verbunden, dessen andere Klemmschraube durch einen Draht mit dem Zinkpol der Batterie kommunizierte. Auf diesem Stativ war ausserdem ein auf die Quecksilberelektrode eingestelltes Fernrohr aufgestellt. Durch das Fernrohr konnte man die Veränderungen, welche nach Stromschluss an der stark beleuchteten Quecksilberelektrode entstanden, verfolgen. Vermittelt eines Kronoskops wurde die Zeit nach dem Schliessen des Stromes bestimmt, bei welcher diese Veränderungen eintraten. Eine Abzweigung vom Rheostaten führte zu einem Galvanometer, welches in gewöhnlicher Weise mittelst Fernrohr und Scala abgelesen, das Maass der Stromstärke angab, welche mittelst des Rheostats verändert werden konnte.

Qualitativ verliefen die Erscheinungen folgendermassen, wenn ein Kaliumsalz <sup>1)</sup> sich in dem Becherglas befand. Im Momente des Schliessens hob sich der Quecksilbermaniskus, aber anfangs erschienen keine Wasserstoffbläschen. Nach etwa 20 Sekunden

<sup>1)</sup> Sulfat, Karbonat und Acetat eignen sich dazu am besten, Nitrat und besonders Chlorid geben unregelmässige Resultate.

— diese Zeit ist von den äusseren Umständen abhängig — erschienen die ersten Wasserstoffbläschen am äusseren Rande des Quecksilbermeniskus'. Wenn man vor dem Erscheinen dieser Bläschen den Strom öffnete, so entstand — falls, der Strom nicht zu schwach gewesen war — eine recht heftige Wasserstoffentwicklung, welche zeigte, dass im Quecksilber Alkalimetall befindlich war. Dieser Strom von Wasserstoffblasen wurde noch stärker, wenn man einen Platindraht in den Quecksilbermeniskus hineintauchte, in welchem Fall die meisten Bläschen vom Platindraht ausgingen. Weiter zeigte es sich, dass dieser Platindraht amalgamiert wurde, ein Anzeichen für die Anwesenheit von Alkalimetall im Quecksilber. Die entwickelte Wasserstoffmenge konnte bei den stärksten verwendeten Strömen ein Volumen von zwischen 1 und 2 cc. (20° C. und 750 mm. Druck) erreichen.

Wenn der Strom nicht vor dem Erscheinen der ersten Wasserstoffbläschen abgebrochen wurde, so setzte die Elektrolyse fort. Die Wasserstoffbläschen fingen an vom Meniskus aufzusteigen in anfangs zunehmender Menge um zuletzt, wenn die Stromstärke gross genug war (über 0,02 Amp.) eine vom höchsten Punkt des Meniskus aufsteigende dichte Nebelsäule zu bilden. Die Ausbildung dieser Säule geschah so plötzlich, dass man den ersten Moment ihres Auftretens recht sicher bestimmen konnte.

Um einige quantitative Anhaltspunkte über diese Erscheinung zu bekommen untersuchte ich die zwischen Stromschluss und Auftreten der ersten Wasserstoffbläschen verlaufende Zeit in ihrer Abhängigkeit von der Stromstärke, der Temperatur, Konzentration und Natur der Lösung. Um einigermaßen sichere Resultate zu erhalten erwies es sich nötig die Glasröhre, welche die Quecksilberelektrode enthielt, vor jedem Versuch mit destilliertem Wasser auszuspülen und nachher zu trocknen. Das Quecksilber wurde auch immer (in jeder Versuchsreihe) zu derselben Höhe eingefüllt. Dessen ungeachtet variierten die Zeiten nicht unbedeutend (vgl. die nachstehenden Tabellen) und zur



Erlangung eines einigermaßen richtigen Mittelwertes war es deshalb nötig ziemlich viele Beobachtungen anzustellen.

Erst wurde der Einfluss der Stromstärke untersucht. Die Temperatur war  $20^{\circ}$  und der Abstand vom Rande des Quecksilbermeniskus bis zum Rande der Glasröhre war 4 mm. Ich erhielt folgende Resultate für 2-n  $\text{KNO}_3$ -Lösung.  $W$  bedeutet den eingeschalteten Widerstand des Rheostaten,  $i$  die Stromstärke in Amp.,  $t$  die Zeit des Erscheinens der ersten Wasserstoffbläschen nach dem Stromschluss.

$W = 0$ Ohm	$i = 0,148$ Amp.	$t = 13$ Sek.	$it = 1,92$ Coul.
20	0,088	17	1,50
40	0,065	26	1,69
100	0,036	22	0,79
300	0,0164	31	0,51
1000	0,0065	33	0,21

Die Unsicherheit der Beobachtung wächst stark, wenn die Stromstärke abnimmt, weshalb die drei letzten Ziffern mit relativ grossen wahrscheinlichen Fehlern behaftet sind. Die Zeit  $t$  wächst allmählig, während  $i$  abnimmt, aber die Zunahme ist sehr klein. Natürlich muss  $t$  unendlich werden, wenn  $i$  zu Null geht.<sup>1)</sup> Dagegen ist die mit  $i \cdot t$  proportionale ausgefallte  $K$ -Menge, welche vor dem Erscheinen des ersten Wasserstoffbläschens ausgeschieden sein muss, im höchsten Maass von der Stromstärke abhängig und zwar so, dass die ausgeschiedene  $K$ -Menge um so grösser sein muss, je grösser die Stromstärke ist.

Auch über die Zeit, welche zwischen Stromschluss und dem Auftreten der heftigen Wasserstoffentwicklung in einer von der Mitte des Meniskus aufsteigenden Säule verfliesst, habe ich einige Versuche anstellen lassen.<sup>2)</sup> Die Temperatur war  $20^{\circ}$ . In allen folgenden Versuchen stand der Meniskus so hoch, dass

<sup>1)</sup> Bei den von v. HELMHOLTZ (Wied. Ann. 11, 737, 1880) studierten Konvektionsströmen, erreicht  $i$  einen endlichen von Null verschiedenen Wert, und  $t$  bleibt doch unendlich. Ein ähnlicher Fall tritt auch ohne Zweifel bei Benutzung von Quecksilberelektroden auf.

<sup>2)</sup> Die folgenden Versuche sind von Frl. S. v. RUDBECK ausgeführt.

sein oberster Punkt nach Stromesschluss in die durch das Ende des Rohrenschenkels gelegte Fläche fiel.

Lösung.	Stromstärke (i).	Zeit (t).	it.
1-n $K_2SO_4$	0,13	103	13,4
„	0,099	143	14,2
„	0,019	930	17,7 Mittel 15,1
$\frac{1}{2}$ -n $K_2SO_4$	0,115	121	13,9
„	0,098	192	18,8
„	0,050	302	15,1 Mittel 15,9.

Die Zeit nimmt sehr stark zu, während die Stromstärke abnimmt, und zwar ungefähr dieser umgekehrt proportional. Jedoch scheint das Produkt  $i \cdot t$  etwas mit  $t$  zuzunehmen, was auch natürlich ist, da eine gewisse Stromstärke nötig ist, damit ein solcher heftiger Wasserstoffgas-Strom entsteht. Wenn man also  $i$  unter diesen Wert sinken lässt, so muss  $t$ , und damit auch  $i \cdot t$ , unendlich werden. Wenn man aber, wie in den obenerwähnten Versuchen, nicht all zu nahe an dieser Grenze kommt, scheint  $it$  ziemlich konstant zu bleiben, unabhängig sowohl von der Stromstärke als auch von der Konzentration. Wegen der geringen Anzahl der diesbezüglichen Versuche, muss dieser Schluss aber mit einer gewissen Reserve ausgesprochen werden.

Ich gehe jetzt zu den Versuchen über, in welchen die Temperatur, die Natur und Konzentration der Lösung verändert wurde. Wegen des, jedenfalls ziemlich unerheblichen, Einflusses der Stromstärke auf die zur Entwicklung der ersten Gasbläschen nötige Zeit, wurde in diesen Versuchen die Stromstärke annähernd konstant um 0,05 Amp. gehalten.  $t$  bedeutet diese Zeit in Sek.,  $K$  die angewandte Lösung,  $\vartheta$  die Temperatur in Celsiusgraden. Für jede Versuchsreihe ist das Mittel von  $i$  und von  $t$  gegeben.

Lösung (K).	Temp. ( $\vartheta$ ).	Stromstärke (i).	Zeit (t).	Mittel (i).	Mittel (t).
1-n $K_2SO_4$	83°	0,058	11		
„	„	0,052	13		
„	„	0,053	7		
„	„	0,051	6		

Lösung (K).	Temp. (°).	Stromstärke (i).	Zeit (t).	Mittel (i).	Mittel (t).
1-n $K_2SO_4$	83°	0,052	7	0,053	7,6
»	»	0,052	6,5		
»	»	0,053	6,7		
»	»	0,054	5		
»	»	0,053	6,5		
»	49°	0,053	8,7	0,054	8,9
»	»	0,055	7		
»	»	0,053	14		
»	»	0,055	8,7		
»	»	0,053	7,3		
»	»	0,053	7,7		
»	20°	0,057	25		
»	»	0,048	30		
»	»	0,057	20	0,053	25,4
»	»	0,052	25		
»	»	0,057	30		
»	»	0,052	20		
»	»	0,052	20		
»	»	0,051	36		
»	»	0,051	25		
»	»	0,053	24,7		
»	»	0,052	24		
0,5-n $K_2SO_4$	20°	0,047	17	0,053	14,6
»	»	0,046	16,2		
»	»	0,050	15		
»	»	0,057	16		
»	»	0,048	13		
»	»	0,052	15		
»	»	0,058	11		
»	»	0,053	8,8		
»	»	0,048	14		
»	»	0,058	13		
»	»	0,057	18		
»	»	0,058	17		

Lösung (K).	Temp. (°).	Stromstärke (i).	Zeit (t).	Mittel (i).	Mittel (t).
0,5-n $K_2SO_4$	20°	0,059	15	0,053	7
»	»	0,052	17,5		
0,25-n $K_2SO_4$	20°	0,061	7		
»	»	0,047	9	0,059	20,9
»	»	0,061	5		
1-n $KC_2H_3O_2$	20°	0,056	17,5		
»	»	0,057	25,7	0,058	18,2
»	»	0,056	18,5		
»	»	0,059	22		
1-n $KNO_3$	20°	0,057	14	0,054	1,6
»	»	0,059	25		
»	»	0,058	16		
»	»	0,060	22	0,051	4,3
»	»	0,056	16		
»	»	0,060	16		
2-n $Na_2SO_4$	20°	0,056	1,5	0,051	3
»	»	0,056	2		
»	»	0,045	1,5		
»	»	0,055	1,5	0,051	2,4
»	»	0,057	1,5		
2-n $Li_2SO_4$	20°	0,046	4		
»	»	0,055	5	0,051	2,4
»	»	0,052	4		
1-n $Li_2SO_4$	20°	0,052	2		
»	»	0,053	4	0,051	2,4
»	»	0,052	3,5		
»	»	0,048	3,5		
»	»	0,047	2,5	0,051	2,4
»	»	0,052	2,5		
»	»	0,049	3		
0,5-n $Li_2SO_4$	20°	0,048	1,5	0,051	2,4
»	»	0,048	3,5		
»	»	0,053	2		
»	»	0,053	2,5	0,051	2,4
»	»	0,053	2,5		
»	»	0,052	2,5		

Lösung (K).	Temp. (°).	Stromstärke (i).	Zeit (t).	Mittel (i).	Mittel (t).
1-n LiC <sub>2</sub> H <sub>3</sub> O <sub>2</sub>	20°	0,053	4	0,051	4,4
„	„	0,047	5		
„	„	0,053	4		
„	„	0,050	3,7		
„	„	0,050	5		
„	„	0,052	5		
„	„	0,050	3,8		

Wie ersichtlich, enthält diese Tabelle nur Versuche über Sauerstoffsalze der Alkalimetalle. Einige Chloride wurden auch untersucht, sie ergaben aber, wahrscheinlich wegen der Lösung von Chlor in der Versuchsflüssigkeit, so unsichere Resultate, dass man von ihrer näheren Untersuchung absehen musste. Am meisten für die Untersuchung zugänglich, wegen der langen Versuchszeit, waren die Kaliumsalze, weshalb dieselben vorwiegend in Betracht gekommen sind.

Aus diesen Versuchen gehen folgende Regelmässigkeiten hervor.

1) Die zur Erscheinung von Wasserstoffbläschen nötige Zeit ist um so grösser je niedriger die Temperatur. (Versuche sind nur mit K<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> angestellt).

2) Diese Zeit wächst mit der Konzentration.

3) Diese Zeit ist von derselben Grössenordnung für alle Kaliumsalze untereinander (in 1-n-Lösung). Viel geringere Zeit brauchen die Lithiumsalze, und am geringsten ist die Zeit für die Natriumsalze (Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>).

Untersucht man in dieser Weise H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> (in etwa 5-prozentiger Lösung), so findet man, dass auch bei den geringsten angewandten Stromstärken (0,006 Amp.) die Wasserstoffentwicklung augenblicklich nach dem Stromschluss anfängt. Die Elektrolyse der Alkalisalze verhält sich demnach ganz anders wie diejenige der Schwefelsäure. Die aus der vorstehenden Tabelle hervorgehenden Regelmässigkeiten zeigen auch, dass wir hier mit einer Erscheinung zu thun haben, welche nicht von Zufälligkeiten bedingt ist.

Es scheint mir nach diesen Versuchen unmöglich die primäre Ausscheidung der Alkalimetalle zu bezweifeln. Und es wird, entgegen Hrn. LE BLANC'S Ansicht Metallamalgame gebildet, obgleich dasselbe nach Oeffnung des Stromes, Wasserstoff austreibt.<sup>1)</sup> Nun könnte man ja meinen, und zu dieser Annahme ist Hr. LE BLANC genötigt, dass die primären Zersetzungsprodukte von der zur Zersetzung benutzten elektromotorischen Kraft abhängig sind. So könnte z. B. in unserem Fall Wasser primär bei niederen elektromotorischen Kräften zerlegt werden, bei höheren aber das Alkalisalz. Hr. LE BLANC sagt auch über die Elektrolyse von Essigsäurelösung.<sup>2)</sup> »Dies alles erklärt sich jetzt höchst einfach. Verwende ich ganz schwache elektromotorische Kräfte, so wird nur der Vorgang vor sich gehen, der die geringste Arbeitsleistung erfordert, also z. B. bei der Essigsäure die primäre Zersetzung des Wassers, steigere ich die Kraft, so werden auch Säureradikale selbst herausgerissen werden« (auch primär) »denn bei heftigen Einwirkungen geht niemals mehr der Vorgang allein vor sich, der die geringste Arbeitsleistung erfordert, es tritt ein Teilungsverhältniss ein zwischen beiden Vorgängen.«

Für Kaliumsalze nimmt auch Hr. LE BLANC an, dass bei geringen elektromotorischen Kräften der primäre Vorgang verschieden ist, je nachdem man Quecksilberelektroden oder Platinelektroden benutzt. Im ersten Falle sollte das Kalium im zweiten Wasserstoff an der negativen Elektrode sich ausscheiden. Wenn man diese Ansichten konsequent weiterführen wollte, so würde man vermutlich alle möglichen elektrolytischen Produkte als primär ausgeschieden ansehen müssen.

In unsrem Fall (Elektrolyse von  $K_2SO_4$ ) scheidet sich K aus, und zwar, so weit man beobachten kann, K allein und kein H, oder in so verschwindender Menge, dass es sich der Beobachtung entzieht. Wenn man aber den Strom öffnet, so zersetzt das K allmählig naheliegendes Wasser, es ist folglich

<sup>1)</sup> LE BLANC: l. c. p. 319.

<sup>2)</sup> LE BLANC: l. c. p. 317.

eine grössere Arbeitsleistung erforderlich um K auszuscheiden als um Wasser zu zersetzen. Wenn wir nun auch dies für eine »heftige Einwirkung« ansehen, so sollte doch ein Teilungsverhältniss eintreten und beide Vorgänge zur Erscheinung kommen. Aber trotzdem sieht man anfänglich nichts von der Wasserzersetzung. Sie tritt erst später ein.

In Anschluss an die bisher vorherrschenden Ansichten ist die folgende Betrachtungsweise zu verwenden. Kalium wird allein primär ausgeschieden (die Wasserstoffmengen, welche aus der durch Hydrolyse entstandenen freien Säure ausgeschieden werden, können ebenso wie diese Säuremenge, vollkommen vernachlässigt werden). Das durch die primäre Elektrolyse gebildete Kaliumamalgam zersetzt das Wasser der Lösung, ziemlich unabhängig von der Elektrolyse, nach den Gesetzen welche für gewöhnliche Reaktionsgeschwindigkeiten gelten. So erhöht eine vergrösserte Temperatur diese Reaktionsgeschwindigkeit, und die Zeit, welche verstreicht, bevor die Wasserstoffbläschen erscheinen, wird folglich vermindert. Die Leichtigkeit, mit welcher K-Jonen in die Flüssigkeit hineintreten, ist um so grösser (vgl. unten) je weniger K-Jonen in der Flüssigkeit befindlich sind, infolgedessen erscheinen die Wasserstoffbläschen um so früher je verdünnter die Lösung ist. Verschiedene K-Salze müssen untereinander in dieser Beziehung ungefähr gleich sein, da in allen Fällen K-Amalgam entwickelt wird, dagegen wird die Reaktionsgeschwindigkeit eine andere (und zwar grössere) für Lithiumamalgam oder (noch grösser) für Natriumamalgam.

Die Verschiedenheiten in den Ziffern, welche unter sonst gleichen Bedingungen gewonnen sind, können auch leicht verstanden werden. Es genügt, mit v. HELMHOLTZ <sup>1)</sup> daran zu erinnern, dass die Ausscheidung von Wasserstoffbläschen eine Erscheinung ist, welche eine gewisse Analogie mit dem Sieden einer Flüssigkeit bietet. Die Bläschen entwickeln sich immer anfangs an den Röhrenwandungen (d. h. nahe der Kontaktstelle zwischen Quecksilber und Glas) ebenso wie beim Sieden an den

<sup>1)</sup> v. HELMHOLTZ: Sitz. Ber. d. Berl. Ak. 1883, 1. 663.

Gefässwänden. Die Leichtigkeit der Ausscheidung scheint um so grösser zu sein, je tiefer die Röhrenwandungen benetzt sind. Und obgleich die Behandlung der Elektrodenröhre vor jedem Versuch so weit als möglich gleichmässig vorgenommen wurde, ist es leicht zu verstehen, dass hier Zufälligkeiten einspielen.

Der Umstand, welcher Hrn. LE BLANC zu seinem Schluss geführt hat, dass Wasser primär elektrolysiert wird, kann folgendermaassen kurz zusammengefasst werden. Wenn man einen äusserst schwachen elektrolysierenden Strom durch eine Alkalischsalzlösung leitet, so ist die zur Zersetzung nötige elektromotorische Kraft in sehr vielen Fällen von der Natur des Salzes unabhängig (2,0—2,2 Volts). Ähnliches gilt für die Säuren (1,6—1,7 Volt). Diese Thatsache schien Hrn. LE BLANC mit den herrschenden Ansichten, dass Wasser nur sekundär zersetzt wird, unvereinbar, indem er nach denselben verschiedene Werte (von dem negativen Radikal abhängig) erwartet hatte. Ich glaube aber dass dieser Schluss übereilt ist und werde im folgenden zu zeigen versuchen, dass die alten Ansichten auch den von Hrn. LE BLANC beobachteten Verlauf der Erscheinung verlangen.

## 2. Veränderlichkeit der Polarisation mit der Konzentration.

Die elektromotorische Kraft zwischen zwei Punkten 1 und 2 ist gleich der Arbeit, welche nötig ist um die Einheit der positiven Elektrizitätsmenge zwischen diesen Punkten von 2 zu 1 überzuführen. Mit Hülfe dieser Definition können wir die elektromotorische Kraft berechnen zwischen zwei Amalgamen von den Konzentrationen  $c_1$  und  $c_2$  in Bezug auf ein bestimmtes im Quecksilber gelöstes Metall, welche durch ein Salz vom selben Metall in Lösung und durch eine metallische Leitung verbunden sind. Das Metall kann nämlich von dem Amalgam der Konzentration  $c_1$  zu demjenigen der Konzentration  $c_2$  überführt werden, wobei gleichzeitig eine entsprechende Elektrizitätsmenge durch das so geformte galvanische Element passiert. Nehmen wir die Menge Metall so gross, dass sie der Elektrizitätseinheit



entspricht (das elektrochemische Aequivalent), so können wir diese Arbeit nach dem VAN'T HOFF-AVAGADRO'schen Gesetze berechnen und folglich damit den Wert der elektromotorischen Kraft bestimmen. Diese Berechnung ist von v. TÜRIN<sup>1)</sup> und von G. MEYER<sup>2)</sup> ausgeführt worden. Man findet so  $E$  in Volts:

$$E = 19,08 \frac{q}{M} \cdot A \cdot T \log_{10} \frac{c_1}{c_2}$$

oder wenn man den Wert von  $q$  (das elektrochemische Aequivalent des Wasserstoffs) 0,00001037 einführt

$$E = 0,0001979 \cdot T \cdot \frac{A}{M} \log_{10} \frac{c_1}{c_2}$$

wo  $A$  das Aequivalentgewicht des betr. Metalles und  $M$  sein Molekulargewicht in der Quecksilberlösung bezeichnet. Durch Anwendung dieser Formel auf Versuche, bei welchen  $c_1$ ,  $c_2$  und  $E$  experimentell bestimmt wurden, fand G. MEYER, dass alle untersuchten in Quecksilber aufgelösten Metalle ein Molekulargewicht  $M$  besitzen, welches innerhalb der Versuchsfehler mit dem Atomgewicht derselben Metalle übereinstimmt. Es kommen folglich die Metalle in Quecksilber gelöst in Form von einfachen Atomen vor, ein Schluss, welcher sehr gut mit den Ergebnissen von direkten Bestimmungen übereinstimmt.<sup>3)</sup>

In genau derselben Weise ist die elektromotorische Kraft berechnet worden, welche nötig ist um ein Jon (Molekulargewicht  $M$ ) von einer Lösung der Konzentration  $c_1$  zu einer Lösung der Konzentration  $c_2$  (in Bezug auf das Jon) zu überführen.<sup>4)</sup> Man findet dafür genau dieselbe Formel wie oben.

Bezeichnet demnach  $E_1$  die elektromotorische Kraft, welche nötig ist um ein Jon aus 1-normaler Lösung (in Bezug auf das Jon) in ein Amalgam, welches in Bezug auf das ausgeschiedene

<sup>1)</sup> v. TÜRIN: Ztschr. f. phys. Ch. 5, 340. 1890; 7, 221. 1891.

<sup>2)</sup> G. MEYER: Ztschr. f. phys. Ch. 7, 480. 1891.

<sup>3)</sup> HEYCOCK and NEVILLE: Journ. Chem. Soc. 55, 666. 1889; 57, 376, 1890.  
TAMMANN: Ztschr. f. phys. Ch. 3, 443, 1889. W. RAMSAY: Ztschr. f. phys. Ch. 3, 359, 1889.

<sup>4)</sup> NERNST: Ztschr. f. phys. Ch. 4, 137 (1889).

Metall 1-normal ist hinüberzuführen, so wird die entsprechende elektromotorische Kraft, welche nötig ist um ein Jon aus  $n_1$ -normaler Lösung in ein  $c_1$ -normales Amalgam hineinzutreiben:

$$E = E_1 + 0,0001979 T \cdot A \left( \frac{1}{M} \log c_1 - \frac{1}{M_0} \log n_1 \right)$$

wo  $A$  das Aequivalentgewicht des Jons ist,  $M$  das Molekulargewicht des Metalls im Amalgam und  $M_0$  dasjenige des Metalls als Jon in der Lösung bezeichnet. Für Alkalimetalle, welche sowohl in Amalgam als auch in Lösung als Atome vorkommen, sind  $A$ ,  $M$  und  $M_0$  untereinander gleich, wodurch die Formel vereinfacht wird.

Wenn man nun nicht Quecksilber als Elektrode verwendet, sondern wie gewöhnlich, Platin, so sind die Verhältnisse in Hauptsache dieselben. Das Alkalimetall wird auf der Oberfläche des Platins ausgefällt und dringt bis zu einer sehr geringen Tiefe in dasselbe hinein. Es wird aber in diesem Fall die Konzentration der Oberflächenschicht viel schneller als beim Quecksilber einen bestimmten endlichen Wert erreichen.<sup>1)</sup> Vielleicht tritt auch eine kleine Verschiedenheit dadurch ein, dass das Molekulargewicht  $M$  des Alkalimetalls in der festen Lösung nicht gleich dem Aequivalentgewicht ist, sondern ein vielfaches davon, in welchem Fall natürlich der Bruch  $A/M$  nicht gleich eins sondern geringer wird.

Was oben von der negativen Elektrode gesagt worden ist, gilt gleichfalls für die positive Elektrode. Das negative Jon wird an der Oberfläche des Platins ausgefällt und bildet daselbst eine Oberflächenschicht von einer gewissen Konzentration. Die zur Überführung des negativen Jons zur Platinelektrode nötige elektromotorische Kraft heisse  $E'$ , welches von der Form ist:

$$E' = E_1' + 0,0001979 T \cdot A' \left( \frac{1}{M'} \log_{10} c_1 - \frac{1}{M_0} \log n_1 \right)$$

wo die oben gestrichelten Buchstaben auf das negative Jon Beziehung haben. Die totale zur Elektrolyse nötige elektromotorische Kraft wird:

<sup>1)</sup> Vgl. ARONS' Beobachtungen betreffs O und H, Wied. Ann. 41, 473 (1890).

$$P = E + E'$$

oder:

$$P = E_1 + E'_1 + 1,979 \cdot 10^{-4} \cdot T \left\{ A \left( \frac{1}{M} \log c_1 - \frac{1}{M_0} \log n_1 \right) + A' \left( \frac{1}{M'} \log c_1 - \frac{1}{M'_0} \log n_1 \right) \right\}$$

die Buchstaben  $P$ ,  $E_1$ ,  $M$  und  $c_1$  beziehen sich natürlich in dieser Formel auf Platin.

Natürlich müssen alle Konzentrationen Bezug haben auf die Schichten welche in der unmittelbaren Nähe der Berührungsfläche zwischen Elektrode und Flüssigkeit liegen.

Diese Umstände charakterisieren die rein primäre Elektrolyse, bei welcher der Einfluss von sekundären Reaktionen nicht in Betracht kommt. Von dem Anfangswert Null <sup>1)</sup> steigt die Polarisation allmählig indem die Konzentration der Bestandteile, welche als Ionen in der Flüssigkeit auftreten, in den Elektroden wächst. Wenn die äussere elektromotorische Kraft immer vergrössert wird, geht diese Erscheinung so weit, dass die beiden Elektroden sich zuletzt mit den von Elektrizität befreiten Ionen bedecken, wonach offenbar  $c_1$  und  $c'_1$  nicht weiter steigen können.<sup>2)</sup> Dann kann  $P$  nur etwas zunehmen durch die Abnahme von der Konzentration ( $n_1$  und  $n'_1$ ) der Flüssigkeit in Bezug auf die Ionen. Die Elektrolyse eines Salzes aus einem Schwermetall oder Wasserstoff mit Chlor, Brom oder Jod würde diesen typi-

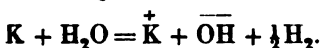
<sup>1)</sup> Beim Eintauchen der Elektroden in die zu elektrolysierende Flüssigkeit müssen die Elektroden sich anfangs mit einer solchen Menge von den Ionen spontan beladen, dass  $c_1$  und  $c'_1$  Werte annehmen, welche  $P$  gleich Null ergeben. Alle beide Elektroden laden sich natürlich in derselben Weise, und da diese Ladung in den meisten Fällen verschwindend klein ist, wird die Ladung momentan vor sich gehen. Die in der Flüssigkeit befindlichen Ionen kommen folglich beim Eintauchen in einem Gleichgewichtsverhältnis zu stehen mit den in den Elektroden befindlichen, so dass die Menge der in den Elektroden absorbierten von Elektrizität befreiten Ionen mit der Menge von Ionen in der Flüssigkeit wächst und, falls sie gleiches Molekulargewicht besitzen, sind die Mengen einander proportional.

<sup>2)</sup> Offenbar gilt das VAN'T HOFF-AVOGADRO'sche Gesetz nicht so weit, sondern die obenstehende Formel muss für diesen Fall etwas modifiziert werden in Bezug auf die Glieder welche  $c_1$  und  $c'_1$  enthalten.

schen Fall aufweisen, wenn man von der geringen Diffusion des Haloïds in der Flüssigkeit absehen wollte. .

Aber in den meisten Fällen spielen die sekundären Prozesse eine sehr wichtige Rolle, und eine um so mehr bedeutende, je grösser die Reaktionsgeschwindigkeit ist, mit welcher sie sich vollziehen. Schon die Auflösung des einen (z. B. des negativen) ausgefällten Körpers in der Flüssigkeit und seine allmähliche Diffusion von der Elektrode und Verbindung mit dem auf der anderen Elektrode ausgefällten Körper kann, wenn die Zeit unbegrenzt lang ist, die Konzentration  $c'_1$ , und damit auch  $c_1$ , so stark erniedrigen, dass man mit einer beliebig kleinen elektromotorischen Kraft einen beständigen Strom erhalten kann.<sup>1)</sup>

Weit kräftiger wirken jedoch die eigentlichen sekundären Prozesse durch ihre Verringerung der Konzentrationen  $c_1$  und  $c_2$ , indem sie im allgemeinen ungemein viel schneller verlaufen als die Diffusion. Nehmen wir nun z. B. an, wir haben eine Quecksilberelektrode, an welcher Kalium sich entwickelt hat, so reagiert dies mit dem umgebenden Wasser nach der Gleichung:



Diese Reaktion verläuft spontan und ist folglich mit einer gewissen Verlust an Arbeit (freier Energie) verbunden. Nennen wir wie früher  $E_1$  die Arbeit, welche nötig ist um  $\overset{+}{\text{K}}$  aus 1-normaler Lösung in ein 1-normales (mit Bezug auf K) Amalgam zu überführen,  $F_1$  die Arbeit, welche nötig ist um Wasser (die Konzentration wird für Wasser in Lösungen als konstant = 55,5 angesehen) in  $\overline{\text{OH}}$  und  $\frac{1}{2}\text{H}_2$  zu überführen, wenn die Lösung in Bezug auf das Jon  $\overline{\text{OH}}$  und  $\text{H}_2$  1-normal ist, so wird der Arbeitsverlust im vorliegenden Fall

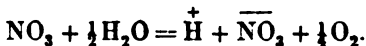
$$= -E_1 + F_1 + 1,979 \cdot 10^{-4} \cdot T \left( \frac{A}{M_0} \log n_1 - \frac{A}{M} \log c_1 + \log p + \frac{1}{2} \log q \right)$$

Volt-coulombs, wenn die Körper in der Menge eines elektrolytischen Äquivalents reagieren.  $p$  und  $q$  sind die Konzentrationen von  $\overline{\text{OH}}$  und  $\text{H}_2$  in der Nähe der Elektrode.

<sup>1)</sup> v. HELMHOLTZ: Wied. Ann. 11, 787 (1880).

Gleichgewicht findet statt wenn  $Q=0$  ist. Dieselbe Formel kann natürlich auf Platinelektroden verwendet werden, wenn man  $E_1$  den entsprechenden Wert erteilt.

An der positiven Elektrode spielen sich ebensolche Prozessen ab. Wenn wir z. B.  $KNO_3$  elektrolysieren, fällt  $NO_3$  bis zu einer gewissen Menge auf das Platin aus, die ausgefallte Menge reagiert aber unabhängig von der Stromstärke mit dem umgebenden Wasser nach der Formel



Diese Reaktion giebt Anlass zu einer Arbeitsverlust  $Q'$  wo

$$Q' = -E_1 + F_1 + 1,979 \cdot 10^{-4} \cdot T \left( \frac{A'}{M_0} \log n_1 - \frac{A'}{M'} \log c_1 + \log r + \frac{1}{4} \log s \right)$$

Volt coul. wo  $F_1$  diejenige Arbeit repräsentiert, welche nötig ist um  $\frac{1}{2}H_2O$  in  $\overset{+}{H}$  und  $\frac{1}{4}O_2$  (zur Menge eines elektrolytischen Äquivalentes) von den Konzentrationen 1 umzusetzen.  $r$  und  $s$  sind die in der Nähe der Elektrode stattfindenden Konzentrationen von  $\overset{+}{H}$  und von  $O_2$ .

Auch in diesem Fall wird natürlich  $Q'=0$ , wenn Gleichgewicht stattfindet. Die Reaktionen bei den Elektroden verlaufen mit einer gewissen Reaktionsgeschwindigkeit. Wenn wir die Reaktionszeit beliebig lang nehmen, können wir uns beliebig nahe dem Gleichgewichtszustand annähern, d. h.  $Q$  und  $Q'$  so nahe an Null bringen wie wir wollen. Verfahren wir jetzt folgendermaassen mit der Elektrolyse. Schliessen wir den Strom für ausserordentlich kurze Zeit, so dass die Konzentrationen sich nur unendlich wenig ändern, lassen wir dann die elektrolytische Zelle stromlos stehen, bis die sekundären Reaktionen so weit fortgeschritten sind, dass wir  $Q$  und  $Q'$  ohne merklichen Fehler gleich Null setzen können. Wiederholen wir diese Operation das eine Mal nach dem anderen, so entspricht dies dem Effekt, dass wir einen ausserordentlich schwachen Strom durch die Zersetzungszelle gehen lassen. Durch die sekundären Reaktionen vergrössern sich die Mengen von  $\overline{OH}$ ,  $H_2$ ,  $\overset{+}{H}$  und  $O_2$ , d. h. die Mengen  $\log p$ ,  $\log q$ ,  $\log r$  und  $\log s$  nehmen geschwind zu ( $p$ .

$q$ ,  $r$  und  $s$  sind nämlich von Anfang an ausserordentlich gering;  $p$  und  $r$  etwa  $10^{-7}$ -normal,  $q$  und  $s$  etwa  $10^{-41}$ -normal, wenn kein Wasserstoff und Sauerstoff absorbiert sind (vgl. weiter unten). Dagegen ändern sich  $\log n_1$  und  $\log n_2$  nicht merklich, da  $n_1$  und  $n_2$  (welche ungefähr gleich der Normalität des elektrolysierten Salzes kommen) von Anfang in recht grosser Menge vorhanden sind. Damit  $Q$  und  $Q'$  Null bleiben (eigentlich beliebig wenig von Null verschieden bleiben) muss dann auch  $c_1$  und  $c_2$  zunehmen. D. h. zufolge des Stroms nehmen die Konzentrationen der an den Elektroden ausgeschiedenen Körper zu, gleichzeitig mit der Zunahme von sekundären Produkten. Damit muss auch die elektromotorische Kraft  $P$ , welche gerade zur Elektrolyse nötig ist, erhöht werden. Um unsere Versuchsbedingungen inne zu halten, müssen wir folglich die elektrolysierende elektromotorische Kraft sehr langsam wachsen lassen. Da nun  $Q$  und  $Q'$  gleich Null sind, können wir zu  $P$  diese Grössen addieren, ohne dass  $P$  dadurch verändert wird. Wir erhalten in dieser Weise

$$P + (Q + Q') = F_1 + F_2 + 1,979 \cdot 10^{-4} \cdot T(\log p + \frac{1}{2} \log q + \log r + \frac{1}{4} \log s).$$

$E_1$ ,  $E_2$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $n_1$  und  $n_2$  verschwinden.

Um  $P$  um eine gegebene Quantität zu vergrössern muss der Ausdruck innerhalb der Klammern mit einer proportionalen Grösse zunehmen. Je grösser aber  $p$ ,  $q$ ,  $r$  und  $s$  sind, desto grössere Mengen müssen ausgefällt werden, damit  $P$  um gleiche Intervalle steigt. Es ist dies eine alte Erfahrung dass die »Capacität« des Voltameters um so grösser wird, je höher die polarisierende elektromotorische Kraft steigt. Zuletzt kommt ein Augenblick, in welchem die Flüssigkeit in der Nähe der Elektroden mit Wasserstoff resp. Sauerstoff gesättigt ist. Die Flüssigkeit enthält dann pr. cc. 0,00173 mgm  $H_2$  und 0,0406 mgm Sauerstoff. Dann fängt die sichtbare Zersetzung an,  $q$  und  $s$  können nicht weiter ansteigen, sondern die Zunahme von  $p$  und  $r$  sind die einzigen Umstände, welche noch die Grösse der Polarisation anwachsen lassen. Die grossen Konzentrationsverschie-

denheiten, welche jetzt zufolge der Elektrolyse auftreten, und das Strömen der Gasblasen bringen eine Umrührung der Flüssigkeit zu Stande, welche wohl ein all zu schnelles Anwachsen der Mengen  $p$  und  $r$  verhindert. Die Mengen  $p$  und  $r$  ( $\text{OH}^-$  und  $\text{H}^+$ ) gleichen sich ja durch die Umrührung gegen einander aus. Es tritt also an diesem Punkt ein langsames Anwachsen von  $P$  wie früher ein, und sowohl dieser Umstand als auch die Möglichkeit die ersten erscheinenden Gasbläschen zu beobachten erklären, dass man diesen Punkt zur Beobachtung mit einer gewissen Vorliebe ausgewählt hat. Aber ein Endpunkt für das Anwachsen der Polarisation ist dieser Punkt auch nicht. Wenn man die Elektroden weit von einander entfernt hat, so steigen natürlich  $p$  und  $r$  kontinuierlich.

Gerade das Bild welches wir oben entworfen haben, ist für die Polarisation charakteristisch. Keine bestimmte Grenze, ein rapides Anwachsen der Stromstärke mit Erhöhung der elektromotorischen Kraft, nirgendwo Stromfreiheit, Abhängigkeit von Strömungen in der Flüssigkeit, von Grösse, Lage und Erschütterung der Elektroden, welches alles aus dem oben gesagten leicht zu verstehen ist. Ausserdem beobachtet man bei Oeffnung des Stromes eine erst schnelle, dann immer langsamer werdende Abnahme der Polarisation, der erste Teil wohl von dem relativ schnellen Ausgleich der Konzentration an den Elektroden mit den Umgebungen, der folgende von dem Hinausdrängen der im Platingelösten ausgefallten Stoffe mit immer abnehmender Geschwindigkeit herrührend. Wenn man den Strom verstärkt, treten noch mehr Komplikationen ein, die sekundären Prozesse haben nicht genug Zeit sich so zu entwickeln, dass  $Q$  und  $Q'$  innerhalb der Beobachtungsfehler gleich Null sind sondern einen merklichen negativen Wert behalten. Daraus entsteht Wachsen der Polarisation mit der Stromstärke, anfangs ziemlich stark, später weniger. Kommen noch dazu andere Störungen, welche dem Siedeverzuge ähnlich sind, so dass  $\text{H}_2$  und  $\text{O}_2$  nicht entweichen, obgleich die Flüssigkeit in Bezug auf sie gesättigt ist, was in hohem Maass von der rauhen oder glatten Oberfläche der Elek-

troden und von ihrem Material abhängt. Es ist nicht schwer zu verstehen, dass dieser Prozess unter solchen Umständen keineswegs reversibel ist, so dass man unter keinen Umständen die elektromotorische Kraft der Polarisation zurück bekommt, wenn man die Elektroden von aussen mit Wasserstoff und Sauerstoff speist. Die oben kurz angedeuteten theoretischen Auslegungen können vielleicht dazu beitragen auf die Vorsichtsmaassregeln hinzuweisen, welche man vornehmen muss, damit man sich so weit als möglich der Reversibilität der Erscheinung annähert.

Kehren wir aber für einen Augenblick zu unsrer letzten Gleichung zurück. Darin sind es nur die Quantitäten  $Q$  und  $Q'$ , welche von der Natur des Alkalisalzes in erster Linie abhängig sind. Wenn man nun mit äusserst schwachen Strömen arbeitet (und ausserdem Platinelektroden verwendet, so dass die auf den Elektroden angehäuften Mengen von Alkalimetall und negativem Jon nicht in Betracht kommen), so erhält man  $Q$  resp.  $Q'$  gleich Null. Wenn man dann alle die Salzlösungen gleichmässig behandelt, d. h. ungefähr gleich grosse Strommengen vor der Beobachtung durch die Flüssigkeit hindurchleitet, so werden die Quantitäten  $p$ ,  $q$ ,  $r$  und  $s$  von der Natur des Salzes vollkommen unabhängig, und man erhält genau dieselbe Polarisation in allen Fällen. Es ist gerade dieser Umstand, welcher von Hrn. LE BLANC konstatiert wurde, und, welcher zur Annahme von einer primären Elektrolyse des Wassers nötigen sollte, was aber keineswegs der Fall ist. Aber diese Voraussetzungen gelten nur so lange, als die durch Elektrolyse entstehenden Säuren und Basen stark sind. Denn anderenfalls, wenn die Säure oder Basis schwach ist, so wird im ersten Fall das entstandene  $\text{H}^+$ , im anderen Fall das entstandene  $\text{OH}^-$  sehr zurücktreten. Damit werden auch die Werte von  $\log r$  resp. von  $\log p$  stark reduciert und folglich die Polarisation geringere Werte als für die Salze aus starken Säuren und Basen annehmen. Diesen Umstand hat Hr. LE BLANC auch für die Ammonsalze hervorgehoben, welche um etwa 0,18 V. niedrigere Werte von  $P$  als die entsprechenden Na-Salze ergeben. Dieser Wert 0,18 V. entspricht einer Ab-



nahme von  $\log p$  ( $\overline{\text{OH}}$ -Menge) gleich etwa 3, das entstandene  $\text{NH}_3$  sollte also in der Salzlösung etwa 1000 mal weniger  $\overline{\text{OH}}$  enthalten, als das entstandene  $\text{KOH}$ , eine Größenordnung welche einigermaassen unseren sonstigen Begriffen entspricht. Ebenso für die schwachen organischen Säuren. Die Alkalisalze derselben geben eine Polarisation von im Mittel 2,04 V., während die entsprechenden Salze der starken Sauerstoffsäuren ( $\text{HNO}_3$  und  $\text{H}_2\text{SO}_4$ ) 2,18 V. verlangen. Also Differenz 0,14, ungefähr ebenso gross wie beim Ammoniak. Interessant ist zu sehen, dass unter den organischen Säuren die aller stärksten Mono- und Di-chlor-essigsäure beinahe mit den starken anorganischen Säuren in Bezug auf die Polarisation ihrer Salzlösungen zusammenfallen. Dagegen liegt die aller schwächste Säure von den untersuchten, die Kohlensäure, obgleich anorganisch, viel weiter herunter, indem die Differenz zwischen  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  und den Alkalisalzen der starken Sauerstoffsäuren nicht weniger als 0,47 beträgt. Die Kohlensäure sollte also etwa  $10^{-8}$  weniger  $\text{H}^+$  enthalten in der betreffenden Salzlösung als z. B.  $\text{HNO}_3$ , was auch sehr gut mit unseren anderweitigen Erfahrungen verträglich ist.

Die Additivität der Polarisationswerte, welche Hr. LE BLANC gefunden hat, ist für die Salze (und die starken Säuren) ohne weiteres verständlich.

Das oxalsäure Kalium macht eine scheinbare Ausnahme, indem es einen viel niedrigeren Polarisationswert (1,13 V.) ergibt, als man nach der Stärke der Säure vermuten könnte. Ohne Zweifel beruht dieser Umstand auf der stark reduzierenden Wirkung des negativen Jons, wodurch die Menge von  $\text{O}_2$  wahrscheinlich stark heruntergesetzt wird. In ähnlicher Weise bewirken offenbar andere Reductions- und Oxydationsmittel an den Elektroden angebracht eine Verminderung der Polarisation, eine Thatsache, welche schon längst erkannt ist.

Durch Anwendung von so schwachen Strömen, dass die sekundären Prozesse immer Zeit haben sich abzuspielen, wird man folglich niemals entscheiden können, welcher Prozess primär und welcher sekundär ist. Wenn man aber durch Anwendung

von starken Strömen von kurzer Dauer den primären Prozess verstärkt oder durch Herabsetzung der Temperatur die Reaktionsgeschwindigkeit des sekundären Prozesses vermindert,<sup>1)</sup> oder diese beiden Maasregeln gleichzeitig verwendet, so wird man leicht sehen können, welcher Prozess der primäre ist.

Das bemerkenswerte ist, dass man durch ein kritisches Studium dieser Prozesse zu dem einfachsten denkbaren Resultate gekommen ist nämlich, dass die Ausscheidung der leitenden Bestandteile (Jonen) der elektrolysierten Flüssigkeit immer den primären Prozess ausmacht, und dass nicht der primäre Prozess bisweilen in Wasserzersetzung, bisweilen in Bildung von Alkali und Säure nebst Wasserzersetzung, in anderen Fällen in Metallabscheidung und Wasserzersetzung oder Ausfällung des negativen Jons besteht. Die ersten Beobachter auf dem elektrolytischen Gebiete hatten wohl die letzterwähnte, kompliziertere Auffassung, welche von Hrn. LE BLANC wieder in's Leben gerufen wurde.

### 3. Einfluss der elektrolytischen Dissociation des Wassers.

Hr. LE BLANC will die primäre Wasserzersetzung in der Weise plausibel machen, dass er auf die geringe Dissociation (elektrolytische) des Wassers hinweist, und annimmt, dass diese Dissociation durch Zusatz von Elektrolyten vergrößert wird oder wenigstens leichter vor sich geht (»die Fähigkeit des Wassers zur Ionenspaltung wird vermehrt«). Wir wollen uns zuerst etwas mit dieser letzten Formulierung beschäftigen. In gewöhnlichem reinen Wasser befinden sich gewöhnliche Wassermolekeln und sehr wenige Jonen ( $\overset{+}{H}$  und  $\overline{OH}$ ). Die Anzahl der letzten (bei einer gegebenen Temperatur) ist dadurch bedingt, dass Gleichgewicht herrscht, wenn die Konzentration in Bezug auf  $\overset{+}{H}$  und

<sup>1)</sup> Natürlich ist es auch für die Entwicklung des primären Prozesses günstig wenn man Elektroden verwendet, welche grössere Mengen von den primären Produkten absorbieren können (z. B. für die Metalle Elektroden aus Hg anstatt aus Pt).

$\overline{\text{OH}}$  so gross ist, dass zur Überführung einer Wassermolekel in  $\overset{+}{\text{H}}$  und  $\overline{\text{OH}}$  keine Arbeit verwendet zu werden braucht, und umgekehrt. Die Arbeit welche zur Überführung von  $\text{H}_2\text{O}$  in  $\overset{+}{\text{H}}$  und  $\overline{\text{OH}}$  nötig ist, wächst nämlich mit der Menge von  $\overset{+}{\text{H}}$  und  $\overline{\text{OH}}$ . und zwar, wenn wir VAN'T HOFFS Gesetz, welches unzweifelhaft in diesem Fall gültig ist, annehmen, ist die Zunahme der Arbeit mit der Konzentration von  $\overset{+}{\text{H}}$  und  $\overline{\text{OH}}$  dem Logarithmus dieser Konzentration proportional. Wenn man nun sagt, dass die Fähigkeit der Wassermolekeln sich in Ionen zu spalten zunimmt, so wird man wohl damit meinen, dass die zu dieser Spaltung nötige Arbeit vermindert wird. Nehmen wir also an, wir haben reines Wasser, hauptsächlich aus  $\text{H}_2\text{O}$ -Molekeln bestehend, aber doch eine sehr kleine Menge von  $\overset{+}{\text{H}}$  und  $\overline{\text{OH}}$  enthaltend. Setzen wir nun einen Elektrolyt dazu, so wird »die Fähigkeit des Wassers sich in Ionen zu spalten« zunehmen. Da weiter vor dem Zusatz die zur Zersetzung des Wassers in  $\overset{+}{\text{H}}$  und  $\overline{\text{OH}}$  nötige Arbeit gleich Null war, so muss nach dem Zusatz diese Arbeit negativ sein, nachdem sie abgenommen hat. Damit ist aber das Gleichgewicht gestört, und  $\text{H}_2\text{O}$ -Molekeln müssen von selbst in  $\overset{+}{\text{H}}$  und  $\overline{\text{OH}}$  übergehen. Dies wird so lange dauern, bis durch die Zunahme der Konzentration von  $\overset{+}{\text{H}}$  und  $\overline{\text{OH}}$ , die genannte Arbeit um ebensoviele zugenommen hat, wie sie durch den Zusatz von Elektrolyt abnahm, in welchem Augenblick wieder Gleichgewicht eintritt. Nach Hrn. LE BLANCS Hypothese muss also, falls ich seine Äusserung betreffs der »Fähigkeit zur Ionenspaltung« richtig gedeutet habe, der Dissoziationsgrad des Wassers durch Zusatz von Elektrolyten zunehmen. So hat auch Hr. NOYES die Äusserung von Hrn. LE BLANC gedeutet. Hr. NOYES ist aber weiter gegangen, indem er annimmt, dass eine normale Lösung von  $\text{KNO}_3$  etwa die Hälfte von ihrer Leitfähigkeit der Dissoziation des Wassers verdankt, während Hr. LE BLANC doch immer der Ansicht ist, dass die dissociierten Wassermolekeln nicht merklich an der Elektrolyse teilnehmen.<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Vgl.: ARRHENIUS: Öfversigt. d. Stockh. Ak. 1892, N:o 10, 493; LE BLANC: l. c. p. 318.

Dies ist aber nur ein quantitativer Unterschied, die konsequente Ausführung von Hrn. LE BLANCS Ansichten führen zur Annahme, dass der Dissociationsgrad des Wassers durch Zusatz von Elektrolyten vergrößert wird. Und mehrere Stellen in Hrn. LE BLANCS Abhandlung scheinen darauf hinzudeuten, dass er in dieser Meinung hinneigt.

Wir wollen jetzt diese Ansicht, dass das Wasser durch Zusatz von Elektrolyten seinen Dissociationsgrad vergrößert, näher untersuchen.

Nach Messungen von Dr SHIELDS enthält eine  $\frac{1}{10}$ -normale Lösung von Natriumacetat 0,008 Prozent freie Natronlauge und Essigsäure bei 25° C. Für das Gleichgewichtsverhältniss



gilt nun die Gleichung:

$$M_1 d_1 \times M_2 d_2 = M_3 d_3 \times M_4 d_4$$

wo  $M$  und  $d$  Konzentration und Dissociationsgrad bedeuten für die vier Körper,  $\text{NaCH}_3\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{NaOH}$  und  $\text{CH}_3\text{COOH}$ , welche durch die vier Indices 1, 2, 3 resp. 4 unterschieden werden. Angenommen jetzt, dass  $d_1 = 0,84$  und  $d_3 = 0,92$  (alle beide in 0,1-normaler Lösung) und ferner, dass die Dissociationskonstante für Essigsäure  $K = 1,81 \cdot 10^{-5}$  beträgt, so findet man  $d_4$  aus der Formel:

$$d_4 \cdot 0,84 = 10 \cdot 1,81 \cdot 10^{-5} (1 - d_4)$$

woraus  $d_4 = 2,15 \cdot 10^{-4}$ .

Mit Hilfe dieser  $d$ -Werte können wir jetzt den Dissociationsgrad ( $d_2$ ) des Wassers berechnen.

$$(0,1 \cdot 0,84) (55,5 \cdot d_2) = (0,8 \cdot 10^{-5} \cdot 0,92) (0,8 \cdot 10^{-5} \cdot 2,15 \cdot 10^{-4})$$

woraus  $d_2 = 2,72 \cdot 10^{-15}$ .

Nun soll weiter nach dem Massenwirkungsgesetz:

$$(0,1 \cdot 0,84) (55,5 \cdot 2,72 \cdot 10^{-15}) = K \cdot 55,5 = x^2 (55,5)^2$$

worin  $K$  die Dissociationskonstante von Wasser und  $x$  den Dissociationsgrad desselben bedeuten, wenn kein fremder Zusatz im Wasser sich befindet. Daraus folgt:

$$K = 2,28 \cdot 10^{-16}, \quad x = 2,03 \cdot 10^{-9}, \quad 55,5 x = 1,125 \cdot 10^{-7}.$$

$\alpha$  ist der Dissociationsgrad, 55,5  $\alpha$  die Anzahl der dissociierten Molekeln (in Grammol.) pr. Liter.

Wenn jetzt das molekulare Leitungsvermögen von HOH bei 25° durch  $500 \cdot 10^{-7} = \lambda_H + \lambda_{OH}$  dargestellt wird, so berechnet sich daraus das Leitungsvermögen des reinen Wassers (in S. E.) zu

$$l = 0,56 \cdot 10^{-11}.$$

Hiermit möge die Zahl verglichen werden, welche KOHLRAUSCH<sup>1)</sup> für das reinste im Vacuum destillierte Wasser gefunden hat, und welche einen Maximalwert des Leitungsvermögens angiebt. Er fand

$$l = 2,5 \cdot 10^{-11}.$$

Nun gilt die Zahl von KOHLRAUSCH bei 18°, dagegen die von uns berechnete bei 25°. Mit Hülfe von KOHLRAUSCH'S Messungen bei verschiedenen Temperaturen (Gefäss I) können wir den Temperaturkoeffizienten zu 0,018 schätzen, woraus man folgende Zahl bei 25° berechnet

$$l = 2,9 \cdot 10^{-11}.$$

Dieser geringe Temperaturkoeffizient macht es wahrscheinlich, dass das betreffende Wasser sehr weit von Reinheit entfernt war. Denn absolut reines Wasser müsste einen etwa 3 mal grösseren Temperaturkoeffizienten ergeben.<sup>2)</sup> Ebenso wie gewöhnliches gutes destilliertes Wasser etwa 5 mal besser leitet als das reinste von KOHLRAUSCH beobachtete, ebenso leitet dies etwa 5 mal besser als absolut reines Wasser wahrscheinlich thun würde.

Die von KOHLRAUSCH beobachtete Zahl ist natürlich auch als ein Maximalwert anzusehen. Die Übereinstimmung ist folglich ganz befriedigend.

Setzen wir eine Säure oder eine Basis zum Wasser, so wird der Dissociationsgrad in höchstem Maass erniedrigt. Wenn z. B. der Zusatz 0,1-normal ist, und der Dissociationsgrad der Säure

<sup>1)</sup> KOHLRAUSCH: Wied. Ann. 24, 51. 1884.

<sup>2)</sup> Vgl. ARRHENIUS: Ztschr. f. phys. Ch. 4, 103, 1889.

der Basis gleich 0,92 gesetzt wird, erhalten wir für den Dissoziationsgrad ( $d$ ) des Wassers

$$(0,1 \cdot 0,92) (55,5 \cdot d) = 55,5 \cdot K$$

voraus  $d = 2,5 \cdot 10^{-15}$ .

Der Dissoziationsgrad sinkt folglich durch diesen Zusatz auf ein Achthunderttausendstel seines ursprünglichen Wertes. Um die Verhältnisse übersichtlich zu machen sei es bemerkt, dass der Dissoziationsgrad sehr nahe der Menge des Zusatzes umgekehrt proportional ist. Folglich erniedrigt ein Zusatz von Basis oder Säure, welcher die Lösung 0,0001-normal macht, schon den Dissoziationsgrad auf etwa ein Achthundertstel des ursprünglichen Betrages.<sup>1)</sup> Diese Ziffern mögen genügen um zu zeigen, wie unhaltbar die Ansicht ist, dass das Wasser durch Zusatz von Säuren oder Basen stärker dissociiert wird, als in reinem Zustande. Bei diesen Berechnungen haben wir die Gültigkeit der Massenwirkungsgesetze für Wasser, welches als eine schwache Säure oder Basis betrachtet werden kann, vorausgesetzt, eine Voraussetzung, deren Richtigkeit ich früher erwiesen habe.<sup>2)</sup>

Setzen wir aber ein Salz zum Wasser, so wird dasselbe hydrolysiert und zerfällt infolgedessen (in sehr kleiner Menge) in Säure und Basis. Wie gross dieser Zerfall bei einem Salz von einer schwachen Säure und einer starken Basis (Natriumacetat) ausfällt, wissen wir aus SHIELDS' oben angeführter Messung. Für ein Salz aus einer starken Säure und einer starken Basis (z. B.  $\text{KNO}_3$ ) wird der Zerfall natürlich noch bedeutend geringer. Wir finden so z. B. nach einer mit der obenstehenden ähnlichen Berechnung, wenn 0,1-normale Lösung vorausgesetzt wird, und die Dissoziationsgrade der Säure und der Basis gleich 0,92 derjenige des Salzes gleich 0,84 gesetzt wird, für den hydrolysierten Teil ( $h$ ) des Salzes:

$$h = 1,21 \cdot 10^{-6}.$$

<sup>1)</sup> ARRHENIUS: Ztschr. f. phys. Ch. 5, 6, 1890. Öfversigt d. Stockh. Ak. 1889, N:o 10 p. 626.

<sup>2)</sup> ARRHENIUS: l. c. p. 16 und 22 resp. p. 638.

Der Dissociationsgrad des Wassers beträgt in diesem Fall, wie wir oben gesehen haben, nur  $2,72 \cdot 10^{-15}$ . Die Leitungsvermögen, welche auf die Säure, die Basis und das Wasser in diesem Falle kommen, verhalten sich bei  $25^\circ$  wie:

$$(0,1 \cdot 1,21 \cdot 10^{-6} \cdot 391) : (0,1 \cdot 1,21 \cdot 10^{-6} \cdot 240) : (2,72 \cdot 10^{-15} \cdot 500 \cdot 55,5) = \\ = 627\,000 : 386\,000 : 1.$$

Das Leitungsvermögen des Salzes beträgt in diesem Fall  $0,1 \cdot 0,84 \cdot 139 \cdot 10^{-7} = 11,7 \cdot 10^{-7}$ , ist also  $1,55 \cdot 10^5$  mal grösser als das Leitungsvermögen der Säure. Der Strom, welcher eine ähnliche Lösung durchfliesst, wird folglich zum überaus grössten Teil durch die Ionen der Salzmolekeln überführt werden, nur etwa ein Hundertfünfzigtausendstel davon wird durch die Ionen der Säure, ein Dreihunderttausendstel vermittelt der Ionen der Basis, und ein Zehnmilliardtel von den Ionen des Wassers herübertransportiert. In demselben Verhältniss werden auch die primär ausgeschiedenen Ionen dieser vier Körper stehen. Offenbar, wenn man die Einwirkung der wenigen Wasserjonen in Betracht ziehen will, so ist es nötig zuerst die durch Hydrolyse entstandenen Mengen von Säure und Basis zu berücksichtigen.

Mit Hülfe dieser Ziffern können wir eine ganz interessante Berechnung ausführen. Wenn wir einmal eine Säure elektrolysieren, so erhalten wir als schliessliche Produkte der Elektrolyse  $\frac{1}{2}\text{H}_2 + \frac{1}{4}\text{O}_2$ , ebenso bei den Basen, elektrolysieren wir aber ein Salz, so erhält man ausserdem  $\text{H}^+$  und  $\text{OH}^-$ . Die Arbeit, welche zur Elektrolyse nötig ist, wird im zweiten Falle grösser, und zwar ist die Differenz der Arbeiten gleich der Arbeit, welche nötig ist um  $\text{H}^+$  und  $\text{OH}^-$  zu entwickeln unter den gegebenen äusseren Umständen. Nun kostet es keine Arbeit  $\text{H}^+$  und  $\text{OH}^-$  aus  $\text{H}_2\text{O}$  zu entwickeln, wenn diese in der Lösung in der Menge  $1,125 \cdot 10^{-7}$  Gramm. pr. Liter anwesend sind. Die Arbeit welche verwendet werden muss, wenn an den Elektroden Normallösungen von NaOH (Diss.-Grad = 0,776) und von HCl (Diss.-Grad = 0,854) anwesend sind, wird also nach den oben entwickelten Prinzipien einer elektromotorischen Kraft  $A$  entsprechen, wo (bei  $25^\circ$ ):

$$A = 1,976 \cdot 10^{-4} \cdot 298 \left\{ \log \frac{0,776}{1,125 \cdot 10^{-7}} + \log \frac{0,854}{1,125 \cdot 10^{-7}} \right\} = 0,806 \text{ Volts.}$$

Hr. LE BLANC hat ähnliche Versuche angestellt. Um die Konzentration von  $\overline{\text{OH}}$  und  $\overline{\text{H}}$  an den Elektroden bekannt zu haben, was bei der Elektrolyse eines gewöhnlichen Salzes nicht der Fall ist — vielmehr ändert sich da die Konzentration der infolge der Elektrolyse entstandenen Säure und Basis durch Ausscheidung, Strömungen und Diffusion in unberechenbarer Weise — goss er um die Pole normale Lösung von NaOH an der einen Seite, und verschiedene Säuren auch in normaler Lösung an der anderen Seite. Der Strom wurde durch die Flüssigkeit so geleitet, dass er von Säure zu Basis ging. Durch diese Anordnung erhielt Hr. LE BLANC Elektrolyse von Salz wobei  $\overline{\text{OH}}$  und  $\overline{\text{H}}$  in normalen Lösungen entwichen. Andere Versuche wurden mit reinen Säuren angestellt. Die Differenz der zur sichtbaren Elektrolyse in beiden Fällen nötige elektromotorische Kraft betrug (für die stark dissociierten Säuren):

$$E(\text{NaOH} - \text{HNO}_3) - E(\text{HNO}_3) = 2,46 - 1,69 = 0,77 \text{ V.}$$

$$E(\text{NaOH} - \text{HClO}_4) - E(\text{HClO}_4) = 2,44 - 1,65 = 0,79 \text{ V.}$$

$$E(\text{NaOH} - \text{HCl}) - E(\text{HCl}) = 2,07 - 1,31 = 0,76 \text{ V.}$$

Der im Mittel 0,773 V.<sup>1)</sup> Berechnet war 0,806 V., welches vollkommen innerhalb der möglichen Versuchsfehler (0,05 V.) mit dem gefundenen Wert übereinstimmt. Es möge auch hervorgehoben werden, dass die schwächer dissociierten Säuren, Schwefelsäure und Phosphorsäure (Dissociationsgrade in 1-normaler Lösung 0,545 resp. 0,0624) etwas niedrigere Werte ergeben nämlich 0,74 resp. 0,73, während die berechneten Werte 0,79 resp. 0,74 sind.

Die Übereinstimmung ist vorzüglich und liefert einen sehr guten Beweis, dass der Dissociationsgrad des Wassers wirklich sehr nahe den von uns oben angegebenen Wert besitzt.

<sup>1)</sup> Bei 20°. Diese Temperaturverschiedenheit wird vielleicht die letzte Dezimalstelle etwas beeinflussen.



Auch eine andere Berechnung, welche nicht ohne Interesse ist, können wir mit Hilfe von Hrn. LE BLANCS Beobachtungen anstellen, um die Grösse von in gewöhnlichem Wasser vorfindlicher Menge Knallgas zu bestimmen. Bei Atmosphären-Druck befinden sich im Liter Wasser, wenn über demselben Wasserstoff steht, 0,000865 Gramm.  $H_2$ , und wenn über demselben Sauerstoff sich befindet, 0,001272 Gramm.  $O_2$  (bei  $20^\circ$  nach BUNSEN). Zur sichtbaren Elektrolyse, d. h. Entwicklung von Wasserstoff und Sauerstoff unter Atmosphärendruck ist nach LE BLANC eine elektromotorische Kraft von 1,67 V. nötig (Mittel aus den Daten für NaOH, KOH,  $H_2SO_4$ ,  $HNO_3$ ,  $H_3PO_4$  und  $HClO_4$ ). Wenn keine elektromotorische Kraft verwendet wird, so ist das Wasser viel weniger zersetzt; nehmen wir an, es seien  $x$  Gramm.  $H_2$  und  $x/2$  Gramm.  $O_2$ . Dann ist

$$1,67 = 1,976 \cdot 10^{-4} \cdot 293 \left\{ \frac{1}{2} \log \left( \frac{0,000865}{x} \right) + \frac{1}{4} \log \left( \frac{0,001272}{x/2} \right) \right\}.$$

Das Verhältniss von Aequivalentgewicht zu Molekulargewicht ist nämlich für  $H_2 = \frac{1}{2}$  und für  $O_2 = \frac{1}{4}$ . Hieraus findet man:  $x = 0,43 \cdot 10^{-41}$  gm. mol. pr. Lit.  $= 0,774 \cdot 10^{-40}$  gm. Knallgas pr. Lit.

Eine ähnliche Berechnung ist schon früher von v. HELMHOLTZ<sup>1)</sup> ausgeführt worden. Da er aber andere Daten seiner Berechnung zu Grunde legte, fand er einen viel grösseren Wert, nämlich  $265,5 \cdot 10^{-36}$  gram Knallgas pro Liter Flüssigkeit.

#### 4. Zusammenfassung.

Ich habe durch Versuche gezeigt, dass wenn ein Alkalizal bei Benutzung von einer negativen Elektrode aus Quecksilber elektrolysiert wird, in einer recht beträchtlichen Zeit am Anfang der Elektrolyse kein Wasserstoff erscheint, woraus ich schliesse, dass in diesem Fall, wie in allen anderen, das positive Jon (das Alkalimetall) primär ausgeschieden wird.

Die zur Erscheinung der ersten Wasserstoffblase nach Anfang der Elektrolyse nötige Zeit wächst sehr langsam, wenn die

<sup>1)</sup> v. HELMHOLTZ: Sitz. Ber. d. Berl. Ak. 1883, 1, 660.

Stromstärke abnimmt. Bei konstanter Stromstärke (0,05 Amp.), wird diese Zeit um so grösser, je stärker die Konzentration und je niedriger die Temperatur ist. Sie ist für Elektrolyte mit demselben positiven Jon ungefähr gleich gross und viel grösser für Kaliumsalze als für Lithium- und Natriumsalze.

Eine theoretische Untersuchung dieser Erscheinung zeigt, dass die zur Elektrolyse nötige elektromotorische Kraft mit der ausgeschiedenen Menge der elektrolytischen Produkte anfangs wächst. Im allgemeinen treten aber sekundäre Reaktionen ein, welche die weitere Zunahme der ausgeschiedenen Mengen verhindern, wenn der primäre Prozess nur sehr langsam vor sich geht. Die zur Elektrolyse nötige elektromotorische Kraft wird alsdann beinahe ausschliesslich von diesen sekundären Prozessen abhängig. Wenn das Resultat der sekundären Prozesse in mehreren Fällen (bei der Elektrolyse von Alkalisalzen) der nämliche ist, so wird die zur Zersetzung nötige elektromotorische Kraft sehr nahe gleich gross in allen diesen Fällen. Dieser Schluss steht in bestem Einklang mit den Ergebnissen von Hrn. LE BLANCS Versuchen, welche also keineswegs eine primäre Zersetzung des Wassers verlangen und folglich auch nicht eine weiter gehende elektrolytische Dissociation des Wassers bei Anwesenheit als bei Abwesenheit von Elektrolyten in demselben wahrscheinlich machen.

Aus Hrn. SHIELDS Beobachtung, dass 0,1-normale Lösung von Natrium-acetat zu 0,008 Prozent hydrolysiert ist, berechnet man die Anzahl von  $\text{H}^+$ - und  $\text{OH}^-$ -Jonen im Wasser zu

$$1,125 \cdot 10^{-7} \text{ Grammol. pr. Liter (bei } 25^\circ\text{).}$$

Dieser Anzahl entspricht eine Leitfähigkeit in S. E. bei  $25^\circ$ .

$$l = 0,56 \cdot 10^{-11}.$$

Aus KOHLRAUSCHS Zahlen für die Leitfähigkeit des am wenigsten leitenden, im Vacuum destillierten, Wassers geht die Leitfähigkeit

$$l = 2,5 \cdot 10^{-11} \text{ bei } 18^\circ \quad l = 2,9 \cdot 10^{-11} \text{ bei } 25^\circ$$

hervor, welche Zahlen als Maximalwerte zu betrachten sind.

Durch Zusatz von Elektrolyten wird die Leitfähigkeit des Wassers höchst bedeutend erniedrigt, so dass man dieselbe im

Vergleich mit der Leitfähigkeit der Elektrolyte vollkommen vernachlässigen kann.

Ein Salz von einer starken Säure und einer starken Basis wird in 0,1-normaler Lösung zu  $1,21 \cdot 10^{-4}$  Prozent hydrolysiert. Die absolute Menge des hydrolysierten Teils ist beinahe von der Konzentration unabhängig.<sup>1)</sup>

Aus dem Wert der elektrolytischen Dissociation des reinen Wassers kann man die elektromotorische Kraft berechnen, welche verwendet werden muss um aus Wasser  $\overset{+}{H}$  und  $\overline{OH}$  zu entwickeln in einer Flüssigkeit, welche ebenso viel  $\overset{+}{H}$ - und  $\overline{OH}$  Ionen enthält wie normale Lösungen von starken Säuren und Basen. Man findet für diese elektromotorische Kraft

$$E = 0,806 \text{ V.}$$

während Hr. LE BLANC durch direkte Versuche  $E = 0,763 \text{ V.}$  gefunden hat. Zum Vergleich möge es angeführt werden, dass man aus der THOMSON'schen Regel, wonach alle Reaktionswärme in elektrische Energie sich umsetzt, mit Zugrundelegung des Wertes der Dissociationswärme = 13212 cal. folgenden Wert erhält:

$$E = 0,568 \text{ V.}$$

Die THOMSON'sche Regel ergibt also auch in diesem Fall ein recht fehlerhaftes Resultat.

Aus dem Wert 1,67 V. für die zur ersten sichtbaren Zersetzung von Säuren und Basen nötige elektromotorische Kraft berechnet man die Menge Knallgas, welche in einem Liter Wasser bei 20° befindlich ist, zu

$$0,774 \cdot 10^{-40} \text{ gm.}$$

Bemerkung bei der Korrektur: In einer inzwischen erschienenen Abhandlung (Sitz. ber. d. sächs. Ak. d. Wiss. 9 Jan. 1893) hat OSTWALD den Dissociationsgrad des Wassers in einer der obigen ähnlicher Weise zu  $0,9 \cdot 10^{-6}$  (anstatt  $0,11 \cdot 10^{-6}$ ) gmmol. pr. lit. berechnet. Die Abweichung erklärt sich aus den verschiedenen Versuchsdaten (0,7 V. resp. 0,763 V.).

<sup>1)</sup> ARRHENIUS: Ztschr. f. phys. Ch. 5, 9, 1890. Öfversigt. d. Stockh. Ak. 1890. No 10, p. 629.

## Ueber das Alter der *Isochilina canaliculata*-Fauna.

Von JOH. GUNNAR ANDERSSON.

[Mitgetheilt den 8. Februar 1893 durch G. LINDSTRÖM.]

In einer im vorigen Jahre veröffentlichten Arbeit hat der unermüdliche Ostrakoden-Forscher Dr. A. KRAUSE eine neue, formenreiche, untersilurische Ostrakoden-Fauna beschrieben, welche nach der häufigsten Art die *Isochilina canaliculata*-Fauna benannt werden kann.<sup>1)</sup> Das Material seiner Untersuchung war sehr gering, nur zwei, bei Müggelheim unweit Berlin gefundene Geschiebe, welche ausser den zahlreichen Ostrakoden, die alle vorher unbekannt waren, nur unbestimmbare Trilobiten- und Brachiopoden-Reste enthielten. Das Alter der Fauna und das Ursprungsgebiet der Geschiebe war KRAUSE demnach nicht im Stande näher zu bestimmen. Eine solche Feststellung werde ich im Folgenden auf die von mir während der zwei letzten Sommer für das Reichsmuseum gesammelten, öländischen Silur-Fossilien gestützt auszuführen versuchen.

Die jüngste, unzweifelhaft anstehend gefundene Silurbildung Ölands ist bekanntlich ein grauer, oft sehr verwitterter, nach dem darin häufigen *Chasmops macrourus* SJÖGR. benannter Kalkstein, der theils bei Borgholm und Eriksöre an der Westküste, theils in grosser Ausdehnung an der Südostküste als lose Blöcke und im letztgenannten Gebiete auch als anstehende, obgleich durch Gla-

<sup>1)</sup> Zeitschr. d. Deutsch. geol. Gesellschaft 1892, p. 383—399, Taf. 21 und 22.

cialwirkung vielfach zerbrochene Schichten zu finden ist.<sup>1)</sup> In diesem Macrouruskalke sind ausserordentlich zahlreiche Trilobiten, Brachiopoden und Bryozoen gesammelt worden, und auch Ostrakoden sind nun neuerdings darin gefundenen.<sup>2)</sup> Diese letzteren finden sich immer vereinzelt, und die Individuenzahl ist ungewöhnlich gering; während mehrere tausend Exemplare einiger Brachiopoden gesammelt worden sind, ist es nur gelungen etwa dreissig Individuen irgend einer Ostrakoden-Form zu finden. Wenn demnach eine Art im folgenden Verzeichniss als häufig bezeichnet ist, bedeutet dies nicht, dass die fragliche Form einen wichtigen Theil der ganzen Macrourus-Fauna ausmacht, sondern nur dass sie im Vergleich mit den anderen Ostrakoden-Arten häufig ist.

Ausser einigen noch nicht beschriebenen Arten sind in dem Macrouruskalke bei Eriksöre folgende Ostrakoden gefundenen:<sup>3)</sup>

*Isochilina canaliculata* KR. Häufig. Diese Form ist auch bei Borgholm angetroffen.

*Primitia distans* KR. Sehr häufig. Die meisten Exemplare zeigen eine schwache, centrale Einsenkung. Nur auf einer Schale sind erhabene Pünktchen sichtbar; die anderen Exemplare haben eine glatte Schalenoberfläche.

*Entomis (Primitia?) flabellifera* KR. Ein Ex.

<sup>1)</sup> Eine gute Darstellung der älteren Untersuchungen über den öländischen Macrouruskalk ist von REMELÉ geliefert worden. Siehe: A. REMELÉ, Untersuchungen über die versteinерungsführenden Diluvialgeschiebe des norddeutschen Flachlandes. Berlin, 1883, p. 121–126. Eine sehr wichtige, aber leicht übersehene Aufgabe hat auch MOBERG mitgetheilt.

Anteckningar om Ölands ortocerkalk. Sveriges Geol. Undersökning, Ser. C, N:o 109, p. 17, erste Note.

<sup>2)</sup> Die einzige, bisher vorhandene Aufgabe über das Vorkommen von Ostrakoden in dem öländischen Macrouruskalke rührt von dem Entdecker der genannten Zone, A. SJÖGREN her. Dieser Forscher erwähnt aus dem »jüngsten grauen Kalke« (dem Macrouruskalke) bei Eriksöre *Cytherina spec. indet.*, eine Benennung, worunter vermuthlich *Isochilina canaliculata* KR. verborgen ist.

Öfvers. af Kongl. Vetenskapsakademiens Förhandl. 1851, p. 40.

<sup>3)</sup> Im Vorbeigehen kann hier erwähnt werden, dass auch andere, von KRATZ aus norddeutschen Moränblöcken beschriebene Formen in Schweden gefunden sind. So zum Beispiel ist *Isochilina ? erratica* KR. die häufigste Ostrakoden-Art des unteren und oberen öländischen Asaphuskalkes.

*Entomis quadrispina* KR. ? Ein Exemplar. Ausser den ventralen Stacheln, unter denen wenigstens drei deutlich sichtbar sind, hat diese Form einige andere Stacheln, so z. B. einen sehr kräftig entwickelten, nach hinten gekrümmten, welcher vor den mittleren Theil der Medianfurche gestellt ist. Die Zugehörigkeit dieser Form zu *E. quadrispina* KR. ist demnach sehr zweifelhaft.

*Bollia minor* KR. Häufig.

› *major* KR. Drei Exemplare.

*Tetradella harpa* KR. var. Häufig. Diese Form unterscheidet sich von der typischen *T. harpa* KR. vorzugsweise dadurch, dass die beiden hinteren Querfurchen über den Ringwulst nahe an den Ventralrand reichen, wodurch die vorderste Querfurche im Vergleich zu diesen hinteren sehr schwach entwickelt ist. Die Schalenoberfläche eines Exemplares zeigt kleine, grubenförmige Vertiefungen.

*Tetradella carinata* KR. Häufig.

› *rostrata* KR. Häufig.

Um die Vergleichung mit der von KRAUSE beschriebenen Fauna zu erleichtern, sind hier seine Speciesnamen unverändert angeführt; doch soll bemerkt werden, dass *T. carinata* und *T. rostrata* kaum als verschiedene Arten zu betrachten sind, sondern vermuthlich nur zwei Glieder in einer Reihe von äusserst nah verwandten Formen darstellen. Der Unterschied zwischen den Figuren 2 und 9, Taf. 21 in der Arbeit KRAUSE's hängt wahrscheinlich davon ab, dass er seine Figur 2 nach einem Exemplare, dessen untere ventrale Leiste in dem Steine versteckt ist, gezeichnet hat. Uebrigens kann man in dem ziemlich reichen, öländischen Materiale eine grosse individuelle Variation beobachten. So z. B. zeigen einige Exemplare auch auf dem ventralen Theile des vordersten Wulstes einen sehr deutlichen Höcker.

Wenn die beiden Formen vereinigt werden, muss man dem Namen *T. carinata* den Vorzug geben, denn das durch denselben ausgedrückte Merkmal kommt in gleichem Verhältnisse

allen hierher gehörenden Formen zu, aber die schnabelförmige Gestalt des Hinterrandes tritt bei den der *T. carinata* KRAUSE's zugehörigen Formen nicht besonders scharf hervor.

*Tetradella erratica* KR. var. Drei Ex. Grosse Varietät (2 mm. lang), mit keiner der von KRAUSE abgebildeten Formen ganz übereinstimmend.

*Ctenobolbina ciliata* EMMONS ? Ein Ex. Einige kleine Differenzen zwischen der amerikanischen und der öländischen Form könnten vielleicht erwähnt werden, aber sie sind wahrscheinlich bedeutungslos, denn nach der von JONES gelieferten vortrefflichen Erörterung der erstgenannten Form ist bei dieser eine sehr grosse individuelle Variation beobachtet worden.<sup>1)</sup> Für eine sichere Bestimmung ist jedoch das einzige vorhandene Exemplar nicht hinreichend.

Um eine Vergleichung zu erleichtern wird hier ein Verzeichniss der von KRAUSE beschriebenen *Isophilina canaliculata*-Fauna mitgetheilt:

*Isophilina canaliculata* KR. Sehr häufig.

*Primitia plana* KR. var. *tuberculata* KR. Zwei Ex.

» *plicata* KR. Zwei Ex.

*Entomis obliqua* KR.<sup>2)</sup>

» (*Primitia*?) *flabellifera* KR. Zwei Ex.

» *auricularis* KR. Ziemlich selten.

» (*Bursulella*?) *quadrispina* KR. Zwei Ex.

*Bollia minor* KR. Häufig.

» *major* KR. Ziemlich selten.

*Beyrichia radians* KR. Ein Ex.

» (*Tetradella*) *harpa* KR. Häufig.

» » *carinata* KR. Häufig.

» (*Ctenobolbina*) *rostrata* KR. Wahrscheinlich häufig.

<sup>1)</sup> Quart. Journal Geol. Soc., Vol. 46, P. 19, Pl. 3; Fig. 12—16, Pl. 4, Fig. 16—18.

<sup>2)</sup> In der Speciesbeschreibung (l. c., P. 388) hat KRAUSE *Entomis obliqua* als aus »dem eingangs beschriebenen« (i. e. *Isophilina canaliculata*-tragenden) Gesteine stammend bezeichnet, in der Tabelle über die vertikale Verbreitung der Arten (P. 399) hingegen ist sie von *Primitia papillata* ersetzt.

*Beyrichia (Ulrichia?) bidens* KR. Häufig.

Ein Vergleich zwischen den oben mitgetheilten Verzeichnissen zeigt uns, dass unter den 14 Formen, aus denen die von KRAUSE beschriebene Fauna besteht, wenigstens sechs auch in dem öländischen Macrouruskalke gefunden sind und dass die betreffenden Arten bei Muggelheim und auf Öland in wohl übereinstimmender Individuenzahl auftreten. Dass die *Isochilina canaliculata*-Fauna der *Chasmops macrourus*-Zone zugehörig ist, dürfte hierdurch erwiesen sein.

Die von KRAUSE gelieferte petrographische Beschreibung der fraglichen Blöcke spricht für ihre Herkunft aus dem westbaltischen Macrouruskalke, doch muss betont werden, dass die Frage über das Ursprungsgebiet dieser Geschiebe nicht zuverlässig beantwortet werden kann, so lange nicht die Ostrakoden-Faunen der mit der genannten öländischen Zone gleichaltrigen ost- und nordbaltischen Gebilde untersucht worden sind.

---



**Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.**

(Forts. från sid. 76.)

**Hr. C. Adelsköld.**

Fotografier af iskristaller. 5 blad. Fol. & 4:o.

**Envoyén Hr. H. Åkerman.**

CLEMENTE Y RUBIO, S. DE ROJAS, Ensayo sobre las variedades de la vid comun que vegetan en Andalucía. Madrid 1879. Fol.

**Utgifvarne.**

The American journal of science. Editors J. D. and E. S. DANA.  
(3) Vol. 43—44(1892). New Haven. 8:o.

**Författarne.**

DE GEER, G., On pleistocene changes of level in eastern North America. Boston 1892. 8:o.

En småskrift. 8:o.

MURBECK, S., Beiträge zur Kenntniss der Flora von Südbosnien und der Hercegovina. Lund 1891. 4:o.

— Studien über Gentianen aus der Gruppe Endotricha Froel. Sthlm 1892. 4:o.

NILSON, L. F., Bestämning af qväfvesubstansernas smältbarhet hos några kraftfodermedel. Sthlm 1893. 8:o.

Småskrifter. 2 häften. 8:o.

TRYBOM, F., Fisket i Halland. 1(1883)—9(1891). 8:o.

HJELT, A., Arbetareförsäkringskomiténs betänkande. 1, 4. Hfors 1891—92. 4:o.

RUSSELL, H. C., Physical geography and climate of New South Wales. Ed. 2. Sydney 1892. 8:o.

SALMONOWITSCH, P., Prikladnaja termokinetika ili sakon Newtona o teploprovodnosti. — La loi de Newton de transmission de la chaleur appliquée à l'art de construction. S.-Peterb. 1892. 8:o.

SCHÜCK, A., Magnetische Beobachtungen auf der Nordsee angestellt in den Jahren 1884—86, 1890—91. Hamb. 1893. 4:o.

Meddelanden från Upsala kemiska laboratorium.

## 218. Om bildning af s. k. dihydrokinazoliner och om ett nytt fall af intramolekulär omlagring.

Af OSKAR WIDMAN.

[Meddeladt den 8 Februari 1893.]

För 7 år sedan meddelade LELLMAN och STICKEL,<sup>1)</sup> att de af dem framställda föreningarne, *o*-nitrobenzylacet-*p*-toluid och *o*-nitrobenzylbenzanilid:



vid reduktion med tenn och saltsyra öfvergå i anhydrobaser, sammansatta enligt formlerna:



Då emellertid H. G. SÖDERBAUM och jag<sup>2)</sup> några år senare upprepade LELLMANS och STICKELS försök, funno vi, att de kroppar, som dessa forskare beskrifvit såsom anhydrobaser, i sjelfva verket hade en helt annan sammansättning, att *o*-nitrobenzylacetoluid under afspaltning af acetylgruppen reducerats till *o*-amidobenzyl-*p*-toluidin, att *o*-nitrobenzylbenzanilid öfvergått till *o*-amidobenzylbenzanilid och att således ingen kondensation hade inträffat vid nämnda reduktionsprocess. Någon anhydridbildning inträffade för öfrigt icke häller, då reduktionen utfördes

<sup>1)</sup> Berichte der Deutsch. chem. Ges. XIX, 1604.<sup>2)</sup> Öfversigt af Kongl. Vet. Akad. Förh. 1890, N:o 7, p. 363.

med andra reduktionsmedel, såsom zink och ättiksyra eller zink och saltsyra i alkoholisk lösning vid låg temperatur. I dessa båda fall utträdde emellertid icke acetylgruppen, utan i stället för *o*-amidobenzyltoluidin bildades *o*-amidobenzylacet-*p*-toluid. Riktigheten af dessa våra iakttagelser har sedermera bekräftats af LELLMANN sjelf.<sup>1)</sup>

I motsats mot dessa *o*-nitrobenzylföreningar hafva åtskilliga andra sedermera befunnits vid reduktion lätt öfvergå i inre anhydrider, »dihydrokinazoliner».

Så fann PAAL gemensamt med M. BUSCH<sup>2)</sup> eller F. KRECKE,<sup>3)</sup> att detta är fallet icke blott med *o*-nitrobenzylformanilid och *o*-nitrobenzyl-*o*- och -*p*-formotoluid, utan äfven med *o*-nitrobenzylacetanilid.

Likaså hafva GABRIEL och JANSEN,<sup>4)</sup> hvilka undersökt *o*-nitrobenzylderivat af formanid, acetamid och acetmetylamid visat, att visserligen icke de båda senare, men väl *o*-nitrobenzylformamid vid reduktion direkt öfvergår i anhydrobas.

Af hittills publicerade undersökningar framgår således

1) att bildning af »dihydrokinazoliner» eger rum vid reduktion af alla *formyl*derivat utan undantag, men

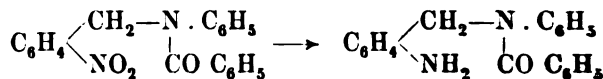
2) att af *acetyl*- och *benzoyl*-derivaten blott *o*-nitrobenzylacetanilid vid reduktion ger anhydrobas:



under det att de öfriga reduceras till motsvarande amidoderivat:



*o*-nitrobenzylacet-*p*-toluid



*o*-nitrobenzylbenzanilid

<sup>1)</sup> Berichte der Deutsch. chem. Ges. XXIV, 718.

<sup>2)</sup> » » » » » XXII, 2683.

<sup>3)</sup> » » » » » XXIII, 2634 och XXIV, 3049.

<sup>4)</sup> » » » » » XXIII, 2807 och XXIV 3091.



*o*-nitrobenzylacetamid

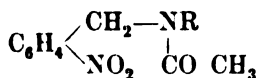


*o*-nitrobenzylmetylacetamid.

Denna olikhet mellan så ytterst nära besläktade föreningar, som å ena sidan *o*-nitrobenzylacetanilid och å den andra *o*-nitrobenzylacet-*p*-toluid och *o*-nitrobenzylbenzanilid, har gifvit PAAL och KRECKE <sup>1)</sup> anledning till den slutsats, »dass scheinbar geringfügige Unterschiede in der Constitution, die bei vielen Reactionen gar nicht zum Vorschein kommen, in gewissen Fällen den Verlauf eines chemischen Processes in hohem Maasse zu beeinflussen vermögen» — den synes dock högst oväntad och besynnerlig och gör ett noggrannare, jämförande studium af reaktionsförloppet i de båda fallen önskvärdt, isynnerhet som ett sådant studium komme att beröra den både i teoretiskt och praktiskt hänseende viktiga frågan om vilkoren för inre anhydridbildning.

Öfver ett arbete i sådant syfte är jag nu i tillfälle att lemna en redogörelse.

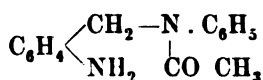
Såsom resultat af undersökningen kan jag genast meddela, att den vid reduktion af nitroföreningar af typen:



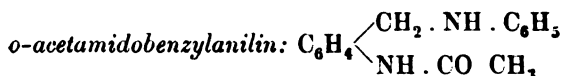
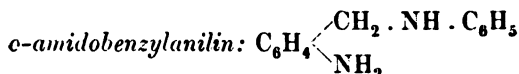
inträdande reaktionen är ganska komplicerad, i det att i första rummet alltjämt bildas ett normalt amidoderivat, men detta af den närvarande saltsyran lätt angripes, så att icke mindre än 3 olika produkter utom amidoföreningen sjelf kunna uppstå aningen tillsammans eller hvar och en för sig.

<sup>1)</sup> l. c. XXIV, p. 3050.

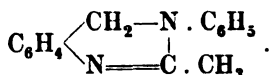
Behandlar man t. ex. *o*-amidobenzylacetanilid:



med saltsyra, kan man erhålla följande 3 kroppar:



och benzometylfenylldihydrodiazin (*metylfenylldihydrochinazolin*)



Reducerar man således *o*-nitrobenzylacetanilid med tenn och saltsyra, kan man allt efter olika temperatur och koncentration erhålla 4 olika föreningar.

Under sådana förhållanden är det icke så mycket att undra öfver, att olika forskare förut kommit till olika, hvarandra motsäggande resultat, hvilka, då undersökningarne blifvit utförda på olika föreningar, hafva gifvit anledning till alldeles felaktiga slutsatser såsom t. ex. det nyss anförda yttrandet af PAAL och KRECKE.

Saken förhåller sig i sjelfva verket så, att en olikhet mellan fenyl- och tolylserierna alldeles icke existerar, utan att nitrofenylföreningen reduceras till amidoderivat lika väl som nitrotolylföreningen, och att tolylderivatet kan kondenseras till anhydrobas lika väl som fenylföreningen. Att PAAL och KRECKE erhöles en anhydrobas vid reduktion af *o*-nitrobenzylacetanilid med tenn och saltsyra, berodde i sjelfva verket på en sekundär inverkan af saltsyran på det först bildade amidoderivatet, trots att de nämnda forskarne förklarar ett sådant antagande »nicht statthaft».<sup>1)</sup>

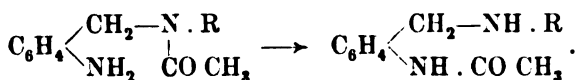
PAAL och KRECKE hafva för öfrigt äfven missuppfattat andra reaktioners förlopp och i sammanhang därmed vissa af dem framställda föreningars konstitution.

<sup>1)</sup> l. c. XXIV, p. 3050.

De uppgifva t. ex. att en anhydrobas bildas vid reduktion af *o*-nitrobenzylacetanilid med zink och ättiksyra (denna metod kall till och med vara den mest givande för framställning af netylfenyldihydrokinazolin). Ingenting kan dock vara mera oriktigt, ty vid denna reaktion bildas alls icke någon anhydrobas utan blott normalt amidoderivat. Uppgiften låter sig emellertid lätt förklara, då PAAL och KRECKE isolerade föreningen såsom klorvätesyradt salt. Förmodligen hafva de för beredning af detta salt upphettat reduktionsprodukten med utspädd saltsyra och därigenom tillfälligtvis och sig sjelfva ovetande föranlett *o*-amidobenzylacetanilidens öfvergång i kinazolinderivat.

Samma forskares yttrande, att »das salzsaure *o*-Amidobenzylacetanilid sowohl in Lösung als in festem Zustande durchaus beständig ist», är också oriktigt, då denna förening i sjelfva verket är ytterst känslig för inverkan af saltsyra, men uppgiften är lätt förklarlig, emedan den förening, som PAAL och KRECKE uppfattade såsom *o*-amidobenzylacetanilid, såsom jag nedan skall visa, icke har denna konstitution, utan i stället är *o*-acetamidobenzylanilin, angående hvilken uppgiften är riktig, för så vidt den blott hänför sig till vanlig temperatur.

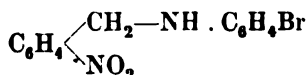
Af de ofvan redan antydda reaktionerna torde en kunna göra anspråk på en större uppmärksamhet. Det är ett nytt fall af intramolekulär omlagring, som inträder, då de ifrågasvarande amidoderivatena längre tid få vara i beröring med saltsyra. Härvid vandrar acetylgruppen från den ena kväfveatomen till den andra:



Reaktionen eger rum redan vid vanlig temperatur, åtföljes icke af några bireaktioner, såvidt man kan se, och åstadkommes af såväl utspädd som starkare klorvätesyra. Den har blifvit iakttagen i 3 olika fall ( $\text{R} = \text{C}_6\text{H}_5$ ,  $\text{C}_6\text{H}_4\text{CH}_3$  och  $\text{C}_6\text{H}_4\text{Br}$ ). Angående orsaken till den egendomliga reaktionen vågar jag icke uttala någon mening. Möjligtvis är den att söka i rumsförhållanden inom molekylen.

Jag öfvergår nu till en redogörelse för den experimentella undersökningen. Denna har omfattat tre olika serier, nemligen derivat af *o*-nitrobenzylanilin, *-p*-toluidin och *p*-bromanilin. I början af denna undersökning, som har varit förknippad med icke obetydliga svårigheter, föreföllo många iakttagelser gåtfulla och innan jag hade funnit nyckeln till gåtornas lösning, fann jag anledning att i undersökningen indraga derivat af en svagare, men för öfrigt lika konstituerad bas. Såsom sådan valde jag *p*-bromanilin. Af detta skäl har jag framställt de *p*-bromanilin-derivat, som nedan äro beskrifna.

*o*-Nitrobenzyl-*p*-bromanilin.



1 del *o*-nitrobenzylklorid upphettades med 4 delar *p*-bromanilin  $\frac{3}{4}$  timma i vattenbad. Sedan produkten stelnat, tvättades den upprepade gånger med varm ättiksyra, hvarvid en olja stannade olöst, som vid tillsats af saltsyra öfvergick i ett hydroklorat. Detta löstes i kokande ättiksyra, befriades genom filtrering från litet svart substans, och omkristalliserades några gånger ur kokande saltsyrehaltig ättiksyra. Slutligen inhäldes den beta ättiksyrelösningen i natronlut och den därvid afskiljda, lätt stelnande röda oljan kristalliserades ur alkohol.

*o*-Nitrobenzyl-*p*-bromanilin afskiljes ur alkohol i vackra gula, glasglänsande prizmer eller aflånga, fyrasidiga tafior, ofta med afskurna hörn. Smältpunkten ligger vid 84—85°.

Dessa såsom åtskilliga andra till detta gebit hörande kristaller hafva vid Upsala Universitets, under professor HJ. SJÖGRENS ledning stående, mineralogiska institution blifvit undersökta af Kand. O. NORDENSKJÖLD. Denne har därom meddelat följande:

»Kristallsystem: monosymmetriskt

$$a : b : c = 0,9437 : 1 : 1,963$$

$$\beta = 88^\circ 17'.$$

Iakttagna former: OP (001),  $\infty$ P (110),  $\infty$ P $\infty$  (010), P $\infty$  (111), samt möjligen  $\infty$ P $\infty$  (100).

Prismazonens ytor, utom  $\infty$ P $\infty$ , mycket väl utbildade och länsande; äfven OP tydlig. Ytorna på doinat P $\infty$  voro däremot synnerligen ojämna och bugtiga, hvarför *c*-axeln endast pproximativt kunnat bestämmas. Utsläkningsvinkel 27° mot ertikalaxeln.»

Analysen gaf följande resultat:

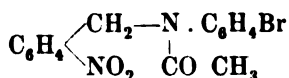
1) 0,1833 gr. substans gaf 0,3436 gr. CO<sub>2</sub> och 0,0639 gr. H<sub>2</sub>O.

2) 0,1851 gr. substans gaf 14,5 kcm. N-gas vid 17,5° och 759 mm. tryck.

3) 0,2282 gr. substans gaf efter glödgning med kalk 0,1392 gr. AgBr.

	Beräknadt.		Funnet.
C <sub>13</sub>	156	50,82	51,12
H <sub>11</sub>	11	3,58	3,87
N <sub>2</sub>	28	9,12	9,22
Br	80	26,06	25,92
O	32	10,42	—
	307	100,00.	

*o*-Nitrobenzylacet-*p*-bromanilid.



Nyss beskrifna förening kokades 1 timmes tid under uppåtväändt kylrör med ättiksyreanhydrid och därpå afdunstades lösningen på vattenbad till torrhet. Efter afsvalning stelnade den nya kroppen lätt. Den är nästan olöslig i eter och till och med i kokande alkohol temligen svårlöslig. Den kristalliserar i rent hvita, rombiska eller sexsidiga taflor, som smälta vid 137—138°.

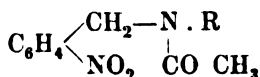
1) 0,1886 gr. substans gaf 0,3589 gr. CO<sub>2</sub> och 0,0719 gr. H<sub>2</sub>O.

2) 0,1866 gr. substans gaf 12,9 kcm. torr N-gas vid 18° och 755 mm. tryck.



	Ber. för $C_{12}H_{13}N_2BrO_2$ .	Funnet.
C	51,58	51,90
H	3,73	4,23
N	8,02	8,08.

# I. Vid reduktion af föreningarne:



bildas motsvarande amidoderivat, icke anhydrobaser (dihydrokinazoliner).

Redan för två år sedan har jag tillsammans med SÖDERBAUM (l. c.) visat, att *o*-nitrobenzylacet-*p*-toluid vid reduktion öfvergår i *o*-amidobenzylacet-*p*-toluid. Reduktionen utfördes med zink och saltsyra i kall, alkoholisk lösning.

*o*-Amidobenzylacet-*p*-toluid, som smälter vid 99°, kristalliserar i praktfulla, färglösa kristaller. Kand. O. NORDENSKJÖLD har mätt äfven dessa och därom meddelat följande:

»Kristallsystem: monösymmetriskt

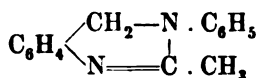
$$a : b : c = 3,2782 : 1 : 3,398$$

$$\beta = 79^\circ 33'.$$

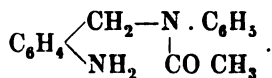
Iakttagna former: OP (001),  $\infty P$  (110),  $\infty P$  (100),  $+ P$  (101),  $- P$  (101) och  $\frac{1}{2} P$  (112).

Utmärkt väl utbildade kristaller med glatta speglade ytor. Utsläkningsvinkeln  $13^\circ$  mot vertikalaxeln.»

Då jag nu reducerade *o*-nitrobenzylacetanilid enligt samma metod, väntade jag på grund af PAALS och KRECKES uppgifter att antingen erhålla direkt den kondenserade basen »metylfenyl-dihydrokinazolin»:



eller åtminstone den af dem beskrifna, vid 126—127° smältande »*o*-amidobenzylacetaniliden». Jag erhöi emellertid ingendera af dessa båda, utan en alldeles ny förening, som är den verkliga

*o*-Amidobenzylacetanilid,

*o*-Nitrobenzylacetanilid löstes i portioner om 3 gr. i en blandning af 20 ccm. alkohol och 30 ccm. utspädd saltsyra (eg. v. 1,12), hvarefter lösningen afkyldes med snö och försattes med 4 gr. zinkgrått så långsamt, att temperaturen icke öfverskred 12°. Efter slutad reaktion filtrerades, filtratet öfvermättades med natronlut och utskakades 3 gånger med kloroform, hvar efter denna afdestillerades. Härvid erhöles en färglös olja, som första gången stelnade först efter 1 à 2 månader.

Föreningen kunde därpå omkristalliseras ur alkohol och erhöles så i form af färglösa små tafior eller flerytiga, korta kristaller, som smälte konstant vid 80—81°.

Utbytet är kvantitativt.

Samma förening bildas äfven, om reduktionen utföres med zink och ättiksyra. Alldeles ren *o*-nitrobenzylacetanilid löstes i 50-procentig ättiksyra och lösningen försattes under afkylning med 2 delar zinkgrått. Efter 24 timmar öfvermättades den med natronlut och extraherades med kloroform. Extraktet utgöres af en gul eller röd olja, som vid rifning med litet fast substans från föregående beredning stelnar långsamt och med svårighet. Produkten är alltid från början mer eller mindre oren. Man kristalliserar den, så länge den ännu är temligen oren, bäst ur gasolja, hvarur den afsätter sig i början såsom en olja men sedan såsom hårda kulor, som smälta vid 80—81°.

I. 0,1911 gr. substans gaf 0,5263 gr. CO<sub>2</sub> och 0,1194 gr. H<sub>2</sub>O.

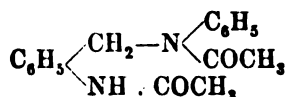
II. 0,1843 gr. substans gaf 18,45 ccm. torr N-gas vid 14,5° och 749 mm. tryck.

	Beräknadt.		Funnet.	
C <sub>15</sub>	180	75,00	75,11	—
H <sub>16</sub>	16	6,67	6,96	—
N <sub>2</sub>	28	11,66	—	11,78
O	16	6,67	—	—
	240	100,00.		

Materialet för analys I var framställt enligt den första, för II efter den senare metoden.

*Hydrokloratet* är mycket lösligt i vatten, men svårslösligt i stark saltsyra.

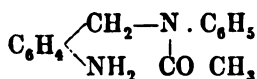
Att reaktionsprodukten vid reduktion med zink och ättiksyra verkligen är *o*-amidobenzylacetanilid och icke »metylfenyl-dihydrokinazolin», såsom PAAL och KRECKE uppgifvit, är så mycket säkrare, som redan den oljeformiga råprodukten vid kokning med ättiksyreanhydrid lätt och i mycket godt utbyte ger den af PAAL och KRECKE först framställda och beskrifna, vid 121° smältande *o*-acetamidobenzylacetaniliden:



under det att anhydrobasen vid samma behandling blir alldeles oförändrad, hvarom jag öfvertygat mig genom särskildt försök.

Under sådana förhållanden kan icke håller den af samma forskare beskrifna, vid 126—127° smältande föreningen vara *o*-amidobenzylacetanilid, utan måste hafva en annan konstitution (se nedan *o*-acetamidobenzylanilin).

*o*-Amidobenzylacet-*p*-bromanilid.



Till följd af *o*-nitrobenzylacetbromanilidens svårslöslighet i kall alkohol kan reduktionen i detta fall icke utföras med zink och saltsyra i alkoholisk lösning.

Reducerar man nitroföreningen på vanligt sätt med zink och ättiksyra, erhåller man en produkt, som är röd och på grund af närvarande föroreningar kristalliserar blott med svårighet. Därur kan dock ren amidoförening erhållas i vackra, färglösa, vid 106—107° smältande tafior.

Utan hvarje bildning af föroreningar försiggår däremot reduktionen, om man tillsätter saltsyra till ättiksyrelösningen.

3 gr. *o*-nitrobenzylacetbromanilid löses i 50 gr. isättika och därtill sättes 20 kcm. vanlig saltsyra, hvarpå man under stark afkylning långsamt inför 4 gr. zinkgrått. Ur den alldeles färglösa lösningen afskiljes vid öfvermättning med natronlut en olja, som snart stelnar till en gul kropp. Denna affiltreras, tvättas och kristalliseras ur alkohol.

Kand. O. NORDENSKJÖLD har om den kristallografiska undersökningen meddelat följande:

»Kristallsystem: monosymmetriskt

$$a : b : c = 1,1505 : 1 : 0,677$$

$$\beta = 81^{\circ} 24'$$

Iakttagna former: OP (001),  $\infty$ P (110),  $\infty$ P $\infty$  (100) och P (111).

Kristallerna voro tafvelformigt utbildade efter  $\infty$ P $\infty$ , brun-gula, glasglänsande, med väl utbildade ytor inom prismazonen; OP och P voro däremot något bugtiga. Tydligt dichroitiska. Utsläckningsvinkeln  $36^{\circ} 30'$  mot vertikalexeln.»

Analysen gaf följande resultat:

1) 0,1802 gr. substans gaf 0,3731 gr. CO<sub>2</sub> och 0,0853 gr. H<sub>2</sub>O.

2) 0,1877 gr. substans gaf 14,2 kcm. torr N-gas vid 17° och 761 mm. tryck.

	Beräknadt för C <sub>18</sub> H <sub>16</sub> N <sub>2</sub> BrO:	Funnnet.
C	56,42	56,46
H	4,70	5,26
N	8,78	8,95

Af dessa fakta framgår

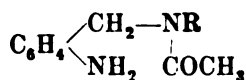
1) att i motsats till PAALS och KRECKES uppgifter *o*-nitrobenzylacetanilid vid reduktion närmast öfvergår i motsvarande amidoderivat.

2) att reduktionen förlöper analogt vid alla hithörande föreningar, och

3) att kondensationen icke beror på reduktionsprocessen.

Beträffande förloppet af reduktion med tenn och saltsyra se nedan.

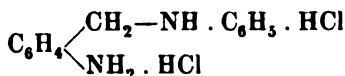
## II. Saponifikation af föreningarna:



genom behandling med saltsyra.

Såsom jag redan förut i förening med SÖDERBAUM visat saponifieras *o*-amidobenzylacet-*p*-toluid vid en timmes uppvärmning på vattenbad tillsammans med tiofaldiga mängden rykande saltsyra.

Jag har nu gjort liknande försök med *o*-amidobenzylacetanilid. Vid substansens öfvergjutning med saltsyran afskiljde sig, redan innan allt gått i lösning, ett hydroklorat i hvita prismar, hvilka vid uppvärmning lätt löstes och vid lösningens afkylning åter utkristalliserade i vackra rektangulära tafior. Efter en timmes uppvärmning på vattenbad erhöles ett nytt hydroklorat i vackra kristaller och i stor mängd. Detta salt, som smälter vid 183–185°, utgör ett diklorhydrat af *o*-amidobenzylanilin:



Analys:

0,2 gr. substans gaf 0,2078 gr. AgCl

	Ber. för $\text{C}_{13}\text{H}_{11}\text{N}_2\text{Cl}_2$ .	Funct.
Cl	26,10	25,80

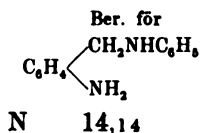
Hydrokloratet är ytterst lösligt i rent, saltsyrefritt vatten.

I ett annat försök, som utfördes med mycket utspädd saltsyra, inträffade äfven förunderligt nog saponifikation.

*o*-Amidobenzylacetanilid öfvergöts med ganska mycket vatten och därtill sattes vanlig saltsyra i något öfverskott, så att föreningen löstes, hvarefter lösningen fick stå i värme, tills större delen långsamt afdunstat till stark koncentration. Vid afsvalning stelnade lösningen af ett hydroklorat, som smälte vid 189°

och var ytterst lösligt i rent, kallt vatten till skilnad från hydroklorat af anhydrobasen, som är mycket svårsligt. Den frigjorda basen kristalliserade ur utspädd alkohol i hårda, platta, vid 82° smältande prismer och karakteriserades såväl därigenom som genom sin sammansättning såsom *o*-amidobenzylanilin:

0,1992 gr. substans gaf 23,5 ccm. torr N-gas vid 16° och 757 mm. tryck.

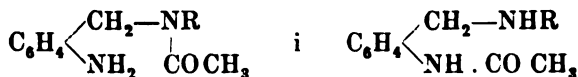


Funnet:

14,09

På samma sätt förhåller sig för öfrigt äfven *o*-amidobenzylacet-*p*-toluid, som vid alldes samma behandling öfvergår i glänsande, vid 80,5° smältande blad af *o*-amidobenzyl-*p*-toluidin.

### III. Omlagring af föreningarne:



genom behandling med saltsyra.

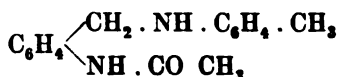
Löser man ren, vid 99° smältande *o*-amidobenzylacet-*p*-toluid i utspädd saltsyra och låter lösningen stå vid vanlig temperatur omkring en vecka, så erhålles vid tillsats af natronlut en olja, som numera innehåller en ny förening. Oljan stelnar småningom till nålar, hvilka efter ett par kristallisationer ur alkohol smälta vid 141° och utgöras af *o*-acetamidobenzyl-*p*-toluidin. Ur moderlutarne anskjuta vid lösningsmedlets afdunstning praktfulla, vid 99° smältande kristaller af oförändrad *o*-amidobenzylacet-*p*-toluid, blandade med ringa mängd nålar af den nybildade substansen. Bildning af någon tredje kropp har jag aldrig vid denna reaktion kunnat iakttaga.

Utbytet af acetamidoförening uppgår efter 5 å 6 dagar till omkring hälften af utgångsmaterialet. Behandlas emellertid de i moderlutarne befintliga resterna ånyo med saltsyra, erhåller man efter samma tid nya kvantiteter enligt samma relativa utbyte

och på detta sätt kan man successive omlagra den största delen.

Beträffande saltsyrans koncentration har jag vanligen använt lika delar vanlig saltsyra och vatten. Jag har dock kunnat konstatera, att omlagringen äfven eger rum i mycket utspädd lösning (t. ex. 15 droppar saltsyra på 20 ccm. vatten), som blott innehåller en till hydrokloratbildning knappast tillräcklig mängd klorväte.

*o*-Acetamidobenzyl-*p*-toluidin



kristalliserar i långa, vid 141° smältande nålar, som äro mycket svårslösliga i eter, gasolja och kall alkohol, men lättlösliga i kloroform och het alkohol.

1) 0,1798 gr. substans gaf 0,4987 gr. CO<sub>2</sub> och 0,1167 gr. H<sub>2</sub>O.

2) 0,1756 gr. substans gaf 0,4832 gr. CO<sub>2</sub> och 0,117 gr. H<sub>2</sub>O.

3) 0,1361 gr. substans gaf 13 kcm. torr N-gas vid 13° och 750 mm. tryck.

	Beräknadt.		Funnet.	
C <sub>16</sub>	192	75,59	75,65	75,06
H <sub>18</sub>	18	7,09	7,21	7,40
N <sub>2</sub>	28	11,02	—	11,29 —
O	16	6,30	—	—
	254	100,00		

Bekvämast framställes föreningen direkt ur *o*-nitrobenzylacet-*p*-toluid på följande sätt.

6 gr. nitroförening löses i 40 kcm. alkohol och förättas med 60 kcm. vanlig saltsyra. Under stark afkylning införes småningom 8 gr. zinkgrått, så att temperaturen icke öfverstiger 15°. Därpå låter man kolfven stå en vecka vid rumstemperatur. Öfvermättar lösningen med natronlut och utskakar med kloro-

**form.** Kloroformlösningen försattes därefter med gasolja, hvarvid den genast stelnar af hopfildade nålar. Efter en till två kristallisationer ur alkohol är föreningen fullkomligt ren.

För att säkert fastställa formeln, har jag bestämt molekularvigten enligt RAOULTS metod. Jag erhöll därvid följande tal:

Ber. för  $C_{16}H_{18}N_2O$ .

Funnet.

254

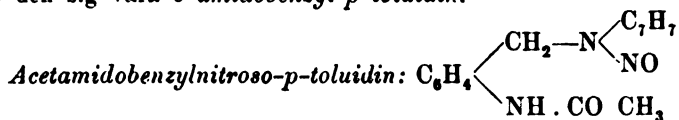
234

243.

Att bestämningarne utfallit något för lågt, beror därpå, att föreningen småningom angripes af isättika, hvari bestämningarne äro utförda. Detta visar sig tydligast vid upphettning, hvarvid bland annat en vid  $255^\circ$  smältande, i nålar kristalliserande kropp bildas, hvilken jag dock icke närmare undersökt.

Föreningen är således otvifvelaktigt isomer med *o*-amido-benzylacet-*p*-toluid. Att den verkligen besitter ofvan angifna konstitution, framgår däraf, att den lätt saponifieras och att den ger ett nitrosoderivat.

*Saponifikation med klorvätesyra.* 1 gr. substans uppvärmdes  $1\frac{1}{2}$  timme på vattenbad med 10-faldiga mängden rykande salt-syra. Den utspädda, gula lösningen gaf därpå vid öfvermättnings med natronlut en lätt stelnande olja, som kristalliserade ur alkohol i vackra, glänsande, vid  $81,5^\circ$  smältande blad. Härmed visade den sig vara *o*-amidobenzyl-*p*-toluidin.



Acetamidobenzyltoluidin löstes i vatten och minsta möjliga mängd saltsyra och lösningen försattes med beräknad mängd natriumnitrit. Därvid uppstod genast en hartzig, gulhvit fällning, som vid uppvärming stelnade kristalliniskt. En svag gasutveckling inträdde, men upphörde långt innan lösningen begynnade att koka.

Föreningen är svårlöslig i kokande vatten och kristalliserar därur i långa nålar. Ur alkohol, hvari den är löslig, kristalliserar den i spröda, svagt gula nålar, hvilka smälta vid  $115-116^\circ$ .

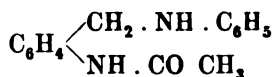


0,1788 gr. substans gaf 22,8 kcm. torr N-gas vid 10° och 739 mm. tryck.

	Ber. för $C_{16}H_{17}N_3O_2$ .	Funnet.
N	14,84	15,01.

För jämförelse har jag äfven behandlat hydrokloratet af *o*-amidobenzylacet-*p*-toluid med natriumnitrit på liknande sätt. Vid uppvärmning inträdde här en häftig gasutveckling. Produkten utgjordes af en rödgul, i köld seg, fenolartadt luktande olja, som ej kunde bringas i fast form.

*o*-Acetamidobenzylanilin.



Alldeles som *p*-tolylderivatet omlagras äfven fenylföreningen af kall saltsyra såsom t. ex. följande försök utvisar.

3 gr. *o*-amidobenzylacetanilid löstes i 15 kcm. vanlig utspädd saltsyra och 15 kcm. vatten och lösningen fick stå vid vanlig rumstemperatur. Redan efter 2 dagar hade hydroklorat af den nybildade föreningen afsatt sig i kristaller och kvantiteten tilltog för hvarje dag (efter 4 dagar hade 1,5 gr. salt utkristalliserat).

Den ur saltet frigjorda föreningen löstes lätt i het alkohol och vid afsevalning stelnade hela lösningen af fina, spröda prismar, som smälte konstant vid 125°.

En kväfvbestämning gaf med ofvan angifna formel stämmande tal:

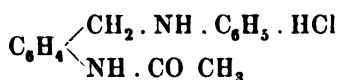
0,1839 gr. substans gaf 17,8 kcm. torr N-gas vid 11° och 762 mm. tryck.

	Ber. för $C_{16}H_{16}N_2O$ .	Funnet.
N	11,66	11,70.

Föreningen är otvifvelaktigt identisk med den af PAAL och KRECKE under namn af »*o*-amidobenzylacetanilid» beskrifna. Egenskaperna öfverensstämma också fullständigt, om också de

nämnda forskarne angifva smältpunkten till 126—127°. Som bekant erhöles de kroppen såsom biprodukt vid reduktion af *o*-nitrobenzylacetanilid med tenn och saltsyra.

*Hydroklorat af o-acetamidobenzylanilin:*



Erhållet på nyss beskrifvet sätt, kristalliserar saltet i vackra, snedt afskurna prismor eller tafkor och smälter i kapillärrör vid 180°. Vid upphettning i torkskåp vid 100° lider det ingen eller ringa vigtsförlust, men smälter delvis och blir grönt, hvarefter det löses i saltsyrehaltigt vatten med violett färg. Lösningarne färgas i luften gröna, såsom PAAL och KRECKE redan förut anmärkt om sin *o*-amidobenzylacetanilid.

En klorbestämning å saltet utfördes på det sätt, att provet löstes i rätt mycket vatten med tillhjelp af litet salpetersyra och lösningen fäldes med klorfri sodalösning i ringa öfverskott. Härvid uppstod en kristallinisk fällning, som affiltrerades och uttvättades, hvarefter kloreu beständes i filtratet genom titrering. 0,2965 gr. utpressadt salt förbrukade 10,96 ccm.  $\frac{1}{10}$ -normal silfverlösning.

Ber. för $\text{C}_{16}\text{H}_{16}\text{N}_2\text{O} \cdot \text{HCl}$ .	Funnet.
Cl 13,20	13,42.

*Kromatet* kristalliserar i fina, gula nålar, som äro mycket svårslösliga i kallt vatten.

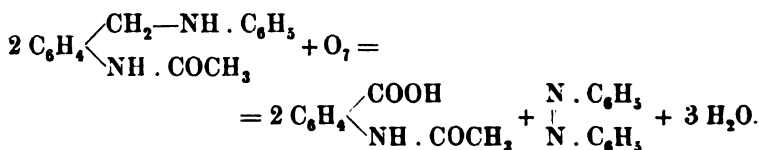


Föreningen, erhållen ur hydrokloratet genom omsättning med natriumnitrit, kristalliserar ur hett vatten i färglösa nålar. Ur alkohol afskiljes den mycket trögt i ytterst fina, hopfildade nålar. Smältpunkten ligger vid 112—113°.

- 1) 0,1626 gr. substans gaf 0,4005 gr. CO<sub>2</sub> och 0,0962 gr. H<sub>2</sub>O.  
 2) 0,1895 gr. substans gaf 25,1 kcm. torr N-gas vid 17° och 759 mm. tryck.

		Beräknadt.	Funnet.
C <sub>15</sub>	180	66,91	67,17
H <sub>15</sub>	15	5,58	6,58
N <sub>3</sub>	42	15,61	15,62
O <sub>2</sub>	32	11,90	—
	269	100,00	

PAAL och KRECKE<sup>1)</sup> hafva oxiderat den numera såsom *o*-acetamidobenzylanilin identifierade föreningen med kaliumpermanganat i svagt alkalisk lösning och därvid erhållit utom azobenzol en vid 178° smältande förening, som tydligen är en organisk syra. Det lyckades emellertid icke de nämnda forskarne att fastställa kroppens kemiska karaktär. Såsom det vill synas mig, visar föreningen dock en slående likhet med *o*-acetamidobenzoësyra, hvilken såväl enligt BEDSON och KING<sup>2)</sup> som JACKSON<sup>3)</sup> skall smälta vid 179—180°. I alla öfriga egenskaper och reaktioner är öfverensstämmelsen fullständig. Kol- och vätebestämningarna stämma också mycket väl med de för denna förening beräknade (funnet: C 60,72, H 5,58 %; beräknadt: C 60,34, H 5,03 %), blott kväfvehalten är funnen för låg (5,83—6,15 % i stället för 7,82 % N). Enligt den nya formeln är bildning af *o*-acetamidobenzoësyra just att vänta och äfven bildningen af azobenzol kan lätt förklaras:

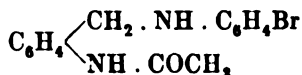


Huruvida denna tolkning är riktig, måste dock på grund af de dåligt stämmande kväfvebestämningarna tillsvidare lemnas oafgjordt.

<sup>1)</sup> Ber. der Deutsch. chem. Ges. XXIV, 3052.

<sup>2)</sup> , , , , XIV, p. 263 ref.

<sup>3)</sup> , , , , XIV, 885.

*o*-Acetamidobenzyl-*p*-bromanilin.

2 gr. *o*-amidobenzylacet-*p*-bromanilid löstes i en blandning af 10 kcm. vanlig saltsyra och 10 kcm. vatten och lösningen fick stå 5 dagar vid rumstemperatur. Härvid hade en brun olja i ringa mängd afskilt sig. Denna affiltrerades på ett vått filtrum och filtratet öfvermättades med natronlut och extraherades med kloroform. Vid tillsats af omdestillerad gasolja utföll den bildade nya kroppen såsom långa, ofta korsformigt sammanvuxna prismor.

Ur alkohol kristalliserar föreningen i utmärkt väl utbildade, prismatiska kristaller, som konstant smälta vid 148—149°.

1) 0,1809 gr. substans gaf vid förbränning med blykromat 0,3783 gr. CO<sub>2</sub> (och 0,0864 gr. H<sub>2</sub>O).

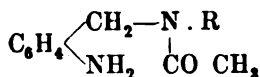
2) 0,1827 gr. substans gaf vid förbränning i öppet rör med syrgas 0,0837 gr. H<sub>2</sub>O. Kolbestämningen utföll såsom ofta enligt denna metod för låg.

3) 0,1706 gr. substans gaf 13 kcm. torr kväfgas vid 15° och 748 mm. tryck.

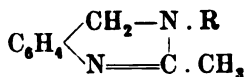
Ber. för C <sub>18</sub> H <sub>18</sub> N <sub>2</sub> BrO.		Funnet.
C	56,42	57,03
H	4,70	5,09
N <sub>2</sub>	8,78	8,92.

Den egendomliga reaktionen synes således vara generell för hithörande föreningar.

## IV. Kondensation af föreningarne:



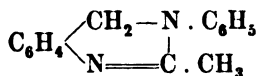
till 1, 3-diazin-(kinazolin-)derivat:



genom behandling med saltsyra.

Amidoföreningarne *omlagras* således af kall saltsyra och *saponifieras* af varm såväl utspädd som koncentrerad. Utspädd saltsyra kan dock föranleda äfven ett tredje reaktionsförlopp, nemligen *kondensation*, såsom följande försök utvisa.

*Bildning af benzo-2-metyl-3-fenyl-3, 4-dihydro-1, 3-diazin.*  
(Metylfenyldihydrokinazolin).



5 gr. *o*-amidobenzylacetanilid kokades 1 timmes tid under uppvändt kylrör med 15 kcm. vanlig saltsyra och 30 kcm. alkohol. Lösningen var från början rödgul, men färgades icke vidare. Den afdunstades därpå för aflägsnande af största mängden alkohol och försattes med 25 kcm. vatten, hvarefter den fick kallna och ställdes till kristallisation. Efter en stund afskildes vackra, rombiska eller 6-sidiga tafloer af anhydrobasens *hydroklorat*. Efter tre omkristallisationer var saltet alldeles rent, smälte vid 263° och visade i öfrigt samma egenskaper, som det af PAAL och KRECKE vid nitroderivatets reduktion med tenn och saltsyra erhållna hydrokloratet af ofvan angifna bas. Sammansättningen öfverensstämde ock därmed.

1) 0,2769 gr. *utpressadt* salt förlorade vid torkning vid 105° 0,0344 gr. H<sub>2</sub>O.

2) 0,1378 gr. vid 100° torkadt salt förbrukade vid titrering, 5,3 kcm. 1/10-normal silfverlösning.

	Ber. för $C_{18}H_{14}N_2 \cdot HCl + 2 H_2O$ .	Funnet.
$H_2O$	12,26	12,42
	Ber. för $C_{18}H_{14}N_2 \cdot HCl$ .	
Cl	13,73	13,65.

För framställning af *den fria basen* löser man hydrokloratet i varmt vatten, tillsätter natronlut och skakar med kloroform. Efter aflägsnande af lösningsmedlet stelnar extraktet frivilligt till tunna blad, som smälta temligen oskarpt inemot  $80^\circ$ . I detta tillstånd analyserades föreningen.

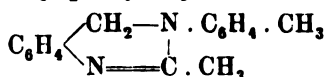
0,1702 gr. substans gaf 0,5016 gr.  $CO_2$  och 0,0984 gr.  $H_2O$ .

	Ber. för $C_{18}H_{14}N_2$ .	Funnet.
C	81,08	80,38
H	6,31	6,42.

Om en lösning af hydrokloratet försattes med tennklorurlösning bildas samma *tennklorurdubbelsalt*, som PAAL och KRECKE förut hafva beskrifvit. Det kristalliserar mycket lätt ur alkohol i hvita nålar och smälter vid  $122-123^\circ$ . Med tillhjälp af det samma kan man ur moderluterna vinna nya kvantiteter af basen i rent tillstånd.

*Benzometyl-p-tolyldihydrodiazin.*

(*Metyl-p-tolyldihydrokinazolin*).



o-Amidobenzylacet-p-toluid kokades halfannan timme under uppvändt kylrör med 2 delar vanlig saltsyra och 10 delar alkohol, hvarpå lösningen försattes med något vatten och alkoholen bortkokades. Då efter 2 dagar intet hade utkristalliserat ur den koncentrerade lösningen, tillsattes en beräknad mängd tennklorurlösning. Härvid utföll genast en tjock olja, som efter tillsats af alkohol lätt löstes vid kokning. Vid afsvalning afsatte sig snöhvita, centimeterlånga, vid  $139-140^\circ$  smältande nålar af anhydrobasens *tennklorurdubbelsalt*.

Därur erhåller man *basen* sjelf bekvämast och i fullkomligt rent tillstånd på följande sätt.

Det fasta dubbelsaltet öfvergjutes i en kolf med uppvärmt, gult svafvelammonium och kloroform, hvarefter kolfven tillslutes och skakas, tills blandningen är klar. Kloroformskiktet aftappas, tvättas några gånger med vatten och filtreras genom ett med kloroform fuktadt filtrum. Efter lösningsmedlets afdestillering återstår en färglös olja, som utan vidare stelnar till hvita, vid 104—106° smältande taflor och utgör så den fria basen i rent tillstånd.

Enligt denna metod har jag erhållit den fria basen i ett utbyte af ungefär 65 % af använd amidobenzylacetoluid.

1) 0,1775 gr. substans gaf 0,5286 gr. CO<sub>2</sub> och 0,1126 gr. H<sub>2</sub>O.

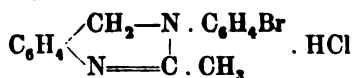
2) 0,1761 gr. substans gaf 17 ccm. torr N-gas vid 13° och 761 mm. tryck.

	Beräknadt.		Funnat.
C <sub>16</sub>	192	81,36	81,30
H <sub>16</sub>	16	6,78	7,04
N <sub>2</sub>	28	11,86	11,58
	236	100,00	99,92.

*Benzometyl-p-bromfenyldihydrodiazin.*

*(Metyl-p-bromfenyldihydrokinazolin).*

o-Amidobenzylacetbromanilid kokades enligt beskrifna metod 1½ timme med alkoholisk saltsyra. Efter alkoholens bortkokande utkristalliserade ett svårlösligt salt som efter torkning vid 100° är sammansatt enligt formeln:



och således utgör *hydroklorat* af den bromhaltiga anhydrobasen.

0,2499 gr. vid 110° torkad substans förbrukade vid titrering 7,30 ccm. 1/10-normal silfverlösning.

	Ber. för C <sub>18</sub> H <sub>12</sub> N <sub>2</sub> Br · HCl.	Funnat.
Cl	10,52	10,37.

Då saltets lösning försattes med amoniak, utföll basen som en olja, hvilken delvis stelnade lätt till långa nålar. Den är lättlöslig i alkohol och kristalliserar knappast därur.

De tre nu beskrifna anhydrobaserna äro egendomligt nog i fritt tillstånd ganska lätt föränderliga. I gasolja lösas de vid kokning åtminstone delvis och afskiljas därur såsom kristalliniska pulver. Så erhöles af *fenylbasen* en hvit kropp, som smälte blixtnabbt vid 89°. En analys visade, att denna substans innehöll en betydligt lägre kväfvhalt än den för basen beräknade (11,14 % N i st. f. 12,61 %). I utspädd alkohol löste sig pulvret och vid frivillig afdunstning afsatte sig ur lösningen rosetter af nålar, som smälte först vid 140° d. v. s. vid en helt annan temperatur än den ursprungliga basen.

På liknande sätt förhöll sig äfven den *bromhaltiga basen*. Efter kokning med benzol och gasolja afskiljde den sig såsom ett kristalliniskt pulver, som besynnerligt nog var olösligt i både benzol och alkohol till och med vid kokning, ehuru den ursprungliga basen var löslig i båda. Detta pulver smälte blixtnabbt vid 110°. I kokande isättika löste det sig temligen lätt och afskiljde sig därur efter utspädning med vatten i prismor, som smälte på vanligt sätt vid 168—169°.

För en närmare undersökning af dessa omvandlingsprodukter har jag icke haft tillräckligt material.

På grund af dessa egendomliga förhållanden skulle man kunna vara frestad antaga, att de såväl af mig nu som af PAAL förut beskrifna anhydrobaserna icke äro rena föreningar. Men då salterna äro skarpt karakteriserade och kunna omkristalliseras huru många gånger som helst utan att på något sätt förändras och då de direkt därur erhållna baserna vid analys gifva väl stämmande värden, kan detta icke vara fallet.

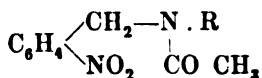
Emellertid förklarar detta förhållande de sväfvande uppgifterna om basernas smältpunkter. Så angifva PAAL och KRECKE i sin första uppsats fenylbasens smältpunkt till 58—60°, i sin senare till 80—82°.

I sjelfva verket äro salterna, särskildt hydrokloraten så beständiga, som man kan vänta af föreningar, innehållande slutna kärnor. Fenylbasens hydroklorat har jag uppvärmt en timme



på vattenbad med rykande saltsyra utan att kunna märka något spår af saponifikation eller annan förändring.

## V. Reduktion af föreningarne:



genom kokning med tenn och saltsyra.

Då PAAL och KRECKE reducerade nitrobenzylacetanilid med tenn och saltsyra erhöles de tenndubbelsalt af den *kondenserad fenylbasen* och dessutom i moderlutarna tenndubbelsalt icke, såsom de antogo, af amidobenzylacetanilid, utan, såsom ofvan är visadt, af *acetamidobenzylanilin*. Vid reduktion af nitrobenzylacet-*p*-toluid och af nitrobenzylbenzanilid likaledes med tenn och saltsyra erhöles LELLMANN och STICKEL föreningar, hvilka de visserligen angäfvos såsom kondenserade baser, men hvilka af SÖDERBAUM och mig visades vara resp. *amidobenzyltoluidin* och *amidobenzylbenzanilid*.

Om dessa hvarandra motsägende resultat hittills förefallit oförklarliga, så äro de dock nu lätt begripliga. Den vid kokning med tenn och saltsyra inträdande reaktionen är nemligen af tvåfaldig art. Först blir nitrogruppen reducerad och därpå kan saltsyran inverka på det bildade amidoderivatet. Denna inverkan kan, såsom jag ofvan visat, leda till bildning af 3 olika klasser af föreningar. Inträder ingen sekundär inverkan, erhålles dessutom oförändradt amidoderivat. Det är intressant att finna, att vid i det stora hela ett och samma reduktionsförfarande representanter för alla fyra slagen af föreningar blifvit iakttagna.

Detta visar för öfrigt, att nitroföreningarnes upphettning med tenn och saltsyra utgör en mycket osäker metod för framställning af anhydrobaserna och lätt kan leda till andra produkter än dem, man söker. Vida mer att rekommendera torde det ofvan under IV angifna framställningssättet vara.

Att fenyl och *p*-tolylgrupperna icke utöfva något olika indytande på förloppet af den ifrågavarande reaktionen, framgår för öfrigt däraf, att äfven vid *reduktion af o-nitrobenzylacet-p-toluid med tenn och saltsyra* en anhydrobas — den ofvan beskrifna *benzometyl-p-tolyldihydrodiazinen* — bildas, om också icke i så godt utbyte och i så rent tillstånd som enligt ofvan angifna framställningssätt.

5 gr *o*-nitrobenzylacet-*p*-toluid blandades med 50 gr. alkohol, 7 gr. tennspån och 4 kcm. vanlig saltsyra och blandningen upphettades under upptvändt kylrör, tills tennet blifvit löst. Efter afsvälning utkristalliserade tolylbases tenn dubbelsalt, dock förorenadt af en olja. Efter omkristallisation ur alkohol erhöles den fria basen vid skakning med gult svafvelamonium och kloroform.

Det är af vikt att använda en syra af någorlunda bestämd koncentration. Att PAAL och KRECKE i motsats mot LELLMANN STICKEL framkommo till en kondenserad bas, måste anses hafva berott på en tillfällighet, nemligen att de använde en mindre koncentrerad saltsyra än de senare forskarne.

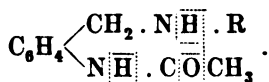
## VI. Destillation af amidobenzyl- och acetamidobenzyl-föreningar.

Då PAAL och KRECKE underkastade »*o*-amidobenzylacet-anilid» destillation, erhöles de lätt och glatt »metylfenyldihydrokinazolin». De ansågo det därför otvifvelaktigt, att man äfven genom destillation af *o*-amidobenzylacet-*p*-toluid skulle kunna framställa en motsvarande anhydrobas. Såsom det sedan visat sig, gälde i sjelfva verket de nämnda forskarnes destillationsförsök dock icke *o*-amidobenzylacetanilid utan acetamidobenzylanilin och deras yttrande får väl numera anses betyda, att man bör kunna erhålla kondenserad tolylbas genom destillation af *o*-acetamidobenzyl-*p*-toluidin.

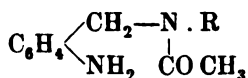
Riktigheten af denna prognos har jag pröfvat och funnit bekräftad. Vid föreningens upphettning afskiljdes vatten i rätt stor mängd och en lätt stelnande olja öfverdestillerade. Vid

försiktig kristallisation ur gasolja erhöles därur ren *benzometylfenyl-dihydrodiazin* i svagt gula kristaller, som smälte skarpt vid 106—107° och vid analys visade sig ega en mot formeln  $C_{16}H_{16}N_2$  svarande sammansättning (funnet: C 81,40 % beräknadt: 81,36 %, vätebestämningen gick förlorad).

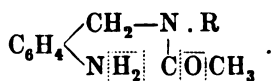
Reaktionen torde således förlöpa enligt schemat:



För jämförelse har jag äfven underkastat ett par kroppar af typen:

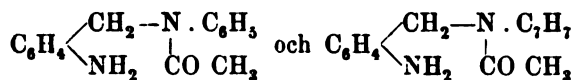


destillation. Om sådana kunde man *a priori* antaga, att de minst lika lätt som acetamidoföreningarne skulle kondenseras under vattenutträde, isynnerhet som GABRIEL och JANSSEN redan visat detta vara förhållandet med *o*-amidobenzylacetamid och *o*-amidobenzylacetmetylamid, vid hvilka reaktionen måste antagas försiggå enligt schemat:

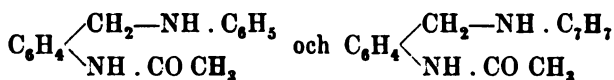


Då nu *o*-amidobenzylacetanilid och *o*-amidobenzylacettoluid hvar för sig upphettades, afskiljdes emellertid alls intet eller ytterst litet vatten. En vidrigt luktande, svagt gul olja öfverdestillerade och i retorten stannade ett svartbrunt beck i stor mängd. *Destillatet innehöll i intetdera fallet den sökta basen.* Efter afsväning antog detsamma en smörlik konsistens; saltsyra utlöste en olja och lemnade en ringa mängd kristaller olösta. Saltsyrelösningen gaf vid frivillig afdunstning blott en okristalliserbar sirap. De indifferent kristallerna smälta vid tolylföreningen vid 147—148° och utgjordes sannolikt af acet-*p*-toluid. Vid fenylföreningen erhöles en gång kristaller, som efter kristallisation ur benzol smälte vid 108—109° (acetanilid?). Reaktionen synes således taga ett oväntadt, temligen kompliceradt förlopp.

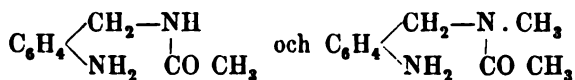
Egendomligt nog skilja sig således de båda föreningarne:



å ena sidan från acetamidobenzylderivaten:



och å andra sidan äfven från amidobenzylderivaten:



därigenom, att de vid destillation icke öfvergå i anhydrobaser.





# ÖFVERSIGT

AF

## KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 50.

1893.

Nº 3.

Onsdagen den 8 Mars.

### INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar .....	sid. 159.
GYLDÉN, Om orsaken till periodiska förändringar hos rotationsaxelns läge inom jordkroppen.....	» 163.
CLEVE, Om isomeriska nitroklorsulfonsyror af naftalin. II.....	» 175.
LUMIÈRE, Sur le développement en liqueur acide.....	» 193.
SÖDERBAUM, Om en ny framställningsmetod för $\alpha$ -ketonaldehyder.....	» 197.
BRODÉN, Ueber Correspondenzen auf elliptischen Curven.....	» 213.
Skänker till Akademiens bibliotek .....	sidd. 161, 192.

Från REGNELLSKE stipendiaten Lektor C. A. M. LINDMAN hade ingått berättelse af den 12 sistlidne Januari om det ditillsvarande förloppet af den resa, som han gemensamt med D:r G. O. ANDERSSON MALME för närvarande utför inom Södra Amerika för vetenskapliga ändamål.

Herr GYLDÉN dels meddelade, att Greenwichs medeltid numera vore antagen och fastställd såsom gemensam borgerlig tid för Tyska riket, dels redogjorde för innehållet af en af honom själf författad uppsats: »Om orsaken till förändringar hos rotationsaxelns läge inom jordkroppen»\*, och dels öfverlemnade en uppsats af A. och J. LUMIÈRE: »Sur le développement en liqueur acide».\*

Hr. MITTAG-LEFFLER redogjorde för en af Professor E. PHRAGMÉN utarbetad metod att vid val trygga minoritetens representation i förhållande till dess styrka.

Sekreteraren öfverlemnade för intagande i Akademiens skrifter följande inkomna uppsatser: 1) »Bidrag till kännedomen af Sveriges mesozoiska bildningar», af Docenten J. O. MOBERG (se Bihang till K. Vet. Akad. Handl.); 2:o Ueber *Neuropora conuligera*, eine neue Bryozoen-Art aus der schwedischen Kreide, af Docenten A. HENNIG (se Bihang etc.); 3:o »Granlemningar i svenska torfmossor», af Hr. R. TOLF (se Bihang); 4:o Om isomeriska nitro-klorsulfonsyror af naftalin, af Prof. P. T. CLEVE\*; 5:o »Om en ny framställningsmetod för  $\alpha$ -ketonaldehyder», af Docenten H. G. SÖDERBAUM\*; 6:o »Ueber Correspondenzen auf elliptischen Curven», af Docenten F. BRÖDÉN\*.

Den FERNERSKA belöningen för året skulle öfverlemnas af Filos. Doktor K. G. OLSSON för hans i Akademiens Handlingar införda afhandling: »Ueber die absolute Bahn des Planeten Egeria».

Den LINDBOMSKA belöningen beslöt Akademien låta reservera till ett följande år, då ingen af de under året till Akademien inlemnade uppsatser af fysikaliskt och kemiskt innehåll ansågs vara af tillräcklig betydenhet.

Den FLORMANSKA belöningen tilldelades Docenten A. WIRÉN för hans i Akademiens Handlingar offentliggjorda afhandlingar: »Studien über Solenogastres. I och II».

För vetenskapliga resor inom landet beslöt Akademien utdela följande reseunderstöd:

åt Amanuensen G. ANDERSSON 150 kr. för fortsatta studier af växtförande qvartära lager inom mellersta Sverige;

åt Doktor J. R. JUNGNER 150 kr. för idkande af biologiskt-växtgeografiska studier i Sveriges fjelltrakter;

åt Docenten S. MURBECK 150 kr. för undersökningar inom Skåne öfver spontant uppträdande växthybridens biologiskt-fysiologiska egenskaper;

åt Docenten J. AF KLERCKER 100 kr. för växtstatistiska undersökningar af floders öfversvämningsområden;

åt Filos. Kandidaten A. G. KELLGREN 150 kr. för studerande af torfmossor samt trädgränsens förhållanden inom en del af Lappland;

åt Docenten CARL AURIVILLIUS 150 kr. för att vid Kristinebergs zoologiska station anställa biologiska undersökningar öfver vissa högre Crustaceer;

åt Filos. Kandidaten O. CARLGREN 150 kr. för idkande vid Kristineberg af studier öfver Actinier och Coelenterater i allmänhet;

åt Filos. Kandidaten H. WALLENGREN 150 kr. för studerande, äfvenledes vid Kristineberg, af hafsinfusorier;

åt studeranden J. G. ANDERSSON 150 kr. för fortsatta undersökningar af Ölands paleontologi.

Följande skänker anmälles:

#### Till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

**Stockholm.** *Biologiska föreningen.*

Förhandlingar. Bd 3(1890/91): H. 1—8; 4(1891/92): 1—8. 8:o.

**Christiania.** *Videnskabs-Selskabet.*

Forhandlinger. 1891: N:o 1—11 & Oversigt. 8:o.

**Cambridge, Mass.** *Astronomical Observatory of Harvard College.*

Annals. Vol. 30: P. 1; 31: 1; 40: 1. 1892. 4:o.

**Canada.** *Geological and natural history survey.*

Rapport annuel. (2) Vol. 4(1888—89): Texte & cartes. 8:o & Fol.

Summary report. Year 1890. 8:o.

Contributions to Canadian microgeology. P. 2—4. 1889—92. 8:o.

**Göttingen.** *K. Gesellschaft der Wissenschaften.*

WEBER, WILH., Werke. Bd 1—3. Berlin 1892—93. 8:o.

**Kharkow.** *Société des naturalistes à l'Université.*

Travaux. T. 26(1891—92). 8:o.

**Krakau.** *Académie des sciences.*

Bulletin international. 1892. 8:o.

**London.** *Chemical Society.*

Journal. Vol. 61—62(1892). 8:o.

Proceedings. Vol. 6(1890): N:o 90; 7(1891): N:o 91—104; 8(1892):

N:o 105—117. 8:o.

List. 1892. 8:o.

**München.** *K. Bayerische Akademie der Wissenschaften.*

Denkschriften. Bd 63: Abth. 3; 64: 3; 65: 1. 1892. 4:o.

= Abhandlungen. Cl. 1. Philos.-philol. Bd 19: 1.

› › 2. Mathem.-phys. Bd 17: 3.

› › 3. Hist. Bd 20: 1.

Sitzungsberichte. Math.-phys. Cl. 1892: H. 1—3. 8:o.

› › Philos.-Philol.-hist. Cl. 1892: H. 1—4. 8:o.

Personalbestand der K. Akademie. 1893  $\frac{1}{1}$ . 8:o.



**München.** *K. Bayerische Akademie der Wissenschaften.*

REBER, F. v., Kurfürst Maximilian I von Bayern als Gemäldesammler.  
Festrede. 1892. 4:o.

HERTZ, W., Gedächtnisrede auf Konrad Hofmann. 1892. 4:o.

SEELIGER, H., Ueber allgemeine Probleme der Mechanik des Himmels.  
Rede . . . 1892. 4:o.

WECKLEIN, N., Ueber die Stoffe und die Wirkung der griechischen  
Tragödie. Festrede . . . 1891. 4:o.

**Paris.** *Französischer Regierung.*

LAGRANGE, Oeuvres. T. 14. Paris 1892. 4:o.

**Philadelphia.** *Academy of natural sciences.*

Journal. (2) Vol. 9: P. 3. 1892. 4:o.

**Roma.** *R. Accademia dei Lincei.*

Rendiconti.

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. (5) Vol. 1(1892).  
Sem. 1-2. 4:o.

Classe di scienze morali, storiche e filologiche. (5) Vol. 1(1892). 8:o.

Rendiconto dell' adunanza solenne del 5/6 1892. 4:o.

**St. Petersburg.** *Académie Imp. des sciences.*

Mémoires. (7) T. 38: N:o 14: 40: 1. 1892. 4:o.

Bulletin. (2) Vol. 3: N:o 1-2. 4:o.

**Washington.** *Nautical almanac office.*

Astronomical papers prepared for the use of the American Ephemeris  
and Nautical Almanac under the direction of S. Newcomb. Vol.  
2-3. 1891. 4:o.

— *National Academy of science.*

Memoirs. Vol. 5. 1891. 4:o.

BROOKS, W. K., & HERRICK, F. H., The embryology and metamor-  
phosis of the Macroura. Washington 1891. 4:o.

**Wien.** *Zoologisch-botanische Gesellschaft.*

Verhandlungen. Bd 42(1892): Quart. 3-4. 8:o.

**Würzburg.** *Physikalisch-medicinische Gesellschaft.*

Verhandlungen. N. F. Bd 26: N:o 6-8. 1893. 8:o.

Sitzungsberichte. 1892: N:o 7-10. 8:o.

**Utgifvarne.**

HÖFKEN, A. J. VON, Skrifter, utg. af C. Silfverstolpe. Bd 2. Sthlm  
1893. 8:o.

Acta Mathematica, hrsg. von G. Mittag-Leffler. 16: 1-4. Sthlm  
1892-93. 4:o.

(Forts. å sid. 192.)

## Om orsaken till periodiska förändringar hos rotations- axelns läge inom jordkroppen.

AF HUGO GYLDÉN.

[Meddeladt den 8 Mars 1893.]

Den i GOULDS astronomical Journal <sup>1)</sup> af Herr CHANDLER meddelade upptäckten af en periodisk föränderlighet hos de astronomiska polhöjderna har med fullt berättigande väckt vetenskapsmännens synnerliga uppmärksamhet. Det var emellertid icke så mycket konstaterandet af denna föränderlighet i och för sig som föreföll öfverraskande, som ej mer den omständighet att periodens längd alldeles icke syntes passa i hop med den s. k. EULERSKA perioden af omkring 305 dagar, hvilken hittills egentligen ansetts såsom den enda möjliga. Att man icke öfverallt genast antog den af Herr CHANDLER funna perioden såsom bevisad, var derföre fullkomligt förklarligt; ty ehuru hans undersökning visserligen var grundlagd på ett mycket stort antal observationer, delvis af synnerligen god beskaffenhet, så kunde man dock ganska väl tänka sig, att den funna ojemnheten, hvars amplitud icke är konstant, och ej heller någonsin synes uppgå till mer än några få tiondelar af en bågsekund, var endast skenbar, samt att resultaten berodde på systematiska inflytanden af annan art. Emellertid har den nya perioden, uppgående omkring 430 dagar, genom nyare observationer blifvit bekräftad; och i synnerhet sedan Herr NYRÉN genom en 10-årig observationsserie vid den stora vertikalcirkeln i Pulkova konstaterat densamma, är något tvifvel om dess realitet ej mera berättigadt.

<sup>1)</sup> N:o 243.

Helt naturligt, att man skulle söka en förklaring till dessa egendomliga och alldeles oväntade företeelse. En sådan har Herr NEWCOMB redan gifvit (*Monthly notices Mars 1892* och *astr. Nachrichten B. 130, N:o 1*); och en sådan skall äfven jag i de följande söka framlägga. Uti en punkt sammanfaller min förklaring fullständigt med Herr NEWCOMBS, nämligen deri att orsaken icke bör sökas i något astronomiskt inflytande, såsom icke i någon attraktion till punkter utom jordkroppen. Men detta är också nästan det enda gemensamma i våra sätt att söka förklaringen: ty under det att Herr NEWCOMB anser jorden bestå af en fast, men elastisk kärna, delvis betäckt af vatten, tänker jag mig den fasta jordkroppen, åtminstone intill ett visst och närmare bestämbart djup, mera såsom ett skelett, omkring hvilket lösa eller mindre sammanhängande partier förekomma. Jag tänker mig således större och mindre konkaviteter förekomma under jordytan, att af dessa konkaviteter en del kunna vara isolerade, men att andra åter, medelst kanaler, äro förenade med hvarandra eller med jordytan. Naturligtvis äro dessa ihåligheter delvis fyllda med mer eller mindre lätt rörliga partiklar, såsom lösa block, stenar, grus, vatten, m. m., och tydligen kan dessa lösa materia till sin kvantitet ej vara konstant och ej heller bibehålla sitt läge oförändradt: block och stenar kunna frångå och nedstörta från klippväggar; explosioner kunna inträffa, öppnande kanaler mellan förut afskiljda konkaviteter och spärrande andra; vattenmassor kunna intränga, medsläpande i sin framfart stenar och slam samt, der de tvingas att stanna af någon stark fördämning, utöfvande ett mer eller mindre mäktigt tryck på omgifvande väggar och på sjelfva dammen. Man kan tänka sig vattenmassors inträngande ske periodiskt, hvarje gång ökande vattensamlingen tills trycket blifver så starkt, att fördämningen eller reservoirens väggar genombrytas. — Det inses nu lätt, att om rotationsaxelns läge inom jordkroppen af en eller annan anledning något litet skulle ändras, så skulle trycket af dylika underjordiska vattensamlingar, hvilka ingenting hindrar att tänka sig högst betydliga, kunna föranleda högst våldsamma naturrevol-

tioner. Jag tänker mig således jordens inre intill ett visst djup ungefär sådant, de närmast jordens yta liggande och kända grotorna låta oss få en föreställning om. Huruvida åter jorden i än större djup är upphettad, smält eller förgasad, är en fråga som egentligen icke, åtminstone icke med nödvändighet, berör den föreliggande, och må därför lemnas derhän.

I en för omkring 15 år sedan, i Öfversigten af Kungl. Vetenskapsakademiens förhandlingar intagen uppsats, har jag sökt att lösa rotationsproblemet för en fast kropp, hvars yta är betäckt af ett flytande ämne. De resultat, till hvilka jag i ifrågavarande uppsats kom, gälla, såsom man lätt inser, utan vidare för en kropp, sådan jorden i föregående rader skizzerats vara. Endast deri kunde en olikhet ega rum, att friktionens inflytande måste vara större om äfven underjordiska vattensamlingar förekomma, än om sådana endast på jordytan äro till finnandes. Det väsentliga är i alla fall, att den roterande kroppen består af hårda, möjligen elastiska, med hvarandra fast förbundna massor, mot hvilka de flytande och öfver hufvud lätttrörliga partiklarna, — de må nu bilda oceaner eller sandöknar på jordytan eller strömmar i underjordiska klyftor och galerier — brytas och åstadkomma friktion, då de genom ändrad rotationsaxel eller någon annau orsak bringats ur sitt jemnvigtsläge.

Den fasta jordkroppens principal-inertiemoment må betecknas med  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ; de motsvarande axlarna med  $OX$ ,  $OY$  och  $OZ$ , samt rotationshastigheterna kring dessa axlar  $p$ ,  $q$  och  $r$ . — Om nu jorden roterar kring axeln  $OZ$ , så lagrar sig tydligen de rörliga partiklarna på så sätt kring rotationsaxeln, eller sträfvat att så lagra sig, att de fasta och flytande delarna tillsammans bilda en kropp, hvars principal-inertieaxlar, som må betecknas med  $OX'$ ,  $OY'$  och  $OZ'$ , sammanfalla med  $OX$ ,  $OY$  och  $OZ$ . Men om deremot rotationsaxeln  $OI$  icke sammanfaller med  $OZ$ , så kan ej heller axeln  $OZ'$  sammanfalla med  $OZ$ , utan antar ett läge emellan  $OZ$  och  $OI$ . Betecknas vinkeln  $ZOZ'$  med  $\iota$  och vinkeln  $ZOI$  med  $\theta$ , så kan man, så länge dessa vinklar förbli små, sätta

$$t = h\theta,$$

der  $h$  är en af  $t$  och  $\theta$  oberoende faktor, som försvinner med de rörliga partiernas massor. I det man vidare med  $f$  betecknar en positiv konstant, som är proportionel mot summan af produkterna af sistnämnda massor med de på dem verkande centrifugalkrafterna, kan  $h$  äfven representeras genom uttrycket

$$h = \frac{f}{C - A + f},$$

hvaraf synes, att  $h$  har enheten till värde då den roterande kroppens fasta del bildar ett homogent klot, något som man för öfrigt lätt, utan någon räkning kan inse.

I omnämnda uppsats härleddes följande eqvationssystem:

$$\frac{dp}{dt} + \mu q + \kappa p = 0$$

$$\frac{dq}{dt} - \mu p + \kappa q = 0,$$

der, i det man bortlemnar en faktor som alltför litet skiljer sig från enheten, för att här vara af intresse, man har:

$$\mu = \frac{C - A}{A} \frac{(1 - h)n}{1 + h \frac{C - A}{A}}$$

$$\kappa = \frac{C - A}{A} \frac{(1 - h)\lambda}{\left(1 + h \frac{C - A}{A}\right)^2} \lambda,$$

under det att  $n$  betecknar den, såsom konstant antagna rotationshastigheten, samt  $\lambda$  en faktor, beroende af de fasta partiklarnas motstånd mot de flytande.

Men i ofvanstående likheter äro icke andra termer medtagna än de, som bero på de rörliga partiklarnas transportation i följd af rotationen sjelf. Tänker man sig emellertid, att ändringar i massfördelningen äfven af andra orsaker kunna ega rum, så böra till venstra membra af förestående differential-equationer fogas termerna

$$n^2 A' - n \frac{dB'}{dt} = -P; \quad -n^2 B' - n \frac{dA'}{dt} = -Q.^1)$$

<sup>1)</sup> Angående tillkomsten af dessa termer, se afhandlingen »Recherches sur la rotation de la terre», p. 11.

Förestående likheter öfvergå sålunda i följande:

$$\frac{dp}{dt} + \mu q + \kappa p = P$$

$$\frac{dq}{dt} - \mu p + \kappa q = Q;$$

och om man här inför:

$$p = \xi e^{-\kappa t}; \quad q = \eta e^{-\kappa t},$$

så förenklas de till följande:

$$\frac{d\xi}{dt} + \mu \eta = P e^{\kappa t}$$

$$\frac{d\eta}{dt} - \mu \xi = Q e^{\kappa t}.$$

Slutligen, om man sätter:

$$\xi = -f \sin \mu t + g \cos \mu t$$

$$\eta = -f \cos \mu t + g \sin \mu t,$$

så blir funktionerna  $f$  och  $g$  bestämda genom uttrycken

$$f = f_0 - \int P \sin \mu t e^{\kappa t} dt + \int Q \cos \mu t e^{\kappa t} dt$$

$$g = g_0 + \int P \cos \mu t e^{\kappa t} dt + \int Q \sin \mu t e^{\kappa t} dt,$$

der  $f_0$  och  $g_0$  beteckna integrationskonstanter.

Genom att införa dessa resultat i uttrycken för  $p$  och  $q$  finnes:

$$p = -f_0 \sin \mu t e^{-\kappa t} + g_0 \cos \mu t e^{-\kappa t}$$

$$+ \sin \mu t e^{-\kappa t} \int P \sin \mu t e^{\kappa t} dt + \cos \mu t e^{-\kappa t} \int P \cos \mu t e^{\kappa t} dt$$

$$- \sin \mu t e^{-\kappa t} \int Q \cos \mu t e^{\kappa t} dt + \cos \mu t e^{-\kappa t} \int Q \sin \mu t e^{\kappa t} dt$$

$$p = f_0 \cos \mu t e^{-\kappa t} + g_0 \sin \mu t e^{-\kappa t}$$

$$- \cos \mu t e^{-\kappa t} \int P \sin \mu t e^{\kappa t} dt + \sin \mu t e^{-\kappa t} \int P \cos \mu t e^{\kappa t} dt$$

$$+ \cos \mu t e^{-\kappa t} \int Q \cos \mu t e^{\kappa t} dt + \sin \mu t e^{-\kappa t} \int Q \sin \mu t e^{\kappa t} dt.$$

Med stöd af dessa formler, i hvilka  $\kappa$  betecknar en i jämförelse med  $\mu$  temligen liten qvantitet, öfvertygar man sig lätt, att om  $P$  och  $Q$  innehålla periodiska termer, så ingå dessa med

mer eller mindre modifierade koefficienter, men i anseende till periodens längd oförändrade i uttrycken för  $p$  och  $q$ . Antar man t. ex.

$$P = n^2 \beta \sin (\lambda t + A); \quad Q = -n^2 \beta \cos (\lambda t + A).$$

så erhåller man, då  $x$  bortlemnas, icke allenast bredvid  $x$  och  $\lambda$  utan äfven bredvid  $\mu - \lambda$ :

$$p = \frac{n^2 \beta}{\mu - \lambda} \cos (\lambda t + A); \quad q = \frac{n^2 \beta}{\mu - \lambda} \sin (\lambda t + A),$$

dervid de med integrationskonstanter multiplicerade termerna ej blifvit utskrifna. I afseende på dessa termer finner man för öfrigt ur de föregående uttrycken, att desamma småningom förminskas och efter en längre eller kortare tid, beroende på storleken af koefficienten  $x$ , måste försvinna. Men det visar sig äfven, att endast då talen  $\mu$  och  $\lambda$  bli något så när lika hvarandra, märkbara termer kunna förväntas i uttrycken för  $p$  och  $q$ , något som äfven Herr RADAU påpekat.<sup>1)</sup> Några inflytanden känner man emellertid icke, och har ej heller någon rimlig anledning att antaga sådana, hvarigenom till  $P$  och  $Q$  skulle komma periodiska termer, der  $\lambda$  vore så nära lika med  $\mu$ , detta må nu hafva det EULERSKA värdet  $431^{\circ},4$  eller det CHANDLERSKA  $306^{\circ},4$ , att man skull förvexla de båda perioderna. Inflytanden af periodisk natur, der perioden vore ett år, kunna åter icke föranleda periodiska termer i uttrycken för  $p$  och  $q$  med någon af perioderna 305,6 eller 430,3 dagar.<sup>2)</sup>

Af de anförda uttrycken, som angifva funktionerna  $p$  och  $q$ , inses för öfrigt, att om man för  $P$  och  $Q$  väljer andra fuktions-

<sup>1)</sup> Bulletin astronomique. T. VII, p. 352. Se äfven TISSERAND, *Traité de méc. cél.* T. II, p. 500—546.

<sup>2)</sup> Såsom en kuriositet bör måhända dock omnämnas, att den numera försvunna (upplösta) BIELA'ska kometens omloppstid var omkring 6,6 år, hvaraf följer en årlig medelrörelse af  $54,5^{\circ}$ . Tänker man sig nu inflytanden, hvilka  $P$  och  $Q$  skulle föranleda termer af formen  $n^2 \beta \cos (54,5^{\circ} t.) \sin (360^{\circ} t.)$  och  $n^2 \beta \cos (54,5^{\circ} t.) \cos (360^{\circ} t.)$ , så skulle de häraf uppkommande termerna  $\frac{1}{2} n^2 \beta \sin (305,5^{\circ} t.)$  och  $\frac{1}{2} n^2 \beta \cos (305,5^{\circ} t.)$  genom integration bli högst betydligt förstorade. En från denna utgångspunkt utarbetad hypotes synes emellertid så litet sannolik, och detta af flera skäl, att ett närmare ingående på densamma är öfverflödigt.

former än rent periodiska, och om dessa öfverhufvud äro kontinuerliga, så blir endast dessa funktionsformer bestämmande för naturen af de termer som förekomma i  $p$  och  $q$ , men att de deremot icke kunna föranleda några märkliga periodiska termer med perioden  $\frac{2\pi}{\mu}$ .

Nu hafva emellertid observationerna till full evidens ådagalagt, att märkliga periodiska termer med den CHANDLERSKA perioden förekomma i uttrycken för  $p$  och  $q$ , och af det föregående inses, att sådana termer icke finna sin förklaring genom några hittills kända inflytanden, dessa må nu vara af periodisk eller af sekulär beskaffenhet. Det finnes med andra ord icke något kontinuerligt verkande inflytande, om hvilket vi nu hafva vetenskap, som kunde komma i fråga såsom hypotes vid förklaringen af det konstaterade fenomenet: icke temperaturändring i dagliga eller årliga perioder, icke ebb och flod, och icke heller långsamt förlöpande förändringar af jordytan m. m. kunna här tänkas såsom förklaringsgrund.

Efter att hafva vunnit detta negativa resultat gå vi att undersöka konsekvenserna af det antagande att  $P$  och  $Q$  eller  $A'$  och  $B'$  skulle vara diskontinuerligt föränderliga funktioner af tiden.

Låt, för att representera sådana funktioner  $a_1, a_2, \dots b_1, b_2, \dots$  beteckna quantiteter, hvilka före epokerna  $t_1, t_2, \dots$  hafva värdet noll, men hvilka vid samma epoker antaga de konstanta värdena  $|a_1|, |a_2|, \dots |b_1|, |b_2|, \dots$ ; <sup>1)</sup> låt vidare  $\nu_1, \nu_2, \dots$  beteckna positiva tal, samt antag:

$$A' = \sum a_n (1 - e^{-\nu_n (t - t_n)})$$

$$B' = \sum b_n (1 - e^{-\nu_n (t - t_n)}) .$$

<sup>1)</sup> Det inses lätt att koefficienterna  $a_n$  och  $b_n$  kunna uttryckas medelst uttrycket

$$a_n = \frac{2|a_n|}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} \cos(x\sigma - \gamma(t - t_n)) dx ,$$

der  $\gamma$  betecknar ett godtyckligt positivt tal. Detta framställningssätt kan likväl här undvaras.



Det är då tydligt, att funktionen  $A'$  intill tidpunkten  $t_1$  bibehåller det konstanta värdet 0; vidare att denna funktion under intervallen  $t_2 - t_1$  kontinuerligt öfvergå från 0 till:

$$|a_1| (1 - e^{-n\nu_1(t_2 - t_1)}),$$

under intervallen  $t_3 - t_2$  från sist anförda värde till:

$$|a_1| (1 - e^{-n\nu_1(t_3 - t_1)}) + |a_2| (1 - e^{-n\nu_2(t_3 - t_2)})$$

o. s. v., och på alldes samma sätt förhåller det sig med funktionen  $B'$ .

Genom differentiation finner man vidare:

$$\frac{dA'}{dt} = n \sum a_s \nu_s e^{-n\nu_s(t - t_s)}$$

$$\frac{dB'}{dt} = n \sum b_s \nu_s e^{-n\nu_s(t - t_s)}.$$

Funktionerna  $A'$  och  $B'$  äro således icke diskontinuerliga i vanlig mening, men väl deras derivator.

Det är nu lätt att bilda formlerna

$$P = n^2 \sum [(b_s \nu_s + a_s) e^{-n\nu_s(t - t_s)} - a_s]$$

$$Q = n^2 \sum [(a_s \nu_s - b_s) e^{-n\nu_s(t - t_s)} + b_s];$$

och insättas dessa värden i de uttryck, vi ofvan angifvit för  $p$  och  $q$ , så finnes, då  $\mu$  och  $x$  bortlemnas bredvid  $n\nu_s$ :

$$p = -f_0 \sin \mu t \cdot e^{-xt} + g_0 \cos \mu t \cdot e^{-xt}$$

$$- \frac{n^2}{\mu} \sum b_s$$

$$- n \sum \frac{b_s \nu_s + a_s}{\nu_s} e^{-n\nu_s(t - t_s)}$$

$$q = f_0 \cos \mu t \cdot e^{-xt} + g_0 \sin \mu t \cdot e^{-xt}$$

$$- \frac{n^2}{\mu} \sum a_s$$

$$- n \sum \frac{a_s \nu_s - b_s}{\nu_s} e^{-n\nu_s(t - t_s)}.$$

Det återstår oss nu endast att bestämma integrationskonstanterna  $f_0$  och  $g_0$ ; ty ehuru dessa visserligen innehålla hvar sin konstanta och fullkomligt arbiträra term, så måste de dock

i öfrigt bestämmas sålunda att funktionerna  $p$  och  $q$  i punkterna  $t_1, t_2, \dots$  förbli entydiga.

För att utföra denna bestämning skriva vi  $f_0 + f_1 + f_2 + \dots$  i stället för  $f_0$  och  $g_0 + g_1 + g_2 + \dots$  i stället för  $g_0$ , samt anse dervid de nya  $f_0$  och  $g_0$  såsom fullständigt arbiträra, hvar-  
emot vi skola bestämma  $f_1, g_1, f_2, \dots$  o. s. v. enligt den omnämnda principen. Det inses emellertid lätt, att man, för att fullgöra ifrågakvarande villkor bör bestämma  $f_s$  och  $g_s$  ur likheterna

$$\begin{aligned} -f_s \sin \mu t_s \cdot e^{-\kappa t_s} + g_0 \cos \mu t_s \cdot e^{-\kappa t_s} &= \frac{n^2}{\mu} b_s + n \left( b_s + \frac{a_s}{v_s} \right) \\ f_s \cos \mu t_s \cdot e^{-\kappa t_s} + g_0 \sin \mu t_s \cdot e^{-\kappa t_s} &= \frac{n^2}{\mu} a_s + n \left( a_s - \frac{b_s}{v_s} \right). \end{aligned}$$

Häraf erhållas:

$$\begin{aligned} f_s &= \left\{ \left[ \frac{n^2}{\mu} a_s + n \left( a_s - \frac{b_s}{v_s} \right) \right] \cos \mu t_s - \left[ \frac{n^2}{\mu} b_s + n \left( b_s + \frac{a_s}{v_s} \right) \right] \sin \mu t_s \right\} e^{\kappa t_s} \\ g_s &= \left\{ \left[ \frac{n^2}{\mu} a_s + n \left( a_s - \frac{b_s}{v_s} \right) \right] \sin \mu t_s + \left[ \frac{n^2}{\mu} b_s + n \left( b_s + \frac{a_s}{v_s} \right) \right] \cos \mu t_s \right\} e^{\kappa t_s}. \end{aligned}$$

Insätts nu dessa värden i de senast anförda uttrycken för  $p$  och  $q$ , så antaga dessa följande, med hänseende till den fastställda hypotesen definitiva form:

$$\begin{aligned} p &= -f_0 \sin \mu t \cdot e^{-\kappa t} + g_0 \cos \mu t \cdot e^{-\kappa t} \\ &\quad + \sum \left[ \frac{n^2}{\mu} b_s + n \left( b_s + \frac{a_s}{v_s} \right) \right] \cos \mu(t - t_s) \cdot e^{-\kappa(t - t_s)} \\ &\quad - \sum \left[ \frac{n^2}{\mu} a_s + n \left( a_s + \frac{b_s}{v_s} \right) \right] \sin \mu(t - t_s) \cdot e^{-\kappa(t - t_s)} \\ &\quad - \frac{n^2}{\mu} \sum b_s - n \sum \left( b_s + \frac{a_s}{v_s} \right) e^{-\kappa v_s(t - t_s)} \\ q &= f_0 \cos \mu t \cdot e^{-\kappa t} + g_0 \sin \mu t \cdot e^{-\kappa t} \\ &\quad + \sum \left[ \frac{n^2}{\mu} b_s + n \left( b_s + \frac{a_s}{v_s} \right) \right] \sin \mu(t - t_s) \cdot e^{-\kappa(t - t_s)} \\ &\quad + \sum \left[ \frac{n^2}{\mu} a_s + n \left( a_s - \frac{b_s}{v_s} \right) \right] \cos \mu(t - t_s) \cdot e^{-\kappa(t - t_s)} \\ &\quad - \frac{n^2}{\mu} \sum a_s - n \sum \left( a_s - \frac{b_s}{v_s} \right) e^{-\kappa v_s(t - t_s)}. \end{aligned}$$

I dessa uttryck kunna emellertid de med  $n\left(b_i + \frac{a_i}{\nu_i}\right)$  eller med  $n\left(a_i - \frac{b_i}{\nu_i}\right)$  multiplicerade termerna saklöst bortlemnas, emedan dessa koefficienter alltid äro mycket små i jemförelse med koefficienterna  $\frac{n^2}{\mu} a_i$  och  $\frac{n^2}{\mu} b_i$ , såvida ej  $\nu_i$  har ett mycket litet värde, hvilket likväl ofvan ej förutsattes, då  $\mu$  och  $\nu$  bortlemnades bredvid  $n\nu_i$ .

Till de ofvan anförda komma möjligen ytterligare termer beroende af andra perioder än  $\frac{2\pi}{\mu}$ . Tillvaron af sådana nya termer skall visst icke förnekas, men de äro icke väsentliga för den föreliggande undersökningen, som just afser att förklara tillkomsten af termer med perioden  $\frac{2\pi}{\mu}$ . Denna förklaring innebäres emellertid redan i de funna resultaten i afseende på  $p$  och  $q$ . Af de anförda formlerna inses nämligen ganska lätt, att termer med perioden  $\frac{2\pi}{\mu}$  kunna uppstå af plötsliga och hastigt förlöpande rubbningar af massfördelningen i jordens inre, men å andra sidan lärers dessa formler, att ifrågavarande rubbningar icke få följa alltför hastigt på hvarandra; ty om mellantiderna vore mycket små, så skulle de CHANDLER'ska termernas facer ej hinna utveckla sig tillräckligt för att bli skönjbara i observationsresultaten, utan skulle dessa måhända då antyda förändringar i helt andra perioder än den CHANDLER'ska. Men om de antydda massförflyttningarna försiggå i ungefär samma riktning och efter mellantider som ej allt för mycket skilja sig från ett helt antal CHANDLER'ska perioder, så uppstå nödvändigt periodiska termer af sådan beskaffenhet, som iakttagelserna lär oss känna.

Men iakttagelserna antyda äfven alldeles tydligt mellantider af åtskilliga år ifrån en terms maximalbelopp till dess nästa term träder i samma fas. Skulle man få antaga dessa mellantider vara lika stora, så kunde man sluta till ett medelvärde af

emellan 5 och 6 år; en omständighet som redan i och för sig talar emot att söka förklaring i någon indirekt verkan af partiklar, som tillförts jorden af den BIELA'ska kometen. Då kunde man med mera skäl tänka på någon annan komet med kort omloppstid t. ex. WINNECKES komet, hvars omloppstid motsvarar ungefär 5 CHANDLER'ska perioder. Men om denna ej synnerligen nära jorden kommande himlakropp vet man ej, att den förorsakar några märkligare stjernfallsregn.

Naturligtvis kan man ej vänta att de olika amplitudernas maxima skola inträffa efter alldeles lika mellantider, ej heller att stötarna eller massförflyttningarna — om man beslutar sig för att antaga denna hypotes — skola ega rum i alldeles samma riktning och hvarje gång med samma intensitet, men redan en tillnärmelsevis öfverensstämmelse emellan dessa förhållanden vore nog att förklara de periodiska förändringar af polhöjderna, som under de 4 eller 5 senaste decennierna blifvit iakttagna.

Möjligheten af dylika intermittent återkommande ändringar af massfördelningen måste sökas i den beskaffenhet af jordens inre närmast under jordytan, jag i början af denna uppsats sökt beskrifva. Man kan härvid tänka på katastrofer, till sitt förlopp i någon mån liknande det bekanta Geyserfenomenet, men att närmare söka beskrifva desamma, vore ännu helt säkert alltför tidigt.

Den i det föregående omtalade quantiteten  $h$  finner man medelst följande räkning.

I den EULER'ska perioden har man:

$$\mu = \frac{C - A}{A} n,$$

der

$$n = 360^\circ \times 366.2422 \dots$$

$$\text{Log } \frac{C - A}{A} = 7.51425.$$

Man finner härmed

$$\mu = 431^\circ, 4,$$

och detta värde gäller, då det tropiska året tages till tidsenhet.

I den CHANDLER'ska perioden är åter:

$$\mu_1 = \frac{C - A}{A} \frac{(1 - h)n}{1 + h \frac{C - A}{A}};$$

och insätter man här

$$\mu_1 = 306', 4,$$

så erhålles efter en lätt räkning:

$$h = 0.28885,$$

hvilket värde antyder att de lösa partiklarnas massa, i förhållande till de fastas, ej är så litet som man kunde vara benägen att förmoda på grund af de kända vattenmängderna.

---

Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

## 221. Om isomeriska nitro-klorsulfonsyror af naftalin II.

Af P. T. CLEVE.

[Meddeladt den 14 Mars 1893.]

### 1 : 2 : 5 Nitroklorsulfonsyra.



Om kloriden till 2 : 5 klorsulfonsyra i små portioner tillsättes afkyld salpetersyra af 1,5 eg. v. löser den sig lätt, och man erhåller, när nitreringsvätskan hälls i vatten, en klabbig massa, som genom behandling med eter blir kristallinisk. Produkten kristalliseras bäst ur kolsvafva, och man erhåller dervid stora, tafvelformiga kristaller med smältpunkten  $112^{\circ}$ . Denna klorid utgör hufvudmassan, men derjämte erhöles en annan, i färglösa nålar kristalliserande klorid, med smältpunkten  $148^{\circ}$ , hvilken till följd af bristande material icke kunde undersökas.<sup>1</sup> Af den vid  $112^{\circ}$  smältande kloriden framställes genom kokning med barytvatten bariumsalt, af hvilket öfriga derivat erhöles.

*Syran* är löslig och kristalliserar i gula, radiärt ordnade nålar.

*Kaliumsaltet* är lösligt och bildar tunna, glänsande gula nålar.

<sup>1</sup>) Försök gjordes att med fosforpentaklorid deraf framställa klornaftalin, men den kunde icke erhållas fullt ren. Smältpunkten befanns vara  $82^{\circ}$  till  $90^{\circ}$ .  
Öfversigt af K. Vet.-Akad. Förh. 1893. Årg. 50. N:o 3. 2

*Natriumsaltet* liknar kaliumsaltet.

*Silfversaltet* är vattenfritt och bildar gula, tämligen lösliga och mjuka nålar.

*Magnesiumsaltet* är lösligt i hett vatten och bildar platta, glänsande nålar.

*Bariumsaltet* är ganska lösligt i hett vatten. Vid den i värme mättade lösningens afvalning afsätter det sig i genomskinliga korn, som under mikroskop syuas vara rosetter af genomskinliga kulor. Efter några dagars förvaring i moderluten bli kornen ogenomskinliga och synas numera bestå af ytterst fina och böjliga nålar. Det sistnämnda saltet förlorade vid upphettning till 150° 9,22 procent, hvilken vattenhalt motsvarar formeln  $(C_{10}H_5ClNO_2SO_3)_2Ba + 4H_2O$ , som fordrar 9,7 procent.

*Etyltern*, erhållen af silfversaltet och jodetyl, är tämligen löslig i alkohol, hvarur den kristalliserar i nästan färglösa nålar med smältpunkten 110°.

*Kloriden* —  $C_{10}H_5ClNO_2SO_2Cl$  — är löslig i alla vanliga lösningsmedel, utom i gasolja. Den kristalliserar ur kolvassa i stora, svagt gula kristaller, som smälta vid 112°. Småklorid stelnar glaslikt och blir först efter flere dagar ogenomskinlig, men har då smältpunkten 105°.

0,1669 gr. gaf 0,157 gr. AgCl.

0,2453 gr. gaf 9.6 kub.c. kväfgas. Bar. 740 m.m. t. 10°.

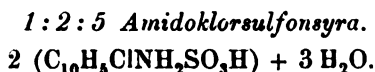
0,1810 gr. gaf 0,1362 gr. BaSO<sub>4</sub>.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	23,27	23,15
N	4,61	4,58
S	10,33	10,47

*Amiden* —  $(C_{10}H_5ClNO_2SO_2NH_2)$  — framställdes genom kloridens kokning med alkohol och ammoniak. Den är tämligen löslig i alkohol och bildar gulaktiga, platta nålar med smältpunkten 214°. Smält amid stelnar till en glaslik massa.

0,1939 gr. gaf 0,0964 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	12,30	12,45



Reducerar man syrans natriumsalt med järnvitriol och natronlut samt fäller man filtratet från järnhydratet med klorvätesyra, erhåller man amidosyran i form af mikroskopiska, knapt färgade, fina nålar, som äro mycket svårlösliga. Mellan papper pressad syra innehåller  $1\frac{1}{2}$  mol. vatten, som bortgår öfver svafvelsyra. 0,328 gr. förlorade vid  $150^\circ$  0,0325 gr. och gaf 0,1613 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	12,17	12,45
H <sub>2</sub> O	9,90	9,49

*Kaliumsaltet* —  $2 (C_{10}H_5ClNH_2SO_3K) + 3 H_2O$  — är tämligen lösligt och bildar kompakta, tafvelformiga kristaller, som hastigt vittra öfver svafvelsyra.

0,1990 gr. förlorade vid  $150^\circ$  0,168 gr. och gaf 0,0528 gr.  $K_2SO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
K	11,92	12,11
H <sub>2</sub> O	8,44	8,37

*Natriumsaltet* —  $2 (C_{10}H_5ClNH_2SO_3Na) + 3 H_2O$  — är tämligen lösligt och bildar glänsande, nästan rätvinkliga taflor, som icke vittra öfver svafvelsyra.

0,2031 gr. förlorade vid  $150^\circ$  0,0164 gr. och gaf 0,0463 gr.  $Na_2SO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Na	7,38	7,50
H <sub>2</sub> O	8,07	8,81

*Kalciumsaltet* —  $(C_{10}H_5ClNH_2SO_3)_2Ca + 3 H_2O$  — bildar tämligen svårlösliga, glänsande och nästan rätvinkliga taflor, som icke vittra öfver svafvelsyra.

0,1395 gr. förlorade vid  $150^\circ$  0,012 gr. och gaf 0,0308 gr.  $CaSO_4$ .



	Funnet.	Beräknadt.
Ca	6,49	6,59
H <sub>2</sub> O	8,60	8,90

*Bariumsaltet* —  $(C_{10}H_5ClNH_2SO_3)_2Ba + 2 H_2O$  — är tåmligen svårlösligt och bildar tafvelformiga, kompakta och glänsande kristaller, som icke vittra öfver svafvelsyra.

0,2249 gr. förlorade vid 150° 0,0118 gr. och gaf 0,0735 gr. BaSO<sub>4</sub>.

	Funnet.	Beräknadt.
Ba	19,23	19,98
H <sub>2</sub> O	5,25	5,25

*Diazoföreningen* erhöles vid tillsats af utspädd saltsyra till en blandning af syrans natriumsalt och kaliumnitrit. Den bildar små, glänsande, svafvelgula nålar, hvilka vid kokning med vatten långsamt afgifva kväfgas. Dervid uppstår utom brunt färgämne en väl kristalliserande oxisyra. Diazoföreningen ger med 2:6 oxisulfonsyra ett korallrödt färgämne.

#### 1 : 2 : 5 Diklorsulfonsyra.

Af amidosyran framställes medels Sandmeyer's metod diklorsulfonsyra. Denna syras klorid, som är lötlöslig, bildade efter kristallisering ur gasolja små, rombiska tafior med smältpunkten 106°. Deraf framställd amid kristalliserade i små, glänsande nålar med smältpunkten 222°. Smältpunkterna bevisa syrans identitet med den af HELLSTRÖM<sup>1</sup> framställda 1 : 2 : 5 diklorsulfonsyran.

#### 1 : 2 : 5 Triklornaftalin.



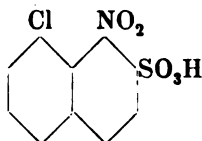
Om nitroklorsulfonsyran klorid upphettas med öfverskott af fosforpentaklorid, destillatet sönderdelas med vatten och den orene klornaftalinen destilleras med vattenångor, erhåller man efter kristallisering ur alkohol färglösa nålar med smältpunkten 77° (långsamt afsvanad. Vid hastig afsvaning är smältpunkten något lägre, 73°.)

<sup>1</sup> Öfvers. af K. Sv. Vet.-Ak. Förh. 1889, N:o 2, p. 114.

0,1333 gr. gaf 0,2478 gr. AgCl

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	45,99	45,93

### 1 : 8 : 2 Nitroklorsulfonsyra.



Syrans klorid bildas i underordnad mängd vid nitrering af 1 : 7 klorsulfonsyrans klorid.

*Silfvernitraten* är tämligen lösligt och bildar klotrunda aggregat af mycket små nålar.

*Bariumsaltet* —  $(C_{10}H_7ClNO_2SO_3)_2Ba + H_2O (+ 4 H_2O)$  — är tämligen svårlösligt, äfven i kokande vatten och bildar små, gula, till klotformiga aggregat förenade nålar. Saltet vittrar öfver svafvelsyra och förlorar 4 mol.  $H_2O$  (funnet 8,78 procent, beräknadt 9,00 procent).

0,2498 gr. öfver svafvelsyra torkadt salt förlorade vid  $150^\circ$  till  $160^\circ$  0,0066 gr. och gaf 0,0795 gr.  $BaSO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Ba	18,71	18,82
$H_2O$	2,64	2,47

*Etyletern* —  $C_{10}H_7ClNO_2SO_3C_2H_5$  — bildar gula, rombiska tafior eller platta, snedt afskurna nålar, som lätt lösas i alkohol. Vid hastig afkylning stelnar etyletern till en glaslik massa, som snart blir ogenomskinlig och smälter vid  $124^\circ$ . Om den smälta etern får långsamt svalna, stelnar den kristalliniskt och smälter sedan vid  $108^\circ$ .

0,1276 gr. gaf 0,0573 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	11,10	11,23

*Kloriden* —  $C_{10}H_7ClNO_2SO_2Cl$  — bildar tämligen stora, tafvelformiga kristaller med smältpunkten  $129^\circ$ .

0,1762 gr. gaf 0,1655 gr. AgCl.

0,2562 gr. gaf 9,5 kubc. kväfgas t. 13° Bar. 757 m.m.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	23,24	23,15
N	4,42	4,58

*Amiden* —  $C_{10}H_5ClNO_2SO_2NH_2$  — är svårlös i alkohol och bildar glänsande, gula, platta och tvärt afstympade nålar med smältpunkten 245°.

0,1611 gr. gaf 0,0789 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	12,12	12,45

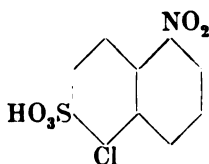
*1:2:8 Triklornaftalin* —  $C_{10}H_5Cl_3$  — erhöles genom upphettning af kloriden med stort öfverskott af fosforpentaklorid. Råprodukten renades genom destillering med vattenånga och kristalliserades ur alkohol. Dervid erhöles små, gryniga gyttringar med smältpunkten 81°.

0,1137 gaf 0,2085 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	45,37	45,93

Ehuru smältpunkten ej uppgick till högre än 81°, lider det knapt tvifvel, att ifrågavarande triklornaftalin utgjordes af 1:2:8 formen, som smälter vid 83°. Brist på material hindrade försökets repetering.

### 1:5:6 Nitroklorsulfonsyra.



Om kloriden till 1:2 klorsulfonsyra införes i afkyld salpetersyra af 1,5 eg. v., löses den och inom kort stelnar lösningen till en massa af små kristallnålar, som renades genom tvättning med isättika. Vid kristallisering ur isättika kunde, ehuru med stor

svårighet, särskiljas flere produkter, nämligen en vid 235° smältande, i rent tillstånd mycket svårslöslig dinitrosulfonklorid, en vid 151° smältande mononitroklorid, som utgjorde hufvudprodukten, små, gulaktiga, vid 167° smältande nålar, som utgjordes af en den sistnämnda kloriden motsvarande nitrosulfonsyra och slutligen en vid 182° smältande mononitroklorsulfonsyreklorid, hvilken erhöles i mycket små mängder och utgjordes af 2:8:7 nitroklorsulfonklorid.

*Syran* —  $C_{10}H_5ClNO_2SO_3 + H_2O$  — kristalliserar ur isättika i radiärt anordnade gulaktiga nålar med smältpunkten 167°, löses lätt i vatten och alkohol, svårt i isättika. Vid upphettning i torkskåp till 130° förlorade syran 5,71 procent, beräknadt 5,89.

0,3449 gr. torkad syra gaf 13 kubc. kväfgas t. 15,4 Bar. 761 m.m.

0,2567 gr. gaf 0,1225 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
N	4,48	4,87
Cl	11,81	12,32

Troligen hade under torkningen syran undergått någon ringa förändring, alldenstund de funna och beräknade värdena icke bättre öfverensstämma.

*Kaliumsaltet* —  $C_{10}H_5ClNO_2SO_3K$  — är vattenfritt och mycket svårslösligt, äfven i kokande vatten. Saltet bildar gula, glänsande nålar.

0,2563 gr. salt gaf 0,0683 gr.  $K_2SO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
K	11,97	12,01

*Ammoniumsaltet* —  $C_{10}H_5ClNO_2SO_3K$  — liknar kaliumsaltet.

0,2002 gr. gaf 0,0915 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	11,30	11,63

*Natriumsaltet* —  $C_{10}H_5ClNO_2SO_3Na + H_2O$  — är svårslösligt och kristalliserar ur en het lösning vid afsvalning i gula

glänsande, sexsidiga taflor, som icke vittra öfver svafvelsyra. Vid 150° förlorade saltet 5,50 proc., ber. 5,50.

0,1872 gr. gaf 0,042 gr.  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Na	7,27	7,43

*Silfversaltet* är vattenfritt och bildar små, glänsande rombiska eller sexsidiga taflor, hvilka äro ganska svårösliga äfven i hett vatten.

*Bariumsaltet* är nästan olösligt i vatten, äfven kokande, och bildar ett mycket finkristalliniskt pulver, som innehåller 1 mol. kristallvatten, hvilket ej bortgår öfver svafvelsyra, men väl vid 150—170°.

*Kalciumsaltet* —  $(\text{C}_{10}\text{H}_5\text{ClNO}_2\text{SO}_3)_2\text{Ca} + \text{H}_2\text{O}$  — bildar små glänsande, i kallt vatten mycket svårösliga taflor, som icke vittra öfver svafvelsyra.

0,2259 gr. förlorade vid 180° 0,0072 gr. och gaf 0,0485 gr.  $\text{CaSO}_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Ca	6,31	6,34
$\text{H}_2\text{O}$	3,19	2,85

*Etyltern* —  $\text{C}_{10}\text{H}_5\text{ClNO}_2\text{SO}_3\text{C}_2\text{H}_5$  — erhöles af silfversaltet genom upphettning med jodetyl i slutet rör. Ur alkohol, hvaretern tämligen lätt löses, kristalliserar den i fina, nästan färglösa nålar med smältpunkten 116°.

0,2261 gr. gaf 0,1030 gr.  $\text{AgCl}$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	11,27	11,23

*Kloriden* —  $\text{C}_{10}\text{H}_5\text{ClNO}_2\text{SO}_2\text{Cl}$  — bildar ljusgula, platta kristallblad eller nålar, som lätt löses i kokande isättika och hafva smältpunkten 151°.

0,2656 gr. gaf 10,5 kubc. kväfgas t. 16° Bar. 755 m.m.

0,2390 gr. gaf 0,2245 gr.  $\text{AgCl}$ .

	Funnet.	Beräknadt.
N	4,66	4,58
Cl	23,24	23,15

*Amiden* —  $C_{10}H_5ClNO_2SO_2NH_2$  — erhöles, när kloriden upphettades med alkohol och kaustik ammoniak. Den är ganska ättlöslig i kokande alkohol och kristalliserar vid afsvälning i ina, kvastlikt grupperade nålar med smältpunkten  $220^\circ$ .

0,1568 gr. gaf 0,0792 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	12,50	12,45

### *Amidoklorsulfonsyra.*

Om nitrosulfonsyrans natriumsalt reduceras med beräknade mängder ferrosulfat och natronlut, erhåller man vid filtratets försättande med saltsyra gulaktiga, fina kristallnålar, som äro tämligen lösliga i vatten.

### *1 : 5 : 2 Diklorsulfonsyra.*

Amidosyran öfverfördes medels Sandmeyers metod till diklorsulfonsyra, hvars kaliumsalt utkristalliserade vid lösningens afsvälning. Kaliumsaltet gaf med fosforpentaklorid en klorid, som renades genom kristallisering ur gasolja.

*Kloriden* —  $C_{10}H_5Cl_2SO_2Cl$  — kristalliserar i nålar, grupperade till halfklotformiga aggregat, med smältpunkten  $124^\circ$ .

0,1157 gr. gaf 0,1669 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	35,68	35,64

*Amiden* —  $C_{10}H_5Cl_2SO_2NH_2$  — erhöles af kloriden med alkoholblandad ammoniak. Den är ytterst svårlöslig i kokande alkohol och kristalliserar i små, tafvelformiga kristaller med smältpunkten  $282^\circ$ .

0,1436 gr. gaf 0,1457 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	25,10	25,18

*Hydrolys af diklorsulfonsyra.* Kloriden upphettades i slutet rör med koncentrerad klorvätesyra till  $250^\circ$  och gaf dervid den

vid 107° smältande 1:5 diklornaftalinen, hvilken af brist på material icke blef analyserad.

*1:2:5 Triklornaftalin.*

Kloriden af nitroklorsulfonsyran upphettades med öfverskott af fosforpentaklorid och gaf en triklornaftalin, hvilken efter flere omkristalliseringar ur alkohol smälte konstant vid 77°.

0,1412 gr. gaf 0,2630 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	46,08	45,93

*Dinitroklorsulfonklorid.*



Vid nitrering af 1:2 klorsulfonklorid bildas äfven en dinitroklorsulfonklorid. Den kristalliserar ur kokande isättika, hvar den är mycket svårslöslig, i fina, svagt gula nålar med smältpunkten 235°.

0,2219 gr. gaf 0,1481 gr. BaSO<sub>4</sub>.

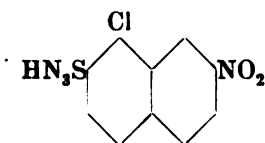
0,2084 gr. gaf 0,1699 gr. AgCl.

0,1529 gr. gaf 10,8 kubc. kväfgas t. 16°,5 Bar. 747 m.m.

	Funnet.	Beräknadt.
S	9,17	9,12
Cl	20,17	20,18
N	8,21	7,98

Försök att genom kloridens upphettning med fosforpentaklorid framställa en tetraklornaftalin misslyckades, emedan blandningen förpuffade. Vid kloridens behandling med ammoniak eller alkalier tyckes den undergå en djuptgående sönderdelning, hvilket emellertid icke blef närmare studerad. Alkoholblandad ammoniak ger nämligen en mörkt violett lösning, som vid tillsats af syror ger en höggul fällning.

## 2 : 8 : 7 Nitroklorsulfonsyra.



Vid inverkan af salpetersyra på 1 : 2 klorsulfonsyrans klorid bildas till ringa mängd en vid 182° smältande klorid, som kristalliserar i långa, spröda nålar.

0,1910 gr. gaf 0,1774 gr. AgCl.

0,2185 gr. gaf 8,4 kubc. kväfgas temp. 8°,5; Bar. 760 m.m.

	Funnet.	$C_{10}H_5ClNO_2SO_2Cl$ .
Cl	22,98	23,15
N	4,68	4,58

Amiden —  $C_{10}H_5ClNO_2SO_2NH_2$  — är tämligen löslig i kokande alkohol och kristalliserar i tunna, rombiska taflor med smältpunkten 231°.

0,1934 gr. gaf 0,0967 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	12,34	12,45

Triklornaftalin —  $C_{10}H_5Cl_3$  — erhöles af kloriden genom fosforpentakloridreaktionen och bildade färglösa nålar med smältpunkten 75°.

0,074 gr. gaf 0,1326 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	44,34	45,93

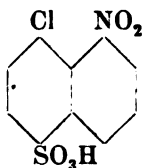
Ehuru den funna klorhalten anseintligt understiger den beräknade, hvarvid man dock måste taga i betraktande den minimala mängd substans, som kunde användas till analysen, lider det intet tvifvel, att den analyserade produkten var en triklornaftalin. Enligt hvad jag förut visat, smälter 1 : 2 : 7 triklornaftalin vid 75°,<sup>1</sup> Visserligen har en annan triklornaftalin med tvänne kloratomer i 1 : 2 ställning en nära liggande smält-

<sup>1</sup> Öfvers. af K. Sv. Vet.-Akad. Förh. 1892, N:o 9, s. 420.



punkt, nämligen formen 1:2:5, men den deremot svarade nitroklorsulfonsyran är enligt det föregående en annan syra.

### 1:8:5 Nitroklornaftalinsulfonsyra.



ARNELL<sup>1</sup> har nitrerat 1:4 klorsulfonsyrans klorid med en blandning af salpetersyra och svafvelsyra. Han erhöll dervid utom amorfa substanser en *dinitroklorsulfonklorid* med smältpunkten 184° och en vid 127° smältande *mononitrosulfonklorid* hvilka emellertid icke blefvo närmare undersökta.

Om man i små portioner inför 1:4 klorsulfonkloriden i iskylad salpetersyra, löses den lätt och vid nitreringsvätskans uppblandning med vatten utfälles en klibbig massa, ur hvilken genom kristallisering ur isättika såsom hufvudsaklig beståndsdel erhålles den vid 127° smältande kloriden, som är 1:8:5 nitroklorsulfonklorid. Till mindre mängd erhöj jag vid några försök den vid 184° smältande dinitroföreningen och vid ett enda försök en vid 150° smältande klorid, af syran 1:5:8.

*Kloriden* —  $C_{10}H_5ClNO_2SO_2Cl$  — är löslig i isättika, benzol o. s. v. och bildar fina, gula, nålformiga kristaller. Ur benzol erhålles den i form af runda gytttringar. Smältpunkten är 127°.

0,2625 gr. gaf 0,2465 gr. AgCl.

0,2752 gr. gaf 10,5 kubc. kväfgas t. 16,5°, Bar. 764 mm.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	23,23	23,15
N	4,54	4,58

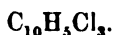
*Amiden* —  $C_{10}H_5ClNC_2SO_2NH_2$  — bildar tunna, platta i kokande alkohol lätt lösliga nålar med smältpunkten 181°.

<sup>1</sup> Bidr. t. känned. om Naftalinsulfonsyror (1889) p. 18.

O, 1905 gr. gaf 16 kubc. kväfgas t. 18° Bar. 752 m.m.

	Funnet.	Beräknadt.
N	46,13	45,93

*1 : 8 : 5 Triklornaftalin.*



Denna klornaftalin erhöles genom fosforpentakloridreaktionen och kristalliserar ur alkohol i långa, spröda nålar med smältpunkten 130°.

O, 1263 gr. gaf 0,2355 gr. Cl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	46,13	45,93

*1 : 8 : 5 Amidoklorsulfonsyra.*



Om nitrosyrans natriumsalt reduceras med järnvitriol och atron och man till filtratet från ferrihydrat tillsätter saltsyra, rhåller man amidosyran i form af små, kvastformigt grupperade nålar, hvilka äro mycket svårlösliga. Syran vittrade icke öfver svafvelsyra, men förlorade vid 150° 5,56 procent vatten (beräknadt 6,53).

O, 2718 gr. torkad syra gaf 0,1478 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	13,45	13,75

*Kaliumsaltet* är tämligen svårlösligt och bildar platta, väl utbildade, tvåtytigt tillspetsade, små nålar.

*Natriumsaltet* —  $\text{C}_{10}\text{H}_5\text{ClNH}_2\text{SO}_3\text{Na} + \text{H}_2\text{O}$  — är tämligen ösligt i vatten och bildar glittrande aggregat af kristaller med triangelformig omkrets. Saltet vittrar icke öfver svafvelsyra.

O, 0945 gr. förlorade vid 150° 0,0065 gr. och gaf 0,0217 gr.  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Na	7,44	7,73
H <sub>2</sub> O	6,88	6,05

*Kalciumsaltet* bildar tämligen lösliga fjäll och taflor.

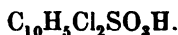
*Bariumsaltet* är tämligen svårlösligt och bildar tunna, ser-sidiga och glänsande blad.

*Diazoföreningen* —  $C_{10}H_5N_2SO_3Cl$  — erhålles vid tillsats af utspädd klorvätesyra till en afkyld lösning af natriumsaltet och kaliumnitrit. Den bildar en smutsgul fällning af radiärt anordnade nålar. Med 2:6 oxisulfonsyra ger den ett vackert, rött färgämne.

0,03119 gr. gaf 26,8 kubc. kväfgas t. 9° Bar. 760 m.m.

	Funnat.	Beräknadt.
N	10,43	10,43

1:8:5 *Diklorsulfonsyra*.



Amidosyran upphettades med klorvätesyra, kopparklorur och kaliumnitrit enligt Sandmeyers metod. Efter neutralisation af lösningen med kaliumkarbonat erhöles kaliumsalt, som med fosforpentaklorid öfverfördes till klorid, hvaraf öfriga derivat erhöles.

*Syran* är lötlöslig i rent vatten och kristalliserar ur sirapstjock lösning i radiärt ordnade prismer. 1 svafvelsyrehaltigt vatten är syran svårlöslig och utfaller vid koncentrerung i värme af en svafvelsur lösning i form af en tung olja, som stelnar kristalliniskt.

*Kaliumsaltet* —  $C_{10}H_5Cl_2SO_3K$  — är lötlösligt i hett vatten, svårlösligt i kallt och kristalliserar i fina, asbestlika nålar, som bilda en papperslik massa.

0,11 gr. mellan papper pressadt salt förlorade intet öfver svafvelsyra och vid upphettning till 150° samt gaf 0,0300 gr.  $K_2SO_4$ .

	Funnat.	Beräknadt.
K	12,24	12,43

*Natriumsaltet* —  $C_{10}H_5Cl_2SO_3Na + H_2O$  — är lötlösligt i hett vatten, men svårlösligt i kallt och kristalliserar i stora tunna, rombiska blad. Saltet vittrar icke öfver svafvelsyra.

0,1649 gr. förlorade vid 150° 0,0096 gr. och gaf 0,0375 gr.  $\text{a}_2\text{SO}_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Na	7,37	7,26
H <sub>2</sub> O	5,82	5,68

*Silfersaltet*, glänsande, tämligen svårösliga, rombiska taflor.

*Bariumsaltet* —  $(\text{C}_{10}\text{H}_5\text{Cl}_2\text{SO}_3)_2\text{Ba}$  — är nästan olösligt och tfaller i form af ett hvitt pulver af ytterst små, sexsidiga taflor, är klorbarium sättes till en lösning af natriumsaltet.

0,2072 gr. gaf 0,0681 gr.  $\text{BaSO}_4$ .

0,1628 gr. gaf 0,0539 gr.  $\text{BaSO}_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Ba	19,33 19,47	19,90

*Etyletern* —  $\text{C}_{10}\text{H}_5\text{Cl}_2\text{SO}_3 \cdot \text{C}_2\text{H}_5$  — kristalliserar i nålar, som ro tämligen lösliga i alkohol och hafva smältpunkten 106°.

0,1797 gr. gaf 0,1690 gr.  $\text{AgCl}$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	23,27	23,23

*Kloriden* —  $\text{C}_{10}\text{H}_5\text{Cl}_2\text{SO}_2\text{Cl}$  — bildar stora kristaller med smältpunkten 116°, lösliga i kolsvafva, benzol och isättika.

0,1945 gr gaf 0,2815 gr.  $\text{AgCl}$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	35,81	35,98

*Amiden* —  $\text{C}_{10}\text{H}_5\text{Cl}_2\text{SO}_2\text{NH}_2$  — är jämförelsevis löslig i alkohol och kristalliserar därur i nästan kvadratiske, små taflor med smältpunkten 229°.

0,1994 gr. gaf 0,2090 gr.  $\text{AgCl}$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	25,93	25,67

### 1 : 8 Diklor-naftalin.

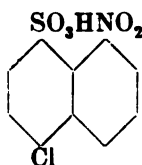
Om diklorsulfonsyran upphettas med fosforsyra i en ström af öfverupphettad vattenång, sönderdelas den lätt och ger vid 88° smältande diklor-naftalin, hvilken kristalliserar i färglösa, nästan kvadratiske taflor, utan tvifvel identisk med den af ATTER-

BERG framställda 1:8 diklornaftalinen, ehuru dennas smältpunkt uppgifves vara 83°.<sup>1</sup>

0,1357 gr. gaf 0,1988 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	36,24	35,98

### 1:5:8 Nitroklorsulfonsyra.



Denna syras klorid erhöles en gång vid nitrering af 1:4 klorsulfonsyrans klorid och dervid i ringa mängd, hvarför endast få derivat kunnat undersökas.

*Kloriden* —  $\text{C}_{10}\text{H}_7\text{ClNO}_2\text{SO}_2\text{Cl}$  — bildar gulbruna, fyrsidiga och tvåytigt tillspetsade prismer, hvilka äro mindre lösliga i isättika än den isomeriska och samtidigt bildade kloriden af 1:8:5 syran. Smältpunkt 150°.

0,277 gr. gaf 10,4 kubc. kväfgas t. 17° Bar. 764 m.m.

0,262 gr. gaf 0,2424 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
N	4,46	4,58
Cl	22,89	23,15

*Amiden* —  $\text{C}_{10}\text{H}_7\text{ClNO}_2\text{SO}_2\text{NH}_2$  — är mycket svårlöslig i alkohol och bildar gulaktiga, fina nålar med smältpunkten 233°.

0,2464 gr. gaf 20,4 kubc. kväfgas t. 17° Bar. 752 m.m.

	Funnet.	Beräknadt.
N	9,67	9,77

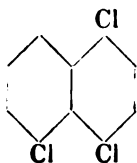
*Triklornaftalin* 1:5:8 —  $\text{C}_{10}\text{H}_3\text{Cl}_3$  — erhöles genom kloridens destillation med öfverskott af fosforpentaklorid. Den kristalliserade ur alkohol i långa, sköra nålar med smältpunkten 130°.

0,1181 gr. gaf 0,2160 gr. AgCl.

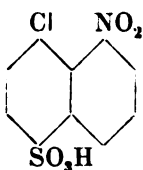
<sup>1</sup> Öfvers. 1876, N:o 10, p. 7.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	45,24	45,93

Då denna triklornaftalin är



är motsvarande syra endera af förmeln



eller



Den förra formeln tillkommer en annan syra, hvarför endast den sistnämnda formeln återstår för ifrågavarande syra.

**Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.**

(Forts fr. sid. 162.)

**Författarne.**

LECHE, W., Studien über die Entwicklung des Zahnsystems bei den Säugethieren. Lpz 1892. 8:o.

BLYTT, A., Om de fytogeografiske og fytopalseontologiske grunde forat antage klimatvexlinger under kvartærtiden. Chra 1893. 8:a.

BERTHELOT, M., Traité pratique de calorimétrie chimique. Paris. 12:a.

FRITSCH, H., Über die Bestimmung der geographischen Länge und Breite und der drei Elemente des Erdmagnetismus durch Beobachtung zu Lande . . . St. Petersburg 1893. 8:o.

MUELLER, F. VON, Select extra-tropical plants readily eligible for industrial culture or naturalisation. Ed. 8, revised and enlarged. Melbourne 1891. 8:o.

— Key to the system of Victorian plants. 1—2. Melbourne 1885—88. 8:o.

UNTERWIEGER, J., Über die kleinen Perioden der Sonnenflecken. Wien 1891. 4:o.

— Ueber die Beziehungen der Kometen und Meteorströme zu den Erscheinungen der Sonne. Wien 1892. 4:o.

## Sur le développement en liqueur acide.

Par AUGUSTE et LOUIS LUMIÈRE.

[Note communiquée par H. GYLDÉN.]

On sait que les développeurs très fréquemment utilisés depuis quelques années, l'hydroquinone, l'iconogène, le paramidohénol, ne réduisent le bromure d'argent exposé à la lumière que si l'on emploie ces substances en solution alcaline; de là, d'ailleurs, le nom de *révélateurs alcalins* qui leur a été donné.

Tous les développeurs organiques ne sont pas dans ce cas et le capitaine ABNEY <sup>1)</sup> avait constaté, en 1886, que l'acide pyrogallique additionné de sulfite de soude rendu nettement acide en y ajoutant soit de l'acide chlorhydrique, soit du bisulfite de soude, développe encore l'image latente photographique tandis que l'hydroquinone employée de la même manière ne jouit pas de cette propriété.

Dans nos recherches sur la fonction développatrice <sup>2)</sup> nous avons eu l'occasion d'essayer dans ces mêmes conditions de nombreuses matières organiques et nous avons constaté que, si généralement le développement n'a lieu qu'en solution alcaline, arrive parfois, avec certaines substances, que l'épreuve photographique peut être révélée dans une liqueur acide.

De même que nous avons pu déterminer les groupements chimiques qui caractérisent les développeurs, nous avons recherché les relations qui pourraient exister entre la constitution chimique des corps organiques et leur propriété de développer en liqueur neutre ou acide.

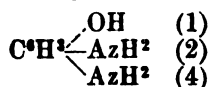
<sup>1)</sup> Bulletin de la Société Française de photographie 1886, p. 25.

<sup>2)</sup> „ „ „ „ „ „ 1891, p. 310.

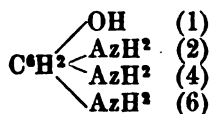


Indépendamment de l'intérêt théorique qui s'attache à cette question, il nous a paru important, au point de vue pratique, de déterminer les substances qui permettent d'éviter l'introduction dans les bains de développement d'un alcali ou d'un carbonate alcalin. La couche de gélatine qui sert de substratum au bromure d'argent, dans les plaques photographiques, est, en effet, facilement altérable lorsqu'elle est traitée par ces solutions alcalines, surtout dans les pays chauds ou pendant les fortes chaleurs de l'été, et les corps organiques susceptibles de réduire les sels haloïdes d'argent sans addition de ces bases peuvent rendre, dans ce sens, de grands services.

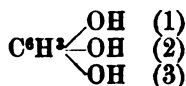
Ces dernières conditions ne sont remplies par aucun des diphenols, diamines ou amidophénols que nous avons essayés et qui ne possèdent dans un même noyau aromatique que deux substitutions hydroxylées ou amidées. Par contre, nous avons pu constater que les substances qui ont trois substitutions OH ou AzH<sup>2</sup> peuvent, en général, développer en solution acide. Ainsi sont dans ce cas: le diamidophénol



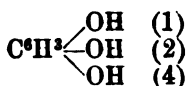
le triamidophénol



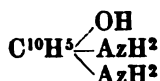
l'acide pyrogallique



l'oxyhydroquinone



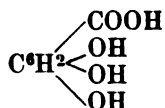
le diamidonaphtol



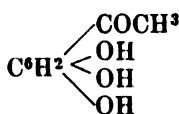
provenant de la réduction du jaune de MARTIUS etc. ...

Toutefois cette remarque ne nous paraît pas applicable lorsque la molécule contient un groupement acide  $\text{COOH}$ . Nous avons antérieurement <sup>1)</sup> montré l'influence qu'exerce cette fonction acide sur le développement et remarqué que la réduction du bromure d'argent exige, avec ces substances, un alcali, potasse, soude ou ammoniaque, les carbonates alcalins ne suffisant plus.

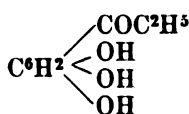
En reprenant cette étude, nous avons vu que, même dans certains cas, la présence d'un  $\text{COOH}$  peut détruire le pouvoir développateur par exemple l'acide gallique



ne développe pas, bien qu'il possède trois hydroxyles dont deux en position ortho. Afin de s'assurer que l'absence de propriétés révélatrices devaient bien être attribuée à ce groupement acide, on a effectué dans ce groupe des substitutions méthyliques et éthyliques; on a eu ainsi les éthers suivants:



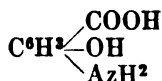
Gallate de Méthyle



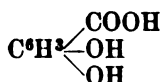
Gallate d'éthyle

qui développent parfaitement.

D'autre part, on sait que les groupes amidés  $\text{AzH}^2$  impriment à la molécule qui les contient des propriétés basiques, aussi l'influence de la fonction acide sur le pouvoir développateur est-elle moins énergique sur les amines que sur les corps hydroxylés, par exemple l'acide amidosalicylique:



développe en solution carbonatée, tandis que l'acide protocatechique



exige un alcali libre pour réduire le bromure d'argent.

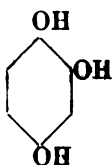
<sup>1)</sup> Bulletin de la Société Française de photographie 1891, p. 315.

Ces considérations montrent que, pour apprécier l'énergie développatrice d'une substance organique, il y a lieu de tenir compte, non seulement du nombre et de la position des groupes hydroxylés et amidés, mais aussi de la présence d'un carboxyle  $\text{COOH}$  et de l'influence basique des groupements  $\text{AzH}^2$ .

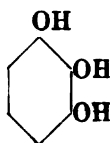
On doit remarquer en outre que le pouvoir développeur des corps trisubstitués ou polysubstitués paraît augmenté lorsque ces groupes sont placés en position telle que, pris deux à deux, ils constituent plusieurs fois la fonction développatrice.

Ainsi, les trisubstitués en ortho para seront plus réducteurs que les isomères en ortho méta ou les symétriques.

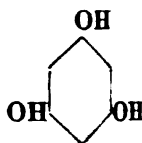
Par exemple si nous prenons les triphénols



Oxyhydroquinone.



Acidopyrogallique.



Phloroglucine.

L'oxyhydroquinone est extrêmement énergique, l'acide pyrogallique possèdera un pouvoir réducteur un peu moindre et enfin la phloroglucine, qui a ses substitutions en position méta les unes par rapport aux autres, ne développera plus.

Nous croyons pouvoir conclure des expériences qui nous ont conduits à l'établissement de ces remarques que *les substances qui présentent plus de deux substitutions OH ou  $\text{AzH}^2$  (à l'exception des trisubstitués symétriques) et plus spécialement celles qui possèdent plusieurs fois la fonction développatrice et dont la molécule ne contient pas de groupement acide  $\text{COOH}$  sont susceptibles de développer en solution neutre et même en solution acide.* Les corps qui posséderont cette constitution et qui, en outre, seront très solubles dans l'eau nous paraissent devoir être préférés dorénavant à raison de la supériorité que leur donne cette propriété.

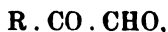
Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

## 220. Om en ny framställningsmetod för $\alpha$ -ketonaldehyder.

Af H. G. SÖDERBAUM.

[Meddeladt den 8 mars 1893 genom P. T. CLEVELAND.]

Ketonaldehyder, som innehålla ketongruppen i  $\alpha$ -ställning,<sup>1)</sup> eller med andra ord föreningar af allmänna formeln



äro hittills föga studerade. Det är v. PECHMANN förtjensten tillkommer att först hafva utarbetat en brukbar metod för framställningen af dessa kroppar. Han utgick härvid från isonitrosoketoner af sammansättningen



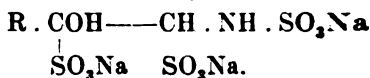
<sup>1)</sup> Af  $\beta$ -ketonaldehyder känner man *acetättiskaldehyden* (acetylaldehyd):  $CH_3 \cdot CO \cdot CH_2 \cdot CHO$ , erhållen såsom natrium- eller kopparsalt af CLAISEN och STYLOS (Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXI, 1144). Sjelfva aldehyden är icke isolerbar, hvilket däremot är fallet med den visserligen rätt obständiga *benzoylaldehyden*:  $C_6H_5 \cdot CO \cdot CH_2 \cdot CHO$ , framställd af CLAISEN och L. FISCHER (Ber. d. deutsch. chem. Ges. XX, 2191, XXI, 1185). CLAISEN och MEYEROWITZ hafva sedermera (Ber. XXII, 3273) beskrifvit ett antal dels med acetyl-, dels med benzoylaldehyden homologa föreningar, nämligen *formyldietylketon*:  $C_2H_5 \cdot CO \cdot CH(CHO)CH_3$ , *formyletylfenylketon*:  $C_6H_5 \cdot CO \cdot CH(CHO)CH_3$ , och *formylpropylfenylketon*:  $C_6H_5 \cdot CO \cdot CH(CHO)C_2H_5$ , till hvilka ansluter sig *formyl-desozibenzoin*:  $C_6H_5 \cdot CO \cdot CH(CHO)C_6H_5$ .

Ett exempel på en  $\gamma$ -ketonaldehyd erbjuder den af BURCKER (Annales de chimie et de physique, 5 série, 26, 471) studerade *benzoylpropionaldehyden*:  $C_6H_5 \cdot CO \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot CHO$ . Till ketonaldehydernas klass måste slutligen äfven hänföras den af OPPENHEIMER framställda *benzoin dialdehyden*:  $CHO \cdot C_6H_4 \cdot CH(OH) \cdot CO \cdot C_6H_4 \cdot CHO$ . (Ber. XIX 1814, jfr. GRIMAUX, Compt. rend. LXXXIII, 826).

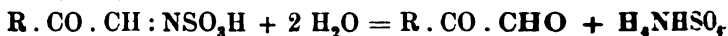
hvilka han genom behandling med natriumbisulfat<sup>1)</sup> öfverförde till imidosulfonsyror:



eller, noggrannare angifvet, till ett slags egendomliga additionsprodukter af 1 mol. imidosulfonsyra och 2 mol. bisulfat:



Dessa additionsprodukter lyckades han sedermera genom kokning med utspädd svafvelsyra sönderdela i ketonaldehyd (rätteligen dess hydrat) och ammoniumbisulfat:



Aldehyden utskakades med eter och erhöles efter dennas frivilliga afdunstning i rätt tillfredsställande utbytte (60 % af det teoretiska), ehuru, som det vill synas, ej fullt ren. Den reades genom upprepade omkristalliseringar ur vatten.

På detta sätt framställes *benzoylformaldehyd*:<sup>2)</sup>  $C_6H_5 \cdot CO \cdot CHO$  och *paratoluylformaldehyd*:<sup>3)</sup>  $CH_3 \cdot C_6H_4 \cdot CO \cdot CHO$ . samt inom den alifatiska serien *acetylformaldehyd*:<sup>4)</sup>  $CH_3 \cdot CO \cdot CHO$  ehuru väl den sistnämnda icke synes hafva blifvit isolerad.

Den metod, som a priori skulle synas ligga närmast till hands, nämligen att direkt sönderdela de resp. isonitrosoketonerna i hydroxylamin och aldehyd genom kokning med utspädda syror — en metod, som vid framställningen af alifatiska diketoner lemnat så gynnsamt resultat — visade sig däremot här, såsom v. PECHMANN uttryckligen framhåller,<sup>5)</sup> vara alldeles oanvändbar.<sup>6)</sup>

<sup>1)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XX, 2539, 2904.

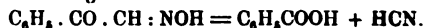
<sup>2)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XX, 2904, XXII, 2556.

<sup>3)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXII, 2560.

<sup>4)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XX, 2542.

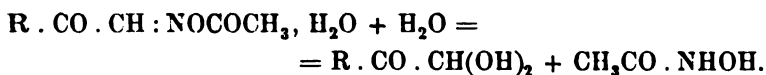
<sup>5)</sup> Visserligen antydes på ett ställe (Ber. XX, 2195), att isonitrosoacetone genom kokning med utspädd svafvelsyra skulle kunna öfverföras i »pyrodrabinsaldehyd», men i en senare uppsats (Ber. XXII, 2556) uppgifva MULLER och v. PECHMANN, att på detta sätt endast minimala kvantiteter af de sökte föreningarna bildas.

<sup>6)</sup> Orsaken härtill är tvifvelsutan att söka i det af CLAISEN och MANASSE (Ber. XX, 2195) påpekade sakförhållandet, att isonitrosoketonerna af benzoylformaldehydens typ vid inverkan såväl af alkalier som af syror sönderfalla i kohlensäure och cyanväte enligt formeln:



Såsom jag haft tillfälle iakttaga i samband med några nyligen publicerade undersökningar<sup>1)</sup> öfver acetylklorids inverkan på aromatiska isonitrosoketoner, kunna emellertid dessa utan svårighet öfverföras till motsvarande ketonaldehyder enligt en annan metod, hvilken på samma gång är bekväm att utföra, kräver ringa tidsutdrägt och lemnar ett godt utbyte.

Den grundar sig på de acetylerade isonitroketonernas säregna spaltbarhet vid inverkan af vatten och utföres i korthet angifvet så, att isonitrosoketonen genom inverkan af acetylklorid och vatten (successive) vid vanlig temperatur öfverföres till motsvarande acetylderivat, hvarefter detta 1 gång omkristalliseras (bäst ur aceton) och därpå helt enkelt *löses i kokhett vatten*. Vid lösningens afsvälning utkristalliserar den sökta ketonaldehydens hydrat analysrent och i nästan kvantitativt utbyte. Den ringa mängd, som kvarstannar i moderluten, är i sjelfva verket så obetydlig, att dess extrahering med eter knappast lönar mödan. Samtidigt med ketonaldehyden bildas *acetylhydroxamsyra*, så att reaktionsförloppet i sin helhet kan åskådliggöras genom följande ekvation:



Denna fullkomligt glatt förlöpaude process är äfven egnad att sprida ljus öfver tvänne andra, för de ifrågavarande hydratiserade acetylderivaten karaktäristiska reaktioner, på samma gång den lemnar ett bidrag till lösningen af spörsmålet om dessa acetylderivats konstitution.

Såsom jag i tvänne föregående uppsatser<sup>2)</sup> visat, sönderdelas hydratet af acetylisonitrosoacetofenon och dess homologer redan i köld ytterst lätt af utspädd natronlut eller sodalösning. I förra fallet bildas mandelsyror:



<sup>1)</sup> Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1892, 495. — Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXV, 3459.

<sup>2)</sup> Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1891, 589; 1892, 495.

i det senare substituerade formöiner:



För att förklara den oväntade bildningen af dessa kroppar framställdes det antagandet, att acetylderivatet i första hand sönderföll i hydroxylamin, ättiksyra och *ketonaldehyd*,



hvilken sedermera i *ena* fallet upptog vatten och öfvergick till mandelsyra, i *andra* fallet kondenserades till en benzoïnartad förening med dubbelt så hög molekularvikt. Att denna tolkning är den enda rätta, torde numera knappast kunna betvivlas, sedn det lyckats icke blott påvisa, utan äfven isolera den supponerade mellanprodukten.

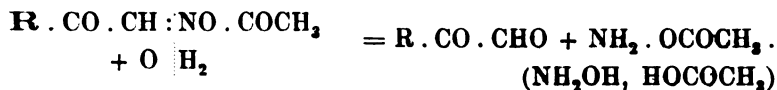
Återstod att förklara *orsaken* till den så ytterst lätt inträdande spaltningen i hydroxylamin och ketonaldehyd. Ar oximer vid kokning med syror sönderfalla i hydroxylamin och motsvarande aldehyd eller keton, är, såsom VICTOR MEYER a fl. visat, en ingalunda ovanlig företeelse; men inverkan af alkal vid lägre temperatur plägar ju i regeln icke medföra någon annan förändring, än att oximerna sjelfva, såsom varande föreningar af sur karaktär, öfverföras till motsvarande alkalialter, eller att deras acetylderivat helt enkelt saponifieras. På sin höjd inträder — i fråga om oximer med *syn*-konfiguration — sönderdelning i nitril och vatten resp. ättiksyra. Men att bindningar mellan kolet och isonitrosogruppens kväfve redan i köld oömblickligen upphäfves, detta saknar, så vidt mig är bekant, all analogi hos andra, förut studerade oximer.

Därför hvilade också i sjelfva verket något gätligt öfver denna reaktion, så länge man förutsatte acetylderivatets normala sammansättning såsom en gång för alla gifven. Och att betvifla *denna*, därtill förelåg på länge intet fullgiltigt skäl; ty då behandlingen med acetylklorid städse egde rum vid låg temperatur, var man, af all analogi att döma, svårligen berättigad att antaga någon som helst strukturlagring.

Påvisandet af *acethydroxamsyra* bland acetylderivatets sönderdelningsprodukter ställer emellertid frågan i en ny dager och

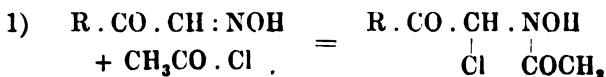
medgifver, för att icke säga, påkallar, en annan tolkning af reaktionsförloppet mellan isonitrosoketonerna och acetyl-klorid.

Egde acetylderivatet verkligen normal sammansättning, eller med andra ord vore acetylgruppen på vanligt sätt bunden vid oximidogruppens syre, borde spaltningen uppenbart försiggå enligt formeln:

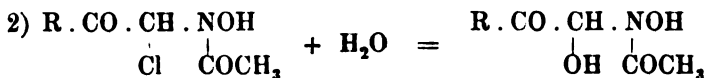


och man borde följaktligen utom ketonaldehyden erhålla en acetylerad hydroxylamin, *isomer* — icke identisk — med den förut bekanta acethydroxamsyran. Men då i sjelfva verket just denna acethydroxamsyra uppstår, innebär detta en omisskännelig antydning, att *det ursprungliga acetylderivatet* i likhet med hydroxamsyran sjelf innehåller sin acetylgrupp direkt bunden vid kväfve-atomer. Detta förhållande kan utan svårighet förklaras på följande sätt:

Vid acetylkloridens inverkan på isonitrosoketonen är det icke oximidogruppens väte, som på vanligt sätt ersättes af acetyl, utan acetylkloriden *adderas* till nitrosoketonen under upphäfvande af dubbelbindningen mellan kol och kväfve:

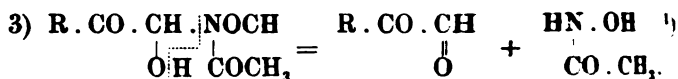


Additionsprodukten, (som utan svårighet kan isoleras, jfr ofvan senast citerade uppsatser) utbyter vid behandling med kallt vatten ytterst lätt sin kloratom mot hydroxyl:

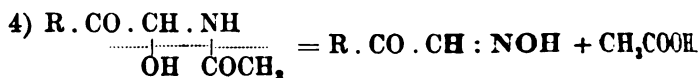


Den sålunda bildade »hydratiserade acetylföreningen», hvilken alltså egentligen är att uppfatta som ett slags substituerad hydroxamsyra, sönderfaller slutligen vid *kokning* med vatten, så att jämte ketonaldehyd acethydroxamsyra uppstår:





Vid kokning med utspädda syror afspaltas däremot ättiksyra under återbildande af den ursprungliga oximen:



Denna tolkning förklarar afgjort *bättre* än den äldre uppfattningen följande fakta:

1) att i första hand *alltid* en klorhaltig additionsprodukt bildas;

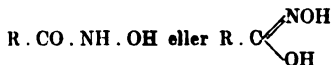
2) att de med acetylklorid framställda acetylderivaten *undantag* innehålla 1 molekyl vatten mera än de med ättiksyreanhydrid erhållna, samt att denna vattenmolekyl ej kan aflägnas genom upphettning, utan att substansen samtidigt sönderdelas;

3) att de hydratiserade acetylderivaten sönderfalla i ketonalddehyd och *hydroxamsyra*, under det de vattenfria på normalt sätt spaltas i *nitril* och ättiksyra;

4) att lösningar af de hydratiserade acetylderivaten vid tillsats af järnklorid färgas intensivt röda på det för hydroxamsyrorna karaktäristiska sättet,<sup>2)</sup> medan däremot de vattenfria icke ge någon dylik färgreaktion.

Härmed är naturligtvis icke sagdt, att ett *strängt* bevis för den äldre uppfattningens riktighet föreligger, ty det *kan* ju alltid tänkas, att vid acetylderivatets kokning en omlagring föregår sönderdelningen, eller att detsamma, om man så vill, förhåller

1) Hydroxamsyrornas konstitution kan visserligen icke betraktas såsom fullt utredd. Hvilkendera af de föreslagna formelerna

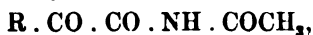


bör anses vara den riktiga, är emellertid för hithörande spörsmål af underordnad betydelse, enär en omlagring från den ena af dessa båda atomgrupperingar till den andra i hvarje fall lätt torde kunna ega rum. Jfr *Lossen* Ann. Chem. 252, 170, Ber. XXIV, 4059; *Tiemann*, Ber. XXIV, 4062.

2) De äro nämligen, enligt hvad ofvan anförts, redan i sig själva att uppträda såsom ett slags hydroxamsyrederivat.

ig som en tautomer förening — möjligheter, hvilka i betraktande af hithörande kroppars obeständighet gent emot reaktionsnedel knappast torde vara åtkomliga för experimentellt afgörande. Dock synas dessa förklaringar såväl i och för sig sjelfva som till sina konsekvenser vara vida mindre otvungna än den ofvan gifna.

Ännu mindre sannolik är den likaledes tänkbara förklaringen, att acetylkloriden i första hand skulle åstadkomma en s. k. BECKMANN'sk omlagring.<sup>1)</sup> I dylikt fall skulle acetylderivatets konstitution alltså uttryckas genom formeln:



men denna förening — en acetylerad amid af fenylglyoxylsyran eller dess homologer — borde, såsom man lätt finner, vid sönderdelning gifva helt andra spaltningssprodukter än de i verkligheten erhållna.

Den nya metoden för framställning af  $\alpha$ -ketonaldehyder har med framgång tillämpats på *p*-toluylformoxim, *p*-brombenzoylformoxim och *p*-etoxybenzoylformoxim. På detta sätt hafva erhållits: *p*-tolylglyoxal (förut framsteld af MÜLLER och v. PECHMANN enligt den äldre metoden) samt *p*-bromfenyl- och *p*-etoxyfenylglyoxal (förut icke kända).

Ett vilkor, för att reaktionen skall lyckas, synes egendomligt nog ligga i närvaron af en substituent (utom karbonylgruppen) i syreradikalens benzolkärna. Den acetylerade benzoylformoximen kunde nämligen — i motsats till öfriga undersökta acetylderivat af analog sammansättning — upprepade gånger omkristalliseras ur kokande vatten utan lida någon förändring vare sig till sammansättning eller egenskaper. Vid långvarig kokning iakttogs visserligen den för  $\alpha$ -ketonaldehyderna karaktäristiska, stickande och till nysning retande lukten, och vid destillering med vattenånga erhöles ett svagt opalescerande destillat,

<sup>1)</sup> Ett exempel att en dylik omlagring verkligen egt rum vid inverkan af acetylklorid vid vanlig temperatur — likvisst först efter en längre tids förlopp — är känt genom ALBERT W. SMITHS undersökningar öfver xylylfenylketoxim. Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXIV, 4049.

som gaf aldehydreaktion d. v. s. reducerade ammoniakalisk silfverlösnings. Men någon aldehyd kunde i intetdera fallet isoleras; ur kolfäteratoden afskildes vid afsvälning fastmera en kväfvehaltig substans, som ursprungligen smälte vid 90—100°, men efter upprepade omkristalliseringar visade benzoylformoximens smältpunkt, 127—128°, och öfriga egenskaper. Det är således tydligt, att aldehyden här endast bildats i minimala mängder, under det större delen af acetylderivatet saponifierats, eller med andra ord, att vattnet i detta fall utöfvat alldeles samma inverkan som kokning med utspädda syror i de öfriga undersökta fallen.

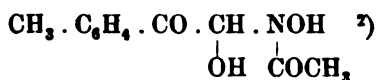
Orsaken till detta anmärkningsvärda undantag står möjligen i samband med det kända faktum, att bildningen af aromatiska oximer försvåras, i samma mån antalet substituenter i benzolkärnan ökas. Så oximeras t. ex. xylylfenylketon endast med stor långsamhet, och mesitylfenylketon reagerar öfverhufvud taget icke alls med hydroxylamin, ej ens vid upphettning i tillsmält rör.<sup>1)</sup> Man synes därför icke vara alldeles oberättigad till det antagandet, att frånvaron af substituenter uti det ifrågavarande acetylderivatet erbjuder särdeles gynsamma betingelser för uppkomsten af den för oximerna karaktäristiska atomgrupperingen —  $C(:NOH)$  —, och att fördenskull i detta fall spåtningen uti öfvervägande grad tager det förlopp, som ofvan angifvits genom ekvationen 4.

Något inflytande af substituenternas olika natur (i de undersökta fallen: alkyl, halogen eller eterifierad hydroxyl) på den lätthet, hvarmed aldehydbildningen försiggår, har däremot icke kunnat spåras.

<sup>1)</sup> Jfr HANTZSCH, Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXIII, 2772; ALBERT W. SMITH, därefter sammastädes, XXIV, 4048, 4062.

## I. Framställning af paratolylglyoxal.

Den vid 148° smältande acetylöreningen:<sup>1)</sup>



Löses lätt i kokande vatten till en klar, färglös vätska, som vid afsvälning afsätter en i tumslånga, fina, hvita nålar kristalliserande förening. Denna omkristalliserades ur vatten och visade en konstant smältpunkt af 111—112°. Smältpunkten är för öfrigt ej fullt skarp, enär föreningen redan vid lägre temperatur börjar injukna. Detta förklarar den lägre smältpunkt (100—102°) MÜLLER och V. PECHMANN angifva för sin hydratiserade tolylglyoxal, med hvilken föreningen i alla andra afseenden visar en så fullständig öfverensstämmelse, att identiteten icke kan betviflas. Den är sålunda löslig i alkohol och eter äfvensom i varn kloroform och benzol, men däremot svåröslig i ligroin. Ångorna reta starkt till nysning. Skakas en lösning af föreningen i tiofenhaltig benzol med koncentrerad svafvelsyra, antager denna grön färg. Vattenlösningen reducerar redan i köld en ammoniakalisk silfverlösning under spegelbildning — däremot icke FEHLINGS lösning ej ens vid kokning, antagligen emedan aldehyden af alkalit öfverföres till metylmandelsyra. Med svafvelsyrlighet af färgad fuksinlösning färgas röd. Ferrosulfat och järnklorid framkalla ingen färgförändring.

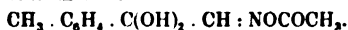
Utbytet är tillfredsställande. Af 1.8 gr. acetat erhöles 1.1 gr. aldehyd i stället för 1.3, således i det närmaste 85 % af den beräknade mängden.

Analys:

0.1894 gr. gaf 0.4494 gr. kolsyra och 0.1029 gr. vatten.

<sup>1)</sup> Jfr Öfers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1892, 500.

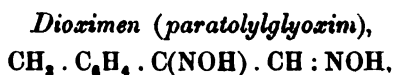
<sup>2)</sup> Denna konstitutionsformel torde, enligt hvad ofvan blifvit visadt, böra sättas i stället för den förut använda



	Ber. för $C_9H_{10}O_3$ .	Funnet.
C	65.06	64.71 %
H	6.02	6.03 %

Aldehydens monoxim (»nitroso-p-tolylmetylketon») är redan förut beskrifven af MÜLLER och V. PECHMANN, likaså dess osazon. Den senare, som kristalliserar i gula nålar, befanns smälta vid  $145^\circ$  i full öfverensstämmelse med de nämnda forskarnas uppgift.

För att komplettera aldehydens karaktäristik framställes äfven dess dioxim och hydrazoxim.

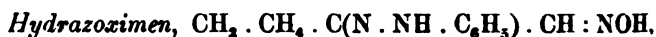


erhålles bekvämast genom monoximens behandling med klorvätesyrad hydroxylamin i alkohollösning vid vanlig temperatur. Föreningen är löslig i alkohol och aceton, svårslöslig i benzol, toluol och kloroform, kristalliserar (ur toluol) i fina, hvita nålar och smälter vid  $165^\circ$ .

Analys:

0.1864 gr. gaf 24.8 ccm. kväfgas, mätt vid  $16^\circ$  och 766.5 mm.

	Ber. för $C_9H_{10}N_2O_2$ .	Funnet.
N	15.73	15.90 %



framställes genom inverkan af ättiksyrad fenyldiazin på en ekvimolekylär mängd aldehyd i alkohollösning. Blekgula, rosettlikt grupperade blad (ur alkohol). Smältpunkt  $165^\circ$ .

Analys:

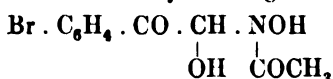
0.1838 gr. gaf 25.7 ccm. kväfgas, mätt vid  $13.5^\circ$  och 763.5 mm.

	Ber. för $C_{13}H_{13}N_3O$ .	Funnet.
N	16.60	16.80 %

## II. Parabromfenylglyoxal.

Hydratet,  $\text{Br} \cdot \text{C}_6\text{H}_4 \cdot \text{CO} \cdot \text{CH}(\text{OH})_2$ ,

framställt genom att lösa acetylföreningen:



kokande vatten, bildar långa, fina, rent hvita nålar, som smälta vid 132—133° och äro lösliga i eter, alkohol och benzol. Till fina reaktioner öfverensstämmer föreningen på det närmaste med den förut beskrifna paratolyglyoxalen.

Analys:

- I. 0.1565 gr. gaf 0.2392 gr. kolsyra och 0.0459 gr. vatten.  
 II. 0.1721 gr. gaf efter glödgning med kalk 0.1411 gr. bromsilfver.

	Ber. för $\text{C}_6\text{H}_4\text{BrO}_3$ .	Funnet	
		I.	II.
C	41,59	41,66	— %
H	3,03	3,26	— >
Br	34,58	—	34,89 >

Monoximen (*p*-brombenzoylformoxim) är redan förut beskrifven.<sup>1)</sup>

Dioximen (*parabromfenylglyoxim*),

Monoximen och klorvätesyra hydroxylamin fingo inverka på hvarandra i alkohollösning vid vanlig temperatur. Efter omkring ett dygn försattes blandningen med vatten i små portioner, till dess kristaller började afsätta sig. Den på detta sätt utfälda dioximen bildade efter omkristallisering ur benzol små, ytterst fina, hvita nålar, som konstant smälte vid 169—170°. Föreningen är löslig i alkohol och aceton, svårlöslig i benzol.

Analys:

- I. 0.1894 gr. gaf 0.2728 gr. kolsyra och 0.0511 gr. vatten.  
 II. 0.2082 gr. gaf 20.6 ccm. kväfgas, mätt vid 16° och 746 mm.

<sup>1)</sup> H. G. SÖDERBAUM: Om några aromatiska isonitrosoketoners förhållande till ättiksyreanhydrid och acetylchlorid. Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1892, 506.  
 Öfversigt af K. Vet.-Akad. Förh. Årg. 50. N:o 3.

	Ber. för $C_6H_7N_2BrO_2$ .	Funnet	
		I.	II.
C	39.54	39.28	— %
H	2.88	2.96	— ,
N	11.53	—	11.51 ,

*Osazonen*,  $Br \cdot C_6H_4 \cdot C(N \cdot NH \cdot C_6H_5) \cdot CH : N \cdot NH \cdot C_6H_5$ .

erhölls genom att behandla en isättiklösning af ketaldehyden med fenylhydrazin i öfverskott (omkr. 3 molekyler). Blandningen uppvärmdes  $\frac{1}{4}$  timme på vattenbad. Vid afsvälning stelnade lösningen af utkristalliserad osazon, som renades genom omkristallisering ur kokande alkohol. Föreningen bildar höggula tämligen spröda, vid 178—179° smältande nålar, är löslig i eter och benzol, svårslöslig i alkohol och ger med järnklorid svaz osazonreaktion.

Analys:

- I. 0.1871 gr. gaf 0.4204 gr. kolsyra och 0.0765 gr. vatten.  
 II. 0.1766 gr. gaf 21.7 kcm. kväfgas, mätt vid 14° och 755 mm

	Ber. för $C_{20}H_{17}N_4Br$ .	Funnet	
		I.	II.
C	61.10	61.25	— %
H	4.33	4.54	— ,
Br	14.26	—	14.56 ,

### III. Paraetoxifenylglyoxal.

*Hydratet*,  $C_2H_5O \cdot C_6H_4 \cdot CO \cdot CH(OH)_2$ ,

framställdes af den i det följande beskrifna acetyl-föreningen:

$C_6H_5O \cdot CO \cdot C(OH) \cdot N(COCH_3)OH$

och vatten på förut angifvet sätt. Af 1.4 gr. acetylderivat erhöles 1 gr. aldehyd i stället för 1.1 gr. eller 90 % af det teoretiska utbytet. Vid vattenlösningens kokning märktes äfven här den karaktäristiska, stickande lukten. Föreningen kristalliserar i hvita nålar, som långsamt smälta vid 98° efter att redan om-

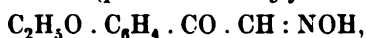
ring 90° hafva börjat sintra. Den är löslig i alkohol och eter, tämligen löslig i varm benzol och kloroform, mycket svårslig i kokande gasolja. Vattenlösningen reducerar ammoniakalisk silfverlösning.

**Analys:**

0.1538 gr. gaf 0.3448 gr. kolsyra och 0.0844 gr. vatten.

	Ber. för $C_{10}H_{12}O_4$ .	Funnet.
C	61.22	61.12 %
H	6.12	6.09 »

***Monoximen (paraetoxibenzoylformoxim),***



erhålles enligt CLAISENS metod genom inverkan af amylnitrit och natriumalkoholat på *p*-etoxifynylmetylketon.<sup>1)</sup> Det i första hand utkristalliserade, röda natriumsaltet, som är ganska lösligt i vatten, sönderdelades på vanligt sätt med utspädd svafvelsyra, då formoximen afskildes som en ymnig hvit, af fina kristallnålar bestående fällning. Denna omkristalliserades ur benzol. Oximen smälter vid 120°, som det vill synas utan sönderdelning, och stelnar — i motsats till de förut undersökta formoximerna — lätt ånyo vid afsvälning. Den kristalliserar i vackra, blekt gulaktiga prizmer och är löslig i alkohol, eter och kokande benzol, svårslig i ligroin. Skakas benzollösningen med koncentrerad svafvelsyra, antager denna rödbrun färg.

**Analys:**

I. 0.2015 gr. gaf 0.4558 gr. kolsyra och 0.1022 gr. vatten.

II. 0.2021 gr. gaf 11.8 ccm. kväfgas, mätt vid 19° och 777 mm.

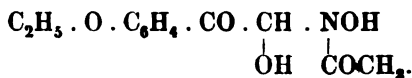
	Ber. för $C_{10}H_{11}NO_3$ .	Funnet	
		I.	II.
C	62.18	61.69	— %
H	5.70	5.61	— »
N	7.25	—	7.00 »

<sup>1)</sup> Beskrifven af GATTERMANN, EHRHARDT och MAISCH, Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXIII, 1199.



Genom inverkan af acetylklorid i köld och den bildade additionsproduktens behandling med vatten öfverföres etoxibenzoylformoximen till motsvarande

*Acetylderivat,*



Snöhvita nålar (ur aceton), svårlösliga i benzol, eter och kloroform, lättlösliga i varm aceton och i alkohol. Smältpunkten bestämdes vid långsam upphettning till  $136^\circ$ , vid hastig erhöles något högre tal. Efter smältningen bildar substansen en gulröd olja, som vid afsvälning åtminstone delvis stelnar.

*Analys:*

- I. 0.1950 gr. gaf 0.4067 gr. kolsyra och 0.1038 gr. vatten.  
 II. 0.1692 gr. gaf 8.3 ccm. kväfgas, mätt vid  $18.5^\circ$  och 761 mm.

	Ber. för $\text{C}_{12}\text{H}_{16}\text{NO}_3$	Funnet	
		I.	II.
C	56.92	56.87	— %
H	5.93	5.91	— »
N	5.53	—	5.76 »

*Dioximen (paraetoxifenylglyoxim),*

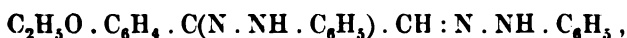


Monoximen löstes i minsta mängd alkohol och försattes med något mer än beräknade mängden klorvätesyrad hydroxylamin, löst i helt litet vatten. Vid hopblandningen uppstod en hvit fällning, som dock genast löste sig. Efter två dygns förlopp hade dioximen delvis utkristalliserat i form af rent hvita, fina nålar. En ny kvantitet af något lägre smältpunkt erhöles vid moderlutens utspädning med vatten. Efter omkristallisering ur benzol eller utspädd alkohol visade emellertid båda fraktionerna samma smältpunkt:  $170-171^\circ$ . Föreningen är mycket lättlöslig i stark alkohol, svårlöslig i benzol.

**Analys:**

- . O.1942 gr. gaf 0.4102 gr. kolsyra och 0.1028 gr. vatten.  
 . O.2074 gr. 23.7 ccm. kväfgas, mätt vid 18° och 761 mm.

	Ber. för	Funnet	
	$C_{10}H_{12}N_2O_3$ .	I.	II.
C	57.69	57.57	— %
H	5.77	5.87	— »
N	13.46	—	13.46 »

*Osazonen,*

ramställdes på samma sätt, som ofvan blifvit angifvet för motvarande bromfenylförening. Långa, glänsande, vackert guldgula nålar (ur alkohol). Smältpunkt 155°. Föreningen är löslig i eter, benzol och kokande alkohol, svårslig i ligroin och olöslig i vatten. Med järnklorid ger den tydlig osazonreaktion.

**Analys:**

- I. O.1920 gr. gaf 0.5204 gr. kolsyra och 0.1103 gr. vatten.  
 II. O.2094 gr. gaf 28.7 ccm. kväfgas, mätt vid 14° och 747.5 mm.

	Ber. för	Funnet	
	$C_{22}H_{22}N_4O$ .	I.	II.
C	73.74	73.90	— %
H	6.15	6.35	— »
N	15.64	—	16.08 »

*Acethydroxamsyra.*

För att utröna naturen af den kväfvhaltiga reaktionsprodukten, som jämte ketonaldehyderna bildas vid acetylderivatens spaltning, underkastades moderlutarne från aldehydberedningen en närmare undersökning. Dessa utgjordes af färglösa, vattenklara lösningar, hvilka icke eller endast högst obetydligt reducerade FEHLINGS vätska och därför ej kunde antagas innehålla någon nämnvärd kvantitet fri hydroxylamin eller hydroxylaminsalt. Däremot visade de efter någon tids kokning med saltsyra starkt reducerande egenskaper.

För att aflägsna de sista kvarvarande spåren ketonalkohol utskakades moderlutarne tvänne gånger med eter, hvarefter vattenlösningen afdunstades först på vattenbad, slutligen i vakuum-exsickator till fullständig torrhet. Den härvid erhållna kristalliniska, starkt kväfvehaltiga återstoden renades genom upplösning i helt litet vatten, filtrering från en ringa mängd svårlöst bestans och förnyad afdunstning vid vanlig temperatur. På detta sätt erhöles slutligen en färglös, stråligt grofkristallinisk kropp, som efter utprässning på poröst lergods något oskarpt smälte omkring  $60^{\circ}$ , men efter flera dagars torkning i vakuum-exsickator antog en konstant smältpunkt af  $91-92^{\circ}$ .

Föreningen är mycket löslig i alkohol och vatten, däremot svårlös i eter. Vattenlösningen, som visar neutral reaktion, färgas af järnklorid intensivt röd, fälles ej af bly- eller merkurisalter, reducerar med lätthet ammoniakalisk silfverlösning och ger med kopparacetat det för acethydroxamsyran karakteristiska, mörkgröna, voluminösa kopparsaltet. Vid kokning med saltsyra inträder sönderdelning i hydroxylamin och ättiksyra.

Analys:

0.1653 gr. öfver svafvelsyra torkad substans gaf 26.2 kr kväfgas, mätt vid  $15^{\circ}$  och 746 mm.

Ber. för $C_2H_5NO_2$ .		Funnet.
N	18.67	18.50 %.

Af föreningens nu anförda egenskaper framgår, att densamma måste vara identisk med den af C. HOFFMANN<sup>1)</sup> genom inverkan af hydroxylamin på acetamid framställda *acethydroxamsyran*:  $CH_3CO.NH.OH$  eller  $CH_3.C(NOHOH)$ . Den ringa differens i fråga om smältpunkten, som förefinnes mellan HOFFMANNS och mina iakttagelser — H. uppger  $87-88^{\circ}$  — är sjelfva verket icke större, än att den utan betänkanke kan skrivas på de olika smältpunktsapparaternas och möjligen de olika observatörernas räkning, så mycket hållre som öfverensstämmelsen i alla andra delar är fullständig.

<sup>1)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXII, 2854.

## Ueber Correspondenzen auf elliptischen Curven.

Von T. BRODÉN.

[Mitgeteilt den 8. März 1893 durch A. LINDSTEDT.]

1. Ich gestatte mir hiermit einige in einem früheren Aufsatze (Öfversigt etc. 1893 p. 45) angedeuteten Auseinandersetzungen über Correspondenzen auf elliptischen Curven vorzulegen.

Auf einer algebraischen Curve besteht eine eindeutige Correspondenz, wenn die Coordinaten eines Punktes  $(x_1, y_1)$  rationale Functionen von denjenigen eines Punktes  $(x, y)$  sind, und umgekehrt. Durch projectivische Transformation kann man immer bewirken, dass die Curve durch die  $\infty$ -Punkte der Coord.-Aren geht. Die Gleichung einer Curve 3:ter Ordnung vom Geschlechte 1 ( $C_3$ ) wird dann vom 2:ten Grade in  $x$  und in  $y$ . Man hat also

$$x, y) = 2xy(A_3x + B_3y) + A_2x^2 + B_2y^2 + 2C_2xy + 2A_1x + 2B_1y + C_0 = 0,$$

$$x_1, y_1) = 2x_1y_1(A_3x_1 + B_3y_1) + A_2x_1^2 + B_2y_1^2 + 2C_2x_1y_1 + 2A_1x_1 + 2B_1y_1 + C_0 = 0,$$

$$(3) \quad x_1 = R_1(x, y), \quad (4) \quad y_1 = R_2(x, y),$$

$$(5) \quad x = R_3(x_1, y_1), \quad (6) \quad y = R_4(x_1, y_1).$$

Wir stellen uns nun die Frage, auf welche Weisen eine so bestimmte Correspondenz zu einer Relation zwischen  $x$  und  $x_1$ , also zu einer Correspondenz in einem rationalen Gebiete sich educiren kann. Jeder  $x$ -Werth giebt zufolge (1) 2  $y$ , folglich 2 Paare  $(x, y)$ , und also zufolge (3) zwei oder ausnahmweise nur einen  $x_1$ . Dasselbe gilt, wenn man  $x$  und  $x_1$  vertauscht. Hieraus folgt, dass zwischen  $x$  und  $x_1$  eine Relation der Form

$$x^2x_1^2 + 2xx_1(a_3x + b_3x_1) + a_2x^2 + b_2x_1^2 + 2c_2xx_1 + 2a_1x + 2b_1y + c_0 = 0$$

stattfinden muss, welche durch Elimination von  $y$  zwischen (1) und (3) oder von  $y_1$  zwischen (2) und (5) zu bekommen ist. Weil  $x_1$ ,  $y_1$  eindeutige Functionen von  $x$ ,  $y$  sind, müssen, wenn man von einem Punkte  $x$  in der complexen  $x$ -Ebene mit einem gewissen  $y$  (und also auch bestimmten  $x_1$  und  $y_1$ ) ausgeht und einen geschlossenen Weg beschreibt, welcher das ursprüngliche  $y$  zurückgibt, auch die ursprünglichen  $x_1$  und  $y_1$  unverändert bleiben. Hieraus folgt, dass  $x_1$  als Function von  $x$  keine andere »kritische Punkte« haben kann, als  $y$ . Ebenso kann  $x$  als Function von  $x_1$  keine kritische Punkte haben, welche nicht auch für  $y_1$  als F. v.  $x_1$  kritisch sind. Aber die kritischen Punkte für  $y$  und  $y_1$  als Functionen von  $x$  resp.  $x_1$  sind dieselben, nämlich die 4 Abscissen ( $k_1, k_2, k_3, k_4$ ), welche den zur Ordinatenaxe parallelen  $C_3$ -Tangenten entsprechen.

Anderseits giebt eine Relation der Form (7) im allgemeinen je 4 kritische Punkte für  $x$  und  $x_1$ . Wenn dies in unserem Falle wirklich stattfindet, müssen also jene 2 Gruppen von 4 Punkten mit einander und mit  $k_1, k_2, k_3, k_4$  zusammenfallen. Im allgemeinen muss dann (7) in  $x$  und  $x_1$  symmetrisch sein (Öfversigt etc. 1893 p. 46). Nur wenn die 4  $k$  ein harmonisches oder æquianharmonisches System bilden, kann (7) andere Formen haben (l. c. p. 49, 50).

Ferner ist es in unserem Falle nicht möglich, dass  $x_1$  weniger als 4 getrennte kritische Punkte hat, mit Ausnahme nur für gewisse Fälle, da  $x_1$  nur im ersten Grade in (7) eingeht und folglich gar keine kritische Punkte besitzt. Wenn nämlich z. B.  $k_1$  nicht für  $x_1$  kritisch wäre, würde man durch einen Umgang um  $k_1$  ( $x, y$ ) in ( $x, \bar{y}$ ) überführen können, ohne  $x_1$  zu vertauschen. Hierbei könnte aber nicht auch  $y_1$  unverändert bleiben, weil in diesem Falle  $y$  nothwendig durch eine in rationalen Factoren nicht zerlegbare Gleichung  $\varphi(y, x_1, y_1) = 0$  vom 2:ten Grade in  $y$  mit  $x_1, y_1$  verbunden wäre, was mit (6) nicht vereinbar ist. Wenn aber gleichzeitig  $y$  in  $\bar{y}$  und  $y_1$  in  $\bar{y}_1$  übergeht, während  $x$  und  $x_1$  unverändert bleiben, so müssen zufolge (1), (3) und (2), (5)  $x$  und  $x_1$  eindeutige, also lineare

Functionen von einander sein ( $c_4 = a_3 = b_3 = a_2 = b_2 = 0$ ). Ausserdem müssen  $c_2, a_1, b_1, c_0$  gewisse Bedingungen erfüllen. Es ist ja nämlich für die Eindeutigkeit nothwendig, dass jeder für  $y$  kritischer  $x$ -Werth mit einem für  $y_1$  kritischen  $x_1$ -Werth correspondirt, und umgekehrt; d. h.: die lineare Relation (7) muss die 4  $k$  nur in einander überführen. Im allgemeinen ist dies nur auf 4 verschiedene Weisen möglich (s. die Fälle  $A$  in der folgenden Tabelle); wenn aber die 4  $k$  ein harmonisches System bilden, kommen hierzu 4 andere ( $B$ ), und für ein æquianharmonisches System 8 andere ( $C$ ). Die Tabelle giebt mögliche entsprechende Werthe von  $x$  und  $x_1$ . In den Fällen  $B$  ist vorausgesetzt, dass  $k_1$  und  $k_2$  ( $k_3$  und  $k_4$ ) harmonisch konjugirt sind.

$x$	$x_1$															
$k_1$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
$k_2$	$k_2$	$k_1$	$k_4$	$k_3$	$k_2$	$k_1$	$k_4$	$k_3$	$k_2$	$k_1$	$k_4$	$k_3$	$k_2$	$k_1$	$k_4$	$k_3$
$k_3$	$k_3$	$k_4$	$k_1$	$k_2$	$k_4$	$k_3$	$k_1$	$k_2$	$k_4$	$k_3$	$k_1$	$k_2$	$k_4$	$k_3$	$k_1$	$k_2$
$k_4$	$k_4$	$k_3$	$k_2$	$k_1$	$k_3$	$k_4$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_1$	$k_2$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
	$A$				$B$				$C$							

Dass die gefundenen nothwendigen Bedingungen auch hinreichend sind, d. h. dass man durch  $(x, x_1)$ -Relationen der beschriebenen Art immer eindeutige Beziehungen auf  $C_3$  bekommen kann, und dass man sogar 2 correspondirende  $C_3$ -Punkte ganz beliebig auf 2 zusammengehörenden »Strahlen durch den  $\infty$ -Punkt der  $y$ -Axe« wählen kann, ist augenscheinlich: wenn die  $k$  kritisch sind für  $x_1$  als Function von  $x$  und umgekehrt, müssen 3 Werthe von  $y, x_1, y_1$  resp., welche für einen gewissen  $x$ -Werth (1), (2), (7) genügen, gleichzeitig beibehalten oder nicht beibehalten werden, wenn  $x$  einen geschlossenen Weg beschreibt, und 3 Werthe von  $y_1, x, y$  sich ähnlich verhalten; hieraus folgt, dass  $x_1, y_1$  eindeutige, also rationale Functionen von  $x, y$  sind, und umgekehrt; und dasselbe gilt offenbar, wenn  $x$  und  $x_1$  linear von einander abhängen, und die  $k$  kritisch sind für  $y_1$  resp.  $y$  als Function von  $x$  resp.  $x_1$ .

2. Wenn wir vorläufig von den 2 Fällen absehen, da die  $k$  und folglich die 4 Tangenten aus einem beliebigen  $C_3$ -Punkte harmonisch oder æquianharmonisch liegen, hat man also, um alle denkbare eindeutige  $(x, y)$ - $(x_1, y_1)$ -Correspondenzen zu bekommen, einerseits alle symmetrische, nicht-lineare Relationen der Form (7), für welche die kritischen  $x$  ( $x_1$ ) mit den  $k$  zusammenfallen, zu bilden; anderseits auch die 4 linearen  $(x, x_1)$ -Relationen, welche den Bedingungen  $A$  der Tabelle entsprechen, und welche offenbar auch symmetrisch sind. Dies kann auch so ausgedrückt werden: man hat alle Integrale der Diff.-gleichung

$$(8) \left\{ \frac{dx}{\sqrt{(x-k_1)(x-k_2)(x-k_3)(x-k_4)}} + \frac{dx_1}{\sqrt{(x_1-k_1)(x_1-k_2)(x_1-k_3)(x_1-k_4)}} = 0 \right.$$

zu benutzen. Die zweideutigen, symmetrischen  $(x, x_1)$ -Relationen geben nämlich diese Diff.-Gleichung; und anderseits hat dieselbe 4 particuläre lineare Integrale, welche offenbar die  $k$  in einander überführen, und also dieselben sein müssen wie die soeben erwähnten 4 linearen Relationen. — Man kann von den fraglichen  $(x, x_1)$ -Correspondenzen eine übersichtliche Vorstellung bekommen, wenn man dieselben auf einen Kegelschnitt ( $C_2$ ) verlegt: die Verbindungslinien entsprechender Punkte enveloppiren dann bei den 2-deutigen Correspondenzen einen anderen Kegelschnitt ( $D_2$ ), welcher durch die 4 kritischen Punkte  $k$  geht; im Tabellenfalle (1) ( $x_1 = x$ ) fällt  $D_2$  mit  $C_2$  zusammen, in (2), (3), (4) geht  $D_2$  in einen Linienpaar durch  $k_1, k_2, k_3, k_4$  über; jede der fraglichen Beziehungen ist also durch ein Individuum des durch die 4  $k$  bestimmten Kegelschnittsbüschels vermittelt, und umgekehrt.

Wir haben einen Hilfs-Strahlenbüschel mit Basispunkt ( $O$ ) auf der Curve  $C_3$  benutzt. Und wir haben  $O$  zum  $\infty$ -Punkte der  $y$ -Axe projicirt. Das letztere brauchen wir nun nicht länger festhalten:  $O$  sei ein beliebiger  $C_3$ -Punkt. — Übrigens wenden wir folgende Abkürzungen an:  $C_3$ -Corr. = Correspondenz zwischen

Punkten auf  $C_3$ , St.-Corr.=Strahlencorrespondenz,  $O$ -St.-Corr.=Corr. zwischen Strahlen durch  $O$ .

Wir werden nun die verschiedenen  $C_3$ -Corr. etwas näher betrachten.

Ein beliebiger Strahl durch  $O$  schneide  $C_3$  ausserdem in  $A$  und  $B$ . Im Tabellenfalle (1) entspricht dieser Strahl sich selbst. Dies giebt 2  $C_3$ -Corr.: entweder entspricht  $A$  sich selbst, und ebenso  $B$ ; oder sie entsprechen einander. Im vorigen Falle entspricht jeder  $C_3$ -Punkt sich selbst: die Corr. ist eine »identische«. Im letzteren liegen zwei correspondirende Punkte in gerader Linie mit dem festen Punkte  $O$ : man hat eine »centrale Involution«.

In den Fällen (2), (3), (4) besteht eine symmetrische Corr. zwischen dem Strahle  $OAB$  und einem zweiten  $OCD$ . Hieraus bekommt man je 2  $C_3$ -Corr.:  $A$  kann mit  $C$  oder mit  $D$  correspondiren. Um diese 2 Corr. von einander zu trennen, betrachten wir einen der 2 Doppelstrahlen ( $O\delta_1\delta_2$ ) der St.-Corr. und nehmen an, dass beim Zusammenfallen der Strahlen  $OAB$  und  $OCD$   $A$  mit  $C$  (z. B. in  $\delta_1$ ) und  $B$  mit  $D$  (in  $\delta_2$ ) coincidirt. Weil die Corr. ( $AC$ ) in  $\delta_1$  einen Doppelpunkt hat, muss sie symmetrisch sein: wenn  $A$  als  $(x, y)$  mit  $C$ , aber als  $(x_1, y_1)$  mit  $D$  correspondirte, würde ja sowohl  $(\delta_1, \delta_1)$  als  $(\delta_1, \delta_2)$  ein Paar corresp. Punkte sein, was die Eindeutigkeit verbietet. Aus ganz demselben Grunde ist auch ( $AD$ ) eine symmetrische Corr. Die letztere kann nicht central sein; das Centrum müsste dann in  $O$  liegen, und die St.-Corr. »identisch« sein. Ferner muss jede nicht-centrale symmetrische  $C_3$ -Corr. von einem beliebigen  $C_3$ -Punkte aus als *eindeutige* St.-Corr. erscheinen. Da nämlich die Verbindungslinie entsprechender Punkte durch keinen festen Punkte (auf oder ausser  $C_3$ ) geht, muss sie eine gewisse Curve enveloppiren; durch einen beliebigen  $C_3$ -Punkte  $P$  geht ausser der Verbindungslinie mit dem entsprechenden Punkte nothwendig wenigstens eine Tangente (in d. That 2) jener Enveloppe, welche 2 von  $P$  getrennte correspondirende Punkte verbindet. Eine solche Linie correspondirt in der  $P$ -St.-Corr. nur mit sich selbst.



Hieraus folgt, dass die  $P$ -St.-Corr. eindeutig ist: wäre sie 2-deutig, würde dies bedeuten, dass die »Curve« (7) einen endlichen Doppelpunkt (mit  $x_1 = x$ ) hätte und also rational wäre, was unmöglich ist, da ja 4 getrennte kritische Strahlen existiren müssen. Weil also die St.-Corr. immer eindeutig ist, kann die  $C_3$ -Corr. keine Doppelpunkte haben; wenn nämlich  $P$  der Tangentialpunkt eines Doppelpunktes  $\delta$  wäre, so müsste ja  $P\delta$  (s. oben) mit einer anderen Tangente correspondiren, und also  $\delta$  nicht sich selbst entsprechen können. Da folglich jede eindeutige, symmetrische  $C_3$ -Corr., welche Doppelpunkte hat, nothwendig central ist, muss dies auch für die Corr. (AC) gelten, welche die Doppelpunkte  $\delta_1$  und  $\delta_2$  hat. Hieraus folgt endlich, dass die Tangenten in  $\delta_1$  und  $\delta_2$  sich auf  $C_3$  schneiden, nämlich im Centrum der Corr. (AC). Da man ferner durch Bewegung von  $P$  statt  $\delta_1$  und  $\delta_2$  einen beliebigen Punktepaaar der Corr. (AD) bekommen kann, können wir diese Corr. dadurch charakterisiren, dass 2 entsprechende Punkte denselben Tangentialpunkt haben; sie heisse kurz die *Tangentialcorrespondenz*. Es giebt überhaupt 3 solche, den Tabellenfällen (2), (3), (4) entsprechend. Sie sind von je einem Punktepaaare eindeutig bestimmt. Die Eigenschaft, nur eindeutige St.-Corr. zu geben, kann auch so ausgedrückt werden: wenn 2 entsprechende Punkte  $M$  und  $M_1$  gegeben sind, kann man den mit einem beliebigen  $N$  correspondirenden  $N_1$  so bekommen: ziehe die Gerade  $MN$ ; sie schneide  $C_3$  im 3:ten Punkte  $P$ ; ziehe  $PM_1$ ; sie schneidet  $C_3$  in  $N_1$ .

Die erwähnten  $C_3$ -Corr. sind, dem Vorigen zufolge, die einzigen symmetrischen. In Betreff der centralen haben wir noch zu untersuchen, von welchen Punkten ( $P$ ) aus eine solche als eindeutige (nicht identische) St.-Corr. erscheint. Eine hinreichende Bedingung ist, dass  $P$  in gerader Linie liegt mit 2  $C_2$ -Punkten, für welche das Centrum ( $O$ ) gemeinschaftlicher Tangentialpunkt ist (s. oben). Diese Bedingung ist auch nothwendig. Es gehe nämlich die Tangente in  $R$  durch  $O$ ,  $PR$  schneide  $C_3$  im 3:ten Punkte  $S$ ,  $OS$  in  $T$ . Ein unendlich nahe an  $PR$  gelegter Strahl (durch  $P$ ) correspondirt dann offenbar einerseits mit einem an-

leren Strahle unendlich nahe an  $PR$ , anderseits mit einem Strahle unendlich nahe an  $PT$ ; folglich ist die  $P$ -St.-Corr. 2-leutig, wenn  $T$  von  $S$  getrennt ist, w. z. b. w. Aus dem Ge- sagten folgt auch, dass nicht nur eine sondern 2 Strahlen durch  $P$  gehen, deren 2 übrige Schnittpunkte  $O$  zum gemeins. Tangentialpunkt haben, m. a. W. der bekannte Satz, dass 4 beliebige Punkte mit demselben Tangentialpunkte ein Viereck bilden, dessen 3 Diagonalschnittpunkte auf  $C_3$  liegen. Die möglichen Lagen von  $P$  sind die 3 Diag.-Schnittpunkte, welche dem Tangentialpunkte  $O$  entsprechen. (Man zeigt auch leicht, dass diese 3 Punkte mit denjenigen zusammenfallen, welche denselben Tangentialpunkt wie  $O$  haben.)

Es ist nun leicht einzusehen, welche unsymmetrische  $C_3$ -Corr. existiren. Dieselben müssen ja ohne Ausnahme (2, 2)-leutige St.-Corr. geben, deren kritische Elemente die 4  $C_3$ -Tangenten aus dem Basispunkte ( $O$ ) des Büschels sind. Umgekehrt giebt jede solche St.-Corr. unsymmetrische  $C_3$ -Corr., nebst centralen. Ein Strahl  $OAB$  correspondire nämlich mit  $OCD$  und  $OEF$ . Dann sind 4  $C_3$ -Corr. möglich: ( $AC$ ), ( $AD$ ), ( $AE$ ), ( $AF$ ). Um sie zu trennen, betrachte man (vergl. oben) einen selbstentspr. Strahl  $O\delta_1\delta_2$ :  $A$  und  $C$  mögen in  $\delta_1$ ,  $B$  und  $D$  in  $\delta_2$  coincidiren. Zufolge der Symmetrie der St.-Corr. muss ( $AC$ ) symmetrisch, also central sein: sonst würde ja sowohl ( $\delta_1, \delta_1$ ) als  $\delta_1$  und der Grenzpunkt für  $E$  oder  $F$  zusammenhören, was die Eindeutigkeit verbietet, da ja nicht auch  $E$  oder  $F$  mit  $A$  zusammenfallen kann (s. oben). Wenn also die Gerade  $AC$   $C_3$  im 3:ten Punkte  $P$  schneidet (kurz: wenn  $P$  der »Restpunkt« von  $A$  und  $C$  ist), müssen  $P$  und  $B$  in gerader Linie mit  $E$  oder  $F$ , sagen wir  $E$ , liegen (nicht mit  $D$ , weil die  $O$ -St.-Corr. dann eindeutig wäre); wir haben also die Vertheilung 1) ( $AC$ ), ( $BE$ ). Ebenso giebt die Combination ( $BD$ ) eine centrale Corr. Diese 2 centralen Corr. occupiren alle denkbare Doppelpunkte, und also sind die Corr. ( $AD$ ) und ( $BC$ ) unsymmetrisch. Weil ferner auch bei den corresp. Strahlen  $OAB$  und  $OEF$  ebenso gelten muss, dass von den 4 Combina-

tionen  $(AF)$ ,  $(BE)$ ,  $(AE)$ ,  $(BF)$  die 2 ersten symmetrische, die 2 letzten unsymmetrische Beziehungen geben, oder umgekehrt, und da ja in der That  $(BE)$  Symmetrie giebt, so folgen für die Corr.  $(AD)$ ,  $(AE)$ ,  $(AF)$  die Vertheilungen: 2)  $(AD)$ ,  $(BF)$ ; 3)  $(AE)$ ,  $(BC)$ ; 4)  $(AF)$ ,  $(BD)$ . Die Fälle (2), (3) müssen offenbar in der That dieselbe Corr. geben, nur in umgekehrter Ordnung:  $A$  und  $B$  geben als »primäre« Punkte  $(\mu, \nu)$  die »secundären«  $D, F$   $(\mu', \nu')$ , aber als secundäre  $(\rho', \sigma')$  die primären  $E, C$   $(\rho, \sigma)$ . Wir bemerken dass die Strahlen  $\mu\nu$  und  $\mu'\nu'$  sich auf  $C_3$  (in  $O$ ) schneiden. Da ferner alles sich ähnlich gestaltet, wo man auch  $O$  verlegt, bekommen wir für die asymmetrischen Correspondenzen ganz dieselbe Construction, welche wir oben für die »Tangentialcorrespondenz« gefunden haben. Zwei entspr. Punkte ( $\mu$  primär,  $\mu'$  secundär) bestimmen also eindeutig eine unsymmetrische Corr., mit Ausnahme für den Fall, da  $\mu$  und  $\mu'$  denselben Tangentialpunkt haben.

3. Wir wenden uns nun zu den *harmonischen* Curven und den Correspondenzen, welche auf denselben (nebst den immer existirenden) möglich sind. Wenn  $O$  im  $\infty$ -Punkte der  $y$ -Axe liegt, muss ja die entsprechende Gleichung (7) entweder in  $x$  und in  $x_1$  zweideutig sein, für  $x$  und für  $x_1$  die kritischen Werthe  $k_1, k_2, k_3, k_4$  geben, aber unsymmetrisch sein, oder eine lineare Relation sein, welche einem der 4 Fälle 5) bis 8) in der obigen Tabelle entspricht. Durch lineare Substitutionen

$$(9) \quad x = \frac{p\xi + q}{r\xi + s}, \quad x_1 = \frac{p\xi_1 + q}{r\xi_1 + s}$$

kann man immer die  $k$  in  $0, \infty, +g, -g$  (in dieser Ordnung) überführen. Die fraglichen nicht-linearen Gleichungen sind dann

$$(10) \quad \lambda^2(\xi + \xi_1)^2 + 2\lambda(\xi - \xi_1)(\xi\xi_1 + g^2) + (\xi\xi_1 - g^2)^2 = 0,$$

wo  $\lambda$  eine Constante ist (s. Öfversigt etc. 1893 p. 49, Gl. 24).

26);  $g^2 = \frac{\gamma_0}{\gamma_4}$ ,  $\lambda = \frac{\alpha_2}{\gamma_4}$ ). Diese Gleichung enthält auch die ein-

deutigen Fälle: für die 4  $\lambda$ -Werthe  $\lambda_1 = \infty$ ,  $\lambda_2 = 0$ ,  $\lambda_3 = g$ ,  $\lambda_4 = -g$  wird sie (wie man leicht findet) linear und zwar resp.

$$(11) \text{ I) } \xi + \xi_1 = 0 \quad \text{II) } \xi \xi_1 = g^2 \quad \text{III) IV) } \xi \xi_1 \pm g(\xi - \xi_1) + g^2 = 0,$$

ind diese Relationen sind eben diejenigen, welche den Bedingungen 5) bis 8) der Tabelle genügen. Wir haben (vergl. oben) kurz gesagt alle Integrale der Gleichung

$$(12) \quad \frac{d\xi}{\sqrt{-\xi(\xi^2 - g^2)}} + \frac{d\xi_1}{\sqrt{\xi_1(\xi_1^2 - g^2)}} = 0$$

zu benutzen. Übrigens sind offenbar die Tabellencorr. 5) und 6) [I, II] verschiedene, symmetrische Corr., während 7) und 8) [III, IV] dieselbe Corr. geben, nur umgekehrt, welche ausserdem die Eigenschaft hat, *periodisch* zu sein, mit d. Periode 4: die 3-malige Iteration führt zum Ausgangspunkte zurück, weil dies mit der Reihe  $k_1, k_3, k_2, k_4$  der Fall ist (die Doppelpunkte sind  $\pm ig$ , also ihr Doppelverh. mit 2 corr. Punkten  $\pm \frac{(0 - ig)(g + ig)}{(0 + ig)(g - ig)} = \pm i$ ). — Verlegen wir, wie oben, die  $(\xi\xi_1)$ -Corr. (10) auf einen  $C_2$ , so wird die Enveloppe der Verbindungslinien entspr. Punkte in den 2-deutigen Fällen eine elliptische Curve 4:ter Classe mit Doppelpunkten in den 4 krit. Punkten  $k$  und ausserdem 4 Berührungspunkten mit  $C_2$  (s. Öfversigt etc. 1893 p. 56); aber in den eindeutigen Fällen bekommt man einen zweiten Kegelschnitt, welcher in 5) und 6) sich zum Schnittpunkte zwischen den Tangenten in  $k_1, k_2$  resp.  $k_3, k_4$  reducirt, dagegen in 7) und 8) im Viereck  $k_1 k_2 k_3 k_4$  eingeschrieben ist und  $C_2$  in 2 von den  $k$  getrennten Punkten berührt (die Abwesenheit von einfachen Schnittpunkten ist, wie man leicht findet, eine Folge der Eindeutigkeit).

Die aus den linearen St.-Corr. hervorgehenden  $C_3$ -Corr. müssen *unsymmetrisch* sein: in 7), 8) ist ja schon die St.-Corr. unsymmetrisch, und in 5), 6) muss die  $C_3$ -Corr. offenbar als unsymmetrische St.-Corr. (sei es eine 7), 8) oder eine 2-deutige) erscheinen, wenn man das Centrum der St.-Corr. verändert: die Corr. 5), 6) setzen ja voraus, dass 2 Tangenten aus  $O$  Doppelstrahlen sind. Wenn also in 5) oder 6)  $OAB$  und  $OCD$  corresp. Strahlen sind, so bildet die Punktreihe  $ACBDA$  (oder  $ADBCA$ ,

was nur die Umkehrung ist) eine Folge correspondirender Punkte; die Corr. hat also die *Periode 4*; die 3-fache Iteration derselben giebt eine Involution 4-ter Ordnung. Und sie hat offenbar 2 und nur 2 *Doppelpunkte* ( $\delta_1, \delta_2$ ): die Berührungspunkte der 2 Doppelstrahlen.

Wenn ferner  $\delta_1, \delta_2$  den Restpunkt  $R$  haben, kann die fragliche  $C_3$ -Corr. keine 2-deutige  $R$ -St.-Corr. geben, weil  $R\delta_1\delta_2$  nur sich selbst entspricht (s. oben); offenbar bekommt man auch keine neue St.-Corr. der Art 5); es muss also eine St.-Corr. der Art 7) sein. Hieraus folgt, dass die Fälle 5) 6) und 7) 8)  $C_3$ -Correspondenzen von ganz derselben Art geben. Speciell folgt also, dass die 4-periodische St.-Corr. 7) auch 4-periodische  $C_3$ -Corr. giebt (die 2:te Möglichkeit, 8-period.  $C_3$ -Corr., also ausgeschlossen): wenn  $OAB, OCD, OEF, OGH$  eine Reihe correspondirender Strahlen ist, bekommt man mit dem Ausgangspunkte  $A$  die 2 Punktreihen  $ACEGA, ADEHA$ . Der Fall 8) giebt ja dasselbe. Ferner folgt, dass diese 2  $C_3$ -Corr. je 2 Doppelpunkte haben, welche resp. auf dem einen oder anderen Doppelstrahl liegen, und dass diese 4 Punkte denselben Tangentialpunkt haben, wozu noch kommt, dass die  $C_3$ -Tangenten, welche in zusammenhörenden Doppelpunkten berühren, harmonisch conjugirt sind zu den 2 anderen (kurz: in jeder Corr. die 2 Doppelpunkte »harmonisch vereint« sind).

Die Tabellenfälle 5) bis 8) geben also 4  $C_3$ -Corr. mit je 2 Doppelpunkten; und jede dieser Correspondenzen erscheint aus dem Tangentialpunkte eines Doppelpunktes als St.-Corr. der Art 5), aus dem Restpunkte der Doppelpunkte als eine St.-Corr. der Art 7), und durch den Restpunkt geht auch die Verbindungslinie zweier correspondirender, harmonisch vereinter Punkte.

Der Restpunkt  $S$  zweier anderer corresp. Punkte  $S_1, S_2$  muss aber als Centrum eine 2-deutige St.-Corr. geben mit  $SS_1S_2$  als Doppelstrahl. Andererseits existiren laut (10) höchstens 2 zwei-deutige St.-Corr. mit einem gegebenen Doppelstrahl:  $\xi_1 = \xi = h$  giebt

$$4h^2\lambda^2 + (h^2 - g^2)^2 = 0,$$

also zwei  $\lambda$ ; und diese 2 geben offenbar eigentlich dieselbe ( $\xi$ ,  $\xi_1$ )-Corr., obgleich in umgekehrter Ordnung. Da ferner jeder der 8 von  $S$  getrennten  $C_3$ -Schnittpunkte der 4 Doppelstrahlen Doppelpunkt sein muss für eine Correspondenz der beschriebenen Art, und da jede solche 2 Doppelpunkte hat, so muss die 2-leutige St.-Corr. 4 solche geben, d. h. eben so viele, wie sie überhaupt  $C_3$ -Corr. geben kann; man bekommt also aus den 2-leutigen St.-Correspondenzen keine neue  $C_3$ -Corr. — Die 4 Doppelstrahlen sind übrigens durch die Gleichung

$$(14) \quad (h^2 - g^2)^2 \xi^2 = h^2 (\xi^2 - g^2)^2$$

bestimmt, also

$$(15) \quad h, -h, \frac{g^2}{h}, -\frac{g^2}{h}.$$

Die Paare  $(h, -h)$ ,  $(\frac{g^2}{h}, -\frac{g^2}{h})$  sind beide harmonisch conjugirt zu den kritischen Strahlen  $0, \infty$ ; die Paare  $(h, \frac{g^2}{h})$ ,  $(-h, -\frac{g^2}{h})$  zu den kritischen  $g, -g$ . Und man kann leicht zeigen, dass zusammengehörende Doppelpunkte auf 2 nicht conjugirten Strahlen liegen, d. h. auf  $h$  und  $-\frac{g^2}{h}$  oder  $-h$  und  $\frac{g^2}{h}$ .

Endlich zeigen leichte Überlegungen, dass wir mit imaginären  $\xi$ -Corr. zu thun haben, obgleich die St.-Corr. reel sein können sowie auch einzelne Punktepaare).

4. Wir gehen nun zu den æquianharmonischen Curven über. Wenn man hier durch Substitutionen der Form (9)  $k_1, k_2, k_3, k_4$  in resp.  $\infty, g, jg, j^2g$  überführt [ $j = \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3})$ ], so besteht die  $\xi\xi_1$ -Relation

$$(16) \quad [\xi\xi_1 - \lambda(\xi + j^2\xi_1)]^2 - 4j^2\lambda^2\xi\xi_1 + 4j^2g^3(\xi + j^2\xi_1) + 4j\lambda g^3 = 0$$

oder, mit Vertauschung von  $j$  und  $j^2$  und Subst. von  $j^2\lambda$  statt  $\lambda$ ,

$$(17) \quad [\xi\xi_1 - \lambda(j^2\xi + \xi_1)]^2 - 4j^2\lambda^2\xi\xi_1 + 4j^2g^3(j^2\xi + \xi_1) + 4j\lambda g^3 = 0$$

Öfversigt etc. 1893, p. 49, 50, Gl. 30, 31; in 16 ist  $g^3 = -j^2\gamma_0^2$ ;  $\alpha_2\gamma_4$ ,  $\lambda = -\alpha_2:\gamma_4$ ; die Gl. 32, 33 p. 51 geben einen Special-

fall,  $\lambda=0$ ). Die Gleichungen (16) und (17) entstehen aus einander bei Vertauschung von  $\xi$  und  $\xi_1$ ; wir brauchen daher nur (16) berücksichtigen. Sie wird linear für die  $\lambda$ -Werthe  $\lambda_1=\infty$ ,  $\lambda_2=j^2g$ ,  $\lambda_3=g$ ,  $\lambda_4=jg$ , und ist dann resp.

$$(18) \begin{cases} \text{I) } \xi_1 = j\xi, & \text{II) } \xi_1(\xi - jg) = g(j^2\xi + 2g), \\ \text{III) } \xi_1(\xi - j^2g) = g(\xi + 2j^2g), & \text{IV) } \xi_1(\xi - g) = jg(\xi + 2g). \end{cases}$$

Diese 4 Gleichungen entsprechen den Tabellenfällen 9), 10), 11), 12) in dieser Ordnung [die Fälle 13) bis 16), welche offenbar die Umkehrungen geben, gehen aus (17) hervor]. Die Gleichung (16) ist das vollständige Integral von

$$(19) \quad \frac{d\xi}{Vj(\xi^3 - g^3)} + \frac{d\xi_1}{V(\xi^3 - g^3)} = 0.$$

Übrigens haben die eindeutigen Fälle offenbar die Periode 3 (s. die Tabelle). — Verlegen wir die Corr. (16) auf einen  $C_3$ , so wird die oben erwähnte Enveloppe im allgemeinen eine Curve 4:ter Classe der vorher beschriebenen Art, aber in den linearen Fällen ein Kegelschnitt, welcher z. B. im Falle 18) I) die 3 Geraden  $k_2k_3$ ,  $k_3k_4$ ,  $k_4k_2$  berührt und  $C_2$  selbst in  $k_1$  und einem zweiten Punkte berührt, und analog in den 3 anderen Fällen.

Der Contactspunkt des  $C_3$  berührenden Doppelstrahles ist bei jeder der 4 St.-Corr. (18) Doppelpunkt ( $\delta_1$ ) für beide der 2 entsprechenden  $C_3$ -Corr. Die Schnittpunkte des anderen Doppelstrahls müssen aber Doppelpunkte ( $\delta_2$ ,  $\delta_3$ ) sein für die eine  $C_3$ -Corr., aber nicht für die andere. Ferner nehme man unendlich nahe an  $O\delta_2\delta_3$  einen Strahl  $OAB$ ; demselben als  $\xi$ - resp.  $\xi_1$ -Strahle entsprechen  $OCD$  und  $OEF$ , beide offenbar auch unendl. nahe an  $O\delta_2\delta_3$ ; es mögen im Grenzfalle  $A$ ,  $C$ ,  $E$  mit  $\delta_2$ ,  $B$ ,  $D$ ,  $F$  mit  $\delta_3$  zusammenfallen. Die St.-Corr. hat die Periode 3; hieraus folgt, dass  $OAB$ ,  $OCD$ ,  $OEF$ ,  $OAB$  eine geschlossene Reihe corresp. Strahlen ist; und hieraus, dass bei der  $C_3$ -Corr. mit 3 Doppelpunkten  $ACEA$  und  $BDFB$  geschlossene Reihen corresp. Punkte ist; diese Corr. hat also die Periode 3. Für die  $C_3$ -Corr. mit nur einem Doppelpunkte bleibt die Reihenfolge  $ADEBCFA$  übrig; sie hat also die Peri-

ode 6. Die letztere kann nur mit einem  $O$  eine eindeutige St.-Corr. geben; die erstere macht es mit 3, nämlich den Tangentialpunkten der Doppelpunkte; und da 2 der Doppelpunkte in gerader Linie mit  $O$  liegen müssen, so fällt der Tangentialpunkt eines jeden der Punkte  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$  mit dem Restpunkte der zwei anderen zusammen.

Dass die 2-deutigen St.-Corr. keine neue  $C_3$ -Corr. geben, kann man so einsehen: bei beliebigem  $O$  giebt ein vorgeschriebener Doppelstrahl  $OLM$  2 zwei-deutige St.-Corr. mit je 3 anderen Doppelstrahlen; ferner giebt jeder  $C_3$ -Punkt, also auch  $L$ , als vorgeschr. Doppelpunkt 2  $C_3$ -Corr. (eine 3-periodische und eine 6-periodische) der beschriebenen Art; diese müssen verschiedenen St.-Corr. entsprechen; dasselbe gilt von allen 8 (von  $O$  getrennten) Schnittpunkten zwischen  $C_3$  und 4 zusammenhörenden Doppelstrahlen; also ist jeder dieser 8 Punkte Doppelpunkt für eine der zugehörigen St.-Corr. entsprechenden  $C_3$ -Corr. der fraglichen Art; weil eine solche einen oder 3 Doppelpunkte hat, müssen aus der St.-Corr. wenigstens 4 solche  $C_3$ -Corr. hervorgehen, also ebenso viele, wie die St.-Corr. überhaupt giebt; andere also unmöglich. (Übrigens müssen sich die Doppelpunkte, aus leicht ersichtlichen Gründen, so vertheilen, dass die 2 zu 6-periodischen  $C_3$ -Corr. gehörenden auf demselben Strahle liegen.)

5. Unsere Bemerkungen über den Zusammenhang der fraglichen Correspondenzen mit der Integration der Differentialgleichungen (8), (12), (19) haben uns bisher nicht über das Gebiet der algebraischen Functionen hinaus geführt. Man kann doch auch mittels Einführung der durch gliedweise Integration von (8) entstehenden *transcendenten* Functionen die Correspondenzfrage illustriren (wie sehr bekannt ist). Umgekehrt geben unsere vorige Auseinandersetzungen unmittelbar gewisse Eigenschaften der elliptischen Functionen.

Wenn wir in (8) die zwei Glieder links mit resp.  $du$  und  $du_1$  bezeichnen, so sind  $x$  und  $x_1$  eindeutige, doppelt periodische Functionen von  $u$  resp.  $u_1$  (durch beliebige Anfangsbedingungen



näher bestimmt, welche wir in den beiden Fällen dieselben sein lassen). Ferner sind zufolge (1) und (2)  $y$  und  $y_1$  rationale Functionen von  $x$  resp.  $x_1$  und denselben Quadratwurzeln, welche in (8) auftreten, also rationale Functionen von  $x$  und  $\frac{dx}{du}$  resp.

$x_1$  und  $\frac{dx_1}{du_1}$ , und die eindeutigen  $C_3$ -Corr. reduciren sich zufolge (8) zur  $(u, u_1)$ -Relation  $u_1 \pm u = C$ . Das obere Zeichen giebt immer symmetrische Corr., das untere nur in den 3 Fällen, da  $C$  kongruent mit einer halben Periode ist. Doppelpunkte sind nur im vorigen Falle möglich. Der durch das ABEL'sche Theorem beweisbare Satz, das  $v_1 + v_2 + v_3 \equiv K$  geradlinige Lage dreier Punkte  $v_1, v_2, v_3$  bedeutet,<sup>1)</sup> giebt das nähere über die Lage correspondirender Punkte; — oder man kann umgekehrt jenen Satz aus unseren vorigen Auseinandersetzungen bekommen.

Wie wir gesehen haben, ist doch nicht ohne jeder Ausnahme die Gruppe der eindeutigen algebraischen Transformationen einer Curve in sich selbst damit erschöpft, dass einem Elemente mit dem Argumente  $u$  das Element  $\pm u + C$  zugeordnet wird:<sup>2)</sup> bei harmonischen Curven ist auch die Zuordnung  $u_1 = \pm iu + C$  möglich, bei æquianharmonischen  $u_1 = \sqrt{j}u + C$  und  $u_1 = \sqrt{j}u + C$  d. h.  $u_1 = \pm ju + C$ ,  $u_1 = \pm j^2u + C$ . Die oben bewiesene Eindeutigkeit dieser Correspondenzen erfordert zufolge der Periodicität der elliptischen Function, dass kongruente  $u$  kongruente  $u_1$  geben, und umgekehrt. Hieraus folgt sofort, dass wenn die Wurzeln einer Gleichung  $R_4(x) = 0$  ein harmonischen resp. æquianharmonischen System bilden, eine der Gleichung  $dx = du\sqrt{R_4(x)}$  genügende elliptische Function  $x$  die Eigenschaft hat, dass jede Periode derselben mit  $i$  resp.  $j$  multiplicirt (oder dividirt) wieder eine Periode giebt (womit ja sogar die Unmöglichkeit einer einfachen Periodicität bewiesen ist).<sup>3)</sup> Hierauf verificirt man leicht die Cyclicität (Periodicität) der

<sup>1)</sup> S. z. B. CLEBSCH-LINDEMANN Vorlesungen über Geometrie p. 605—607.

<sup>2)</sup> A. HARNACK Math. Annalen Bd. IX p. 42.

<sup>3)</sup> Vgl. POINCARÉ's (nicht einwurfsfreie) Darst. Acta Math. VII, 13 ff.

aglichen Correspondenzen:  $u_1 = \pm iu + C$  giebt bei Iteration die Reihe  $u, \pm iu + C, \mp u + (\pm i + 1)C, \mp iu \pm iC, u$ , also die Periode 4; dagegen giebt  $u_1 = ju + C$  die Reihe  $u, ju + C, j^2u + (j + 1)C, u + (j^2 + j + 1)C = u$ , also die Periode 3;  $u_1 = -ju + C$  giebt aber  $u, -ju + C, j^2u + (-j + 1)C, -u + (j^2 - j + 1)C, u + (j^2 - j)C, -j^2u + j^2C, u$ , also die Periode 6;  $u_1 = \pm j^2u + C$  giebt nichts wesentlich neues.

6. Durch ihre Periodicität geben diese nur ausnahmweise vorkommenden Correspondenzen zu resp. 4-, 3- und 6-punktigen Involutionen Anlass. Bekanntlich existiren solche »cyclische Involutionen« auch auf einer beliebigen  $C_3$ ; aber die nun fraglichen weichen dadurch ab, dass sie zu keinem »STEINER'schen Punktepaare« gehören. Übrigens sei hier bemerkt, dass man überhaupt mit Bezug auf mehrdeutigen  $C_3$ -Corr. die 2 Fälle zu trennen hat, da die Corr. sich zur Integration einer Diff.-Gleichung

$$\frac{dx}{\sqrt{R_4(x)}} + \frac{dx_1}{\sqrt{R_4(x_1)}} = 0 \text{ reducirt oder reduciren kann, und da}$$

lies nicht (unmittelbar) der Fall sein kann. Zur letzten Classe gehören im allgemeinen die cyclischen Involutionen (obwohl sie durch Iteration von Corr. der ersten Classe entstehen). Ebenso unsere specielle Involutionen auf æquianharmonischen Curven. Zur ersten Classe gehören dagegen die speciellen Involutionen auf harmonischen Curven, welche ja unmittelbar zu einer eindeutigen und symmetrischen St.-Corr. sich reduciren können.

Auch sei bemerkt, dass unsere specielle Correspondenzen nach der Terminologie der Herren BRILL und HURWITZ <sup>1)</sup> keine »Werthigkeitscorrespondenzen« sind, was dagegen von den allgemeinen gilt: die centralen und nicht centralen haben resp. die Werthigkeiten + 1 und - 1.

7. Unser Hauptzweck ist gegenwärtig nur eine vollständige und möglichst einfache Herleitung der verschiedenen möglichen eindeutigen Correspondenzen und ihre Haupteigenschaften. Auf speciellere Eigenschaften werden wir nicht eingehen (dieselben hat man übrigens für die auf einer beliebigen  $C_3$  möglichen

<sup>1)</sup> A. HURWITZ Math. Annalen Bd. 28, p. 561 u. ff.

Correspondenzen schon ausführlich und nach verschiedenen Methoden studirt). Daher nur noch einige Worte über Correspondenzen auf elliptischen Curven *höheren Grades* als 3.

Jede solche Curve ( $C_n$ ) lässt sich bekanntlich in (1, 1)-deutiger Beziehung zu einer  $C_3$  setzen. Jede eindeutige  $C_3$ -Corr. geht hierbei in eine eindeutige  $C_n$ -Corr. über, und umgekehrt. Bei dieser Überführung bleiben Symmetrie, Periodicität und Anzahl der Doppelpunkte unverändert (wobei doch »Doppelpunkt« = Coincidenz auf demselben »Curvenzweige« = Coinc. in demselben »Functionenelemente« sein muss). Es gilt also z. B. ganz allgemein, dass eine eindeut. symmetrische Corr. auf einer elliptischen Curve entweder 4 oder keine Doppelpunkte hat. Andererseits kann sich vieles auf  $C_n$  und  $C_3$  sehr verschieden gestalten, und zwar kann eine Corr. auf der Curve höheren Grades sich gewissermassen einfacher präsentiren, als die entsprechende auf  $C_3$ . Als Beispiel diene die Curve

$$(20) \quad y^4 - y^2 + x^4 = 0$$

und ihre Symmetrie zur  $x$ -Axe, d. h. die Corr.  $x_1 = x$ ,  $y_1 = -y$ . Diese Corr. hat in der That keine wirkliche Coincidenzen: <sup>1)</sup>  $y=0$  giebt zwei getrennte Zweige  $\pm y = x^2 + \dots$ , und  $y = \infty$  4 getrennte Zweige; sie muss also die Transformation einer »Tangentialcorrespondenz« sein. Die 2 ebenso symmetrischen Corr.  $x_1 = x$ ,  $y_1 = \pm \frac{x^2}{y}$  haben dagegen je 4 Coincidenzen und stammen daher aus einer centralen  $C_3$ -Involution.

<sup>1)</sup> Möglicherweise kann man dies etwas merkwürdig finden. Ich habe früher (Om rotationsytors deformation, Lund 1886, p. 26, 27) die Unmöglichkeit solcher Vorkommnisse angenommen und ausgesagt (was doch für die dort behandelte Frage ohne Bedeutung war); und Herr G. Koss sucht (Några användningar af teorin för de algebraiska funktionerna, Upsala 1889, p. 59, 60) allgemeiner zu zeigen, dass auf jeder irreduc. Curve  $f(x, y^p) = 0$  ( $p = \text{Primzahl}$ ) die Corr.  $x_1 = x$ ,  $\frac{y_1^p - y^p}{y_1 - y} = 0$  wirkliche Coincidenzen haben muss, wobei ein Versehen begangen ist (was doch auch hier ohne reale Bedeutung sein dürfte).

Berichtigung: Im früh. Aufs. p. 49 Gl. (24) ist statt  $4(\alpha_1^2 - \gamma_1 \gamma_0)$  zu lesen  $4xy(\alpha_1^2 - \gamma_1 \gamma_0)$ .

# ÖFVERSIGT

AF

## KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

arg. 50.

1893.

Nº 4.

Onsdagen den 12 April.

### INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar.....	sld. 229.
CARLGREN, Ueber das Vorkommen von Bruträumen bei Aktinien.....	» 231.
CARLGREN, Zur Kenntniss der Septenmuskulatur bei Ceriantheen und der Schlundriinnen bei Anthosoan.....	» 239.
ELLGREN, Några observationer öfver trädgränserna i våra sydliga fjäll- trakter.....	» 249.
THORSTENSON, Tvänne nya Calamagrostis- och Carex-hybrider.....	» 268.
Rekreterarens årsberättelse.....	» 301.
Gåfver till Akademiens bibliotek.....	sidd. 230, 248, 300, 323.

Tillkännagafs, att Akademiens utländske ledamot, f. d. Pro-  
fessorn vid universitetet i Genève ALPHONSE DE CONDOLLE med  
löden afgått.

Hr. ROSÉN meddelade resultaten af de telegrafiska longituds-  
bestämningar, som af honom gemensamt med Dr. R. LARSSÉN  
blifvit utförda mellan Lund, Göteborg, Stockholm, Hernö och  
Torneå.

Professor AURIVILLIUS meddelade en af Filos. Licentiaten  
H. SCHÖTT författad afhandling med titel: »Beiträge zur Kennt-  
niss der Insektenfauna von Kamerun. I. Collembola», samt redo-  
gjorde för densammas innehåll. (Se Bihang till K. Vet. Akad.  
Handl.)

Herr WITTROCK meddelade en uppsats af Filos. Kandidaten  
G. THORSTENSON: »Tvänne nya Calamagrostis- och Carex-hybrider jemte ett och annat om deras respektiva stamarter».\*

Sekreteraren öfverlemnade för införande i Akademiens skrifter följande inlemnade uppsatser: 1:o »Om slutna konvexa kon-  
turer», af Docenten H. PETRINI (se Bihang etc.); 2:o »Measures  
of Nebulæ», af framlidne Professor H. SCHULTZ och efter hans  
död utgifna af Amanuensen C. A. SCHULTZ-STEINHEIL (se  
Bihang etc.); 3:o »Sphæriacæ imperfecte cognitæ. Studier i  
ELIAS FRIES' herbarium», af Filos. Licentiaten K. STARBÄCK  
(se Bihang etc.); 4:o »Några observationer öfver trädgränserna  
i våra sydliga fjälltrakter», af Filos. Dr. A. G. KELLGREN;\*  
5:o »Ueber das Vorkommen von Bruträumen bei Aktinien», af  
Filos. Licentiaten O. CARLGREN;\* 6:o »Zur Kenntniss der Sep-  
tenmuskulatur bei Ceriantheen und der Schlundrinnen bei An-  
thozoen», af densamme.\*

De för året anvisade statsmedel för instrumentmakeriernas  
uppmuntran beslöt Akademien låta i lika lotter tilldela mathe-  
matiske och fysiske instrumentmakarne P. M. SÖRENSEN och  
G. SÖRENSEN.

Följande skänker anmälades:

#### Till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

##### Stookholm. Generalstaben.

Generalstabens karta öfver Sverige. Bl. 81.

Norrbottnens läns kartverk. Bl. 27, 29, 35.

— *Ingeniörs-föreningen.*

Förhandlingar. Årg. 25(1890): H. 1-6. 4:o.

— *Svenska Sällskapet för Antropologi och Geografi.*

Ymer. Årg. 11(1891): H. 3-4. 8:o.

— *Svenska Turistföreningen.*

Årsskrift. År 1893. 8:o.

Cirkulär. N:o 11. 1893. 8:o.

##### Kristiania. Norges geografiske Opmaaling.

Generalkart. 1 : 400,000. Bl. X.

Topografiske Kart. 1 : 100,000. 5<sup>b</sup>, 6<sup>b</sup>, 30<sup>b</sup>, 31<sup>d</sup>, 42<sup>b</sup>, 43<sup>a</sup>, 45<sup>c</sup>, 52<sup>d</sup>,  
57<sup>a</sup>.

Geologiske Kart. 1 : 400,000. Tromsø Amt.

» » 1 : 100,000. 47<sup>a</sup>.

Kystkarter: Generalkart. B. 1 : 200,000.

Spezialkart. B. 1 : 50,000.

(Forts. å sid. 248.)

## Über das Vorkommen von Bruträumen bei Aktinien.

(Vorläufige Mitteilung).

VON OSKAR CARLGREN.

[Mitgeteilt den 12. April 1893 durch HJALMAR THÉEL.]

Nach allen beobachteten Fällen kommt unter den Zoantharien eine Befruchtung ausserhalb des Muttertieres nur selten vor. Anstatt dessen vollzieht sich so wohl die Befruchtung als die Furchung innerhalb der Gastrovasculärkammern des Muttertieres. In dem Gastralraum bleiben die Embryonen so lange, bis die Planula ausgebildet ist, und in diesem Zustande werden sie durch das Schlundrohr ausgeworfen. Einige Beobachtungen, dass die Embryonen eine längere Zeit innerhalb der Mutter verblieben, oder mit anderen Worten, dass wirkliche Bruträume bei den Aktinien sich finden, sind so weit mir bekannt nicht gemacht. Ich will hier unten einige interessante Observationen in dieser Richtung vorläufig mitteilen.

Ich habe zwei verschiedene Typen von Bruträumen gefunden.

*In dem einen Fall fungieren die Gastrovasculärkammern oder der Gastrovasculärraum selbst als Brutraum, in dem anderen finden sich in dem unteren Teile des Mauerblatts besondere Höhlungen (Einstülpungen des Ektoderms), in denen die Embryonen ihre postembryonale Entwicklung durchmachen.*

Unter den recht zahlreichen Sammlungen von nordischen und arktischen Aktinien in dem Reichsmuseum zu Stockholm, die ich auf Ermanung des Intendents des Reichsmuseums, Pro-

fessor HJALMAR THÉEL jetzt in Bearbeitung habe, finden sich mehrere Formen, die während der Vegaexpedition von Dr. A. STUXBERG eingesammelt wurden. Es war unter ihnen, dass ich die mit Bruträumen versehenen Actinien angetroffen habe. Sie stammen alle *aus dem arktischen Meer Sibiriens*.

Bei zwei zu verschiedenen Familien hörenden und wahrscheinlich neuen Species habe ich observiert, dass der Gastrovasculärraum oder die Kammern als Bruträume dienen. Von der einen Art, eine Paractide, finden sich in den Sammlungen vier Exemplare,<sup>1)</sup> von denen doch nur ein mit Jungen versehen war. Zwei von den übrigen waren nämlich männliche Individuen und das vierte war ein kleines Exemplar, das die in den Gastrovasculärkammern liegenden Jungen des ersten Exemplares an Grösse nur wenig übertrifft. Die Organisationsverhältnisse dieser Species, die hier unten besprochen werden, sind nach dem mit Jungen versehenen Tier, das zugleich das grösste Exemplar war, beschrieben.

Von diesem Tier habe ich zur anatomischen Untersuchung fast die eine Hälfte angewandt. Von den zahlreichen Septen fanden sich in dem ganzen Tier 24, die vollständig waren, von denen die zwölf ersten Paare sich an der ganzen oder fast ganzen Länge des Mauerblatts inserieren. Ausser einigen kleinen Jungen, die in den Gastrovasculärkammern sich fanden, traf ich in dem Teil des Tieres, den ich untersucht, vier grosse Jungen, von denen das grösste nicht minder als 10 mm. in Durchmesser und 7 mm. in Höhe mass. Sie lagen regelmässig in jedem zweiten Zwischenfache der untersuchten 7 Septenpaare erster und zweiter Ordnung.

Die grossen Jungen waren in der Hauptsache von der Gestalt des Muttertieres; bei drei von denen war doch der obere Rand des Mauerblatts über die Tentakeln herumgestülpt, bei dem vierten Exemplar waren doch recht zahlreiche knospen-

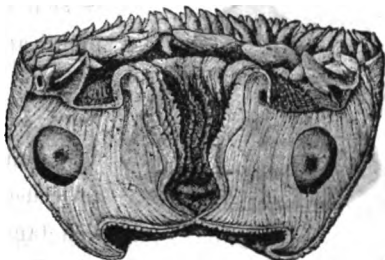
<sup>1)</sup> Das hier unten näher beschriebene Exemplar ist bei Lat. 69° 32' N., Long. 177° 41' W. aus 12 Faden Tiefe genommen; ein anderes von ungefähr demselben Ort und die zwei übrigen 20' östlich von Kap Jakut eingesammelt.

förmige Tentakeln sichtbar. Das Mauerblatt war mit zahlreichen, deutlichen Septeminserterien versehen und die Fusscheibe war wohl abgesetzt.

Ich gebe hier (Fig. 1) eine Abbildung in natürlicher Grösse von dem Teil des Tieres, den ich nicht zu der anatomischen Untersuchung angewendet habe, um die Lage und die respectable Grösse der Jungen in Verhältnis des Muttertieres anschaulich zu machen. Der Schnitt ist so getroffen, dass zwei Binnenflächen durchschnitten sind, so dass man die Längsmuskeln zweier Septen sieht. Das eine (rechte) representiert ein Septum erster, das andere (linke) ein Septum zweiter Ordnung. Um eine reichliche Cirkulation von Wasser und Nahrungspartikeln zu den grossen Jungen hervorzubringen sind die zwölf ersten Septenpaare mit ungewöhnlich grossen Randstomata versehen, während die Oralstomata unbedeutend sind (siehe Fig. 1).

Die andere beobachtete Species, bei der ein ähnliches Verhalten stattfindet, ist eine Junodide, wahrscheinlich eine Tealia, von der recht zahlreiche Exemplare<sup>1)</sup> in den Sammlungen des Reichsmuseums sich finden. Auch hier habe ich bei mehreren untersuchten Exemplaren grössere oder kleinere Junge in dem Gastralraum der zwischen den Septen gefunden. Infolge der starken Kontraktion eines Exemplares waren die Jungen in das Schlundrohr eingepresst, ja einige schienen in den Mundöffnung zu sitzen. Als ein Beispiel, dass auch bei dieser Form die Jungen bedeutende Grösse erreichen, ehe sie das Muttertier verlassen, kann ich an-

Fig. 1.



<sup>1)</sup> Es findet sich in den Sammlungen des Reichsmuseums von verschiedenen Lokalen des sibirischen Meeres Exemplare, die dieser Art ähnlich sind. Weil meine Untersuchungen nicht abgeschlossen sind, will ich hier nur für diese Art zwei Lokale anführen, wo dieselbe mit Sicherheit angetroffen worden ist. (20° östlich von Kap Jakau 12 Faden; Lat 67° 7' N. Long. 173° 24' W. 9—15 Faden).



führen, dass bei einem, doch stark kontrahierten Muttertier, dessen Fuss Scheibe 27 mm. in Durchmesser und dessen Mauerblatt 20 mm. Höhe besass, und dessen Gastrovasculärraum mehrere Cumanen im Digestionszustand enthielt, ein grosses Junge sich fand, dessen Durchmesser 7 mm. und dessen Höhe 10 mm. betrugen.

Am meisten interessant scheint mir doch der Fall, wo die Jungen in besonderen Höhlungen des Mauerblatts sich entwickeln. Unter den Exemplaren von der nächst voraus beschriebenen Species, die 20° östlich von Kap Jakan genommen worden sind, fanden sich drei Exemplare, die den vorigen stark ähnlich sind, aber wohl doch zu einer besonderen Art gehören; zwei von diesen erregten gleich meine Aufmerksamkeit, weil sie in den unteren Teilen des Mauerblatts mit ziemlich regelmässigen Knoten versehen zu sein

Fig. 2.



schienen. Bei genauer Betrachtung zeigte es sich indessen, dass diese Knoten von nichts anderem herrührten als von kleinen Jungen, die in longitudinalen Reihen, jedes in seinem Raum in den Teilen des Mauerblatts, die am meisten den Zwischenfächern<sup>1)</sup> der Septen entsprechen sich fanden, ja bei dem einen Exemplar

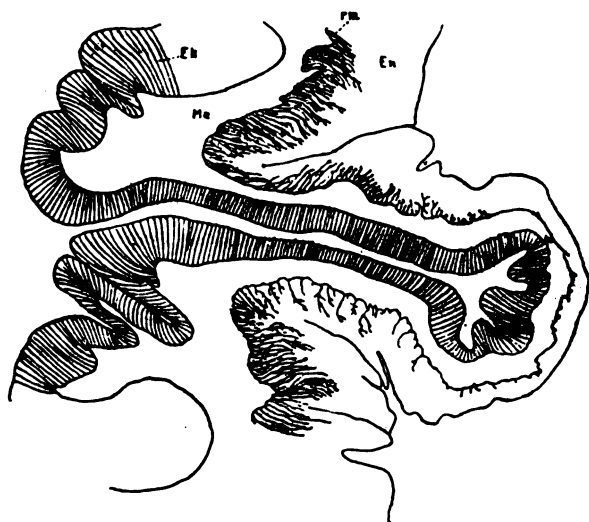
konnte man sogar unter der Lupe kleine Jungen mit ihren unbedeutenden Tentakeln aus den Höhlungen hervorspringen sehen. Nebestehende Fig. 2 zeigt uns das Exemplar ( $\frac{1}{2}$  Mal vergrösst), bei dem die Jungen am besten entwickelt waren. Die schwarzen Höhlungen der Figur sind solche, die von den Jungen verlassen waren oder aus welchen die Jungen von mir wegpräpariert sind.

Die Höhlungen, in denen die Jungen leben, sind wie oben gesagt nichts anderes als starke Ektodermeinstülpungen, die nach dem Gastralraum zu je nach der Entwicklung der Embryonen grössere oder mindere rundliche Säckchen vorstellen. Bei den zwei mit Jungen versehenen Exemplaren waren nach aussen das

<sup>1)</sup> Auch in den Teilen, die den Binnenfächern entsprechen, kann man auch Junge sehen, aber sie sind hier weniger zahlreich.

Ektoderm und das Mesoderm etwas über das Lumen hervor-  
gewölbt. In der Mitte dieser flachen Erhöhung war eine grössere  
oder mindere Öffnung, oft waren doch die Ränder der Einstül-  
pung gegen einander stark zusammengepresst.

Bei den drei Exemplaren, die ich angetroffen habe, befinden  
sich die Einstülpungen auf etwas verschiedenen Stadien der  
Entwicklung. Bei einem Exemplar waren Einstülpungen vor-  
handen, aber keine Jungen konnten in ihnen entdeckt werden.  
Die Einstülpungen, die oft deutlich in beginnendem Stadium  
der Entwicklung sich befanden, sind also vorhanden, ehe die

Fig. 3. <sup>1)</sup>

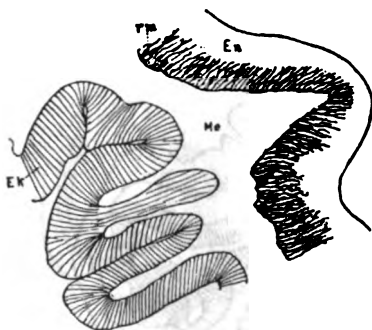
Embryonen in sie ihre Wohnungsort einnehmen. Nebenstehende  
Figur 3 zeigt einen Längsschnitt von dem Mauerblatt durch  
eine solche Einstülpung gehend. Das Ektoderm des Lumens ist,  
obschon nicht so hoch als das Ektoderm des Mauerblatts im  
Allgemeinen, doch von bedeutender Höhe. Dasselbe Verhältnis  
findet auch in Bezug auf das Mesoderm statt. Die Ringmuskul-

<sup>1)</sup> Für die Figuren 3, 4 und 5 gelten folgende Bezeichnungen:

*Ek*: Ektoderm, *Me*: Mesoderm, *En*: Entoderm, *rm*: Ringmuskelschicht  
des Mauerblatts. HARTNACK Oc. 2, Obj. 4. Vergrößerung  $\frac{2}{3}$ , von den  
Originalfiguren.

latur des Mauerblatts ist auf der Einstülpung, besonders in dem Boden der Höhlung, bedeutend schwächer als da, wo keine Einstülpung vorhanden ist, wie man an der Figur 4 ersehen kann, die ein Schnitt hervorstellt, der auf derselben Weise wie der in der Figur 3 abgebildeten, aber etwas ausserhalb der Einstülpung geführt wurde.

Bei dem anderen Exemplare waren kleine Embryonen in mehreren Einstülpungen vorhanden. Die Embryonen waren nicht weit in Entwicklung gekommen, keine Tentakeln konnten bei dem Embryo, den ich geschnitten habe, entdeckt werden und das Innere des Körpers war ganz und gar mit Dotterzellen erfüllt.

Fig. 4.<sup>1)</sup>

Ein etwas anderes Bild als das, welches wir in der Figur 3 sehen, erhält man, wenn man Schnitte durch eine Höhlung, in der Junge sich finden, macht. Nebestehende Figur 5 zeigt uns eine solche, etwas schematisierte Abbildung eines Längsschnittes durch das Mauerblatt, der einen Brutraum,

mit einem Embryo durchschneidet. Der Schnitt ist von dem Exemplar, bei dem die Embryonen am besten entwickelt waren, genommen.

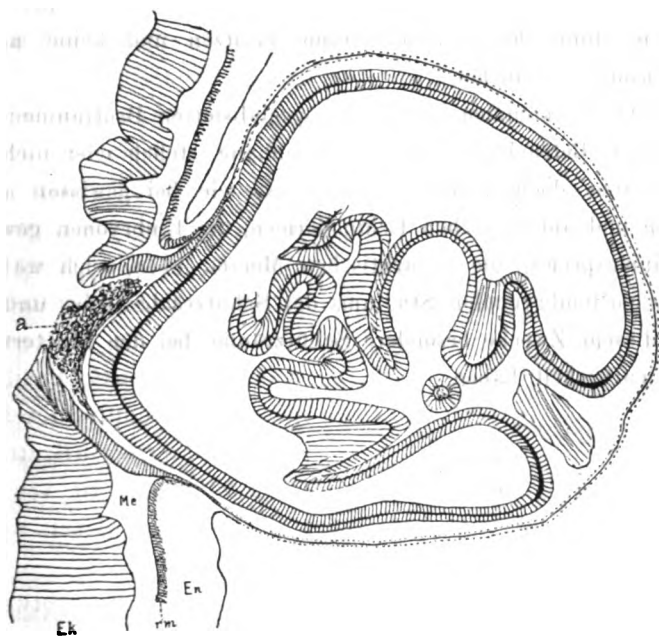
Mit dem Zuwachse der Jungen ist es natürlich notwendig die Höhlungen, in denen sie liegen, zu vergrössern. Das Mesoderm der hier sackartigen Bildung ist in dem ganzen Brutraum zugleich mit dem anscheinend gänzlichen Schwinden der Muskelschicht sehr dünn geworden. Das Ento- und Ektoderm ist ebenso zu einem sehr dünnen Membran reduziert. Nur in den Teilen, an denen die Einstülpung sich mit dem übrigen Teil des Mauerblatts verbindet, erreichen die Gewebe eine etwas grössere Mächtigkeit. Über die Höhlung ist das Mesoderm teilweise zipfelförmig ausgezogen.

<sup>1)</sup> Vergrösserung siehe Fig. 4.

Die am besten entwickelten Embryonen massen im Durchmesser etwa 1—1,5 mm. und waren mit einem Zwölfzahl Tentakeln und mit gut entwickelter Ringmuskelschicht des Mauerblatts und Längsmuskelschicht der Septen versehen.

Keine Öffnung zwischen dem Brutraum und dem Inneren des Tieres ist vorhanden; die Embryonen müssen also von aussen in die Brutkammern gelangen.

Fig. 5.<sup>1)</sup>



Sollen wir uns denken, dass die Befruchtung bei diesen Species ausserhalb oder innerhalb des Muttertieres stattfindet? Es ist natürlicherweise recht schwer das a priori zu sagen. Bei den Species, wo die Jungen in dem Gastralraum zurückbleiben, werden wohl auch die Eier ohne Zweifel wie im Allgemeinen

<sup>1)</sup> a. Durch Schleim zusammengepackte fremde Gegenstände, die die Öffnung des Brutraums nach aussen fast ausfüllen. HARTNACK. Oc. 2 mit ausgezogenem Tubus. Obj. 2.  $\frac{2}{3}$  von den Originalfiguren. Alle Details des durchgeschnittenen Junges sind nicht gezeichnet.

bei den Actinien innerhalb des Muttertieres befruchtet. In dem anderen Fall, wo bei dem Muttertier besondere Einrichtungen um die jungen Embryonen zu schützen sich finden, hält ich, ohne die Möglichkeit einer inneren Befruchtung verneinen zu wollen, eine äussere Befruchtung der Eier nicht für ausgeschlossen. Wenn nämlich die Befruchtung und die Bildung der Planula innerhalb des Muttertieres stattfinden, sollten ja, scheint es mir, die jungen Embryonen in dem Gastrovasculärraum und in den Gastralkammern als bei den anderen hier oben beschriebenen Species hinreichende Schützräume besitzen und keine andere aufzusuchen bedürfen.

Das Vorkommen besonderer specialisierten Bruträumen mag mit der Befruchtung in Zusammenhang stehen oder nicht, so viel steht doch vorläufig fest, dass, wie bei gewissen arktischen und antarktischen Echinodermen, die Embryonen gewisser Actinienspecies, die in arktischen Meeren leben, auch während eines postembryonalen Stadiums des Schutzes bedürfen und dass zu diesem Zwecke besondere Schützräume bei den Muttertieren sich entwickelt haben.

---

## ur Kenntnis der Septenmuskulatur bei Ceriantheen und der Schlundrinnen bei Anthozoen.

Von OSKAR CARLGREN.

[Mitgeteilt den 12. April 1893 durch HJALMAR THÉEL.]

Die Septenmuskeln der Ceriantheen sind wie bekannt recht schwach entwickelt, was mit der starken Entwicklung der Längsmuskulatur des Mauerblatts zusammenhängt. Dass in der Literatur mehrere verschiedene Angaben über die Anordnung dieser Muskeln sich finden, ist wohl auch auf diesen Umstand zurückzuführen. HEIDER, <sup>1)</sup> der *Cerianthus membranaceus* untersucht hat, sagt, dass die Muskeln auf beiden Seiten der Septen longitudinal verlaufen; O. und R. HERTWIG <sup>2)</sup> dagegen, deren Untersuchungsmaterial aus *Cerianthus membranaceus* und *C. solitarius* bestand, geben an, dass transversale Muskeln auf beiden Seiten der Septen sich vorfinden, »was man am schönsten sieht, wenn man ein Septum sammt dem angrenzenden Teil des Schlundrohrs herausprepariert und glatt ausbreitet.« Nach DANIELSSEN <sup>3)</sup> tragen bei *Cerianthus borealis* die Septen auf beiden Seiten Längsmuskeln und wahrscheinlich auch Quermuskeln. Nach diesem Verfasser scheint auch bei *Cerianthus Vogti* <sup>4)</sup> mit

<sup>1)</sup> A. v. HEIDER *Cerianthus membranaceus*. Sitz. K. Akad. Wiss. Wien, Bd. 79, 1879, p. 236.

<sup>2)</sup> O. und R. HERTWIG *Die Actinien*, Jena 1879, p. 117, 123.

<sup>3)</sup> D. C. DANIELSSEN *Cerianthus borealis*. Bergens Mus. Aarsberetn. 1888, p. 7.

<sup>4)</sup> D. C. DANIELSSEN *Den Norske Nordhavs-Expedition 1876—78*. 19 Zoologi. Christiania 1890 p. 139, 141.

Ausnahme der zwei (!) Richtungsseptenpaare, die in den interseptalen Räumen mit Längsmuskeln, in den intraseptalen dagegen mit Quermuskeln versehen sein sollen, dasselbe Verhalten vorzuliegen. McMURRICH <sup>1)</sup> beschreibt die Muskelanordnung der Septen bei *C. americanus* etwa auf derselben Weise wie O. u. R. HERTWIG die bei *C. membranaceus*. Schliesslich giebt BOVERI <sup>2)</sup> für eine *Arachnactis*-art an, »dass die Muskelfibrillen der beiden Seiten eines jeden Septums sich unter annähernd rechtem Winkel kreuzen und dass die beiden Muskellamellen eines jeden Richtungsseptums zu denen aller übrigen Septen der gleichen Seite entgegengesetzt orientiert sind.«

Wie sind die Septenmuskeln bei Ceriantheen wirklich angeordnet? Ich glaube wenigstens teilweise diese Frage beantworten zu können. In einer bei der Königl. Academie der Wissenschaften eingereichten Abhandlung, <sup>3)</sup> die sich jetzt im Drucke befindet, habe ich eine Cerianthusart, die wahrscheinlich mit *C. LLOYDII* identisch ist, anatomisch beschrieben. Als ich zuerst bei dieser Form eine Anordnung der Septenmuskulatur fand, die nicht mit einer voraus beschriebenen übereinstimmte, war ich geneigt anzunehmen, dass sie für diese Species charakteristisch war. Weil ich indessen jetzt in den Actinienssammlungen des Reichsmuseums zu Stockholm drei andere Cerianthus-Arten <sup>4)</sup> gefunden habe, bei denen dieselbe Anordnung der Septenmuskeln sich vorfindet, habe ich schon jetzt die Resultate meiner Studien veröffentlichen wollen, weil es wohl wahrscheinlich ist, dass diese Anordnung in der Hauptsache für alle Ceriantheen gilt, da sie nach allen Untersuchungen eine sehr homogene Gruppe zu bilden scheinen.

<sup>1)</sup> J. PLAYFAIR McMURRICH Contributions of the morphology of the Actinaria  
1. The Structure of *Cerianthus americanus*. Journ. of Morph. Vol. 4.  
1890, p. 147.

<sup>2)</sup> TH. BOVERI, Über Entwicklung und Verwandtschaftsbeziehungen der Actinien.  
Zeit. für wiss. Zool. 49 Bd. 1889, p. 488.

<sup>3)</sup> Kongl. Svenska Vet.-Akad. Handl. Bd 25, No 10.

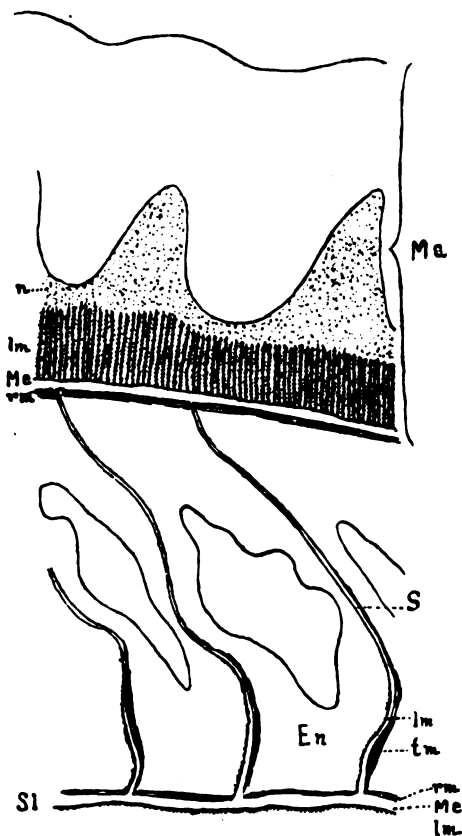
<sup>4)</sup> Zwei dieser Specien sind aus Messina vom Professor HJALMAR THILM und Dr. A. APPELLÖF mitgebracht und so weit ich sehen kann keine anderen als *C. membranaceus* und *C. solitarius*, die dritte ist von Grönland (*Discospora*).

Die Anordnung und das Aussehen der Septenmuskeln bei diesen Arten stimmen so mit einander überein, dass wir sie in einem Zusammenhange behandeln können. So weit ich haben können, tragen diese Ceriantheen auf der von dem Richtungsseptenpaar abgewandten Seite longitudinale, auf der entgegengesetzten, gegen die Richtungssepten zugewandten, transversale Muskeln.

Fig. 1.

Wenn man den obersten Teil einer von diesen Cerianthusarten in Querschnitte zerlegt, und die Schnitte mit Boraxcarmin oder mit Hämatoxylin und Eosin färbt, kann man diese Anordnung der Septenmuskulatur ohne Schwierigkeit sehen. Besonders gilt es von den transversalen Muskeln, die im solchen Falle das Aussehen von einem der Länge nach geschnittenen Bande, das bisweilen in Mächtigkeit fast das ganze Mesoderm des Septums erreicht, erhalten.

Auf der entgegengesetzten Seite werden die Muskeln quer durchgeschnitten und verlaufen folglich longitudinal (Fig. 1). Obschon das Mesoderm hier, um die Fläche der Muskellamelle zu vergrößern, oft in mehreren dicht stehenden aber doch unbedeutlichen Falten gelegen ist, sind die Längsmuskeln bedeutend schwächer als die transversalen Muskeln und können bei schräg getroffenen Querschnitten etwas





leicht bei flüchtiger Betrachtung der Aufmerksamkeit entgehen. Besonders sind sie an Flächenpreparaten<sup>1)</sup> schwer zu entdecken, während dagegen die transversalen sehr deutlich hervorstehen.

Es ist indessen nicht in allen Teilen der Septen, wo man eine solche einigermaßen wohlentwickelte Muskulatur antrifft. Nur in den Septenteilen, die sich am Schlundrohr inserieren, finden sich Muskeln; unterhalb des Schlundrohrs scheinen sie, wie schon v. HEIDER<sup>2)</sup> angiebt, ganz und gar zu fehlen. Querschnitte, die die Septen auf der Höhe der unteren Teilen des Schlundrohrs treffen, geben nicht einmal gute Bilder der Muskelanordnung, weil die Muskeln sehr schwach sind. Das hier dünne Mesoderm der Septen ist überall von derselben Dicke; in den Septenpartien dagegen, die zunächst dem mittleren und in dem oberen Teil des Schlundrohrs liegen, ist es bedeutend dicker als in den Septeninsertionen am Mauerblatt. Es ist in dieser verdickten Partie des Mesoderms, wo man die oben beschriebene Muskelanordnung deutlich sehen kann. Nach der gegen das Mauerblatt zugekehrten Seite zu, werden die Septenmuskeln auf demselben Mal, wie die Stützsubstanz dünner wird, nach und nach schwächer und scheinen eine auf der Seite, wo die Längsmuskeln liegen, etwas mehr transversaler Stellung einzunehmen, bis sie an den Insertionsstellen des Mauerblatts kaum entdeckt werden können. Auf den schmalen Richtungssepten sind die Muskeln bedeutend schwächer entwickelt als in den übrigen Septen und werden auf Querschnitte durch das Tier oft etwas schräg getroffen; in den oberen Septenpartien scheinen sie indessen meist in transversaler Richtung, in den unteren dagegen überwiegend in longitudinaler zu gehen.

Wie bekannt hat man schon lang bei den Ceriantheen eine bilaterale Symmetrie gesehen. HAACKE bezeichnete in seiner Arbeit »Zur Blastologie der Korallen«<sup>3)</sup> die Seite, wo das Rich-

<sup>1)</sup> Die Flächenpreparate sind einfach in der Weise zugefertigt, dass der obere Teil eines Septums mit einem Stückchen von dem Schlundrohr herausgeschnitten und ungefärbt in Toluol eingelegt worden sind.

<sup>2)</sup> A. v. HEIDER loc. cit. p. 236.

<sup>3)</sup> W. HAACKE, Jenaische Zeits. Bd. 13, 1879, p. 294.

tungsseptenpaar sich befindet, als die dorsale, die entgegengesetzte, (wo die Neubildung von Septen stattfindet) als die ventrale. Um die Schlundrinne bei den Alcyonarien mit der der Ceriantheen zu vergleichen, nennen O. und R. HERTWIG<sup>1)</sup> dagegen im Gegensatz zu HAACKE den Teil des Tieres, wo die Richtungssepten stehen, den ventralen und den entgegengesetzten den dorsalen, zu welcher Bezeichnungsweise VOGT,<sup>2)</sup> BOVERI<sup>3)</sup> und andere Verfassern sich angeschlossen haben.

Welche dieser Bezeichnungsweisen ist vorzuziehen, wenn wir dies von KÖLLIKER<sup>4)</sup> zuerst für die Alcyonarien eingeführte Unterscheiden der ventralen und dorsalen Körperseite beibehalten? Oder m. a. W. entsprechen die Schlundrinne der Ceriantheen, die der Alcyonarien und die ventrale Schlundrinne der Edwardsien einander, wie es die Gebrüder HERTWIG anzunehmen scheinen? Um diese Fragen zu beantworten stehen uns wenigstens gegenwärtig, so weit ich einsehen kann, nur die Septen und ihre Muskelanordnung zu Diensten.

Folgen wir der von O. und R. HERTWIG vorgeschlagenen Bezeichnung, so dass wir die Schlundrinne der Ceriantheen mit der ventralen der Edwardsien und mit der der Octactinien, die doch wie bekannt recht oft vermisst wird,<sup>5)</sup> vergleichen, kommen einerseits die Längsmuskeln der lateralen Septen so wohl bei den Edwardsien wie bei den Alcyonarien auf derselben d. h. auf der (ventralen) Schlundrinne zugewandten Seite zu liegen, während anderseits bei den Ceriantheen die Längsmuskeln der Septen

<sup>1)</sup> loc. cit. p. 114.

<sup>2)</sup> C. VOGT, Des genres *Arachnoidis* et *Cerianthus* Arch. d. Biol. T. 8, 1888, p. 1.

<sup>3)</sup> BOVERI, loc. cit.

<sup>4)</sup> A. KÖLLIKER, Anatomisch-systematische Beschreibung der Alcyonarien Abb. d. Senckenb. Naturf. Gesellschaft Bd. 7 und 8, 1872.

<sup>5)</sup> Durch die Untersuchungen von S. J. HICKSON, (Phil. Trans. R. Soc. London, vol. 174, 3, 1883, p. 693) kennen wir, dass bei den Pennatuliden und den Gorgoniden oft eine Schlundrinne fehlt. Interessant ist die Angabe HICKSONs, dass bei *Villogorgia* (p. 697), die eine ventrale Schlundrinne vermisst, eine dorsale Schlundrinne (a deep groove) vorhanden ist, die sich doch nur dadurch von dem übrigen Schlundrohr unterscheidet, dass das Epitel der Schlundrinne kürzer als das des übrigen Teils des Schlundrohrs ist.

auf der entgegengesetzten d. h. der Schlundrinne abgewandten Seite sich befinden. Es giebt wie es mir scheint in diesem Falle keine Möglichkeit die Septenmuskeln der Ceriantheen mit den der übrigen Anthozoen zu vergleichen.

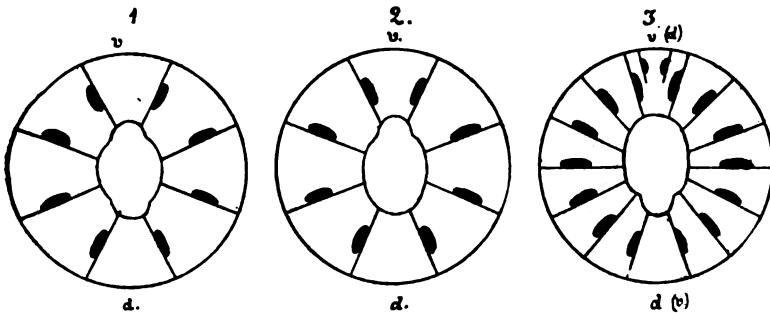
Ganz Anderes wird das Verhältnis, wenn wir dagegen ansehen, dass das (nach O. u. R. HERTWIG ventrale) Richtungsseptenpaar bei Ceriantheen und die dorsalen Richtungssepten der Alcyonarien einander entsprechen. Alle übrigen Septen bei beiden Gruppen kommen da eine correspondierende Stellung einzunehmen, d. h. alle Septen tragen auf der gegen das Richtungsseptenpaar zugewandten Seite transversale, auf der abgewandten longitudinale Muskeln. Man kann sich denken, dass die Ceriantheensepten dadurch entstanden sind, dass in der ventralen Kammer bei einem Alcyonarien-artigen (d. h. im Bezug auf die Septen wie eine Octactinie aufgebautem) Tier, ehe noch eine Schlundrinne sich entwickelt hat,<sup>1)</sup> neue Septenpaare von den ventralen (nach O. u. R. HERTWIG) gegen die dorsale Seite des Tieres angelegt worden sind.<sup>2)</sup> Die drei Septen, die zu beiden Seiten und in unmittelbarer Nähe der Richtungssepten liegen, sollten also mit diesen zusammen den Octactiniensepten entsprechen (Siehe die schematische Figur 2, 1 und 2).

<sup>1)</sup> Das Auftreten einer Schlundrinne scheint nämlich immer eine weitere Septenentwicklung zwischen den zwei Septen, die die Schlundrinne umfassen, zu verhindern.

<sup>2)</sup> Infolge seiner Untersuchung über die Embryonen und die ausgewachsenen Tiere von *Arachnactis*, deren Septenmuskeln eine ähnliche Stellung als die der Edwardsien einnehmen sollen, leitet BOVERI (loc. cit. p. 489) die Ceriantheen von einem Edwardsiaartigen Tiere auf derselben Weise ab, wie ich mir sie aus einem in Betreff der Septen Alcyonarien-artigen Tier entstanden vorgestellt habe. E. VAN BENEDEN (Arch. d. Biologie T. 11, 1891) dagegen bezweifelt, dass diese Theorie von BOVERI richtig ist (loc. cit. p. 142). Nach Aufgabe von BENEDEN (loc. cit. p. 127) sollte auch BOVERI selbst über die Anordnung der Muskeln bei den *Arachnactis*-embryonen, die er untersucht, nicht ganz sicher sein. Die Angaben der Septenmuskeln bei der ausgewachsenen *Arachnactis* scheint mir auch weitere Bestätigung zu erfordern. Auch MCMURRICH (Journ. of Morphology, Vol. 5, No 1, 1891) leitet die Ceriantheen von einem Edwardsiastadium ab. Nach meinen Angaben über die Septenanordnung bei Ceriantheen ist es wohl schwer die Theorie von BOVERI aufrecht zu halten.

Das Verhältniß wird dasselbe, wenn man das Richtungsseptenpaar der Ceriantheen mit den dorsalen Richtungssepten der Edwardsien vergleicht; die lateralen Septenmuskeln bei den Edwardsien kommen dann dieselbe Stellung einzunehmen wie die Muskeln der übrigen Ceriantheensepten. Wenn wir also die Namen ventral und dorsal beibehalten, so müssen wir nach meiner Meinung bei den Ceriantheen die ventrale (nach O. und R. HERTWIG) Seite dorsal und vice versa nennen, folglich *die von HAACKE aufgestellte Terminologie aufrecht halten*.

Fig. 2.



Schematische Bilder der Septenanordnung 1) einer Edwardsia, 2) einer Octactinia und 3) eines Cerianthus, d. dorsale oder vordere Partie, v. ventrale oder hintere Partie. Die Bezeichnungen innerhalb der Parentesen sind nach O. und R. HERTWIG. Die Richtungssepten der Ceriantheen sind, um die Homologie mit denselben der anderen Gruppen besser zu sehen, als die derselben gezeichnet.

E. VAN BENEDEN <sup>1)</sup> und E. B. WILSON, <sup>2)</sup> die wie SEDGWICK <sup>3)</sup> und CALDWELL die Coelomsacke mit den Gastrovasculärkammern der Actinozoen (besonders mit den der Ceriantheen) identifizieren, haben eine andere Bezeichnungsart für die Ceriantheen eingeführt. Sie betrachten die Seite des Tieres, wo sich die Richtungssepten und die Schlundrinne sich befinden, als den vorderen Teil des Tieres, die entgegengesetzte, wo die Neubildung der Septen stattfindet, als den hinteren. Wenn wir diese

<sup>1)</sup> E. VAN BENEDEN, Recherches sur le développement des Arachnactis, Arch. d. Biol. T. 11, 1891, p. 119.

<sup>2)</sup> E. B. WILSON, The mesenterial filaments of the Alcyonaria. Mitt. Zool. Stat. zu Neapel, Bd. 5, H. 1, p. 25.

<sup>3)</sup> A. SEDGWICK, On the Origin of Metameric Segmentation and some other Morphological Questions. Quart. Journ. Microsc. Science 93, 1884, p. 43.  
Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1893. Årg. 50. N:o 4. 2

geniale Bezeichnungart acceptieren, die mir viel besser als die ältere und irreleitende, ventral und dorsal, erscheint, so müssen wir sagen, dass bei den Ceriantheen eine vordere Schlundrinne existiert.

Ein ganz anderes Verhalten bieten die Alcyonarien; hier dürfte es, so weit ich verstehen kann, eine hintere Schlundrinne sein, die zur Entwicklung gekommen ist. Das dorsale Richtungs-septenpaar der Alcyonarien entspricht nämlich, wie ich oben gezeigt habe, dem Richtungsseptenpaar der Ceriantheen, diese Partie ist ja die vordere, die entgegengesetzte also die hintere (ventrale). In das Vorkommen nur einer hinteren (ventralen) Schlundrinne stimmen die Zoantheen mit den Octactinien überein, indem die Längsmuskeln, die nach BOVERI <sup>1)</sup> den lateralen Edwardsia-septen entsprechen, auf der der Schlundrinne zugewandten Seite der Septen liegen.<sup>2)</sup>

Dehnen wir diese Terminologie auch auf die Edwardsien aus, so müssen wir, was aus dem oben aufgeführten notwendigerweise hervorgeht, die dorsale Schlundrinne die vordere, die ventrale Schlundrinne die hintere nennen.

*Die Ceriantheen sind also mit einer vorderen oder dorsalen,<sup>3)</sup> (nicht ventralen,<sup>4)</sup> O. und R. HERTWIG), die Alcyonarien und die Zoantheen mit einer hinteren oder ventralen Schlundrinne versehen. Von den zwei Schlundrinnen, die bei den Edwardsien<sup>5)</sup> und in der Regel auch bei den Hexactinien sich finden, entspricht die dorsale einer vorderen, die ventrale einer hinteren Schlundrinne.*

<sup>1)</sup> BOVERI, l. c. p. 496.

<sup>2)</sup> Durch diese Annahme kommt wie bei den Ceriantheen die Vermehrung der Septen bei den Zoantheen hauptsächlich in dem hinteren (ventralen) Teil des Körpers stattzufinden. Mit Ausnahme der zwölf Septen, die nach BOVERI den zwölf Hexactiniensepten entsprechen, werden alle übrigen Septen von vorn nach hinten angelegt.

<sup>3)</sup> Es verdient bemerkt zu werden, dass die Namen ventral und dorsal, die KÖLLIKER vorgeschlagen hat, willkürlich gewählt sind.

<sup>4)</sup> Auch v. BENEDEN ist der Ansicht, dass die Schlundrinne der Ceriantheen und die der Alcyonarien einander entsprechen, loc. cit. p. 118.

<sup>5)</sup> Die Schlundrinnen der Edwardsien scheinen immer so weit bisher bekannt schwach entwickelt zu sein.

Es bleibt doch eine Frage übrig. Fungieren die zwei Schlundrinnen, die vordere (die dorsale) und die hintere (die ventrale) auf dieselbe Weise, oder dient vielleicht die eine als Ein-, die andere als Ausströmungsöffnung des Wassers? Wenn die Vermutung der Gebrüder HERTWIG <sup>1)</sup> richtig wäre, ist kein Unterschied in der Funktion der zwei Schlundrinnen vorhanden. Sie dürften beide Einführungsöffnungen sein. In solchem Falle wäre es nichts merkwürdiges, dass bei den Alcyonarien, die nur eine und zwar eine hintere Schlundrinne haben, diese zu Einführung des Wassers dient.<sup>2)</sup> Im anderen Fall, wenn bei den Actinien mit zwei Schlundrinnen die vordere zur Einführung, die hintere zur Ausführung des Wassers dient, wird es etwas schwieriger die Funktion der Schlundrinne bei Alcyonarien zu verstehen und sie kann nur durch einen Funktionswechsel erklärt werden. Einige Untersuchungen über die Funktion der beiden Schlundrinnen bei den Edwardsien und den Hexactinien sollten darum von recht grossem Interesse sein.

<sup>1)</sup> Die Gebrüder HERTWIG sagen, loc. cit. p. 57: »Wenn die Wandungen des Schlundrohrs aneinandergelegt sind und der Mund geschlossen ist, bleiben sie (die Schlundrinnen) geöffnet und wird demnach ihre Bedeutung wohl darin bestehen, dass durch sie fortwährend ein Wasserstrom in das Innere des Körpers hineingetrieben wird.«

<sup>2)</sup> HICKSON (loc. cit. p. 694) und WILSON (loc. cit. p. 24) geben an, dass die Schlundrinne der Octactinien als Ein-, der übrige Teil des Schlundrohrs als Ausführungsöffnung des Wassers funktioniert. Dasselbe sagt SEDGWICK (loc. cit. p. 53) von *Peachia*, eine Actinie mit nur einer Schlundrinne.

**Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.**

(Forts. från sid. 230.)

**Barcelona.** *Academia de ciencias médicas de Cataluña.*

RAMON Y CAJAL, S., Nuevo concepto de la histología de los centros nerviosos. Barcelona 1893. 8:o.

**Belfast.** *Natural history & philosophical society.*

Report and proceedings. 1891/92. 8:o.

**Berlin.** *K. Preussische Akademie der Wissenschaften.*

Sitzungsberichte. Jahrg. 1892: 41—55 & TR.

Politische Correspondenz Friedrich's des Grossen. Bd 19. 1892. 8:a.

— *Deutsche entomologische Gesellschaft.*

Deutsche entomologische Zeitschrift. Jahrg. 1893: H. 1. 8:o.

— *Physikalische Gesellschaft zu Berlin.*

Die Fortschritte der Physik. Jahrg. 42(1886): Abth. 1—3. 8:o.

**Bruxelles.** *Académie R. des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.*

Annuaire. An. 59(1893). 8:o.

— *Société entomologique de Belgique.*

Annales. T. 34. 1890. 8:o.

Mémoires. 1. 1892. 8:o.

— *Société R. malacologique de Belgique.*

Annales. T. 15(1880): Fasc. 2; 25(1890)—26(1891). 8:o.

Procès-verbaux des séances. T. 19(1890): 9—12; 20(1891)—21(1892): 1—9. 8:o.

**Buenos Aires.** *Sociedad científica Argentina.*

Anales. T. 34(1892): Entr. 1—6. 8:o.

**Caen.** *Société Linnéenne de Normandie.*

Mémoires. Vol. 17: F. 1. 1892. 4:o.

**Calcutta.** *Geological survey of India.*

Memoirs.

Palæontologia Indica. Index to the genera and species described up to the year 1891. 1892. Fol.

Contents and index of Vol. 1—20(1859—83). 1892. 8:o.

Records. Vol. 25(1892): P. 1—4. 8:o.

— *Indian museum.*

SCLATER, W. L., List of the Batrachia. Lond. 1892. 8:o.

**Cambridge, U. S. A.** *Museum of comparative zoology at Harvard college.*

Bulletin. Vol. 16: N:o 11; 23: 4—6; 24: 1—2. 1892—93. 8:o.

Annual report of the curator. 1891/92. 8:o.

**Chapel Hill.** *Elisha Mitchell scientific society.*

Journal. Vol. 9(1892): P. 1. 8:o.

**Frankfurt a/M.** *Senckenbergische naturforschende Gesellschaft.*

Abhandlungen. Bd 18: H. 1. 1892. 4:o.

(Forts. å sid. 300.)

## Några observationer öfver trädgränserna i våra sydliga fjälltrakter.

Af A. G. KELLGREN.

[Meddeladt den 12 April 1893 genom A. G. NATHORST.]

Under resor i norra Dalarne 1890 påbörjades en serie observationer öfver skogsträdens höjdgränser, hvarom jag meddelat en kort redogörelse i Botaniska Notiser.<sup>1)</sup> Dessa studier fortsattes följande år, då jag besökte en del nya lokaler i Dalarne samt företog en exkursion till Fämundsjön i Norge. Intresset för hithörande frågor hade nu ökats genom ett i slutet af 1890 utkommet arbete af O. KIHLMAN,<sup>2)</sup> hvaruti framställes en hypotetisk förklaring af vissa egendomligheter hos de skandinaviska barrträdsgränserna. Äfven om detta års undersökningar har jag lemnat ett meddelande i Botaniska Notiser.<sup>3)</sup> Sommaren 1892 hade jag vidare tillfälle att i nordvestra Härjedalen egna mig åt liknande studier samt att företaga torfmosseundersökningar ofvan trädgränserna för att söka konstatera möjligen inträffade oscillationer i dessa. I sammanhang med en redogörelse för dessa undersökningar har jag nu velat lemna en utförligare sådan för mina iakttagelser i Dalarne och Norge för att kunna gifva en så vidt möjligt är öfverskådlig framställning af skogsregionerna uti dessa trakter.

<sup>1)</sup> A. G. KELLGREN, Om de skogbildande trädens utbredning i Dalarnes fjälltrakter. Bot. Not. 1891, h. 5. Lund 1891.

<sup>2)</sup> A. OSW. KIHLMAN, Pflanzenbiologische Studien aus Russisch Lappland. Acta Soc. pro Fauna & Flora Fennica, T. VI, N:o 3. Helsingfors 1890.

<sup>3)</sup> A. G. KELLGREN, Om de skogbildande trädens utbredning i Dalarnes fjälltrakter. Bot. Not. 1892, h. 1. Lund 1892.



Att uppdraga bestämda kurvor för de respektive trädslagens höjdgränser möter ej så få svårigheter, särskildt i fjälltrakter med starkt kuperad terräng, der det är svårt att omsorgsfullt välja observationspunkter. Bland de principer, som jag lagt till grund härför, må särskildt framhållas, att jag med trädgräns förstår den punkt, der de respektive arterna upphöra att bilda bestånd, men deremot ej medräknar isolerade förekomster. Höjdbestämningarne äro gjorda medels aneroid, som före och efter utresan blifvit justerad. Största omsorgen har nedlagts på bestämmande af fixpunkter, der sådana ej varit till finnandes i tillgängliga kartor. Alla i det följande angifna höjdsiffror äro för öfrigt medeltal af flere afvägningar.

### Dalarna.

*Fulufjället*, det sydligaste af de undersökta fjällen, beläget med sin södra del i Norge, men med sin norra inom Särna socken; fjället, som består af röd sandsten, bildar en väldig platå af omkring 900 meters höjd öfver hafvet. Öster ut sluttar denna dels långsamt mot Fulu elf, V. Dalelvens källflod, dels mera brant mot några smärre dalfören. Å de långsluttande partierna bildas barrträdsgränsen af gles tallskog med enstaka granar och öfverstiger föga 700 meter. Deremot går å de brantare sluttningarne gränsen omkring 50 meter högre och bildas af tall med inblandade granbestånd omkring några smärre fjällbäckar. Granen inkilar här t. o. m. i den subalpina björkskogen, som på ostsluttningen i allmänhet är svagt utvecklad och delvis helt och hållet saknas. Vester ut begränsas fjället af en djup, i norr och söder gående dalgång, som efter den genomflytande Görån benämnes Gördalen. Denna, hvars botten ligger omkring 540 meter öfver hafvet, är beväxt med ganska kraftig, björkblandad granskog. Tall är ytterst sällsynt, åtminstone närmast omkring byn Gördalen, och granen upphör att bilda sammanhängande bestånd vid 800 meters höjd. Björkregionen är vida bättre utvecklad än å östra sidan af fjället och sträcker sig ända upp på fjällplatån. (1890 <sup>11-12</sup>/<sub>7</sub>, 1891 <sup>18-21</sup>/<sub>7</sub>.)

*Dreffjället* begränsar Gördalen i vester, och dess ostslutning är alltså liksom Fulufjällets vestslutning beväxt med björkblandad granskog, som stiger något högre än å sistnämnda. Björkregionen är synbarligen kraftigare utvecklad än å Fulufjället och upphör ej förr än på öfver 900 meters höjd. Vestsidan är ej undersökt, men skall dess trädvegetation enligt befolkningens uppgifter likna ostsidans. (1891 <sup>18-20</sup>/<sub>7</sub>.)

*Härjehogna*, fjäll på gränsen mellan Norge och Särna socken, nordvest om föregående och vesterut sammanhängande med den fjällsträckning, som bildar vattendelaren mellan Dalelven och Klarelven. Från svenska sidan höjer sig fjället ur ett af sumpmarker uppfyllt skogslandskap; fördelningen af tall- och granskog är här såsom vanligt i norra Dalarne den, att tallen intager hufvudarealen och bildar stora skogar å de jämna krossgrusmarkerna, under det att granen är inskränkt till trängre dalgångar med fuktig och djup jordmån. Större granskogar förekomma endast der särdeles gynnsamma jordmånsförhållanden äro rådande, såsom vid Skärvagen (Sverige) och Lillebo (Norge), der berggrunden är silurisk och moränen troligen kalkhaltig. När man på uppstigandet mot fjällsidan närmar sig barrträdsgränsen, blir emellertid granen allmännare, och barrträdsgränsen bildas af björkblandad granskog vid en höjd öfver hafvet af omkring 800 meter. Enstaka tallar, mest uttorkade (»torrakar») saknas dock ej i detta granbälte. Björkregionen är på fjällets ost- och sydslutning föga utvecklad, men uppnår å vissa ställen en mäktighet af ända till 100 meter. (1890 <sup>10-12</sup>/<sub>8</sub>.)

*Städjan*. Vi förflytta oss nu till de östra fjällen i Dalarne, af hvilka Städjan är det sydligaste och mest bekanta. Fjället sammanhänger i norr med Nipfjället genom en högfjällsplatå, men är i öster och sydvest afskildt från det omgifvande skogslandskapet genom djupa dalgångar, från hvilka det terrassformigt reser sig till en höjd af 1,170 meter öfver hafvet. Fördelningen af det omgifvande landskapets skogar är den vanliga, och liksom vid Härjehogna tilltar granen i ymnighet närmare barrträdsgränsen samt bildar mellan 700 och 800 meters höjd öfver hafvet ofta

ren granskog, hvilken alltså utgör barrträdsgränsen. Enstaka tallar förekomma dock lika högt som granen. Björkregionen är omkring 50 meter mäktig och utgöres af gles lågväxt skog. (1890  $22-24/7$ , 1891  $13-14/7$ .)

*Nipfjället*, såsom nämnt beläget strax norr om *Städjan* och dermed förenadt medels en högfjällsplatå. Härstädes hafva observationer öfver trädgränserna gjorts å tre ställen (*A*, *B* och *C* å bifogade kartskizz). På vestsidan äro förhållandena delvis ogynnsamma för skogsväxt (vid *A*), och den af blandad tall

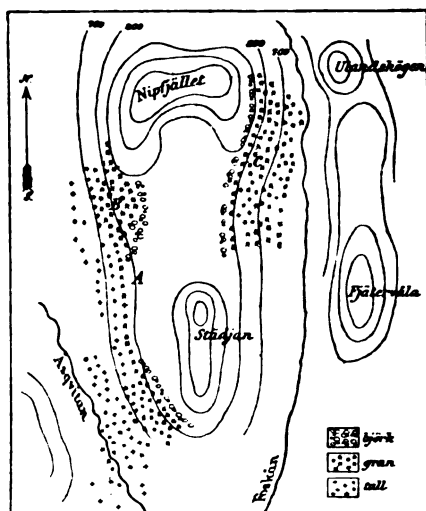


Fig. 1. Kartskizz utvisande skogsträdens utbredning på Städjan och Nipfjället.

och gran bestående gles barrskogen upphör redan vid 750 meters höjd.

Vid *B* deremot är god skogsmark ända upp mot barrträdsgränsen, och man påträffar härstädes, särskildt omkring Storsäterbäcken en af de ståtligaste granskogarne i hela fjälltrakten, desto anmärkningsvärdare, som den ligger i själfva barrträdsgränsen, mera än 800 meter öfver hafvet.

Öster ut begränsas Städjan—Nipfjället af en trång nord-sydlig dalgång, Foskdales, beväxt med blandskog af tall, gran och björk. Tallen är kanske sparsammast representerad och aftager starkt uppåt, tills den snart endast förekommer såsom »torrakar». Den björkblandade granskog, som bildar barrträdsgränsen (omkring 800 meter öfver hafvet), är anmärkningsvärd, emedan granen härstädes nästan uteslutande förökar sig på vegetativ väg. Skogen, om detta namn kan användas, får härigenom ett egendomligt utseende, bildad som den är af på vissa bestämda afstånd från hvarandra belägna, egendomligt formade granbestånd. Dessa, som af Nor-

MAN<sup>1)</sup> kallas afläggargrupper, äro betingade af granens vegetativa förökning och hafva uppkommit från ett träd, hvars nedre grenar blifvit rotsläende. Afläggargruppen har vanligen formen af en smal cirkelsektor, hvars centrum moderträdet är, och består af 10—40 dotterträd af olika ålder och storlek, så fördelade att de äldsta stå närmare centrum, de yngsta i periferien. Dotterträden stå alltid i lä från moderträdet, och bestånden blifva härigenom stälda parallelt med hvarandra och med den rådande vindriktningen. Den subalpina björkskogen, som å vestsidan af fjället är sparsamt utvecklad, är deremot i Foskdalen ganska kraftig och uppnår en vertikal mäktighet af 50 meter. (1891<sup>4-8</sup>/<sub>8</sub>.)

*Långfjället*, kallas med ett gemensamt namn den fjällsträckning, som utgör vattendelaren mellan Gröfvelån och Föskån,<sup>2)</sup> två af Ö. Dalelfvens källfloder. Fjället, hvars södra partier ligga sydligast bland de fjäll, som uppfylla Dalarnes nordligaste hörn, ligger dock helt och hållet norr om alla de förut nämnda fjällen, samt sträcker sig förbi Gröfvelsjön in i Norge. Observationer äro gjorda å ostsluttningen endast vid sätern Föskdalen,<sup>2)</sup> men å vestsluttningen på en mängd punkter under vandringar längs fjället. Vid Föskdalen bildas barrträdsgränsen af tall och gran i blandning; dess höjd öfver hafvet vågar jag dock ej angifva i följd af ofullständiga barometerobservationer. Vestsluttningen utmärker sig derigenom, att granen närmare barrträdsgränsen är relativt starkare representerad än i det omgifvande låglandet, och öfver allt, der marken erbjuder gynnsamma villkor för dess trefnad, bildar denna gräns, som vid nybygget Löfåsen är belägen 840 meter öfver hafvet. Björkregionen är föga utvecklad och endast omkring 30 meter mäktig. (1890<sup>20-30</sup>/<sub>7</sub>, 1891<sup>29-30</sup>/<sub>7</sub>.)

*Fjällen omkring Gröfvelsjön.* Gröfvelsjön, belägen i nordligaste hörnet af Dalarne på gränsen till Norge omkring 780

<sup>1)</sup> J. M. NORMAN: Naturens granskovshusholdning til fjelds. Vidensk. Selsk. Forhandl. for 1864. Christiania.

<sup>2)</sup> Kallas äfven Föskån och Foskdalen; namnen på ö upptagas här till skilnad från de öster om Städdjan liggande ställena med samma namn.

meter öfver hafvet, är på tre sidor omgifven af höga fjäll, nämligen Långfjället i öster, Salfjället och Sylvåla i vester och norr. Observationer äro gjorda på de i den  $\frac{1}{2}$  mil långa sjön stupande fjällsidorna samt i passet mellan sjön och Fämunds vattendrag. Det utmärkande för traktens vegetation är, att gran nästan totalt saknas, hvadan barrträdsgränsen bildas af tall, som ej stiger synnerligen högt öfver Gröfvellsjön, alltså knappt 800 meter öfver hafvet. Björkregionen är svagt utvecklad och stiger omkring 60 meter öfver sjöns yta; i denna region träffas spridda tallar, mest »torrakar». (1891 <sup>12-15</sup>/<sub>8</sub>.)

### Härjedalen.

Ehuru detta landskap i hänseende till skogsträdens utbredning är vida bättre känt än Dalarne, har jag dock velat anföra de observationer häröfver, som jag derstädes gjorde under en resa 1892 i den fjälltrakt, som ligger mellan Ljusnedals bruk och Riksgränsen. Från en mera småkuperad terräng med ett och annat fjällberg omkring Ljusnedal och Funäsdalen inkommer man omedelbart i den högfjällstrakt, som vid Tenna elfs öfversta lopp bildar vattendelaren mellan Sverige och Norge. Närmast norr om detta vattendrag, som härstädes bildar de långsträckt sjöarne Malmagen och Tenndalsjön, ligger en omfattande fjällkomplex, hvars mest bekanta del Hamrafjället är. Söder om dalgången är landskapet likaledes uppfyllt af sammanhängande fjäll under namn af Rö- och Rutfjällen. Med undantag af Røfjällen ligga dessa helt och hållet öfver barrträdsgränsen, som bildad af tall och gran, å Røfjällen <sup>1)</sup> stiger 750 meter öfver hafvet, men vid Tenndalsjön endast 700 meter. Här vidtager nu en kraftigt utvecklad och ovanligt mäktig björkregion, som stiger till omkring 900 meter öfver hafvet. Bäst utvecklad torde den subalpina björkskogen vara å Hamrafjällets sydeluttning, hvarest särdeles gynnsamma jordmansförhållanden äro rådande. På grund af björkregionens kraftiga utveckling och barrträds-

<sup>1)</sup> Jmf. E. HENNING, Växtfysiognomiska anteckningar från Vestra Härjedalen. Bih. till K. Sv. Vet.-Akad. Handlingar. Band. 13, Afd. III, N:o 1. Sthm. 1887.

gränsens ringa höjd i Tennadalen kunde man härstädes miss-tänka att en förskjutning i denna senare inträffat, något som äfven visade sig vara fallet. Vid de torfmosseundersökningar, som härstädes utfördes, anträffades nämligen lemningar af tall t. o. m. ofvanför den nuvarande björkgränsen. Hälst som man äger föga kännedom om högfjällens torfbildningar, vill jag nedan meddela en kort redogörelse för beskaffenheten hos några af de undersökta mossarne.

Så väl i björkregionen som närmast ofvan den samma finnas talrika, mestadels sluttande torfbildningar, hvilkas vegetation dels är mossartad (*Ericetum-Sphagnetum*), dels kärrartad (*Caricetum-Amblystegiosum*)<sup>1)</sup> eller de egentliga backmyrarne. Torfven öfverstiger sällan en meters mäktighet och utgöres hufvudsakligen af mycket humifierad grästorf; mosstorf är sällsynt med undantag af de öfversta, recenta lagren. Fältundersökningarne bestodo dels i borrhningar, dels i medels gräfning upptagna profiler; hemförda torfprof från ett antal af tio mossar blefvo sedermera undersökta å Riksmuseets växtpaleontologiska afdelning.<sup>2)</sup> På grund af torfvens höga multningsgrad äro bestämbara växtlemningar sparsamt förekommande och tyckas vid första påseendet alldeles saknas. Tack vare de sinnrika metoder för slamning af torf, som Dr. GUNNAR ANDERSSON<sup>3)</sup> infört, lyckades det emellertid att påvisa ej så få subfossil, i synnerhet frön; bladlemningar äro mera sällsynta. Af tre på detta sätt undersökta myrvar meddelas här en kort beskrifning:

1. Myr med tufvig *Ericetum-Sphagnetum*-vegetation. 850 meter öfver hafvet.

<sup>1)</sup> Jmf. R. HULT, Försök till en analytisk behandling af växtformationerna. Medd. af Soc. pro Fauna & Flora Fennica, H. 12, 1881; samt J. FRÜH, Torfstudiets nuvarande ståndpunkt, öfvers. af Gunnar Andersson. K. Landtbr.-Akad. Handl. o. Tidskr. 1892.

<sup>2)</sup> För allt tillmötesgående som härunder visades mig af Hrr. Prof. A. G. NATHORST och Assistenten Dr. GUNNAR ANDERSSON får jag härmed framföra min tacksamhet.

<sup>3)</sup> GUNNAR ANDERSSON, Om metoden för växtpaleontologiska undersökningar af torfmossar. Geol. Fören. i Stockholm Förhandl., Bd. 14, h. 2, 1892. — D. S. Om slamning af torf. Geol. Fören. i Stockholm Förh., Bd. 14, h. 6, 1892.

Öfverst ett tunt lager mosstorf med recenta rötter af sumpväxter.

Derunder ett 0,9 meter mäktigt lager grästorf, innehållande bland annat lemningar af:

*Pinus silvestris*, kottar och frön på 0,7 meters djup.

*Betula nana*, blad.

*Dryas octopetala*, blad.

*Carex* spp. och *Scirpus* <sup>1)</sup> spp., nötter i mängd.

*Selaginella spinulosa*, sporer.

2. Myr med tufvig yta, vegetation = föregående, 865 meter öfver hafvet.

Öfverst ett tunt lager mosstorf.

Derunder ett 0,8 m. mäktigt lager grästorf med lemningar af:

*Pinus silvestris*, kottar och frön, 0,15—0,80 meter djupt.

*Betula odorata*, bark och grenar samt frukter.

*Betula nana*, blad.

*Menyanthes trifoliata*, frön.

*Carex* spp. och *Scirpus* <sup>1)</sup> spp., nötter i stor mängd.

3. Backmyr med Caricetum-Amblystegiosum-vegetation, 916 meter öfver hafvet.

1 meter mäktig grästorf, innehållande lemningar af:

*Pinus silvestris*, kottar och frön, 0,30—0,60 meter djupt.

*Betula odorata*, stam.

*Betula nana*, vingfrukt.

*Menyanthes trifoliata*, frön.

*Carex* spp. och *Scirpus* spp., <sup>1)</sup> nötter i mängd.

Förutom dessa lemningar af tall, som alla ligga ganska djupt i torfven, förekomma rätt ofta tallstubbar i själfva ytan af några högt belägna myrar på Rutfjället. Vidare träffades i en liten grund fjällsjö ej långt från Vestra Malmagen, på 830 meters höjd öfver hafvet, subfossila tallstammar i stor myckenhet. Björklemningar träffades ganska allmänt äfven i de öfver björkgränsen belägna myrarne. (1892 <sup>1-10</sup>/<sub>7</sub>.)

<sup>1)</sup> Försök att till arten bestämma Cyperacéfrukter hafva ej utfallit tillfredsställande och torde för denna undersökning vara af mindre betydighet.

## Norge.

*Trakten omkring Fämundsjön.* Fämundstrakten bildar ej, såsom man af sjöns långsträckt form och den omgivande fjällnaturen skulle kunna sluta, en trång dalgång, men ett stort antal höga fjäll ligga dock tillräckligt nära för att kunna sägas beherska trakten. Jag vill endast nämna de pittoreska Sölenfjällen och Elgepiggen i vester samt Elgehogna och Svucku i öster. Sjöns stränder äro i allmänhet ganska långsluttande, och särskildt vid södra ändan deraf utbreda sig vidsträckta sandmoar. Den för området mest karaktäristiska växtformationen är också tallmon (*Pinetum-Cladinosum*); gran är deremot ytterst sällsynt<sup>1)</sup> och af mig ej anträffad härstädes. Visserligen utgöra Fämundsjöns sandstränder ingen lämplig granskogsmark, men vid de i sjön utmynnande åarne och bäckarne och särskildt vid nordändan saknas ingalunda sådan. Området står för öfrigt genom dalgångar, som ligga betydligt lägre än barrträdsgränsen, i förbindelse med omgivande granskogsbärande trakter. Fämundsjön ligger 670 meter öfver hafvet, och tallens öfre gräns inträffar vid omkring 800 meter. Subalpin björkskog anträffas till 900 meter öfver hafvet. (1890  $13-13\frac{1}{8}$ , 1891  $16-19\frac{1}{8}$ .)

*Trakten mellan Röros och Riksgränsen vid Malmagen.* Från Röros, 628 meter öfver hafvet, höjer sig landet så småningom mot vester, tills man vid Riksgränsen passerar vattendelaren. Landskapet är på denna sträcka starkt kuperadt och af utpräglad fjällnatur; dess lägre dalgångar sänka sig blott obetydligt under barrträdsgränsen, och omkring en mil från vattendelaren inkommer man i den subalpina björkskogen. Så långt som kopparverkets besittningar sträcka sig omkring Röros saknas nästan all barrskog; isolerade talldungar visa dock att skogen fordom gått ej obetydligt högre än nu, och sägnen<sup>2)</sup> vet

<sup>1)</sup> Jfr. A. T. GLÖRSEN, Gran ved Fämundsjön og i tilgränsende Trakter. Den norske Forstforenings Aarbog 1885.

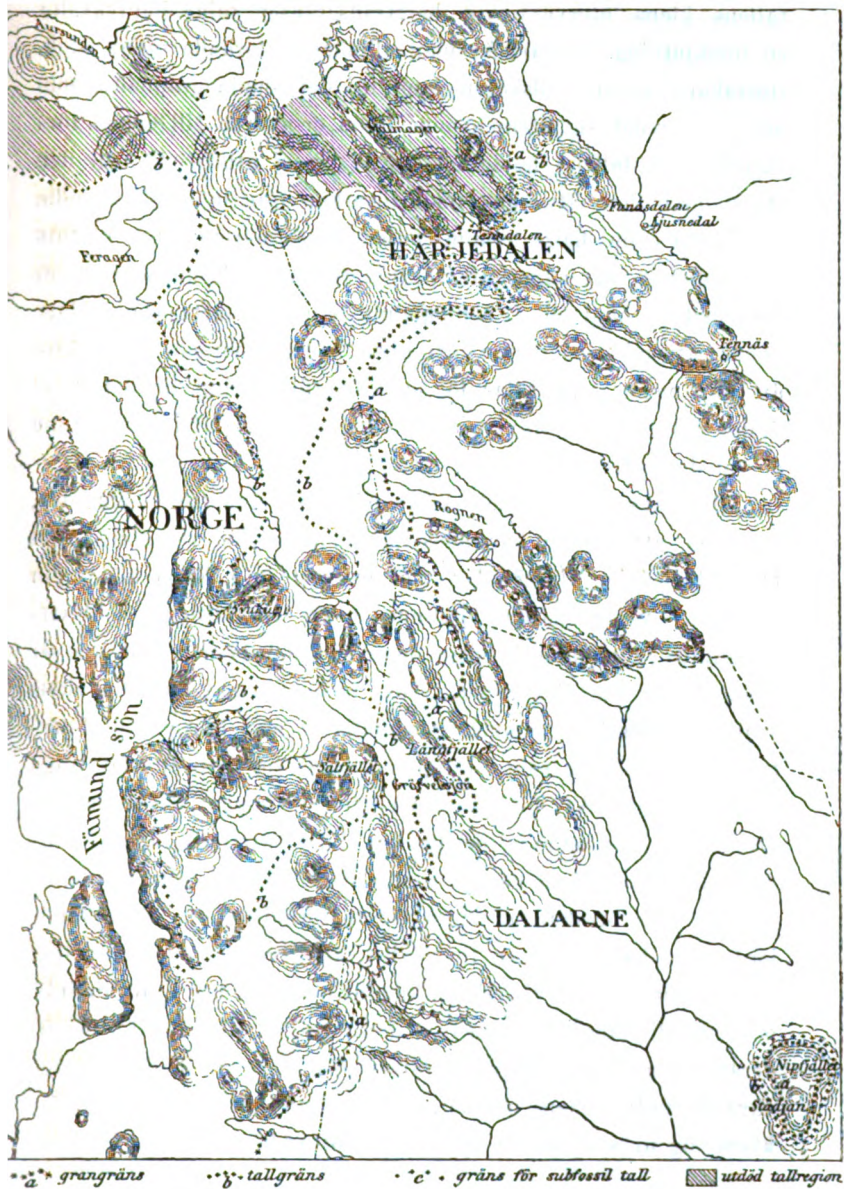
<sup>2)</sup> Jfr. Uddrag af Direktor PEDER HJORTS Historiske Efterretninger om Röros Kobberværk. Røros 1886.



berätta, att när kopparmalmen vid Storvarts grufva först upptäcktes, tallskogen omkring det nuvarande Röros var så tät, att man måste hugga sig väg genom den samma. Efter smält-hyttornas anläggning voro emellertid för denna skog dagarne räknade; huruvida skogsafverkningen sträckt sig längre mot öster än till gränsen för kopparverkets besittningar, vill jag lemna ofgjordt, men så mycket är tydligt, att från och med denna gräns afverkningen ej bedrifvits så skoningslöst. Ända till sjön Aursunden förekomma nämligen glesa tallbestånd. Gras är ytterst sällsynt. Sedan man i trakten af Aursunden passerat barrträdsgränsen, det vill här säga tallgränsen, och inkommer i den s. k. Brækkebygden, träffas allmänt i myrar, i hvilka för ett eller annat ändamål profiler blottats, massor af kullvräkt tallstammar. Huru långt mot öster dylik subfossil tall förekommer, har jag emellertid ej kunnat undersöka, då jag endast på genomresor besökt trakten; såsom af kartan framgår har jag emellertid kunnat konstatera en ej obetydlig förskjutning af tallgränsen äfven härstädes.

Tallgränsens höjd öfver hafvet torde i denna fjälltrakt vara ungefär 700 meter, omkring Röros till och med ännu lägre, hvilket emellertid beror på en planlös afverkning efter hyttornas anläggning. (1891 <sup>24</sup>/<sub>8</sub>, 1892 <sup>29</sup>/<sub>6</sub> och <sup>21</sup>/<sub>7</sub>.)

Jag har i det föregående vid anförande af trädens vertikala utbredning ej talat om en särskild tall- och grangräns, och har härmed velat betona, att vi i Sveriges södra fjälltrakter endast hafva att göra med en barrträdsregion. Öfre gränsen för denna inträffar i Dalarne vid omkring 800 meters höjd öfver hafvet, i Härjedalen omkring 100 meter lägre, men tydliga bevis finnas därför, att i Tennadalen tallen fordom gått omkring 200 meter högre än nu. Ett liknande förhållande är äfven iakttaget i Norge mellan Röros och Riksgränsen. I Dalarne hafva inga torfmosseundersökningar ofvan trädgränsen blifvit gjorda, men



tallens klena återväxt vid barrträdsgränsen talar indirekt för en förskjutning. Så träffar man allmänt förtorkade tallar, s. k. »storrakar», ofvan tallskogen samt uti det smala granbälte, som oftast utbreder sig ofvan denna. Om orsakerna till denna förskjutning i tallens höjdgräns vågar jag ej uttala mig, all den stund man har att misstänka inverkan från människans sida, men inga som helst reminiscenser finnas härom. Ett faktum är emellertid, att någon återväxt af tallskog i Tennadalen öfver 700 meters höjd ej i mannaminne kunnat iakttagas. Vidare finnas äfven bevis derför, att äfven björken fordom gått högre än nu, något som talar för en klimatförändring, då det ju ej finnes anledning misstänka en sköfving af detta träd, åtminstone ej vid dess öfre gräns.

Betrakta vi omstående karta öfver det undersökta området, finna vi att granen härstädes har en utpräglad vestgräns, som från Härjedalen drager sig mot sydvest in i Norge söder om Fämund. Vester härom förefinnes alltså en tallregion i WAHLENBERGS<sup>1)</sup> mening; i vissa delar af Härjedalen och Norge är dock denna nu försvunnen. Det råder alltså i Skandinavien sydliga fjälltrakter samma egendomlighet med hänsyn till barrträdens utbredning som i Lappland, något som man<sup>2)</sup> velat draga i tvifvelsmål. Af anförda observationer framgår dessutom, att gränsen för det område, der granen bildar barrträdsgränsen, sammanfaller med ofvan nämnda vestgräns, hvilket bevisar, att denna ej kan vara orsakad af några terrängförhållanden. Beträffande jordmånen har jag ofvan framhållit, att genom dess ogynnsamhet granens inträngande visserligen kunnat fördröjas men ej förhindras, och om klimatet känner man i dessa trakter allt för litet för att deraf kunna draga några slutsatser med hänsyn till den i fråga varande tallregionens orsaker. Dessa låta emellertid lättast förklara sig ur synpunkten af granens invandringshistoria. Såsom

<sup>1)</sup> G. WAHLENBERG, *Flora Lapponica*, Berolini 1812.

<sup>2)</sup> Jmf. A. O. KIHLMAN, l. c. sid. 251, der han med stöd af spridda uttalanden (Einzelberichten) anser för säkert, att en tallregion i dessa trakter ej finnes utvecklad.

bekant har NATHORST<sup>1)</sup> visat, att granen till Sverige invandrat öster ifrån senare än tallen, och GLÖERSEN<sup>2)</sup> har påpekat, att den i Norge ej uppnått sin vestgräns förr än människan börjat utöfva inflytande på dess utbredning. Afsaknaden af gran uti de centrala fjälltrakterna tillskrifver sistnämde författare hufvudsakligen de ogynnsamma terrängförhållandena, men som ofvan blifvit framhållet spela dessa ej en så betydande rol af hinder, då ju granen går högre än tallen. Granens vestgräns är enligt mitt förmenande mera en tidsfråga. För granens sena invand-

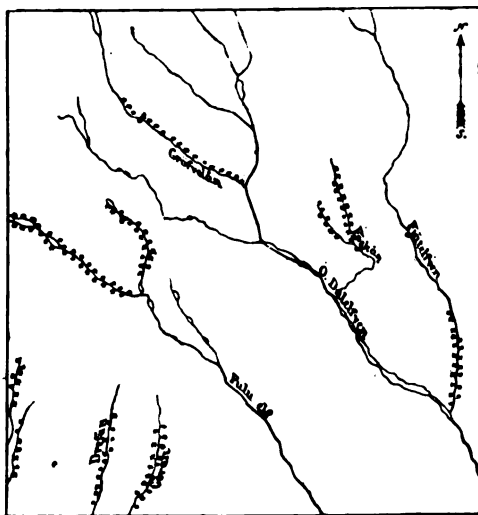


Fig. 3. Kartskizz öfver norra Dalarne, utvisande granens utbredning utefter elfdalarna härstädes.

ring till dessa trakter talar otvetydigt äfven den omständigheten, att den ej såsom tallen finnes fossil i Tennadalen och alltså måste hafva kommit till sin nuvarande gräns efter tallens inträffade tillbakagång. Till Dalarnes fjäll deremot, dit dess

<sup>1)</sup> A. G. NATHORST, Förberedande meddelande om floran i några norrländska kalktuffer. Geol. Fören. i Stockholm Förhandl. N:o 98, Bd. VII, h. 14. — Föredrag i botanik vid K. Vetenskapsakademiens högtidsdag d. 31 Mars 1887. Stockholm 1887. 12:o.

<sup>2)</sup> A. T. GLÖERSEN, Vestlands-Granen og dens indvandringsveje. Forstforeningens Aarboeg for 1884. Kristiania 1884.

Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1893. Årg. 50. N:o 4.

inträngande påskyndats af de talrika elfdalarna, utefter hvilka den, såsom omstående kartskezz visar, har sina förnämsta förekomster, har den kunnat komma tidigare och troligen samtidigt med en pågående sänkning i tallgränsen. Motståndskraftigare mot fjällvindarne har den härstädes liksom begagnat sig af den efter tallen inträffade ledigblifna platsen och trängt in mellan den forna och nuvarande tallgränsen. Deraf förklaras, hvarför granen är så rikligt förekommande i såvälva barrträdsgränsen och härstädes ofta bildar ett eget bälte.

Oftanför barrträdsgränsen vidtager björkregionen, som i Dalarne är föga mäktig och består af gles, lågväxt björk af ett sjukligt utseende, i det den regelbundet är tätt beväxt med lafvar. I systematiskt hänseende tillhör denna björk *Betula odorata* BECHST. och uppträder i en mängd former, hvilka jag i likhet med KIHLMAN <sup>1)</sup> anser för tillpassningsformer, men hvilkas synonymik jag ännu ej haft tillfälle utreda. I Härjedalen är björkregionen vida mäktigare, hvilket bland annat torde bero derpå, att björken härstädes tagit i besittning den forna tallregionen. Å lägre nivåer är björkregionen mycket yppigt utvecklad, såsom t. ex. å Hamrafjällets sydsluttning, hvarest vi finna hög och rättväxt björkskog af nästan typisk *Betula odorata*. Å högre belägna och med sämre jordmån försedda platser förekomma dock samma förkrympta former som i Dalarne. Under det att björkregionen i Dalarne och angränsande delar af Norge endast uppnår en vertikal mäktighet af omkring 50 meter, kan den i Härjedalen mäta 200 meter och mera samt stiger alltså i hela området till en höjd öfver hafvet af omkring 900 meter.

<sup>1)</sup> A. OSW. KIHLMAN, op. cit. p. 162.

Tvenne nya *Calamagrostis*- och *Carex*-hybrider jemte ett och annat om deras resp. stamarter.

Af GEORG THORSTENSON.

[Meddeladt den 12 April 1893 genom V. B. WITTRÖCK.]

De tvenne hybrider, för hvilka här nedan skall redogöras och som, såvidt jag af tillgänglig litteratur kunnat finna, ej förut någonstädes blifvit observerade, äro båda funna vid Dalarö i Stockholms skärgård, å en och samma lokal derstädes. Den ena, *Carex ampullacea* GOOD.  $\times$  *C. Pseudocyperus* L., hvars beskrifning följer längre ned, anträffade jag redan på senhösten (i nov.) 1891, men då blott i ett enda exemplar och detta i så pass ramponerad skick, att jag måste uppskjuta med att fälla ett bestämdt omdöme om densamma till året derpå. I somras just sysselsatt med studiet af denna växtform, hvaraf jag då fann flere tufvor, påträffade jag, endast fyra å fem meter från en af dessa, äfven den andra hybriden, eller hvad jag anser vara

***Calamagrostis arundinacea* (L.) ROTH  $\times$  *C. stricta* (TIMM)  
P.B. (nova hybr.).**

Culmi plurimi, sat laxe cæspitosi. *Laminæ fol. angustæ, obscure virides, nervis paullulo prominentibus* (intermed.). *Ligulæ 2 supremæ subelongatæ, ligula folii tertii brevissima* (intermed.). *Vaginæ glabræ* (*C. stricta*), *dorso ad limitem laminæ tamen in utraque margine barba pilorum præditæ* (*C. arund.*). *Spiculæ 3—4 m.m. longæ, glumis comparate longe et anguste acuminatis.*

Paleæ in apicem obtusiusculum sensim et sat longe attenuata (intermed.). *Pili sat uberi* (interm.), *dorsum paleæ exteriori haud tegentes* (C. arund.); *dimidiam paleam circiter æquant* (interm.); *pili rudimenti flosculi ceteris paullo longiores* (proxime C. str.). *Arista* infra medium dorsi paleæ exiens; ceterum in variis speciminibus spiculisque vario modo inter notas parvum vacillans, vulgo  $\pm$  geniculata, subtorta (prox. C. arund.), *tertiam parte paleam, spiculam paullo superans* (interm.), raris palea duplo longior aut fere recta et in spicula inclusa. — *Sterilis*. — Dalarö, par. Österhaninge, prope Stockholm, 1892.

Det i ej så ringa grad polymorfa släktet *Calamagrostis* låter — åtminstone hvad vidkommer dess skandinaviska arter — i trots af all variation utan svårighet uppdela sig i 2:ne naturliga hufvudgrupper, skilda, ej genom en eller annan utprägladt distinkt och oåterkallelig karakter, men genom en hel serie mindre markerade och dock som det tycks i ganska trogen korrelation till hvarandra stående egenskaper. Förbundna med hvarandra äro åter dessa grupper dels genom en och annan legitim mellanform, dels genom bastarder. Den ena af dessa sektioner, hvilka i Skandinavien såsom fullt typiska räknar endast tre arter: *C. epigeios* ROTH, *C. phragmitoides* HN. och *C. lanceolata* ROTH. framstår habituellt genom högre, flerledade, ofta greniga stråa, öppnare vippor och skärmfjäll, *utdraget smalspetsade småax* och i öfrigt genom i förhållande till skärmfjällen korta, med hvarandra olikstora, mjukt och tunnt hinnaktiga blomfjäll, långa blomfjällshår (vanl. längre än fjället), i allmänhet från fjällets öfre hälft utgående borst, sällan förefintligt ämne till 2:dra blomma samt slutligen genom något senare blomningstid. Den andra gruppen omfattar af skandinaviska arter såsom fullt typiska: *C. stricta* P.B., *C. lapponica* HN., *C. chalybea* FR., *C. varia* P.B. och *C. arundinacea* ROTH. Hos dessa äro i allmänhet stråna mindre högväxta, med endast 3 mera utvecklade internodier, ogrenade, vipporna och skärmfjällen vid fruktmognaden i allmänhet slutna, *småaxen mindre utdragna* — *kortspetsade*; blomfjällen föga kortare än skärmfjällen och sins-

emellan temligen liklånga samt af fastare konsistens, blomfjällshåren vanligen kortare än fjället, borstet utgående från fjällets nedre hälft, blomämnet tydligt framträdande, liksom de i allmänhet ha blommat ut före de nyssnämnda. Såsom i viss mån öfvergångsformer mellan de två grupperna uppträda slutligen — notoriska hybrider oräknade — åt ena sidan (epigeios-gruppen) *C. gracilescens* BL. och åt andra sidan (närmast *C. stricta*) *C. strigosa* HN.

Egendomligt nog finner man likväl i ett och annat floristiskt arbete de båda arterna *C. stricta* och *C. arundinacea* ryckta långt ifrån hvarandra; stundom till och med så, att den ena af dem börjar, den andra avslutar hela släktet. Tydligen har man härvidlag försett sig på det för *C. arund.* och dess närmaste samslägtingar (*C. varia*, *C. chalybæa*) samt i viss mån äfven för *C. lappon.* karakteristiska krökta borstet, hvars afsaknad tycks ha varit tillräcklig att genast förpassa vederbörande art till ett helt annat område, der någon närmare släktskap med de förra ej längre kom i betraktande. Som ofvan antydts, är det dock just dessa arter med krökt borst, som den af rak borst utmärkta *C. stricta* har största naturliga frändskapen till, ja, en af de förra, *C. lapponica*, är otvifvelaktigt till och med mer beslägtad med *C. stricta* än med någon af sina krokborstiga kamrater. — I de flesta nyare arbeten finner man ock den sistnämnda placerad ungefär i midten af släktet. — Hvad för öfrigt denna borstets krökning beträffar, finner man af och till spår af densamma i den något torkade vippan äfven hos släktets öfriga arter (hos *C. epigeios* stundom t. o. m. tydlig knäböjning); så att denna karakter i och för sig knäppt kan sägas ha mycket större betydelse än andra artkarakterer inom släktet. (Endast *C. arundinacea* och i viss mån dess närmaste grannar, *C. chalybæa* och *C. varia*, ha typisk snoborst).

Att finna en blandningsform af *C. arundinacea* och *C. stricta* bör således — med ofvan relaterade frändskapsförhållanden för ögonen — ej utgöra någon synnerlig öfverraskning, så mycket mindre som ju *Calamagrostis* utgör ett af de, såvidt hittills är



utredt, fåtaliga släkten inom gräsfamiljen, hvilka relativt lätt bilda hybrider, och som särskildt *C. arund.* och *C. stricta* i detta hänseende tyckas visa sig medgörliga, hvarom, ensamt i Skandinavien, vittna å ena sidan *C. arund.*  $\times$  *C. epigeios* (*C. acutiflora* D.C.) och *C. arund.*  $\times$  *C. lanceolata* (*C. Hartmanniana* FR.), å andra sidan *C. phragmitoides*  $\times$  *C. stricta* samt, enligt signeradt ex. i Riksmuseum, *C. lanceolata*  $\times$  *C. stricta*.<sup>1)</sup> De ha dock, hvar och en af dessa med *C. arund.* eller *C. stricta* hybridiserande arter, såsom ofvan antydts, med dem ingalunda större systematisk frändskap, än *C. arund.* och *C. stricta* sjelfva ega med hvarandra.

Om produkter af en korsning mellan de båda sistnämnda detta oaktadt — att döma af att sådana hittills ej observerats — äro mer sällsynta, så torde detta delvis kunna tillskrifvas den omständigheten, att stamarterna trifvas å så väsentligt olika lokaliteter, *C. arund.* på torr, högt belägen skogsmark, *C. stricta* på fuktiga ställen, i närheten af vatten, och att äfven om en resultatgifvande befruktning dem emellan kommer till stånd, de ur densamma framgångna (intermediära) fröna torde ha jemförelsevis svårt att finna passande gröningsplats — svårigheter, som likväl i viss mån borde förefinnas äfven för förbindelsen *C. arund.*  $\times$  *C. lanceolata*. Möjligen spelar ock den nästan alldeles samtida blomningen hos *C. arund.* och *C. stricta* någon roll i förevarande afseende, då ju hybridisationen under sådana förhållanden måste möta en skarpare konkurrens från den legitima befruktingens sida, än fallet vore, om någon — dock naturligtvis ej alltför stor — skilnad förefunnes i resp. arters utvecklingstid.

Såväl *C. arund.* som *C. stricta*, särskildt den sistnämnda, förete en ganska anseelig variationsskala, framför allt med afseende på skärm- och blomfjällens storlek och form. Äfven borstets utgångspunkt och längd och hårens längd variera hos *C. stricta* ej obetydligt.

Både på grund af denna variabilitet och på grund af den nyss påpekade, i en mängd moment framträdande nära fränd-

<sup>1)</sup> Den sistnämnda dock ej af förf. närmare undersökt.

skapen mellan dessa arter, skulle det naturligtvis vara förenadt med svårigheter att genom jämförelse utleta och i bestämda karakterer för sig precisera ett sannskyldigt medium mellan dem — svårigheter måhända i sin art ej mindre, men väl intresselösare än dem, som möta, då man har att söka bilda sig en föreställning om midtpunktsformen mellan tvenne från hvarandra aflägsna typer. Hvad naturen sjelf i här föreliggande såsom hybrid antagna växtform åstadkommit bör ju rimligtvis vara medelformen af de i densammas närhet befintliga formerna af resp. stamarter. Då nu den närmast växande formen af *C. arund.* råkar vara en temligen späd sådan, med smalare strå och något mindre småax än den vanligast förekommande, och då vidare den närmast, rundt omkring hybriden stående *C. stricta* hör till de talrika spädare formerna af denna art, har den här ifrågavarande blandningsprodukten ej gerna kunnat undgå att röna inflytande häraf, utan blifvit, en visserligen högre, men särdeles gracil företeelse med liten, smal vippa och småax af jämförelsevis ringa storlek. Habituel skiljes nu denna form — liksom fallet är med hybrider i allmänhet — lätt nog från sina stamarter, men då redan mellan dessa likheten i karakterer, såsom ofvan visats, är ganska betydlig, måste den jämförande beskrifningen af densamma i många afseenden komma att röra sig med skäligen fina och — på grund äfven af dess hybrida ursprung — också något sväfvande skilnader och de på samma gång fastare och mer i ögonen fallande karaktererna bli jämförelsevis få. Slidmykning, blomhår och borst lemna de bästa af dessa.

I det jag nu öfvergår till denna beskrifning, bör förutskickas, att större delen af det material af stamarterna, som ligger till grund för densamma är hemtadt från samma trakt, Dalarötrakten, der hybriden är funnen. — Nämnas må äfven redan här, att denna anträffats blott i en enda stor tufva, hvilken dock fram på efterhösten, sedan en hel del bladskott och strån vissnat ned, framträdde såsom fyra à fem hvarandra närstående, mindre stråknippen; alla dock sannolikt tillhörande ett och samma — i enlighet med växtens hybrida natur rikt ut-

vecklade rotsystem. Tufvan i sin helhet räknade samtidigt öfver 100 vippbärande strån; af dessa ha 50 undergått detaljerad granskning.

*Strån.*<sup>1)</sup> *C. arundinacea*: oftast talrika, tätt tufvade, vanligen 1—1½ meter höga, i förhållande till sin längd smala, jemförelsevis veka. *C. stricta*: än få och glest tufvade, än isolerade, 40—80 cm. höga, jemf. grofva (hos vanliga former), styfva. *C. arundinacea* × *C. stricta*: talrika, teml. glest tufvade, 90 cm.—1 m. höga, mycket smala i förhållande till sin höjd, temligen veka. — *Bladskifva*. *C. ar.*: bred (den näst öfversta 7—8 mm.), lifligt, vanligen ljust grön, öfverhufvud fint, ej upphöjdt nervig, und. förstoring med ytterst fina, tilltryckta borst. för öfrigt stundom glest långhårig; vid basen något snedt sammandragen; torkad hopviken med något inrullade kanter. *C. str.*: smal (den näst öfversta 3 mm.), grågrön, upphöjdt nervig, und. förstoring med täta rader af fina, uppstående borst, för öfrigt glatt; mot basen ej sammandragen; vid torkning hoprullad. *C. ar.* × *C. str.*: smal (den näst öfversta 4 mm.), dunkelgrön, upph. nervig (dock mindre än hos föreg.), und. förstoring med fina, glesa, tilltryckta borst, för öfrigt glatt; emot basen föga eller icke afsmalnande; vid torkning närmast som hos *C. ar.* — *Bladsnärp*. *C. ar.*: något utdraget hos alla tre de öfversat bladen. *C. str.*: mycket kort, endast hos det öfversta bladet något utdraget. *C. ar.* × *C. str.*: temligen utdraget hos de båda öfversta, men alltid mycket kort (stundom nästan omärkligt) hos det nedersta. — *Bladslida*. *C. ar.*: sträf, stundom hårig efter hela sin längd, alltid dock med ett par täta hårtofsar på rygg-sidan vid slidmynningen,<sup>2)</sup> dessa hårknippen å sträbladen tjockast

<sup>1)</sup> De karakterer, som här ofvan ej äro vidrörda, äro antingen gemensamma för alla tre formerna eller af alltför ringa distinktiv betydelse.

<sup>2)</sup> Denna karakter är, såvidt jag kunnat finna, alldeles säregen för *C. arundinacea* och dess närmaste samsläktningar, *C. chalybea* och *C. variegata*, samt åtminstone för den förstnämnda fullt konstant (för den sistnämnda deremot icke). I öfrigt återfinnes den endast, ehuru i mindre utpräglad grad, hos de hybrider, i hvilkas bildning *C. arundinacea* ingår och för hvilkas första igenkännande den ofta utgör en god vägledning.

ett stycke från kanten, åt bladets mittellinie till. *C. str.*: glatt; utan hårtofsar vid slidmynningen. *C. ar.*  $\times$  *C. str.*: glatt (ytterst sällan gleshårig), men alltid med ett par tydliga, om ock glesare härluggar vid slidmynningen, dessa hos stråbladen sittande i kanten af de temligen små bladöronen.<sup>1)</sup> — *Vippa*. *C. ar.*: jämförelsevis glesblomstrig, skiftande i rödgrått och hvitgrönt, vanligen glänsande. *C. str.*: tätblomstrig (småaxen stundom liksom hoppackade och vida talrikare än hos *C. ar.*), gulbrun eller blekt gulgrå, någon gång dragande i violett eller ock mörkt rödbrun, glanslös eller nästan glanslös. *C. ar.*  $\times$  *C. str.*: något tätblomstrigare än hos *C. ar.*, men mycket smal (hvilket torde bero, utom på spådheden af de former, från hvilka hybr. sannolikt härstammar, också derpå, att de relativt få (jfr. *C. ar.*) småaxen äfven äro temligen små (jfr. *C. str.*)); till färg och glans än och oftast närmande sig *C. ar.*, än åter *C. str.*, och det stundom å samma exemplar, så att samma vippa kan visa både rödgrått, grönt och brunt, de förra dock öfvervägande. —

*Stödbladdmnet vid vippans nedersta fästpunkt* (hos alla tre formerna tillfälligtvis utvecklande sig till slida, med eller utan kort skifva). *C. ar.*: vanligen föga framträdande, ofta representeradt endast af en hel eller half, vanligen mörk, ringformig upphöjning. *C. str.*: ofta starkt framträdande, 1—2 mm. högt och genom sin hvita färg (särskildt i friskt tillstånd) tydligt afstickande mot strået.<sup>2)</sup> *C. ar.*  $\times$  *C. str.*: än intermed. mellan nyss beskrifna former, än snarlikt det hos *C. ar.*, än åter lifligt erinrande om *C. str.*; vanligen ljust. — *De två nedersta lederna af axfästet*. *C. ar.*: vanligen nästan liklånga. *C. str.*: ofta oliklånga, i det den nedersta är betydligt längre. *C. ar.*  $\times$  *C. str.*: endast något oliklånga. — *Den längsta af de från nedersta fästpunkten utgående vippgrenarne* hos *C. ar.* ofta betydligt längre än nedersta axfästleden och nående upp till

<sup>1)</sup> Hos såväl *C. arund.* som hybriden är denna hårlighet tätare och jemnare å skottbladen än stråbladen, å det öfversta af dessa sistnämnda åter ringa eller ingen. Denna olika fördelning å olika, men bestämda blad tycks — likasom olikheten i samma hänseende de båda växtformerna emellan — stå i samband med bladväfnadens olika konsistens i resp. fall. Der denna är fastare, mer fibrös, tycks ock hårligheten utveckla sig rikare.

<sup>2)</sup> Jfr den hos denna art ofta långt utdragna nedersta axfästleden.

nästa leds öfre ända;<sup>1)</sup> hos *C. str.*: stundom ej ens af den utdragna första axfästledens längd; hos *C. ar.* × *C. str.*: vanligen nående till midten af andra axfästleden. — *Skaften å vippgrenarnes toppar* hos *C. ar.* ofta af halfva intill hela axets längd; *närmaste sidoax* obetydligt eller nästan ej alls skaftadt; hos *C. str.*: toppaxskaft lika — dubbelt så långa som axet; *sidoaxens* skaft  $\frac{1}{3}$ — $\frac{1}{2}$  så långa som axet; hos *C. ar.* × *C. str.*: närmast som hos *C. str.* — *Småaxens storlek* varierar mycket (framförallt hos *C. str.*), till och med inom samma vippa. I korthet kan sägas, att de hos *C. ar.* äro 5—6, hos *C. str.* 2—4, hos *C. ar.* × *C. str.* 3—4 mm. långa. (De större af hybridens småax erinra i allmänhet äfven i öfrigt (färg m. m.) mest om *C. ar.*, de mindre om *C. str.*). — *Skärmfjäll*. *C. ar.*: lancettlika — smalt äggr. lancettlika: jemförelsevis långt och smalt tillspetsade,<sup>2)</sup> den uppåt afsmalnande delen 2—3 gånger så lång som basdelen; medelnerven otydligt borstsågad eller nästan slät. *C. str.*: bredare äggr. lancettlika; jemf. kort och bredt tillspetsade, den uppåt afsmalnande delen vanligen föga längre än basdelen (i detta afseende dock stor variation); medelnerven i allmänhet mer eller mindre tydligt borstsågad. *C. ar.* × *C. str.*: smalt äggr. lancettlika: temligen långt och smalt tillspetsade, den uppåt afsmalnande delen  $1\frac{1}{2}$ —2 gånger så lång som basdelen; medelnerven än tydligt, än nästan omärkbart borstsågad (mellan stamarterna vacklande ställning). — *Yttre blomfjällets* form afspeglar sig i det hela i skärmfjällens; dock att märka, att då yttre blomfjället hos *C. ar.* är ej blott tillspetsadt, utan ock nästan spetsigt, är det hos *C. str.*, med obetydlig tillspetsning, trubbigt — nästan tvärhugget och hos *C. ar.* × *C. str.* betydligt tillspetsadt, men trubbigt, ehuru ej i så hög grad som hos *C. stricta*. I öfrigt är det hos *C. ar.* styfvare än hos de båda andra samt vid basen försedt med en, om ock liten, dock tydligt afsatt, hård

<sup>1)</sup> Denna tendens till bildande af långa vippgrenar tillspetsar sig hos en form derhän, att vippan i detta hänseende kommer att något erinra om *Panicum milicoides*, med de från hvarje fästpunkt utgående långa grenarne nående högt upp mot stråets spets.

<sup>2)</sup> Men ej *uddspetsiga*, såsom i en och annan flora uppgifves; sådana te de är endast i torkadt tillstånd.

och glänsande callus, hos *C. str.* utan märkbar sådan, hos *C. ar.*  $\times$  *C. str.* än utan, än med en dylik callus. — Hvad blomfjällens inbördes längd beträffar, äro de i allmänhet hos *C. ar.* nästan liklånga, hos *C. str.* det yttre  $\frac{1}{3}$ — $\frac{1}{4}$  längre än det inre, hos *C. ar.*  $\times$  *C. str.* det yttre obetydligt längre än det inre. Denna liksom flere andra bestämningar rörande skärm- och blomfjäll hos hybriden torde gälla om flertalet exemplar. Just med afseende på hithörande karakterer råder emellertid hos denna växtform en stor obestämdhet, som väl får anses som ett utslag, ej blott af dess stamformers (framförallt *C. strictæ*) variabilitet, utan ock af dess eget påtagliga oscillerande mellan dessa. — En mer konstant och släende karakter erbjuda deremot yttre blomfjällets hårknippen. *C. ar.*: hår ytterst sparsamma, samlade åt inre blomfjället till, så att yttre fjällets ryggsida är fri, vanligen något tilltryckta och endast  $\frac{1}{4}$  så långa som fjället; blomämnets hår betydligt öfverskjutande de öfriga. *C. str.*: hår mycket rikliga, temligen likformigt fördelade kring blomfjällen, slutligen utspärrade samt  $\frac{2}{4}$  — nästan liklånga med fjället (för hvilket allt hos denna form — ej hos de båda andra —, då under blomningen eller vid torkning skärmfjällen gå en smula i sär, vippan blir mer eller mindre ullig); blomämnets hår ungefär liklånga med de andra. *C. ar.*  $\times$  *C. str.*: hår temligen rikliga, men lemnande yttre blomfjällets rygg fri, utstående samt hälften så långa som fjället; blomämnets hår föga längre än de öfriga. — En hufvudkarakter bör ju ock yttre blomfjällets borst kunna prestera. Så är ock fallet, och om på något afstånd växtens habitus mest påminner om *C. str.*, bland hvilken den växer, blir förhållandet ett annat, så snart man fått den närmare under ögonen, och upptäcker de ur de medelstora, temligen skarp-spetsade småaxen ej obetydligt framskjutande borsten. *C. ar.*: borstet utgår nära basen af blomfjället och når med halfva sin längd öfver dettas spets, skjutande således långt utanför småaxet; äldre (i torrt tillstånd) nedtill spiralvridet och vid midten starkt knäböjdt, knäet ungefär i jemnhöjd med blomfjällets spets. *C. str.*: borstet utgår vanligen nedanför blomfjällets midt, stun-

dom dock från sjelfva midten af fjället, någon gång t. o. m. ofvan densamma och när — oberoende af utgångspunkten — än blomfjällets spets eller något öfver densamma, alltid dock innesluten inom småaxet, än, ofta nog, ej ens fjällets spets; äldre rakt eller något bågböjdt. *C. ar.* × *C. str.*: borstet utgår ungefär midt emellan blomfjällets bas och midt och när i de allra flesta fall med tredjedelen af sin längd utanför fjället, således något utskjutande ur småaxet; hos några småax dock nästan dubbelt så långt som blomfjället, hos ett och annat åter så kort, att det t. o. m. är — nätt och jemt — inneslutet inom skärmfjällen; äldre vanligen nedtill lindrigt vridet samt m. l. m. knäböjdt, knäet ett stycke nedanför blomfjällets spets (den ovridna borstdelen relativt längre än hos *C. ar.*), någon gång (äfven såsom torrt) alldeles ovridet och nästan rakt.<sup>1)</sup>

Till sin gröfre habitus erinrar hybriden i någon mån om vissa spädare, virescenta former af *C. gracilescens* BL.

Växten var, hvad ♀-organet beträffar, fullkomligt steril; fruktämnet utveckladt och förkrympt. Detta torde dock vid bedömandet af växtens ursprung ej ha så mycket att säga, då äfven de förutsatta stamarterna visade sig vara föga fertila. Bland de många exemplar af *C. arund.* jag undersökte, funnes endast några få sparsamt fruktbärande; *C. stricta* var fläckvis rikt fertil, men stora massor af den voro sterila. — Det frömjöl af hybr., som jag — endast i ringa mängd — haft tillfälle att granska, befanns dåligt. Många antherer voro för öfrigt tomma och hopskrumpna redan innan någon blomning kommit till stånd. Äfven hos stamarterna tycktes pollenbildningen skärligen klen, ehuru vida öfverlägsen hybridens. — Emellertid må här framhållas, att ofvan gifna sexuela bestämmningar grunda sig — ej mindre för hybridens än stamarternas vidkommande — på ett enda års undersökningar.

I alla händelser visade här ifrågavarande intermediära växtform denna det sexuela armodets granna skylt, denna länge

<sup>1)</sup> Liknande variationer hos borstet förekomma ock i viss mån hos andra hybrider, som härstamma från *C. arundinaceae*.

ihållande blomning och yppiga friskhet — långt efter det åtminstone det stora flertalet individer af hufvudformerna börjat falna eller föra mognande frukt — som utmärker så många notoriska hybrider.

Oafsedt emellertid hvad bevisningsvärde, som kan ligga i de anförda sexuela förhållandena, torde redan af det förut anförda framgå föreliggande växtforms hybrida ursprung. Dess ensamma förekomst mellan de antagna stamarterna och dess i morfologiskt hänseende förmedlande ställning mellan dem kunna ej gerna medgifva annan tolkning. Derpå tyder väl ock slutligen en så pass rik formvexling, som vid närmare efterseende, såsom af beskrifningen framgår, denna enda tufva har att uppvisa, förutsatt att en sådan formvexling såsom här finner sin begränsning i de förmodade stamarterna.

Det synes mig nemligen, som skulle det ej, såsom man stundom ser antagas, uteslutande eller nästan uteslutande vara möjligheten af korsbefruktnings med stamarterna, som betingar den högre grad af variation, hvilken så ofta utmärker hybrider, utan som måste, *under för öfrigt lika förhållanden*, en hybrid — oafsedt all korsbefruktnings eller befruktning öfverhufvud — ega förutsättningar för större och rikare <sup>1)</sup> formdifferenser än egentliga arter, enär den organiska varelsens variationsspätium väl måste antagas vara större i samma mån som ursprungsformerna äro hvarandra olika, större inom området för produkten af två skilda arter än för produkten af individ, tillhörande samma art. Så skola ju t. ex. helt naturligt två hybrida individ, af hvilka det ena erinrar mera om fadern än modern, det andra mera om modern än fadern, sinsemellan visa en betydligt större olikhet än den, som i motsvarande fall kan göra sig gällande mellan två individ af samma art.

<sup>1)</sup> D. v. s. för vår uppfattning rikare, ty i grunden måste ju äfven det minsta och för våra ögon mest likartade område af naturen — då differentieringen äfven inom detta måste tänkas oändlig — utgöra en rik skiftningarnes värld, — något som ju äfven de facto visar sig vara fallet, så långt vi med våra hittills varande hjälpmedel kunna uppdelas och skärskåda detsamma.



Dertill komma då de svårigheter, som synbarligen äro förknippade med nästan hvarje naturens försök att sammansmälta tvenne skilda typer — svårigheter som ju visserligen ofta komma till uttryck deri, att produkten utan synnerlig modifikation *konstant* upprepar en eller annan af stamformernas karakterer, från den ena af dessa en, från den andra en annan karakter, men som också ofta visa sig deri, att ett och samma morfologiska element hos afkomman — äfven hos samma individ af henne — härmar motsvarande element hos än den ena, än den andra af stamarterna — hvilket senare, ej mindre än de företeelser, som skrivas på atavismens räkning och som särskildt tyckas gynnas af hybridisation, kommer under den allmänna rubriken *variation*. Och hos bastarden ha ej såsom hos den fast konsoliderade arten efterhand preciserade livsvilkor och nedärfd tradition kunnat åt den sväfvande formen ge begränsning, stadga och styrka. Bastarden utgör ju en i sitt slag första generation, som — åtminstone hvad beträffar produkten af *arkorsning* — endast jemförelsevis sällan frambringar någon andra af samma specifika valör, och som, då detta verkligen inträffar, d. v. s. vid bastardens fortplantning inom sig sjelf, i allmänhet ger upphof åt en särdeles variabel afkomma.

I sjelfva verket synes såsom kriterium — låt vara af mer prognostiskt värde — på ett växtindivids hybrida natur kunna gälla, ej blott att det intager en jemförelsevis fix intermediär ställning till tvenne gifna arter, vare sig ur den synpunkten, att det i allmänhet öfverensstämmer med ett af tanken uppkonstrueradt medium mellan dem, eller ur den, att det i större eller mindre mån eger rättvisligen fördelade, konstanta karakterer från båda — det är ju i och för sig intet som hindrar, att det i bägge dessa fall är en *ren* form, som föreligger; utan ock, fastmer, detta, att det i flere eller färre moment företer ett sådant vacklande, ett sådant oscillerande från den ena arten till den andra, att man äfven på grund deraf skulle råka i villrådighet, om man nödgades föra detsamma till endera af dem. Detta individets famlande mellan två gifna, eljest distinkta former är

det, som framförallt synes mig prononcera den intermediära ställning, detsamma i allmänhet intager, såsom, icke den fast grundade artens till två medarter, utan som hybridens till sina stamarter.<sup>1)</sup>

Så vågar jag också, i enlighet med allt det ofvan sagda, hålla före, att äfven förut nämnda formvexling hos här ifrågavarande växt i sin mån stöder antagandet af dess hybrida härkomst, då, som förut antydts, de båda polerna för variationen här tydligen äro just de förutsatta båda stamarterna, så att den ena vippan väcker en föreställning om *C. arundinacea*, den andra om *C. stricta* och i samma vippa ett småax hänvisar mer på den ena arten, ett annat på den andra, ett tredje åter visserligen på båda.

Rörande växtens förekomstsätt, förut i största korthet antydt, må slutligen här för fullständighetens skull tilläggas några ord. Stamarterna äro båda allmänna vid Dalarö, den ena (*C. arund.*) med sina yppiga, saftigt grönskande tufvor, sina högresta, vajande strån och matt perlmorskimrande vippor öfverallt prunkande i dess barrskogar, den andra (*C. stricta*) i långa, stela rader och i anspråkslöst livrée — grågrönt och gulbrunt — kantande dess stränder och motvilligt böjande sitt styfva strå för hafsvinden. Den lokal, hvarom här närmast är fråga, är emellertid hvarken egentlig skog eller egentlig hafsstrand, och då den är fyndplatsen ej blott för här ifrågavarande hybrid, utan, såsom nämdt, äfven för den andra i denna uppsats behandlade, nemligen *Carex ampullacea* × *C. Pseudocyperus*, då jag vidare der observerat den förut i Finland anmärkta *Carex*

<sup>1)</sup> Det påstås visserligen, att det hufvudsakligen är hos hybrida afkomlingar af närbeslägtade former såsom raser och underarter, endast sällan hos arthybrider, som ett sådant förhållande gör sig gällande. Må vara — i detsamma mest pregnanta företeelser; men närmare eftersedt och om man ställer anspråken på de resp. artharakterernas isolering från hvarandra en grad lägre, så torde det möta oss ganska ofta inom hybridverlden, åtminstone den vilda hybridverlden. För tillfället må här erinras om vissa *Rumex*-hybrider, hvilkas inre kalkblad ju ofta — äfven de sterila blommorna oräknade — å ett och samma exemplar äro af två slag, det ena tydligen mer erinrande om den ena, det andra om den andra stamarten. Och hvad gräs och halfgräs beträffar, med deras inom samma blomställning ofta rikhaltiga representation af samma organiska form, tyckas deras hybrider särskildt ge prof på detta slags variation.

*ampullacea* GOOD.  $\times$  *C. vesicaria* L. ej mindre än den för Sverige redan bekanta *Aira bottnica* WG.  $\times$  *A. caespitosa* L. och då den tvifvelsutan för ett uppmärksamt botanistöga skal afslöja ännu mer af intresse, torde skäl nog förefinnas för ett något utförligare omnämnande af densamma.

Den är, denna lokal, en smal dalsänka, liggande mellan ett par skogklädda bergäsar och åt båda hållen mynnande ut i en låg hafsstrand, i sjelfva verket utgörande den smala remsa, som nu förenar Dalarö med fastlandet, ännu för omkring 100 år sedan åter det segelbara sund, som skilde dem åt. Också består den botten till större delen af ett ytterst sankt moras, i midten med ett par små djupa kärn med dybotten, hvilka dock, oafsedt de å årstiden beroende betydliga nivåförändringarne, är från år märkbart torka in för att sannolikt inom en ej alltför afägsen framtid helt och hållet vara försvunna. Terrängen är således stadd i oafbruten förändring, och då den dessutom ännu för kort tid sedan erhöill stadig tillförsel af gödslande ämnen från en gammal uppe på en af sluttningarne befintlig kompost- och afskrädeshöj kan man föreställa sig, att här, af mer än en anledning, måste försiggå ett intensivt sönderdelningsarbete, hvarom ock de mest stinkande, från kärret uppstigande miasmor bära vittne. De friska hafsvindar, som på grund af läget skulle kunna spela genom hela dalen, motas eller dämpas af de dungar af al, som vid båda ändarne förmedla morasets öfvergång till den fastare strandmarken. Så ligger den der med sina orörliga vattenspeglar, skyddad från alla sidor, tyst och lugn, dels i skugga, dels i solgass, men öfverallt varm, fuktig och jäsande, ett litet naturrens drifhus, ammande upp en för dessa trakter rik träskvegetation och säkerligen på grund af hela sin naturbeskaffenhet i ej ringa grad egnad att framlocka dessa växtverldens extravaganser — visserligen ej sällsynta —, som nämnas hybrider.

I och vid kanten af träsket förekommer, å ett begränsadt område, i ej ringa mängd *Calamagrostis stricta*. Omgifven på alla sidor af en spädare form af denna art, men dock i densammans ytterlinje åt ena torrsidan till, på en af ett par stubbar

m. m. bildad fastare upphöjning i den sankta marken, står dess illegitima afkomling i — åtminstone sådan den ter sig under vegetationstiden — en enda, stor och rik tufva, sökande för sina höga, spåda strån stöd och hägn mellan de närstående buskarnes stammar och löfverk. Det är ju den lokalitet, man kunde vänta för ett korsningsalster af *C. arund.* och *C. stricta*. I omedelbart grannskap af densamma stå vid de nämnda trädrötterna sådana växter som *Oxalis*, blåbärsris och *Potentilla Tormentilla*, men äfven ett par exemplar af *Comarum*.

Från nämnda sida af moraset stiger nu marken temligen brant uppåt, småningom öfvergående i det egentliga berget. Ett drygt stenkast från morasets kant, uppe på den skogklädda sluttningen påträffas den första, isolerade, tufvan af *C. arund.*; först ännu ett stenkast högre upp, å krönet af bergåsen, förekommer den i större mängd.

Måhända torde det under sådana förhållanden ej vara alltför djerft att antaga, att det är just från det nämnda isolerade exemplaret af *C. arund.*, som hybriden å ena sidan härstammar, så mycket mindre som vissa särskilda egenskaper hos detsamma återfinnas hos hybriden. Så en viss relativ spädhet i strået m. m., hvilken egenskap såsom nämnt i hög grad utmärker hybriden, så äfven hårligheten hos dess bladslidor — alla öfriga å lokalen i fråga befintliga exemplar af *C. arund.* ha sträfva, men hårlösa slidor —, som ju ock konstaterats hos ett par strån af hybriden. Stöd hemtar slutligen ock ett sådant antagande från den erfarenhet, som lär, att dispositionen för hybridbildning är särskildt gynsam, der den ena stamarten förekommer i ringa, den andra i stor mängd.

Vidare torde ock med något skäl kunna uttalas den förmodan, att *C. arund.* här fungerat som ♂-, *C. stricta*, bland hvars exemplar hybriden står, som ♀-planta. I motsatt fall skulle, då någon annan *C. str.* ej fins i närheten, frömjöl från den sistnämnda arten först ha förts uppför höjden och lyckats påträffa samt befrukta den der växande *C. arund.*, hvarefter åter den sålunda uppkomna frukten skulle fått tillfälle att komma

ned och hamna just der, hvarifrån frömjölet utgått. Sannolikare är ju, att från *C. arund.* nedsväfvande frömjöl nått och befruktat den i större mängd nere i dalen förekommande *C. stricta*. Ännu sannolikare förefaller denna förmodan, då man besinnar, att frukten af *C. arund.*, på grund såväl af den af blomfjällen bildade fruktkappans form och konsistens som framförallt af de nästan tilltryckta blomfjällshårens ringa utveckling, bör ha vida mindre lätt att af vinden bortföras längre stycken än den i detta hänseende jämförelsevis väl utrustade, liksom af en ballong af utstående, jemnhöga hår omgifna frukten af *C. stricta*; hvaremot åter den förra just genom nyssnämnda sina egenskaper liksom genom det långt utom fjällen nående, knäböjda och snobara borstet synes mer egnad att fästa sig på första lämpliga hvilopunkt den uppnår efter det den lemnat småaxet — i hvilket afseende äfven den för yttre blomfjället hos denna art karakteristiska lilla *callus*<sup>1)</sup> torde ega åtminstone symptomatisk betydelse.

Nämnas må till sist, att å lokalen i fråga eller i dess närhet af öfriga arter inom släktet påträffats endast *C. lanceolata* och *C. epigeios*.

### *Carex ampullacea* GOOD. × *C. Pseudocyperus* L. (nova hybr.).

*Culmi cæspitiosi vel paullo solitarii* (interm.), *fistulosi* (*C. ampull.*), *triquetri*, *superne acutanguli et scabri* (*C. Pseud.*), *in vivo lateribus planis* (interm.). *Folia* ad basin angulate canaliculata, *superne plana* (interm.); »*ligula*» (pars suprema membranæ internæ vaginæ) *in foliis culmi floriferi foliisque internis stolonum brevis, ± rotundate obtusa* (prox. *C. ampull.*); *in foliis externis stolonum acuminata* (*C. Pseud.*) *Bracteæ spicarum fem. 2—3 infimarum culmum superantes* (interm.). *Spicæ fem. 3—4*,

<sup>1)</sup> Af öfriga arter tycks det endast vara hos den närbeslägtade *C. varia*, som denna bildning förekommer i något mer utpräglad form. Hos t. ex *C. lanceolata* åter med dess minimala borst och utmärkta vindspidningsapparat (långa, mjuka och rikliga blomfjällshår samt efter blomningen vidöppna blomfjäll) synes den totalt saknas.

vulgo elongatæ, *omnes pedunculatæ, nutantes* vel subpendulæ (vulgo interm.), *inter se et a spicis masc. distantes* (C. amp.), summa fere semper basin spicæ masc. infimæ superans (interm.); virides vel subflavescentes (vulgo C. Pseud. prox.). *Pedunculi spicarum scabri* (C. Pseud.). *Spicæ masc. vulgo 3* (C. amp.). *Glumæ spicarum fem., etiam in eadem spica, valde variantes, utriculis nunc longiores, nunc breviores, forma glumis nunc C. ampullaceæ, nunc C. Pseudocyperi ± similes, plurimæ tamen in cuspidem attenuatæ setaceam, serrulatam, tertiam vel quartam partem ipsius laminæ glumæ æquantem* (in C. amp. omnino deficientem, in C. Pseud. lamina multo longiorem). *Glumæ spicarum masc. forma iis C. ampullaceæ vulgo similes, interdum nervo mediano marginibusque scabriusculæ* (C. Pseud.). *Utriculi minus dense approximati* (prox. C. amp.), *sut firmi, sed suburgidi* (interm.) *nervis crebris* (C. Pseud.), *in vivo parum, in sicco conspicue prominentibus* (interm.), *ovato-lanceolati* (C. Pseud.), *erecto-patentes* (in utrisque parentibus autem denique divergenti-patentes, in C. Pseud. sæpe etiam reversæ), *cito* (prox. C. amp.) *in rostrum, utriculæ æquantem* (C. Pseud.) *constricti; rarissime fructiferi, fructus autem semper sterilis. Pollen tabescens.* — Dalarö, par. Österhaninge, prope Stockholm, 1891.

*C. Pseudocyperus* och *C. ampullacea* bilda ändpunkterna i en såväl habituellt som genom systematiskt viktiga karakterer naturlig grupp af släktet *Carex*, hvilken, jemte dem, af öfriga nordiska arter inrymmer *C. paludosa* GOOD., *C. riparia* CURT., *C. vesicaria* L. och *C. lævirostris* FR. — FRIES' *Vesicariæ*. På grund af sitt ensamma ♂-ax utbrytes emellertid af en del författare *C. Pseudocyperus* ur denna grupp och länkas på ena eller andra sättet samman med de öfriga, jämförelsevis småväxta, former af *Tristigmaticæ*, hvilka räkna endast ett ♂-ax och hvilkas ståtliga ytterste flygelman denna art sålunda kommer att utgöra. I flere betydande arbeten qvarstår han dock fortfarande — om ock med en viss undantagsställning och för öfrigt utan särskild motivering — inom förstnämnda grupp. Och ej underligt det, ty med afseende på nästan alla öfriga karakterer står den, såsom vid en

granskning lätt visar sig, närmast en del af denna gruppe arter — i trots af sin tufviga växt och i trots af all omiskänlig afän eller analog frändskap med former sådana som t. ex. *C. sylvatica* HUDS., *C. flava* L., *C. pallescens* L. Blott ett ♂-ax till, och *C. Pseudocyperus* skulle ej förefalla som någon främling inom *Vesicariæ*ernas utpräglade grupp.

Men gå vi denna art närmare in på lifvet, torde vi finna, att den i viss mån fyller äfven detta vilkor, att den i sjelfva verket är en förstucken *Vesicariæ*. Mellan de många ♀-axer och det enda, terminala ♂-axet finnes nästan alltid åtminstone ett blad- eller borstlikt, men axlöst stöddblad. Till toppaxen kan detta blad ej gerna höra, då det förra hos *Carex* aldrig vare sig hos *Mono-* eller *Polystachya* uppträder med något sådant eller ens med något till form eller färg mer modifieradt basfjäll, äfven der, hvad beträffar *Polystachya*, alla sidoax, som ej ha utveckladt stöddblad, dock äro försedda med ett dylikt rudiment dertill. För öfrigt sitter här ifrågavarande stöddblad ofta på ett betydligt afstånd från ♂-axen (stundom närmare öfversta ♀-axen) samt är örtartadt, ofta flernervigt. Återstår då att anse detsamma, som vanligen i vecket har en, någon gång två till tre ♂-blommor, såsom markerande ett axämne, som ej kommit till utveckling — hvartill motsvarigheter ju finnas hos andra *Carices*, närmast den i flere afseenden med *C. Pseudocyp.* analoga *C. vesicaria*, hos hvilken det mellersta ♂-axen ofta företrädes af ett dylikt axrudiment. Likasom ofta nog hos sistnämnda art kommer då och då äfven hos *C. Pseudocyp.* detta axämne till utveckling i ett vanligen kort, nästan oskalfadt och därför — äfven hos denna art, med dess vanligen hängande inflorescens — mer eller mindre upprätt ax.

Att axbildningen hos *C. Pseudocyp.* i och med detta ämne ock börjat inträda inom den maskulina sferen, derpå tyder ju redan den omständigheten, att, såsom förut nämnts, det outvecklade axen nästan alltid representeras af en ♂-blomma. Någon gång sitter der dock innanför stöddbladet i stället för en ♂-blomma ett eller ett par fruktgömmen, någon gång ock ♂- och

♀-blommor tillsammans. Utvecklas åter detta ämne till ax, hvilket, såsom nyss nämndes, stundom inträffar, så innehåller det sistnämnda ofta *endast* ♂-blommor — i hvilket förhållande förekomsten af en pistill innanför det vid dess bas sittande, det korta axskafvet tillhörande, förbladet och detta senares mer eller mindre framgångsrika försök att omkring densamma bilda ett tjenstbart fruktgömme så mycket mindre utgör någon nämnvärd inskränkning, som denna företeelse ofta återfinnes hos och i viss mån är karakteristisk just för laterala ♂-ax hos *Heterostachyæ*.<sup>1)</sup> *C. Pseud.* uppträder således faktiskt ej så sällan med två ♂-ax. Men ofta kommer dock endast ett blandningsax till stånd, der ♂-blommorna förekomma än vid basen eller i spetsen, än, och ofta utan all ordning, inströdda bland och sida vid sida med ♀-blommorna. Detta kan emellertid så mycket mindre utgöra någon instans mot dess typiska natur af att vara ♂-ax, som hos denna art, med dess dominerande ♀-liga karakter (hvarom mera nedan), ofta nog sjelfva toppaxet, som ju i vanliga fall ensamt representerar växtens ♂-liga element, lider starkt intrång af fruktgömmen, ja stundom till den grad, att det i det närmaste är förvandladt till ett ♀-ax och fullkomligt företer den allmänna bilden af ett sådant. — Till ofvanstående må nu fogas, att stödbladet i fråga, vare sig dess ax kommer till ut-

<sup>1)</sup> Att här ifrågasvarande förblad verkligen tillhör sjelfva axskafvet eller — då axet vanligen är oskafadt — blomfästet och att den deraf bildade, mer eller mindre fullständiga *utriculus* således tillhör en gren af 1:sta ordningen, ej såsom eljest (i axen) en gren af 2:dra ordningen, framgår genast bland annat af dess dorsala läge i förhållande till strået, så att det nämnda organet, ehuru stundom förande mogen frukt, söker omfatta äfven axskafvets bas. Att det till följd af dettas groflek oftast skall misslyckas i denna sin dubbla roll, är ju helt naturligt; en eller annan gång kan man emellertid få se ett utveckladt, förkrympt ax sticka fram ur toppen af en för öfrigt sluten, ehuru betydligt utsprängd *utriculus* af detta slag, hvilken på samma gång innehåller fallbildad nöt. — Äfven vid basen af de mer utdragna ♀-axskaften, der förbladet i vanliga fall bildar en temligen långsträckt slida, förekommer någon enda gång denna företeelse af en *utriculus*, tillhörande första grensystemet, medan alla de andra, uppe i axet, ju tillhöra ett af 2:dra ordningen. (Af hvilken grad åter sjelfva fruktaxeln i detta fall är, af andra eller tredje, måste, jemte åtskilligt annat hithörande, afgöras genom studium af utvecklingshistorien).



veckling eller ej, har den korta fjälldel nedtill, som i allmänhet utmärker de ♂-liga sidoaxens stödblad hos *Vesicariae* och som brukar saknas hos ♀-axens mer utvecklade stödblad.

Ganska ofta finnas ett par dylika stödblad mellan topparna och öfversta ♀-axet.<sup>1)</sup>

Af det nu sagda torde alltså framgå, att *C. Pseud.* står liksom på språng till (eller från) *vesicaria*-gruppen äfven med afseende på den för den sistnämnda distinktiva karakteren: fler ♂-ax; och att det, allt i allt, ej bör förvåna, om man finner den, der tillfället är gynnsamt, stifta närmare bekantskap med så pass nära släktingar.

Den nämnda nästan konstanta tendensen till bildande af fler ♂-ax kastar ock ljus — det må sägas redan här — öfver det eljest möjligen något egendomliga förhållandet, att den bastard. hvarom här är fråga och som visserligen i alla händelser borde komma att falla inom den grupp, som räknar mer än ett ♂-ax är utrustad, oftast med tre, någon gång med ända till fyra ♂-ax.

Sävidt jag af tillgänglig litteratur kunnat se, har ej *C. Pseudocyperus* hittills funnits hybridisera med någon af sitt slähtes arter. Att detta dock bör visa sig vara fallet, särskildt i fråga om de med densamma mest befryndade af *Vesicariae*, t. ex. *C. riparia* eller *C. vesicaria*, synes man ha så mycket mer skäl att vänta, som *C. ampullacea*, med hvilken den i förevarande fall ingått förbindelse, är, så vidt jag kan förstå, den af alla denna grupp's arter, som står längst från *C. Pseud.* — en omständighet, som ju för öfrigt, äfven den, i sin mån vittnar om den nära släktskapen mellan hela denna grupp och *C. Pseud.*

<sup>1)</sup> Äfven hos de till FRIES' grupp *Fulvella* hörande arter (åtminstone hos *C. distans* L., *C. Hornschuchiana* HOPPE (c. *C. fulva* GOOD.), *C. flava* L., *C. Ederi* HOFFM. och *C. extensa* GOOD.) förekomma någon gång extra stödblad och ♂-ax (ehuru icke på långt när så konstant som stödbladet med tillhörande axämne hos *C. Pseud.*). Undantagsvis äfven hos *C. sylvatica* HUDS. Otvifvelaktigt är det ock, af de med endast ett ♂-ax försedda *Carices*, grupperna *Fulvella* FR. och *Strigosae* FR., som äfven i öfrigt och på grund af systematiskt viktiga likheter stå *C. Pseud.* och dermed hela gruppen *Vesicar.* närmast. icke, såsom man ofta i flororna finner, *C. pallescens* L., som med nämnda art endast företer en viss analogi, hufvudsakligen i axställningen.

Då nu emellertid de öfriga, såsom nyss antyddes, genom flera eller färre betydande karakterer (t. ex. skarpt 3-sidiga, sträfvä strån och plattade blad [alla de öfriga], sylspetsade skärmfjäll [*C. paludosa*, *C. riparia*], utdragna fruktgömmen [*C. palud.*, *C. rip.*, *C. vesicaria*]) mer än *C. ampull.* öfverensstämma med denna art, så framställer det sig nästan som en nödvändig fordran, att man i högre eller lägre grad hos hybriden skall återfinna just de karakterer, som känneteckna dessa mellanarter mellan *C. ampull.* och *C. Pseud.* Så är också, såsom af den följande beskrifningen torde komma att framgå, fallet — utan att därför förevarande växtforms specifika karakter går för-lorad eller dess hybrida ursprung på minsta sätt råkar i tvifvelsmål.

Af de båda stamformerna är *C. ampull.* — äfven fränsedt dess markerade boreala former — en af sitt slägtes mer variabla arter och tycks ha ej ringa förmåga att lämpa sig efter olika lokala förhållanden. Alltigenom små och spåda former med nästan trådmala blad, växande i skugga och på nästan torr mark, onvexla med höga, grofva *lacustris*-former med breda, plattade, ytterst tjocka och läderartade blad; former med långa, cylindriska, något lutande eller hängande ax med sådana, som ha korta, nästan aflånga, upprätta ax; former med runda, till spröt tvärt sammandragna fruktgömmen med dem, som ha dessa mer utdragna, med mindre afsatt spröt. Emellertid återstå fasta och distinktiva karakterer nog för att göra denna art, så länge den håller sig inom sig sjelf,<sup>1)</sup> äfven i hvarje dess form lätt skild från samtliga öfriga arter. — Äfven i sexuelt afseende varierar *C. amp.* betydligt: fertiliteten är mycket ojemn.<sup>2)</sup> Allmän variabilitet och ofruktsamhet stå ju ock ej sällan i samband med hvarandra.

<sup>1)</sup> Med detta något oegentliga uttryck syftar jag på dess, som jag har någon anledning tro, ej sällan förekommande korsning med *C. vesicaria*, der den växer tillsammans med denna art. Se tillsevidare sid. 297 i denna uppsats. Den sålunda uppkomna produkten och dess återgångsformer ha sannolikt mer än en gång förverlats med stamarterna och skenbart ökat deras variabilitet.

<sup>2)</sup> Mera härom längre ned.

Den å fyndorten för hybriden mest förekommande, der mycket allmänna formen af *C. ampull.* är särdeles torftig; späd och spenslig till strå och blad, med ofta ett enda, sällan mer än två, på frukter fattiga ♀-ax. Endast i ett afseende visar den yppighet: den har vanligen fyra, väl utvecklade ♂-ax, hvar igenom ♂-axsamlingen ofta blir oproportionerligt lång.

Är *C. amp.* af en något ombytlig natur, så är *C. Pseud.* detta så mycket mindre. Den bildar en i hög grad fast och beständig, nästan till enformighet sig upprepande art och synes mer än de flesta ha funnit sina vilkor, vid hvilka den troga håller fast; i och invid vattnet är ock dess stadiga tillhåll, och den ströfvar aldrig såsom sin nyssnämnda släkting i någon mån utanför detta område. En synnerligen rik fruktsättning tycks kröna denna konservativa dygd: knappast ett enda af dess otaliga, tätt packade fruktgömmen saknar, såvida växten för öfrigt är frisk, när tiden är inne, sin, åtminstone skenbart, väl utvecklade nöt.<sup>1)</sup>

Afkomlingen af dessa två arter är också en — i betraktande af dess hybrida ursprung — särdeles väl afgränsad och inom sig likartad form, för det vid densamma vana ögat genast igenkänlig på nästan hvarje sin minsta del. Den för så många hybrider egendomliga oscillationen mellan resp. stamformer gör sig här tydligare gällande nästan endast i fråga om skärmfjällen.

Och härmed öfvergår jag till den jemförande beskrifningen af dessa tre arter, fästade mig, hvad den variabla *C. amp.* beträffar, särskildt vid de i grannskapet af hybriden växande formerna af densamma.

Det antal axbärande strån af hybriden, som undergått en mera detaljerad granskning, utgör något öfver 50; i vissa afseenden och särskildt i fruktifikativt ha *alla* funna exemplar, äfven de som ännu stodo på rot, med lätthet kunnat undersökas. — För alla tre formerna gemensamma karakterer äro här ej upptagna. ( $A = C. ampullacea$ ,  $B = C. Pseudocyperus$ ,  $AB = C. ampullacea \times C. Pseudocyperus$ ).

<sup>1)</sup> Mera härom längre ned.

*Strån.* *A:* utgående från en krypande rotstock, föga tufvade, men hårdt och djupt rotade. *B:* tätt tufvade, men löst rotade. *AB:* än bildande tydliga tufvor, än något aflägsnade från hvarandra, temligen fast rotade. — *A:* sällan (på platsen) öfver 60 cm. höga, smala, upprätta, med toppen något böjd. *B:* ända till meterhöga och deröfver, särdeles grofva, vanligen upprätta, med föga eller ej alls böjd topp. *AB:* ända till meterhöga, relativt smala, vanligen snart lutande, vid större höjd med starkt böjd topp. — *A:* nedanför stödbladen vanligen utan leder, mera sällan med en enda sådan; sega, men ihåliga, hos snärrer exemplar (de på platsen vanliga) med nästan rundt lumen. *B:* vanligen med två—tre leder, styfva och jemförelsevis bräckliga, men ofta periferiskt veka, inuti täta. *AB:* vanligen med en led, sällan med två eller utan leder, temligen hårda och bräckliga, ihåliga (åtminstone längre fram på sommaren), med temligen litet, men skarpt 3-kantigt lumen. — *A:* upptill trubbkantiga, med i friskt tillstånd en eller två sidor något konvexa, nedtill nästan trinda. *B:* treeggade, ofta upptill med tunna, böjliga, nästan vinglika och något genomskinliga kanter<sup>1)</sup> och med i friskt tillstånd en eller två sidor konkava; aldrig nederst trubbkantiga (ej trinda). *AB:* upptill skarpt tresidiga med fasta, ogenomskinliga kanter och i friskt tillstånd platta sidor; längre ned trubbkantiga, aldrig nederst nästan trinda. — *A:* glatta ända upp till axfästet. *B:* sträfva en god bit nedom öfversta sträbladet eller, om ♀-axen äro minst fyra, nedom nedersta stödbladet. *AB:* upptill sträfva, men glatta eller nästan glatta nedom öfversta sträbladet eller, om ♀-axen äro fyra, nedom nedersta stödbladet.<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Stråets ovanliga groflek och veka kanter hos denna art bero på, att den yttre väfnaden här är jemförelsevis starkt utvecklad, lucker och grofmaskig. Kanterna bestå hufvudsakligen af utlöpare från denna väfnad.

<sup>2)</sup> Detta i allmänhet. — Öfversta sträbladet torde för öfrigt — der ♀-axen äro färre till antalet — hos såväl *C. Ps.* som de exemplar af hybriden, hvilka äro med den samma mest befryndade, måhända närmast vara att betrakta som ett stöblad, hvilket ej såsom sådant kommit till användning. (Jfr de axlösa stödbladen mellan ♂-axet och ♀-axen hos *C. Ps.*). Derpå tyder ej blott stråets beskaffenhet ofvanför detsamma, utan ock dess eget läge ej långt från axsam-

*Blad.* *A*: 3—5 mm. breda,<sup>1)</sup> grågröna, ofvan matta, isynnerhet som yngre med ett blådaggigt öfverdrag. *B*: vanligen 8—12 mm. breda,<sup>1)</sup> lifligt, vanligen ljust gröna, ofvan glänsande, finstrimmiga, med oregelbundet förekommande punktlila fördjupningar. *AB*: vanligen 5—6 mm. breda,<sup>1)</sup> dunkelgröna, utan blådagg, vanligtvis matta, utan strimmor, men någon gång med otydliga punkter. — *A*: tjocka, fasta och sega, likformigt upphöjdt nerviga, med täta och tydliga tvärnerv.<sup>2)</sup> *B*: jämförbarvis tunna och såsom torra sköra, olikformigt eller ej alls upphöjdt nerviga, med små, temligen glesa och mindre tydliga tvärnerv.<sup>2)</sup> *AB*: temligen tjocka och styfva, något, men stundom olikformigt, upphöjdt nerviga, med oftast ganska täta och tydliga tvärnerv.<sup>2)</sup> — *A*: stråets blad oftast samlade till dess nedre del; tillika med stödbladen rundadt rännformiga (de senare dock stundom platta), vid basen vanligen utan köl; i torrt tillstånd mer eller mindre inrullade. *B*: de två å tre öfversta stråbladen vanligen mer eller mindre aflägsnade från de öfriga: alla (incl. stödbladen) platta, med nedvikna kanter, kölade; såsom torra oftast med nedrullade kanter. *AB*: ett å två stråblad aflägsnade från de öfriga, alla utom stödbladen vid basen vinkligt rännformiga, upptill platta, (hos ett exemplar alltigenom rundadt rännformiga såsom hos *C. amp.*), ofta med brutna, svagt nedböjda kanter; stöblad fullkomligt platta; alla kölade; stråblad i torrt tillstånd hopvikna å den rännformiga delen. — *A*:

lingen och på afstånd från de öfriga bladen samt dess korta slida. (Hos hybriderna — dess intermed. ställning likmätigt — sitter detsamma dock något längre från axsamlingen än hos *C. Ps.* och har dermed äfven något förlängd slida). Der axen äro många, saknas ock ett sådant blad i närheten af axsamlingen; det har då tagits i anspråk som stöblad. Deraf de alternativa bestämningarna af gränsen för stråets sträfhets, här ofvan. — Der — undantagsvis — äfven i det fall att *Q*-axen äro färre, ett dylikt kortalidadt blad nedanför axsamlingen ej kommit till utveckling, utan öfversta bladet liksom hos *C. amp.* sitter långt ned å strået, markerar detta blad naturligtvis ej någon sådan gräns.

På öfversta stråbladets resp. nedersta stöbladets läge beror ock i viss mån antalet stråleder.

<sup>1)</sup> Skottbladen ofta hos alla tre formerna (särskildt hos *C. Ps.*) bredare; äfven här mellanställning för hybriderna.

<sup>2)</sup> Tvärnerverna iakttagas i friskt tillstånd bäst på skottalidorna.

skotten ofta med hög fot af den slutna sliddelen;<sup>1)</sup> dess blad vanligen till större delen af sin längd vinkligt rännformiga, med undertill något konvexa eller platta sidohälfter, stundom dock endast å nedersta delen med uppstående kanter och för öfrigt platta, utan markerad midtelränna; i torrt tillstånd hopvikna eller inrullade. *B*: skotten med mindre tydlig fot; dess blad ungefär som stråbladen, endast nederst något hopvikna med undertill konkava sidor, för öfrigt med tydligare, upptill sträfbräddad midtelränna och skarpt afsatta kanter; torkade som stråbladen. *AB*: skotten med temligen hög fot; dess blad ungefär som stråbladen, med å den rännformiga delen under platta sidor, den platta delen med tydligt afsatta kanter och markerad, upptill sträfbräddad midtelränna; torkade som stråbladen. — *A*: snärpet (slidhinnans å bladskifvan uppskjutande del)<sup>2)</sup> hos alla bladen mycket kort, rundadt eller tvärhugget eller t. o. m. intryckt. *B*: snärp i allmänhet långt utdraget och tillspetsadt, stundom spetsigt. *AB*: snärp å stråbladen och de inre skottbladen nästan som hos *C. amp.*, å de yttersta skottbladen vanligen tillspetsadt som hos *C. Ps.*

*Honaxens stödblad.* *A*: Det nedersta eller, om ♀-axen äro flere än två, stundom de båda nedersta längre än strået. *B*: Alla längre än strået (det öfversta, som ofta är mer eller mindre borstlikt, bildar någon gång ett undantag). *AB*: Alltid de två, stundom de tre nedersta längre än strået. — *A*: Det nedersta vanligen kortsidadt, då ♀-axen äro flere än två, stundom äfven då ♀-axen äro blott två. *B*: Det nedersta slidlöst, så vidt ej ♀-axen äro minst fyra; i sistnämnda fall stundom slidadt. *AB*: Det nedersta sällan slidadt, såvidt ♀-axen ej äro fyra, i detta fall åter vanligen slidadt.

<sup>1)</sup> Åtminstone delvis beroende derpå, att de först utvecklade, djupt ned vid basen af skottet sittande bladen hastigt synas förstöras; i djupare, ej uttorkande vatten tyckas de bibehålla sig bättre, hvarför ock skotten der få ett annat utseende.

<sup>2)</sup> Erbjuder hos flere *Carices* en mycket god karakter, som dessutom, i motsats till flere andra bladkarakterer inom detta slägte, eger den fördelen att kunna iakttagas lika väl i västens pressade skick.

*Honax.* *A*: 1—4, å ifrågavarande lokal nästan alltid två; 4—7 cm. långa; gulaktiga. *B*: 2—6, vanligen tre till fem; 3—6 cm. långa; gröna. *AB*: 2—4, vanligen tre till fyra; 3—10 cm. långa; än gröna, än något dragande i gult. — *A*: vanligen kortskaftade eller nästan oskaftade och upprätta utom det nedersta, som ofta är långskaftadt och hängande; skaften jämförelsevis grofva, glatta. *B*: alla skaftade, slutl. vanligen hängande; skaften fina, sträfvä. *AB*: alla skaftade, de nedre långt, de öfversta stundom helt kort, halft hängande eller lutande; skaften till tjockleken intermediära, sträfvä. — *A*: aflägsnade från hvarandra och från  $\sigma$ -axen, det öfversta vanligen (å lokalen i fråga nästan alltid) kortare än afståndet mellan  $\sigma$ - och  $\varphi$ -ax. *B*: tätt sittande, tillsammans med  $\sigma$ -axen, i stråets topp; endast de nedersta, då axen äro flere än tre, mer eller mindre aflägsnade från de öfriga och från hvarandra; det öfversta nästan nående  $\sigma$ -axens topp. *AB*: aflägsnade från hvarandra och från  $\sigma$ -axen, det öfversta vanligen något längre än afståndet mellan  $\sigma$ - och  $\varphi$ -ax. — *A*: nedtill ofta glesblommiga. *B*: alltigenom tätblommiga. *AB*: nedtill stundom något glesblommiga.

*Hanax.* *A*: vanligen 3—4, långa och smala, släta, tidigt vissna och då ofta liksom hopfildade med hvarandra, mörkbruna; det nedersta oskaftadt eller kortskaftadt med eller utan ett vanligen kort, borstlikt stödblåd. *B*: vanligen ett enda, längre eller kortare, jämförelsevis yfvigt, ljusbrunt; nedanför detta ett eller ett par längre eller kortare stödblåd med hvar sin blomma såsom ämnen till ytterligare ax; då sådant någon gång utvecklas, detta oskaftadt eller nästan oskaftadt. *AB*: vanligen tre, stundom två eller fyra, kortare eller längre, temligen yfviga, oftast ljusbruna; det nedersta stundom mycket kort skaftadt, nästan alltid med ett stödblåd af sin egen längd.

*Skärmfjäll.* *A*:  $\varphi$ -axfjäll kortare än fruktgömmena, ägg-rundt lancettlika—lancettlika, helbräddade, vanligen mörkbruna, med ljusare och grönaktig samt alldeles glatt medelnerv. *B*:  $\varphi$ -axfjäll vanligen längre än fruktgömmena, till större delen af sin längd borstlika: endast nederst med en mycket liten,

nästan hvit, hinnaktig, mot spetsen sågflikad skifva med mörkare och rent grön medelnerv, hvilken fortsätter i det flere gånger längre, ej blott ofvan, utan äfven i kanterna mycket sträfvä borstet. *AB*: ♀-axfjäll i hög grad varierande, abrupt och våldsamt oscillerande mellan de båda stamarterna, de flesta dock mest erinrande om *C. Pseudocyperus*; än längre, än kortare än fruktgömmena, det senare vanligast fallet; nederst i axet breda, äggruudt lancettlika, ofta upptill glest sågade, ljusa, med mörkare, stundom upptill sträfvä nerv, hvilken än stadnar inom fjället, än löper ut i form af ett alltid sträfvä borst, detta än kortare, än liklångt med, än längre, stundom flere gånger längre än den fjälllika delen; högre upp i axet den hinnaktiga delen af fjället smalare, men i stället förlängd: fjället blir syllikt, en lång smal hinnkant på ömse sidor om den i ett sträfvä borst utlöpande medelnerven, borstet här temligen regelbundet utgörande tredje- eller fjerde-delen af det egentliga fjällets längd (i sjelfva verket visande ej ringa öfverensstämmelse med ♂-axfjällen hos *C. Pseudocyperus*). Ofta äro dock de olika formerna mera blandade om hvarandra; slutligen finnas fjäll, hvilkas form ej är kongruent med någon af de nyss beskrifna. — Hos ett exemplar äro de aldra flesta skärmfjällen temligen breda och utan borstudd, endast med upptill sträfvä medelnerv; hos ett annat äro de mörkbruna, men med borstudd; det ena exemplaret tyckes emellertid lika litet som det andra, af öfrigt att döma, vara att betrakta som någon återgångsform till *C. ampull.* — *A*: ♂-axfjäll, temligen mörkt bruna med vanligen hvit hinnkant, aflånga — lancettlika, helbräddade med glatt medelnerv, tilltryckta, vissnade liksom sammanklibbade. *B*: ljusbruna, syllika, upptill finsågade, sträfvä borstspetsiga, utstående. *AB*: oftast temligen ljusbruna, enfärgade, till formen ojemförligt mest erinrande om *C. ampullacea*, sålunda aflånga—smalt lancettlika; utan all borstudd, men stundom med upptill glessågade kanter och sträfvä medelnerv; något utstående. — Hos ett exemplar äro de dock mycket smala, nästan jemnbreda; hos ett annat åter starkt mörkbruna och tilltryckta.



*Fruktgömmen.* *A*: jemförelsevis glest sittande (i genomsnitt 140 på 6 cm. blomfäste), ljus gulgröna. *B*: ytterst tätt sittande (i genomsnitt 300 på 6 cm. blomfäste), gröna. *AB*: något större än hos stamarterna; jemförelsevis glest sittande (i genomsnitt 160 på 6 cm. blomfäste), än gröna, än mörkt gulgröna. — *A*: tunnväggiga, starkt uppblåsta, med otydliga, äfven i torr tillstånd jemförelsevis ringa markerade nerver. *B*: fasta, ej uppblåsta, äfven i friskt tillstånd med starkt upphöjda, tätt liggande nerver. *AB*: temligen fastväggiga (fullt intermediär ställning), men något svälda, med i friskt tillstånd föga markerade, i torrt tydligt upphöjda, tätt liggande nerver. — *A*: runda, elliptiska eller ovala, knappt kantiga, nästan raka. *B*: äggrundt lancettlika, trubbkantiga, med starkt kutböjd öfversida. *AB*: äggrundt lancettlika, svagt kantiga, med otydligt, någon gång tydligt kutböjd öfversida. — *A*: oftast omsider rätt utstående. *B*: slutligen rakt utstående eller tillbakaböjda. *AB*: städe upprätt utstående. — *A*: tvärt sammandragna till sprötet, som är af halfva fruktgömmets längd. *B*: temligen skarpt afsmalnande mot sprötet, som är af fruktgömmets längd. *AB*: skarpt afsmalnande mot sprötet, som vanligen är af fruktgömmets längd. — *A*: spröt med korta, temligen veka, lätt bortvissnande uddar. *B*: spröt med långa, stickande styfva och qvarsittande uddar. *AB*: spröt med långa, temligen styfva, ej förvissnande, men vid torkning bleknande uddar.

*Nöt.* *A*: kort, omvänt äggformig. *B*: kort, vanligen oval. *AB*: mer utdragen, mot spetsen något vidgad — der den, ehuru tom, någon enda gång är utvecklad.

Vid första anblicken påminner växten — tack vare de platta bladen samt de lutande axen med sina långa fruktgömmesspröt och spetsiga skärmfjäll — mera om *C. Pseudocyperus* än om *C. ampullacea*. Hvad som emellertid redan på afstånd skiljer hvarje exemplar af hybriderna från *C. Pseud.*, är den förras mörkare grönska. Snart faller äfven i ögonen dess utdragna, böjda stråtopp med de oftast långa, smala, slaka, något åtskilda axen, i motsats till det hos *C. Ps.* vanligen kapprika sträet

med de uppe i toppen samlade, liksom i ett knippe från den samma nedhängande axen. Längre fram på sommaren äro ock sjelfva stråna hos den förra lutande, nästan nedliggande.

Några af de för denna växtform här ofvan uppgifna karakterer synas, åtminstone i första ögonblicket, ej vara fullt för-  
enliga med den i förhållande till stamarterna intermediära ställning en hybrid brukar intaga, enär de nemligen ej blott äro ensidiga — hvilket ju i och för sig ej behöfver anses svära mot dess egenskap af blandningsform —, utan tyckas rent af innebära någon stegring af motsvarande karakterer hos resp. stamarter. Så är till en början fallet med ett par af de nu senast omnämnda habituella kännetecknen, det isynnerhet hos större exemplar starkt lutande och böjda strået samt de långa ♀-axen. Hvad de förstnämnda beträffar, så står måhända den svaghet hos strået, som i dem röjer sig, i samband med växtens förekomst å skuggiga platser, kanske äfven dermed, att strået ärf på samma gång — af *C. Pseudocyperus* — en viss tyngre byggnad, en större höjd — hvilken dock möjligen delvis kan skrivas på räkningen af den hybrida yppigheten i vegetativt hänseende — och ett grundare rotfäste, samt — af *C. ampullacea* — relativ smalhet och ledfattigdom (hvarigenom det en gång nedböjda strået möjligen får svårare att åter resa sig). Visserligen bör växten — sin hybrida natur likmätigt — ha erhållit flere eller färre af dessa egenskaper i modifierad, men ej nödvändigt i så proportionelt modifierad form, att i det hela full kompensation uppnås, eller i annan bestämd inbördes proportion. Måhända spelar äfven spädheten hos den form af *C. ampullacea*, som är den ena af föräldrarne, härvid en roll. Kommer nu dertill, å stråets öfre del, den stora bördan af långa, hängande ♀-ax, på jemförelsevis grofva axskäft, utefter ett långt utsträckt, spensligt axfäste, som tillika bär en rad af ♂-ax, medan åter hos *C. Pseudocyperus* de tre öfversta ♀-axen på sina späda skäft jemte det enda ♂-axet sitta samlade högst uppe i toppen (hvilken ock stundom så till vida är böjd) och de öfriga, då de finnas, ofta sitta aflägsnade från de förra, å en märkbart tjockare och fastare del

af strået, samt, å andra sidan, hos *C. ampullacea* i alla händelser de flesta ♀-axen ej äro så långskaftade och hängande — så torde åtminstone några förklaringsgrunder vara antydda till såväl stråets lutning som dess öfverhängande topp. — Att vidare ♀-axen hos hybriderna ofta äro längre än hos såväl *C. Pseudocyperus* som de vanliga formerna af *C. ampullacea* och särskildt den å platus förekommande, finner möjligen sin förklaring deri, att hybriden sträfvat att på samma gång återge något af den rikedom på fruktgömmen, hvilken späcker de kortare axen hos *C. Ps.*, som den relativa liberalitet med afseende på utrymme, som kännetecknar de längre, men fåblommigare axen hos den andra af stamarterna. — Fruktgömmenas något större längd hos hybriderna än hos stamarterna torde kanske vara ett utslag af den förenade inverkan af desammas stora lumen hos *C. ampullacea* och dens mer utdragna form hos *C. Pseudocyperus*; hvartill då kommer det af den senare ärfda långa sprötet. — Deras jemförelsevis upprätta ställning åter är väl uteslutande att tillskrifva det förhållande, att de aldrig »mogna».

Om det ej fullt intermediära antalet ♂-ax är redan i början af uppsatsen taladt; här må endast tilläggas, att den förut påpekade starka ♂-axutvecklingen hos den form af *C. amp.*, som förekommer på platsen, naturligtvis kan anses ha sin del i nämnda förhållande.

Dessa hypotesförsök i sitt värde; af den förut gifna beskrifningen torde i alla händelser osökt framgå, att ifrågavarande växtform i *det hela* till de förutsatta stamarterna intager en afgjort intermediär ställning. Och af samtliga dess karakterer talar kanske ingen i detta hänseende ett tydligare språk, ingen afslöjar heller tydligare dess *hybrida* ursprung än just den mest variabla af dem alla, den som *skärmfjällen* presterar, — denna karakter, som i sjelfva verket utgöres af två särskilda, nemligen de båda stamarternas, hos dem fullt konstanta, men här mångfaldigt varierade. Af de nedersta af ♀-axens fjäll tillhöra, som vi sett, en del *C. ampullacea*, andra *C. Pseudocyperus*; ♂-axens (åtminstone hvad formen beträffar) i allmänhet *C. amp.* Ensidig-

heten är i sistnämnda fall stundom så utpräglad, att endast den under förstoring synliga sträfheten å medelnerven eller en lätt skiftning i färgen förråda, — så länge fråga är om det enskilda fjället — att mer än en art ingått i dess daning. Längre upp i ♀-axen visar sig enigheten mellan de båda stamarterna större (om ock *C. Ps.* i allmänhet framstår såsom den öfverlägsne), en jämförelsevis regelbunden, intermediär bildning kommer till stånd i de förut beskrifna syllika fjällen med sitt kortare borst. Ännu alltjemt svigtar dock formen: här störes ordningen plötsligt af ett långt *Pseudocyperus*-borst, som skjuter ett godt stycke framom de öfriga fjällen, der åter döljer sig mellan fruktgömmena ett nästan veritabelt *ampullacea*-fjäll, borstlöst, kort, bredt och brunfärgadt. Någon gång förekommer äfven ett slags dubbelform, der i ett och samma fjäll båda arterna framträda i oförsonad motsats till hvarandra: ena hälften är ett väl utveckladt, brunaktigt fjäll, den andra ett mot detta tvärt afsatt, långt utdraget borst. Och dock äro här ofvan endast de mest typiska formerna mönstrade; i det hela förete, vid närmare granskning, denna växts skärmfjäll — de visa betydliga olikheter äfven de olika exemplaren emellan — ett nästan kaotiskt formspel, ur hvilket endast de mest utpräglade och regelbundnast återkommande faserna här kunnat framhållas.<sup>1)</sup>

Här — i skärmfjällen — finna vi alltså hybridens så att säga svaga punkt, här är endast halfgjordt arbete; sammanmältningen har, ehuru försökt, ej lyckats, formen är ej fullbordad. Hafva vi vid öfriga karakterer lyckats spåra de båda stamarterna såsom förenade i en serie morfologiska mellanformer, så springa de här plötsligt åtskilda fram i dagen, dragande åt hvar sitt håll, — mer än något annat ett hybriditetens märke och inregel.<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Äfven hos andra *Carex*-hybrider visar sig skärmfjällens form mer eller mindre vacklande. Så är förhållandet ej mindre hos *C. riparia* × *C. vesicaria* SIEG. och *C. filiformis* × *C. riparia* WIMM. än hos flere af de polymorfa och om bastardnatur squallrande *Distigmatica* (*Heterostachya*) o. s. v.

<sup>2)</sup> Se härom ofvan, vid *Calamagrostis*-hybriden.

Nu några ord om de sexuela förhållandena — antydda redan förut — hos de tre här ifrågavarande växtformerna.

Af frömjölet har jag varit i tillfälle att närmare syna endast helt litet. Allt det från stamarterna undersökta var normalt. Det jag sett af hybridens åter misslyckadt: en del liksom hopknådad i klumpar, en del i fria korn, men af mycket vexlande form, några fullkomligt oregelbundna, stundom utsträckta på längden eller något ballongformiga, andra och ej så få rundade, men ojemna och försedda med ut- och inbugtningar, intet regel.

Hvad fruktsamheten åter angår, är den hos *C. ampullacea* åtminstone på den lokal, hvarom här är fråga, till den grad vexlande för olika exemplar, att jag slutligen måste uppge försöket att finna en tillförlitligare medelsiffra för de fertila fruktgömmenas antal. Den fertilitetssiffra, som emellertid erhöles på 1000 räknade fruktgömmen var omkring 25 % — ett resultat som högst betydligt modifieras deraf, att i räkningen ej medtogos helt och hållet sterila exemplar, hvilka å platsen synas vara nästan lika allmänna som de fruktsamma. — Vidare är i sammanhang härmed att märka att, såsom redan förut angifvits, de flesta exemplaren af denna art å nämnda lokal räkna endast två honax samt att dessa honax, arten liknätigt, äro, i förhållande till hvad fallet är hos den andra stamarten, glest besatta, med tillsammans omkring 300 fruktgömmen. (Påfallande är, vid sidan här af, att ♂-axen, såsom förut nämnts, oftast äro ända till fyra en del mycket långa).

En slående kontrast till denna fattigdom erbjuder *C. Pseudocyperus*, hvars 3—4, stundom ända till 6, tätt besatta ♀-ax i allmänhet räkna ett försvinnande fåtal »sterila» fruktgömmen. Exemplar med ett tusental utvecklade nötter äro därför inom denna art en vanlig företeelse. Och med all denna feminina välsignelse blott ett enda, ofta helt litet ♂-ax! <sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Stundom nöjer sig ej växten med det ansevärdiga förråd af fruktgömmen, som ♀-axen innehålla, utan anlägger äfven en liten depôt af dylika i toppen af ♂-blomstret (»var. *acrogyna*); ja, ibland går denna ♂-axets besättning med fruktgömmen, såsom förut antydts, ända derhän, att växten synes ega endast

Man ser sig ovilkorligen om efter en särskild orsak till en dylik, under sådana omständigheter storartad fruktsamhet, hvilken i alla händelser ej synes kunna förklaras ensamt ur lokala förhållanden. ♂-axets fördelaktiga läge i förhållande till ♀-axen faller då lätt i ögonen. Gömdt under breda, öfverskyggande blad, befinner det sig tätt intill, stundom in emellan de samlade ♀-axen, hvilka sålunda genast, på och mellan sina otaliga, hvassa, utspärrade sprötklykor kunna uppfånga det frambrytande mogna frömjölet, oafsedt hvad som direkt kommer på de utskjutande märkenas lott. Måhända spela äfven de långa, ytterst sträfvä skärmfjällen härvid en roll. Men kanske är ock i denna rikliga sjelfbefruktnings — om ock ej en sådan i ordets strängaste mening — en orsak att finna till att *C. Pseud.* trots sin rika fruktsättning dock förekommer relativt sparsamt. I sjelfva verket visade sig ock hos flere exemplar, att kärnan ej svarade mot skalet, att fröet sjelft hade stadnat på en lägre utvecklingspunkt. De exemplar från andra, ganska skilda, lokaler, som stått mig till buds, visade äfvenledes i allmänhet en särdeles rik fruktbildning, men ofta tomma nötter. (Frömjölets beskaffenhet hos sådana individer har jag ej varit i tillfälle att undersöka). På »sjelfbefruktnings» tyder slutligen ock vid allt detta i viss mån den ofvan påpekade stora likheten individerna emellan.

Efter denna lilla digression rörande en möjlig, visserligen ej konstaterad orsak till den utvärtes yppiga, men ofta nog af inre armod lidande fruktsättningen hos *C. Pseud.* — ett moment, som ju dock alltid kan tänkas stå i någon relation till de sexuela förhållandena hos hybriden — öfvergår jag nu till dessa.

---

♀-ax och blott inom ett eller annat af toppaxets nedersta fjäll ståndare kunna uppletas. Dylik acrogynism, som ju uppträder hos flere *Carices* och hvaraf spår finnas äfven hos hybriden, synes hos *C. Ps.* förekomma relativt ofta. Deremot synas ♀-axen hos denna art sällan lida något intrång af ♂-blommor, såsom så ofta är fallet hos andra arter af släktet, bland dem särskildt *C. amp.*, och hvarpå hybriden äfvenledes lemnar exempel. Ty den jemförelsevis betydliga tofs af mindre eller mer utbildade skärmfjäll, som man ofta finner i spetsen af ♀-axen hos *C. Ps.*, synes, såvidt jag kunnat finna, sällan innehålla ståndare, utan vanligtvis antingen vara blomlös eller ock sluta utvecklade fruktgömmen inom sig.

Hybriden befans vara, åtminstone i ♀-ligt afseende, fullkomligt steril. I så måtto har jag upprepade gånger undersökt hvartenda strå jag funnit — en undersökning, som är lätt verkställd, i det den utvecklade frukten vid en sammantryckning af axet genast måste förnimmas genom den tunna fruktgömmesväggen. Men axen voro samtliga mjuka och läto sig omedelbart efter hela sin längd platträckas — utom hvad beträffar en enda tufva, hvars ax å några få punkter erbjödo motstånd för fingret. Motståndet härrörde från en rätt stor, men ej fullt hård, utan segväggig, tom nöt. Anmärkas må för öfrigt, att exemplaret var det minsta, i vegetativt hänseende torftigaste af alla. Inom alla andra fruktgömmen jag underkastat en närmare granskning, befanns frukten helt och hållet outvecklad.

Här bör emellertid ej lemnas oanmärkt, att jag ej långt från ett par af hybridens tufvor påträffat en form, som vid första anblicken något erinrar om densamma och som *möjligen* skulle kunna vara en genom korsbefruktning uppkommen återgångsform till *C. ampullacea*; sannolikt är den dock endast en formförändring af denna variabelle art. Den har 2—3 smala, långsträckta, mer eller mindre hängande ♀-ax, temligen smala och spetsiga skärmfjäll och utdraget, äggrundt, ej rakt utstående fruktgömma med temligen långt och styft spröt. Detta är ungefär allt. Strå och blad, äfven stödblad, samt ♂-ax tillhöra typisk *C. amp.* och visa ej ringaste tendens åt annat håll, skärmfjällen ha ej spår af vare sig borstudd eller stråfhet, fruktgömmet är tunnväggigt och glesnervigt samt äfven i öfriga afseenden — utom de här ofvan nämnda — sådant som hos *C. amp.* Föreligger här verkligen en återgångsform af hybriden, så skulle den utgöra exempel på en genom artkorsning uppkommen bestående varietet. Den växer på ett begränsadt område i rätt stor mängd, är betydligt konform samt temligen fertil.

Såsom redan inledningsvis blifvit nämnt, påträffade jag hybriden första gången mot slutet af 1891 års höst, ehuru jag då ännu ansåg mig böra sätta ett frågetecken för densamma, då den dels sjelf befann sig i alltför bristfälligt skick för att

medgifva en fullständig undersökning, dels de till jemförelse behöfliga stamformerna redan i det närmaste gått all världens väg. Då jag i början af juni i fjol återsåg den förstnämnda, stod *C. ampullacea* redan i fullt flor, medan *C. Pseudocyperus* ännu ej var gången i ax. Sjelf åter stod den visserligen i ax, men ej i blomning, gifvande således äfven härutinnan, om man så vill, en vink om sitt hybrida ursprung. Emellertid är denna iakttagelse gjord endast rörande nyss nämnda exemplar; de öfriga anträffades först längre fram på sommaren.

Fyndplatsens terrängförhållanden äro antydda här ofvan, vid redogörelsen för *Calamagrostis arundinacea*  $\times$  *C. stricta*. De båda der omnämnda gölarne äro till större delen af sin omkrets kantade af *C. amp.* och *C. Pseud.*, dels i, dels vid vattnet; den senare följer dessutom ett f. d. afloppsdike ända ned till hafsstranden. — Af former, som systematiskt stå *C. amp.* nära, förekomma på platsen — utom *C. hirta*, som växer högre upp på stranden — endast *C. vesicaria* samt *C. ampullacea*  $\times$  *C. vesicaria*, dessa dock på en mycket begränsad punkt <sup>1)</sup> vid sidan om den egentliga lokalen, ej i sjelfva träsket, der de alldeles saknas. En blandningsform af *C. vesicaria* och *C. Pseudocyperus* skulle eljest tydligen i vissa afseenden förete rätt stor likhet med den här ifrågavarande. Att denna i alla händelser ej är en sådan, derför tala med bestämdhet, utom annat, dess stam- och bladkarakterer. I fråga om dessa visar nemligen *C. vesicaria* till och med i detaljer rätt stor frändskap med *C. Ps.*, och en hybrid af dessa arter skulle snarare skärpa de för *C. Ps.* utmärkande kännetecknen i dessa hänseenden än moderera dem, såsom fallet är med den förevarande hybriden. Också visar just *C. amp.*  $\times$  *C. vesicaria* i dessa afseenden flere slående likheter med *C. amp.*  $\times$  *C. Pseudocyperus*; särskildt gäller detta resp. bladskott, som ofta äro svårskiljbara från hvarandra. — *C. riparia* och *C. paludosa* synas ej finnas i närmaste trakten.

<sup>1)</sup> Å annat ställe vid Dalarö — det må i förbigående nämnas — förekommer deremot denna hybrid i betydligare mängd, uppvisande äfven en hel serie återgångsformer till stamarterna, framförallt till *C. vesicaria*.



Af hybriden i fråga har jag påträffat fem tufvor, af hvilka dock två af de mindre bestå af ett par, tre småtufvor, som möjligen ej alla ha samma vegetativa ursprung. Två af hybridens exemplar växa hvar för sig på en från alla de öfriga långt afskild plats, det ena till och med på en motsatt sida af träsket; de tre öfriga befinna sig helt nära hvarandra. Både på grund af detta exemplarens inbördes läge och på grund af den olika utvecklingsgrad, hvarå de tyckas befinna sig, frestas man antaga, att de härstamma från olika korsningar och skilda tidpunkter.

Att växten ej tycks älska sol är redan antydt, och det enda exemplar, som kommit upp på öppen plats, är starkt angripet af sot. Eljest visar den sig, såsom ju så ofta är fallet med hybrider, friskare och lifskraftigare än stamarterna. *C. Pseud.* är som bekant i viss mån en högsommarväxt, och senare utvecklade exemplar härjas lätt af höstens väta och kyla. Axen angripas då ofta af en hvit svamp (en *Erysiphe?*), som hastigt utbreder sig i fukten bland de hoppackade fruktgömmena och åtminstone medelbart förstör innehållet, så snart detta ej nått någon högre utvecklingsgrad och dermed följande resistens. Deremot har jag aldrig sett fruktgömmet hos denna art berördt af den (hos flere *Carices* förekommande) sotsvamp, som redan tidigare på året fyller samt omsider spränger fruktgömmesblåsorna hos *C. ampull.* Å sin sida synes sistnämnda art aldrig lida af den hos *C. Pseud.* uppträdande sjukdomen. Hybriden åter är — med det enda nyssnämnda undantaget — fri från både den ena och andra af dessa stamarternas svagheter. En af de i den djupaste skuggan växande tufvorna, särdeles stor, yfvig och praktfull, räknade samtidigt, förutom höga, ståtliga bladskott, ett 40-tal axbärande, meterhöga strån, alla med sina långa, slaka, graciöst böjda ax och öfverhängande blad likformigt lutande utåt och på detta sätt bildande en tät, cirkelrund, grönskande krets af nära halfannan meters genomskärning. Långt in i September lyste den ännu med friska märken, och på ett och annat ♂-ax vajade ståndarknappar — en ungdomsfägring, som då för längesen försvunnit från stamarterna, till större delen äfven från sterila

exemplar af *C. ampull.* — Såväl denna som de öfriga tufvorna ha stamarterna i sitt omedelbara grannskap, *C. ampull.* nästan alltid närmast (moderväxt?), stundom så nära, att den vid flyktigt påseende tycks tillhöra samma tufva som mellanformen.

Alla omständigheter rörande denna växtform, ej mindre dess sterilitet med ty åtföljande »eviga ungdom» än dess i morfologiskt hänseende intermediära ställning (incl. skärmsfjällens oscillation) mellan två bestämda arter, ej mindre tiden för dess utveckling, så vidt densamma utrönts, än sättet för dess förekomst tala således för riktigheten af det antagande, som ofvan blifvit gjordt, att den är en hybrid; de tre sist nämnda momenten äfven för att denna hybrid bör signeras *C. ampullacea*  $\times$  *C. Pseudocyperus* — något som för öfrigt för den, som får växten under ögonen, torde röja sig redan vid första anblicken.

**Tillägg** (se s. 284, andra stycket). Den i en del utländska florer under *C. Pseud.* upptagna, såsom sällsynt anförda, var. *minor* HAMPE tycks, af hela beskrifningen att döma, endast vara en höstform och, åtminstone här i Norden, en ganska vanlig sådan, hvars enda utmärkande drag är att ej i något afseende ge det *fulla* uttrycket åt den typ, som i *C. Ps.* kommit till utbildning; m. a. o. en fattig *C. Ps.* Hufvudkarakteren, axen »gewöhnlich absteigend o. selbst aufrecht» återfinnes ju ock en gång hos hvarje ex. af den vanliga *C. Ps.*, ehuru här öfvergående.

Möjligt är ju för öfrigt, att ogynsamma lokala förhållanden, ej mindre än den ogynsamma årstiden, kunna åstadkomma denna »var. *minor*» och att den således kan uppträda äfven tidigare under året.

**Skänker till Vetenskaps-Akademins Bibliotek.**

(Forts. från sid. 248.)

**Genova.** *Museo civico di storia naturale.*

Annali. (2) Vol. 12. 1892. 8:o.

**Glasgow.** *Geological Society of Glasgow.*

Transactions. Vol. 1: P. 2; 2: 2—3; 3: 1—2; 4: 1—3; 5: 1—2. 1863—77. 8:o.

ARMSTRONG, J., YOUNG, J., & ROBERTSON, D., Catalogue of western Scottish fossils. Glasgow 1876. 8:o.

**Graz.** *Naturwissenschaftlicher Verein für Steiermark.*

Mittheilungen. H. 28(1891). 8:o.

**Göttingen.** *K. Gesellschaft der Wissenschaften.*

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1892: Bd 1—2. 8:o.

Nachrichten. 1892. 8:o.

Abhandlungen. Bd 38(1892). 4:o.

**Hamburg.** *Naturwissenschaftlicher Verein.*

Abhandlungen aus dem Gebiete der Naturwissenschaften. Bd 12: H. 1: 1—2. 1892—93. 4:o.

**Harlem.** *Société Hollandaise des sciences.*

Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles. T. 26. 1892—93. 8:o.

**Helsingfors.** *Statistiska Centralbyrån.*

Bidrag till Finlands officiella statistik. 6: 19; 7A: 3.

— *Sällskapet för Finlands geografi.*

Fennia. 6—7. 1892. 8:o.

— *Geografiska föreningen.*

Tidskrift. Årg. 4(1892): N:o 6; 5(1893): 1. 8:o.

**Kasan.** *Imp. Kasanskaja universiteta.*

Utschenja sapiski. — Lärda afhandlingar. God 59(1892): Kn. 4—5. 8:o.

**Kew.** *Royal gardens.*

Bulletin of miscellaneous information. 1892: N:o 61—72 & Appendix 1—3. 8:o.

**Kharkow.** *Université Impériale.*

Annales. 1893: Kn. 1. 8:o.

**Kjöbenhavn.** *Kgl. danske Videnskabernes Selskab.*

Skrifter. Naturv.-mathem. Afd. (6) Bd 6: 3; 7: 6. 1892. 4:o.

» Hist.-philol. Afd. (5) Bd 5: 4. 1892. 4:o.

Oversigt over Forhandlingar. 1892: N:o 2. 8:o.

**Königsberg.** *Physikalisch-Oekonomische Gesellschaft.*

JENTZSCH, A., Führer durch die geologischen Sammlungen des Provinzialmuseums. 1892. 8:o.

(Forts. & sid. 323.)

Berättelse om hvad sig tilldragit inom Kongl. Vetenskaps-Akademien under året 1892—1893. Af Akademiens ständige Sekreterare afgifven på högtidsdagen den 4 April 1893.

Då Vetenskaps-Akademien till minne af sin stiftelse i dag offentligen begär sin föreskrifna årshögtid och dervid har att lemna en öfversigt af sin verksamhet under det förflutna året, är det i första rummet hennes pligt att egna en gärd af djup tacksamhet åt statens högsta vårdare för det välvilliga och mäktiga hägn, som de fortfarande låtit komma ej mindre henne själf än äfven de särskilda vetenskapliga institutioner, som äro ställda under hennes inseende, till del, och hvarförutan hon helt visst icke skulle kunna för sina höga ändamål verka i den omfattning, som nu lyckligen eger rum.

Sålunda har Riksdagen på grund af Kongl. Maj:ts derom gjorda nädiga framställningar på extra stat för innevarande år beviljat:

2,000 kronor till inköp och insamling af naturalier vid Riksmuseets växtpaleontologiska afdelning, till arbetsbiträden derstädes och till bestridande af andra med arbetena vid afdelningen förenade utgifter;

2,800 kronor för vård, underhåll och förkofran af Riksmuseets etnografiska samling;

4,000 kronor till understöd för fortsatt utgifvande af tidskriften *Acta mathematica*, att tillhandahållas tidskriftens hufvudredaktör Professorn G. MITTAG-LEFFLER;

7,500 kronor till disposition af Professorn Friherre A. E. NORDENSKIÖLD, som af Kongl. Maj:t blifvit förordnad att vara svensk kommissarie vid den historiskt-amerikanska utställning, hvilken till firande af Amerikas upptäckt för fyra hundra år sedan sistlidet år hållits i Madrid, till bestridande af kostnaderna för Sveriges deltagande i denna utställning; hvarjemte Kongl. Maj:t meddelat tillåtelse, att utaf Riksmuseets etnografiska samlingar finge vid samma tillfälle i Madrid exponeras ett urval, som därför funnes lämpligt;

5,700 kronor till Meteorologiska Centralanstalten för anordnande under åren 1892 och 1893 af telegrafiska väderleksmeddelanden äfven på eftermiddagarne till landtbrukets nytta; och

10,300 kronor för vidtagande af åtgärder mot eldfara inom statens andel af Akademiens hus, under vilkor, att likartade nödiga åtgärder samtidigt vidtagas inom Akademiens egen andel af samma hus.

Utaf medel, som Kongl. Maj:t haft till förfogande, har för öfrigt blifvit på Akademiens underdåniga förord anvisadt bland annat:

3,000 kronor till inlösen för statens räkning af framlidne Bergshauptman J. H. AF FORSELLES efterlemnade samlingar af bergarter och mineralier äfvensom vetenskapliga manuskript, att införlifvas med Sveriges Geologiska Undersöknings samlingar. dock med rättighet för Intendenten för Riksmuseets mineralogiska afdelning att af samlingen uttaga sådana stoffer, som för afdelningen kunna anses önskvärda att ega;

1,000 kronor såsom bidrag för litografering och tryckning af planscher till ett zoologiskt arbete af Medicine Doktor A. T. GOËS; och

1,000 kronor åt Professor P. G. ROSÉN för beivrande af en internationel jordmättningskonferens, som under förlidet år blifvit hållen i Brüssel, äfvensom för ett uppehåll vid det geodetiska institutets observatorium i Potsdam för utförande derstädes af vissa pendelundersökningar.

Äfven på enskild frikostighet har Akademien under äret fått röna prof, som påkalla hennes uppriktiga tacksamhet.

Sålunda har den komité, som haft att ombesörja uppresandet af en minnesstod öfver den berömda kemisten C. W. SCHEEL, till Akademien öfverlämnat en summa af 3,000 kronor, som blifvit öfrig af de till stoden insamlade medel, med vilkor att denna summa skall bilda en stående fond under namn af *Scheele-fonden*, och att den årliga räntan deraf skall användas till understödjande af maktpåliggande undersökningar i experimentel eller farmaceutisk kemi att under en treårig period disponeras i ordning af Farmaceutiska Institutets styrelse, Vetenskaps-Akademien och till kapitalets förökande.

Derjemte har Akademiens ledamot Friherre OSCAR DICKSON till Akademiens zoologiska station Kristineberg i Bohuslän såsom gåfva öfverlämnat en summa af 1,000 kronor såsom bidrag till afhjelpande af vissa derstädes befintliga bristfälligheter.

Om vetenskapliga resor, som med understöd af Akademien blifvit utförda, har hon fått mottaga och låtit sig föredragas berättelser af följande vetenskapsidkare:

af Docenten J. C. MOBERG, som anställt forskningar öfver Skånes Kemperbildningar;

af Docenten J. T. HEDLUND, som idkat lichenologiska studier i Ångermanland och Jemtland;

af Docenten H. O. JUEL, som studerat parasitsvampar, särskildt heterociska, i vstra Wermlands fjelltrakter;

af Docenten H. W. MUNTHE, som genom undersökningar i Skåne och Öresund fortsatt sina förut påbörjade studier öfver Baltiska hafvets historia;

af Amanuensen H. DAHLSTEDT, som utfört en undersökning af Hieracium-floran i de högländta delarne af Jönköpings län;

af Filos. Kandidaten O. CARLGREN, som vid Kristinebergs zoologiska station fullföljt sina föregående studier öfver vestkustens actinior och hydrozoer;

af Filos. Kandidaten H. WALLENGREN, som vid Kristineberg idkat studier öfver hafsinfusorierna, särdeles de parasitiska; och

af Filos. Kandidaten O. NORDENSKJÖLD, som utfört en geognostisk studieresa inom Dalarnes porfyrområde.

Dessutom har Akademien tid efter annan fått mottaga särdeles gynsamma meddelanden från Regnellska stipendiaterne Lektor C. A. M. LINDMAN och Doktor G. O. MALME, hvilka under sistlidne Juli månad anträdde sin botaniska forskningsresa till Brasilien, der de för sina syftemål rönt det mest förekommande understöd ej blott af dervarande svensk-norska konsalar-embetsmän utan äfven af landets högsta myndigheter och vetenskapsmän. En derifrån hemsänd betydande samling af väl konserverade växter har redan kommit Riksmuseum tillhanda.

Ett ej blott i vetenskapligt hänseende viktigt utan äfven för fiskerinäringen betydelsefullt företag, som, enligt Akademien derom lemnade meddelanden, under året blifvit planlagdt och väntar på utförande, är en systematisk hydrografisk undersökning af Östersjö- och Nordsjöområdena, hvilken efter en gemensam plan skulle utföras under innevarande och nästkommande år från alla de tre skandinaviska ländernas sida. Planen härför är, på grund af ett vid det skandinaviska naturforskaremötet i Köpenhamn förlidet år meddeladt uppdrag, utarbetad af Akademien ledamot professor O. PETERSSON och Herr G. EKMAN i Göteborg, hvilka genom sina föregående arbeten på samma forskningsområde gjort sig synnerligen väl förtrogna med ämnet. Det vor högeligen att önska, att inga hinder måtte uppstå för det makt-påliggande företagens förverkligande.

På Kongl. Maj:ts befallning har Akademien under året haft att afgifva utlåtanden i åtskilliga ärenden, som kräft någon vetenskaplig utredning, företrädesvis i frågor rörande begärda anslag för vetenskapliga ändamål.

Offentliggörandet af Akademien skrifter har utan afbrott fortgått. Af Akademien Handlingar har det 24:de bandet, för åren 1890 och 1891, utkommit i två starka qvartvolymmer, innehållande 16, delvis mycket omfångsrika, afhandlingar inom olika grenar af de vetenskaper, som företrädesvis äro föremål för Akademien odling. Dessutom har en betydlig del af 25:te bandet

redan lemnat pressen. — Af Bihanget till Handlingarne har det 17:de bandet, eller det för år 1891, omfattande 31 större och mindre afhandlingar, äfvenledes fullständigt utkommit, och derjemte äfven större delen af 18:de bandet blifvit färdigtryckt. — Af Öfversigten af Akademiens förhandlingar har 49:de bandet, för år 1892, med sina 47 större och mindre afhandlingar eller uppsatser fullständigt lemnat pressen, hvarjemte de två första månadshäftena af innevarande års Öfversigt blifvit färdigtryckta. — Af det fortlöpande arbetet »Meteorologiska iakttagelser i Sverige» har 29:de och 30:de banden utkommit. — Akademien har för öfrigt genom inlösen af ett stort antal exemplar af det genom Friherre A. E. NORDENSKIÖLD utgifna arbetet: »*Carl Wilhelm Scheeles* bref och anteckningar» bidragit till detta arbetes offentliggörande. — Ett annat arbete, till hvars utgifvande Akademien genom penningeunderstöd bidragit, är »*Riksrådet Grefve A. J. von Höpkens* skrifter, samlade och i urval utgifna af CARL SILFVERSTOLPE», hvilket arbete med dess nyligen utkomna senare del. numera är fullbordadt.

På Akademiens **Observatorium** hafva arbetskrafterna hufvudsakligast tagits i anspråk för fortsättning och afslutning af tidigare påbörjade undersökningar och dessas offentliggörande. Sålunda hafva de sedan flere år tillbaka pågående undersökningarne öfver hufvudplaneternas absoluta banor blifvit fullföljda och deras offentliggörande så långt framskridit, att mer än hälften af det härom handlande arbetets första del redan föreligger färdigtryckt. Äfven ett annat sedan längre tid påbörjadt och fortsatt arbete närmar sig sin fullbordan, nämligen utgifvandet af en stjernkatalog, omfattande omkring 2000 stjernor, belägna mellan 45 graders nordlig deklination och norra polen samt till sina lägen bestämda med observatorii meridiancirkel. — Under året har meridiancirkeln blifvit använd, förutom till löpande tidsbestämningar, äfven till observationer af polstjernans zenithafstånd, i ändamål att lemna bidrag till lösningen af frågan om polhöjdernas föränderlighet, hvilken fråga i senare tid ädragit sig astronomernas synnerliga uppmärksamhet.



Vid Akademiens **Fysiska Institution** har dess **Fysiker** under året fullföljt sina redan under föregående år påbörjade serier af undersökningar öfver metallernas spectra i den elektriska ljusbågen. De metaller, hvilkas spectra sålunda hafva medelst fotografiska afbildningar varit föremål för undersökning, äro krom, nickel och kobolt samt, för jemförelse, äfven jern. Bland dessa metaller har granskningen af kromens spectrum blifvit fullständigt genomförd med det resultat, att inom den del af metallens spectrum, hvars undersökning den använda spectrografen medgifver, nemligen hela det synliga och ungefär halfva det ultravioletta partiet, hafva omkring 800 linier blifvit till sina våglängder bestämda, ett antal som är ungefärligen tio gånger större än det antal som hittills genom föregående forskares arbeten varit känt. För undersökningar af den återstående delen af spectrets ultravioletta del har i Akademiens mekaniska verkstad påbörjats monteringen af det stora Rowlandska konkvagitter, som Institutionen för ett par år sedan förvärfvat. — Under sistlidne sommar har Filos. Kandidaten **S. FORSLING** i egenskap af Beskowsk stipendiat vid Institutionen utfört en undersökning af de ultravioletta absorptionsspectra af didym och samarium, hvarom en afhandling blifvit af Akademien offentliggjord. — Derjemte har Med. Doktor **A. GULLSTRAND** under förra vintern begagnat institutionens delningsmaskin för undersökning af krökningsförhållandena hos ögats hornhinnor vid förlamningar af ögats muskler, hvarom en afhandling jemväl blifvit af Akademien till tryck befordrad. — Instrumentsamlingen har under året förökats dels med åtskilliga snärre fysikaliska hjälpapparater samt dels och isynnerhet med en mycket fulländad camera af **WATSON**. — De **Thamiska** föreläsningarne hafva blifvit under årets vintermånader hållna, hvarvid värmets fenomen från dynamisk synpunkt blifvit afhandlade.

Vid **Bergianska Stiftelsens** trädgårdsskola har antalet elever under året varit 14. Undervisningen har omfattat den praktiska och teoretiska hortikulturens olika grenar, botanik, geografi, geologi, kemi, fysik, aritmetik, skriföfningar samt träd-

gårdsritning. — Bland verkställda nya anläggningar i trädgårdens botaniska afdelning må nämnas uppbyggandet af ett s. k. bergparti för odling af växter från Klippbergen i Norra Amerika samt ursprängning af en större, öppen grotta för odling af klippväxter och klätterväxter. — Stiftelsen har under året ihågkommit med talrika gåfvor såväl af lefvande växter som af frön. Främst bland dessa gåfvor må nämnas en större samling *Salices* från Herjedalen, skänkt af Kyrkoherdern S. J. ENANDER. Mindre samlingar af lefvande växter hafva lemnats af Professor E. ALMQVIST, Rektor S. ALMQVIST, Kandidat C. ARESKOG, Jernvägsbokhållaren A. ARVÉN, Adjunkt F. R. AULIN, Professor CHR. AURIVILLIUS (från Tyrolen), Herr A. BERGQVIST, Ingeniör C. O. BOIJE AF GENNÄS, Kamrer C. H. BRANDEL, Skolynghingen V. CARLSSON, Amanuensen H. DAHLSTEDT, Artisten A. EKBLOM, Kandidat M. ELFSTRAND, Vaktmästaren E. J. ERIKSSON, Amanuensen G. FORSBERG, Kandidaten H. A. FRÖDING, Hofkamrer A. HAFSTRÖM, Kollega N. G. W. LAGERSTEDT, Häradshöfding S. B. G. LAGERVALL, Kamrer G. A. LINDBERG, Kollega A. A. MAGNUSSON, Amanuensen S. MURBECK, Adjunkterna J. M. PETTERSSON och C. O. VON PORATH, Studeranden A. ROMAN, Doktor D. ROSENDAHL, Konservator A. SVENSON och Jägmästaren O. WESTERLUND. Frön hafva erhållits af Professor CHR. AURIVILLIUS (från Tyrolen), Adjunkten J. BERGGREN från Norge), Ingeniören C. O. BOIJE AF GENNÄS, Kandidaten M. ELFSTRAND, Amanuensen G. FORSBERG, Adjunkten T. O. B. N. SÖK, Adjunkten C. J. LALIN (från Tyskland och Österrike), Häradshöfding S. B. G. LAGERVALL (från Norge), Kyrkoherden J. P. LINDE, Baron F. VON MUELLER (från Nya Holland), Professor N. W. NETZEL, Professorskan A. RETZIUS (från Italien och Egypten) och Jägmästaren O. WESTERLUND. En jettestor hexqvastbildning af *Picea excelsa* har blifvit skänkt af Kapten K. W. WITTROOK. — Såsom deltagare i det allmänna internationella fröbytet har rädgården utdelat frön till och mottagit frön från omkring 70 botaniska trädgårdar och likartade institutioner i in- och utlandet.

Akademiens Bibliotek har fortfarande hållits tillgängligt för besökande under bestämda timmar hvarje Onsdag och Lördag

och, med undantag af sommarmånaderna, dessutom jemväl de flesta öfriga förmiddagar så väl för studier på stället som för hemlåning af böcker. För närvarande äro derifrån utlånade 9,153 band och lösa nummer af tidskrifter. Genom gåfver, inköp och byten har bokaamlingen tillväxt med 3,529 band och småskrifter. — Akademiens egna skrifter utdelas för närvarande till 789 institutioner och personer, hvaraf 231 inom och 558 utom landet.

Verksamheten vid statens, under Akademiens inseende ställda **Meteorologiska centralanstalt** har fortgått efter hufvudsakligen samma plan som tillföre. Sålunda hafva på grund af dagligen ankommande in- och utländska väderlekstelegram öfversiktskartor blifvit vid anstalten dagligen upprättade och för allmänhetens bekantgjorda så väl genom offentliga anslag på vissa ställen som hufvudstaden som ock i förminskad skala genom de större tidningarne, med bifogande af en sammanfattning af väderlekshållandet för dagen och utsigterna för närmaast förestående väderlek. Dessa meddelanden hafva på telegrafisk väg äfven blifvit öfversända till 18 kommuner i riket, hvilka till Telegrafverket erlagt en därför fastställd afgift. I mera kortfattad form hafva de äfven blifvit lemnade till Styrelsen för statens jernvägssträck, som på egen bekostnad låtit anslå dem å alla större jernvägsstationer, — en anordning som äfven blifvit vidtagen å flere privata banlinier, som erhållit sina uppgifter från närmaste statstation. — I öfverensstämmelse med den anordning, som för två år sedan blef införd, dock efter en något utvidgad plan, har till jordbrukets gagn en särskild väderlekstjänst varit anordnad på eftermiddagarne under månaderna Juli—September, hvartill ett extra anslag af statsmedel varit anvisadt. — De till anstalten ankommande svenska morgontelegrammen hafva fortfarande publicerats i den för de tre skandinaviska ländernas meteorologiska Centralanstalter gemensamma tidskriften »Bulletin du Nord». — Statens meteorologiska stationer äro för närvarande 34 till antalet, hvartill komma privatstationer, der endast iakttagelser öfver nederbörd och temperatur anställas, och hvilka insända

sina observationer till anstalten. Sålunda hafva fullständiga observationsserier inlemnats af Läroverksadjunkten R. BILLMANSON i Nora, Jägmästaren J. J. VON DÖBELN i Björkholm (Halland), Kaptenen TH. EKENMAN i Helmershus, Telegrafkommissarien G. A. LARSSON i Nässjö, från Ronneby helsobrunn, Gysinge bruk och Experimentalfältet vid Stockholm, samt från en station i Hallands och en i Upsala län, de två sistnämnda inrättade och underhållna på de respektiva Hushållningssällskapens bekostnad. — Af de med skogsmedel bekostade försöksstationerna hafva iakttagelser öfver nederbörd, afdunstning och jordtemperatur fortfarande utförts, likasom ock nederbördsstationen vid Tegeludden nära Stockholm fortfarande varit i oafbruten verksamhet. — Det system af stationer för iakttagelser öfver nederbörden och delvis öfver lufttemperaturen, som bekostas af Hushållningssällskapen i riket, och hvilka observationer togo sin början år 1878, är ännu i fortsatt oförminskad verksamhet. Hopräknas alla de stationer inom riket, vid hvilka nederbörden observeras efter en och samma plan, nämligen dels de sist nämnda, dels statens stationer, som lyda under Centralanstalten och under Nautisk-meteorologiska Byrån, samt dels de privata och skogastationerna, befinnes deras antal vara 431, fördelade öfver rikets samtliga län. Deras iakttagelser insändas månatligen till Centralanstalten och offentliggöras under redaktion af Amanuensen Dr H. E. HAMBERG i tidskriften: »Månadsöfversigt af väderleken i Sverige», af hvilken tidskrift 12 årgångar hittills utkommit. — Äfven det sedan en längre följd af år bestående systemet af iakttagelser öfver isförhållanden, åskväder och fenologiska företeelser har fortgått efter oförändrad plan, och hafva till anstalten inkommit journaler från 80 observatörer öfver isläggning och islossning, från 69 öfver iakttagna åskväder och från 108 öfver periodiska företeelser inom växt- och djurvärlden. — Af anstaltens Amanuens Dr HAMBERG hafva under året följande stationer blifvit besökta och inspekterade: Upsala, Vesterås, Falun, Gefle, Bjuråker, Gysinge, Karlstad, Skåre, Skara, Ulricehamn, Göteborg, Halmstad, Strömstad, Venersborg och Jönköping. — Såsom

vanligt har anstalten äfven under detta år haft att meddela en mängd upplysningar åt såväl in- som utländska auktoriteter och enskilda personer.

Det **Naturhistoriska Riksmuseum** har fortfarande hållits öppet för allmänheten alla Onsdagar och Lördagar kl. 12—2 samt Söndagar kl. 1—3 på dagen. Endast om Lördagarne har en afgift af 25 öre för person erlagts, för öfrigt har tillträdet varit afgiftsfritt. På särskild derom framställd begäran har Museum fått besökas äfven på andra tider, isynnerhet af skolor och ungdom under lärares ledning och undervisning.

Riksmusei *Mineralogiska afdelnings* samlingar hafva äfven under detta år riktats genom upprepade inköp från de rika mineralfyndorterna Nordmarken, Långban, Jakobsberg m. fl. ställen i Filipstads bergslag, från fältspatsbrotten i trakten af Moss och från zirkonsyenitområdet i Langesundsfjorden m. m. Särskildt må härvid nämnas, att det förut endast från Nyttsta Kragruvan kända mineralet Spodiosit numera äfven erhållits i ganska vackra kristaller från Nordmarken, hvarigenom detta märkliga minerals sjelfständighet såsom species ådagalagts. Från de Wermländska grufvorna hafva, förutom suiter af förut kända mineral, äfven några nya species erhållits, hvilkas undersökning dock ännu ej afslutats. Från den med de nämnda Wermländska grufvorna i geognostiskt hänseende närbeslägtade Sjögrufvan i Grythytte socken har Bergskonduktör IGHLESTRÖM till museum öfverlemnadt flera märkliga mineral, bland hvilka må nämnas några antimoniatier äfvensom det förut vid Adervielle i Pyreneerna påträffade klorsilikatet Friedelit, som sedermera äfven funnits vid Harstigen i Wermland. Äfven från en annan, först för några år sedan upptäckt rik mineralfyndort, Alnön utanför Sundsvall, har museum genom Stockholms Högskola erhållit prof på der förekommande mineral, hvilka blifvit närmare undersökta vid Högskolan af Doktor HÖGBOM och Kandidat HOLMQVIST, och bland hvilka ett par nya titanmineral förtjäna att framhållas. — Af det bituminösa, beck- eller kolartade ämne, kalladt Huminit, hvilket i ej obetydliga kvantiteter träffas vid en mängd af våra

jerngrufvor samt äfven på pegmatitgångar och i våra äldsta försteningsförande bergarter, hafva större suiter blifvit anskaffade till undersökningsmaterial, enär, enligt undersökning af framlidne Professor F. L. EKMAN, det visat sig, att efter förbränning askan deraf innehåller något uran, hvars tillgodogörande för tekniska ändamål kunde ifrågasättas. — Genom inköp har Afdelningen vidare förvärfvat en guldnugget, vägande 35,8 gr., från Ivalo guldvaskeri i Finska Lappland, flera nya meteorjern mest från Amerika, deribland ett utomordentligt vackert block, vägande 193 kilogr., från Canon Diablo i Arizona, hvilket är märkligt genom förekomstens likhet med jernfyndet vid Ovifak i Grönland äfvensom genom dess halt af i jernet insprängda svarta diamanter. Ett prof på det block af rent nickeljern, som den 23 januari 1870 nedföll vid Nedogalla i Indien, har erhållits från British Museum. Inalles utgöres museets meteoritsamling för närvarande af prof från 233 meteorstensfall eller meteorjernfynd. — Bland gåfvor till afdelningen må nämnas en stuff Galenobismutit från Falun, skänkt af Ingeniör TH. WITT, samt dels slipade och dels oslipade stuffer af den i staten Puebla i Mexico förekommande täta och mångfärgade Aragoniten. Genom byte med minerhandlaren FOOTE hafva erhållits vackra suiter af amerikanska mineral. — Vid afdelningens laboratorium hafva under året dels åtskilliga mineralanalytiska undersökningar blifvit utförda af Amanuensen G. LINDSTRÖM, och dels en undersökning fortgått, ehuru ännu ej afslutats, af det stoft, som den 3 sistlidne Maj i riklig mängd nedföll öfver ett 1000 kil. långt och 500 kil. bredt område från Wiborg i Finland till Eidermynningen, för hvilken undersökning material blifvit afdelningens Intendent tillhandahållet från olika ställen inom fallområdet. Dessutom har Kandidat G. NORDENSKIÖLD medelst mikrofotografi utfört undersökningar af snöns och snöflingornas under olika meteorologiska förhållanden växlande kristallformer. — Af Afdelningens dublettfförråd har en omfattande mineralsamling blifvit öfverlemnad till Kalmar högre läroverk.

Den *Botaniska afdelningen* af Riksmuseum har under året förköfrats såväl genom skänker som genom köp och byten. Akademien har till afdelningen öfverlemnadt de växtsamlingar som Professor F. R. KJELLMAN, Docenten H. O. JUEL och Annuensen H. DAHLSTEDT, hvilka af Akademien åtnjutit reseunderstöd, enligt föreskrift insändt. Bland öfriga gåfvor må nämnas alger skänkta af Professor J. G. AGARDH, Doktor E. BORKH i Paris, Professor KJELLMAN och Baron F. VON MUELLER i Melbourne; lafvar af Doktor A. GLASION i Rio de Janeiro; svampar af Lektoren H. W. ARNELL och K. F. DUSÉN, Baron E. HISINGER i Finland, Lektor O. E. KÖHLER och Doktor L. SCHLEGEL: fanerogamer af Lektor E. ADLERZ, Kandidat A. FRYXELL, Hofkamrer O. H. HAFSTRÖM, Herr A. LINQVISTER, Baron F. VON MUELLER, Häradschef C. O. SCHLYTER, Kollega E. T. SUNDELIN, Telegrafkommissarien F. STANLUND, Fröken E. SYLVAN, Kyrkoherden A. G. A. TORSSANDER och Kandidaten G. THORSTENSON; morfologiska föremål af Lektorn, C. A. M. LINDMAN, Baron F. VON MUELLER och Kandidaten G. NORDENSKIÖLD; hvartill komma de under Intendentens resa till Lak lappmark gjorda samlingar af alger, svampar och fanerogamer. Bland de tillökningar, som genom köp förvärfvats, må nämnas exsiccaterken: »SIEGFRIED, Potentillæ exsiccatae II et III», »HERPELL Präparierte Hutzpilze 6», »DAHLSTEDT, Herbarium Hieraciorum Scandinaviæ I et II»; vidare fanerogamer från Grönland af J. A. BJÖRLING, från Mexico af C. G. PRINGLE, från Medelhafsländerna af E. REVERCHON, från Montenegro och Albanien af A. BALDACCIO, samt från Schlesien af A. CALLIER. En större samling frukter och andra växtdelar från Kamerun, förvarade i sprit, har inköpts från Doktor R. JUNGNER. — Genom byte med de botaniska Museerna i Berlin, Cambrigde (N. Amerika) och Petersburg hafva betydande samlingar från olika verldsdelar erhållits. — Delar af de skandinaviska, arktiska, allmänna och Regnelliska herbarierna hafva för bearbetning varit utlånade till specialister i Sverige, Norge, Danmark, Finland, Tyskland och Belgien. — Vetenskapliga undersökningar hafva vid afdelningen blifvit utförda, utom af Intendenten sjelf, af Rektor S. ALMQVIST.

Amanuensen G. ANDERSSON, Kamrer C. H. BRANDEL, Amanuensen H. DAHLSTEDT, Kandidaten M. ELFSTRAND, Doktor R. JUNGNER, Professor F. R. KJELLMAN, Adjunkten T. O. B. N. KROK, Lektor C. A. M. LINDMAN, Doktor G. MALME, Docenten S. MURBECK, Lektor L. A. NILSSON och Kandidaten A. PIHL. — Såsom Regnellska Amanuens har Herr H. DAHLSTEDT tjenstgjort. En af planscher åtföljd afhandling öfver Regnellska herbariets Xyridéer, författad af förre Regnellske Amanuensen Lektor L. A. NILSSON, har under året blifvit offentliggjord. Regnellska herbariet har vunnit en värdefull tillökning genom de vackra samlingar, som de Regnellska stipendiaterne Lektor C. A. M. LINDMAN och Doktor G. MALME hemsändt från södra delen af Brasilien.

Vid Riksmuseets *Vertebrataafdelning* har det vetenskapliga arbetet fortgått med bearbetning af fiskeamlingen. Verksamheten vid Konservatorverkstaden har hufvudsakligen varit upptagen dels med uppställning af fiskskelett och med rengöring af ett större ivalfskelett (*Balenoptera boops*), som nu, jemte ett annat (*Megapera longimana*), är färdigt till uppställning, dels med renovering af den svenska fogelsamlingen samt af vadare- och simfoglar i den utländska fogelsamlingen. — Afdelningen har med skänker varit hågkommen af Friherre O. DICKSON, Professor J. A. OUCHERLONY i Louisville (Amerika), Förvaltaren THAM på Fulltofta (Skåne), Ingeniör BARTHOLDY, Herr W. LILLINHÖÖK i Bro, Herr Z. ECKERMAN vid Sparreholm, Vaktmästaren E. J. ERIKSSON, Lektor FORSSELL i Karlstad, Trädgårdsmästaren WAHLBERG, Med. Doktor SUNDQVIST, Grosshandlaren C. A. LINDROTH, Med. Doktor AREEN i Borgholm, Sadelmakaren MALMQVIST och Fröken A. MALMQVIST. Från Bergens museum har afdelningen fått nöttaga ett stort och vackert sprit-exemplar af glansfisken. Bland större inköp må nämnas en samling ödlor, groddjur och fiskar från Afrika, en fogelsamling från Amerika och åtskilliga allsynta fiskar från Bohuslän. — Etnografiska samlingen har ned Kongl. Maj:ts tillstånd under året med åtskilliga af sina i ädant hänseende viktigaste föremål och grupper deltagit i den



historisk-amerikanska utställningen i Madrid, der den väckt uppmärksamhet och blifvit prisbelönad.

Riksmuseets *afdelning för lägre Evertebrater* har under året fått emottaga flera värdefulla gåfvor, bland hvilka i första hand förtjenar framhållas en synnerligen rikhaltig och väl vårdad samling pelagiska djur af Kapten JOHN MELJER. Litigt intresserad för naturvetenskapliga studier har Kapten MELJER, som ånyo anträdt en längre resa, beredvilligt åtagit sig att fortfarande egna sin uppmärksamhet åt insamling af djur för afdelningen. Bland större sällsyntheter i nämnda samling kan nämnas ett exemplar af *Spirula* med djur ehuru tyvärr i något skadadt tillstånd, det första och enda som finnes i museets ego. Dessutom har Kandidaten H. SCHÖTT öfverlemnadt en samling *Oligochæter* tagna af honom i Jemtlands fjelltrakter. Genom inlösen hafva ansenliga och högst värderika samlingar förvärfvats från Kamerun af Kandidaten Y. SJÖSTEDT samt från norra Bohuslän af Konservatorn A. HANSSON i Strömstad. — För vetenskapliga studier hafva delar af museets samlingar tillhandahållits Docenterne C. AURIVILLIUS, A. WIRÉN och D. BERGENDAHL samt Filos. Kandidaterne O. HOLM, O. CARLGREN, N. G. LINDERGREN, C. M. FLÖDERUS och A. OHLIN. Till bearbetning hafva dessutom suiter af krustacé-gruppen *Squillidæ* utlånats till Dr. H. J. HANSEN vid universitetets i Köpenhamn zoologiska museum, hvilken förbereder ett större arbete om denna grupp, hvarför han erhållit bidrag från flere länders museer. — Ordnandet och inregistrerandet af afdelningens samlingar hafva oafbrutet fortgått. De vetenskapliga arbetena vid afdelningen hafva under året egnats åt bearbetning och bestämmande af echinodermer och maskar. Dessutom hafva under längre och kortare tid af året vetenskapliga undersökningar utförts vid afdelningen af Docenten C. AURIVILLIUS och Kandidaten A. OHLIN från Lund.

Akademiens *Zoologiska station Kristineberg* i Bohuslän har under sistlidne sommar varit besökt och begagnad, förutom af stationens föreståndare Professor HJ. THEEL, af Professor T. TULLBERG, Docenten C. AURIVILLIUS samt Filos. Kandidaterne

O. CARLGREN, H. WALLENGREN, A. OHLIN, S. BENGTSSON, T. EKMAN, C. M. FLODERUS och G. GRÖNBERG äfvensom Filos. Licentiaten H. SCHÖTT, hvilka derunder egnat sig åt undersökningar af olika djurgrupper. Suiter af under sommaren vid stationen insamlade föremål hafva kommit Riksmuseum till godo äfvensom öfverlemnats till läroverk och andra offentliga institutioner. Äfvenså har stationen tillhandahållit de zootomiska laboratorierna vid rikets högskolor med önskad arbetsmaterial.

Den *Entomologiska afdelningen* af Riksmuseum har under året fått mottaga hela den återstående delen af de synnerligen rika samlingar, som Filos. Kandidaten Y. SJÖSTEDT under år 1891 med stor skicklighet och outtröttlig energi hopbragt i Kamerun. Denna samling omfattar insekter af alla ordningar, myriopoder, spindeldjur, utvecklingsstadier till en hel mängd former samt en vacker samling af myr- och termitbon. Enär afdelningens anslag endast i ringa grad behöft anlitas för bestridande af kostnaderna för Kandidat SJÖSTEDTS resor och uppehåll i Kamerun, är denna värdefulla samling nästan helt och hållet att betrakta såsom en gåfva från Grosshandlaren F. WARBURG i London, firman KNUTSON, WALDAU OCH HEILBORN, Vetenskaps-Akademien samt ett par enskilda personer, hvilka alla hvar på sitt sätt bidragit till utgifternas betäckande. — I öfrigt har afdelningen ihågkommit med följande gåfvor: En samling insekter från Surinam af Friherre A. KLINCKOWSTRÖM, en samling Coleoptera från R. OBERTHÜR i Rennes, några skalbaggar från L. PERINGUEY i Cap, några Encyrtider från L. O. HOWARD i Washington samt åtskilliga Coleoptera från Dr. E. BERGROTH, Kyrkoherden H. D. J. WALLENGREN och Herr A. FAUVEL i Caen. — Genom inköp hafva samlingarne förökats med insekter, myriopoder och arachnider från Sunda-öarne, insamlade af Docenten CARL AURIVILLIUS, diverse insekter, hufvudsakligen fjärilar, från Kamerun, hemförda af Dr. R. JUNGNER och Ingeniör P. DUSÉN, exotiska Lepidoptera och Coleoptera från Dr. O. STAUDINGER i Dresden och DEYROLLE i Paris, europeiska Curculionider från J. DESBROCHERS i Tours, skalbaggar från Madagascar genom J. W. HAEFIG

i Berlin, Bombycider, Cerambycider och Curculionider insamlade på Java af H. FRUHSTORFER, samt några sällsyntare svenska insekter af J. RUDOLPHI. — Större eller mindre samlingar hafva för granskning eller bearbetning utlånats till ett stort antal specialister i in- och utlandet, bland hvilka må nämnas Dr. W. SÖRENSEN i Köpenhamn, R. OBERTHÜR i Rennes, Ingeniör J. FAUST i Libau, Dr. G. KRAATZ i Berlin, Dr. E. BERGROTH i Tammerfors, Mr. L. PERINGUEY i Capstaden, Inspektör F. MERNERT i Köpenhamn, Dr. K. M. HELLER i Dresden och Dr. C. O. VON PORAT i Jönköping. För studier och forskningar vid sjelfva afdelningen hafva dess samlingar dessutom anlåtats af Landtbruksstyrelsens Entomolog S. LAMPA, Filos. Licentiaten H. SCHÖTT, Löjtnant CL. GRILL, Filos. Licentiaten H. ADLER, Fiskeriasistenten F. TRYBOM, Med. Dr. C. E. HAGLUND m. fl.

Museets *Palæontologiska afdelning* har vunnit tillökning först och främst genom en större samling nordamerikanska palæozoisiska fossil från Professor A. OUCHTERLONY i S:t. Louis äfvensom från Professor LAHUSEN i S:t. Petersburg, Tullförvaltaren LYTH i Visby, Kandidat F. MARTIN, Professor A. G. NATHORST, Herr CARL OLSSON från Nordamerika, Tenngjätaren B. O. SANTESSON, Akademiker F. SCHMIDT i S:t. Petersburg, samt Kandidat C. WIMAN. Derjemte hafva åtskilliga suiter af fossil öfverlemnats från Riksmusei Evertibratafdelning. Genom utbyten hafva erhållits öfversiluriska amerikanska arter från Mr. BEACHLER, en vacker samling tertiära spanska fossil från Mr. M. GOURDON i Luchon, en större sändning italienska tertiär- och sekundärfossil från Professor ISSEL i Genua, samt en betydligare samling af olika formationer från Hrr STÜRTZ i Bonn. Inköp hafva gjorts från Öster- och Vestergötland, Öland. Skånes kritformation, Gotland och Norge, äfvensom en samling utländska fossil af framlidne Apotekaren ANDERBERGS sterbhus. — För vetenskapliga studier hafva samlingarne begagnats af studeranden J. G. ANDERSSON, Docenten C. AURIVILLIUS, Mr. F. A. BÄTHER, Kandidat BJÖRLYKKE från Norge, Dr. FRÉCH från Halle samt Docenten G. HOLM. — En samling svenska fossil har lemnats

till Filipstads Bergsskola, äfvensom åtskilliga arter till komplettering af Kalmar Högre Allmänna Läroverks samlingar.

Till Riksmusei *afdelning för arkegoniater och fossila växter* hafva under året talrika gåfvor blifvit lemnade. Sålunda har från museets botaniska afdelning blifvit öfverlemnade framlidne Professor J. E. ARESCHOUGS efterlemnade kärlkryptogamer och mossor, äfvensom från Vetenskaps-Akademien en af Kandidaten E. NYMAN under en med understöd af Akademien utförd resa i Lule lappmark hopbragt moss-samling. Vidare hafva blifvit skänkta blad och frukter af *Brasenia* af Dr. TH. HOLM i Washington, kalktuffväxter från Benestad af Baron C. KURCK, bäfvernagda trädlemningar från Ludvika af Brukspatron C. E. ROTH och Ingeniören C. A. SAHLIN, fossilla hasselnötter och torfprof från Ångermanland af Ingeniören C. G. FORSELIUS, torfprof från Limhamn af Herr A. F. CARLSSON, ett stycke kalktuff från Åsele af Baron J. NORDENFALK, kvartära växtlemningar från Gotland af Kandidat R. SERNANDER, interglaciala spår från Jemtland af Docenten A. G. HÖGBOM, pliocena växtlemningar från England af engelske statsgeologen CL. REID, kvartära torfprof m. m. från Klinge i Brandenburg af Professor A. NEHRING i Berlin, tertiära växter från Eifelområdet af Professor A. ANDREAE i Bonn, hvarjemte den i en föregående berättelse omnämnda samlingen af fossila växter, som Ingeniör P. DUSÉN på bekostnad af Friherre O. DICKSON för afdelingens räkning hopbragt i Kamerun, har nu kommit afdelningen till handa efter att kostnadsfritt hafva blifvit hitförda med ett af Firmans KNUTSON, WALDAU OCH HEILBORN fartyg. — Genom byte har erhållits ett vackert exemplar af *Clathropteris* från Hör. — Genom inköp har afdelningen förvärfvat en större samling mossor från Kamerun, lefvermossor från nordliga Norge, växtlemningar ur torf från Norrland samt vestra och södra Sverige, kalktuffväxter från Skåne, kvartära växter från Brandenburg och Tyrolen, stenkolsväxter från Beeren Eiland och tertiära växter från Kamerun. — För vetenskapliga undersökningar hafva samlingarne anlitats af Lektor H. W. ARNELL, Kammarrådet BORGSTRÖM, Lektor K. F.

DUSÉN, Doktor A. GOßS, Presidenten H. FORSELL, Studeranden H. HEDSTRÖM, Kandidat A. G. KELLGREN, Docenten H. RAU i Bonn, Adjunkten TH. THORODDSEN från Reykjavik samt Professor V. WITTROCK.

---

Genom donationer, som tid efter annan blifvit Akademien anförtrordade för främjande af den vetenskapliga forskningen eller andra allmännyttiga ändamål, har hon under året varit i tillfälle att på efterföljande sätt verka för donatorernas ädla syftemål.

Den disponibla räntan af den donation, som H. M. Konung OSCAR II och några enskilda män till Akademien öfverlemnadt för anordnande i hufvudstaden af astronomiska föreläsningar, har, i enlighet med donationsbrevets föreskrift, blifvit ställd till förfogande af Akademiens astronom, som äfven under det nu förflutna året vid Stockholms Högskola föredragit delar af den theoretiska astronomien.

Den *Letterstedtska donationens* hela ränteafkastning har fortfarande utgjort 9,000 kronor, hvilka blifvit disponerade i öfverensstämmelse med framlidne Generalkonsul LETTERSTEDT derom handlande testamente. Sålunda har Letterstedtska resestipendiet, som utgått med 4,200 kronor, och öfver hvilket Upsala universitet enligt föreskrifven ordning denna gång egt att förfoga, blifvit tilldeladt Docenten i Grekiska språket och litteraturen vid samma universitet SAMUEL KARL ANDERS WIDBOM, hvilken redan anträdt sin föreskrifna resa, med uppgift att under uppehåll företrädesvis i Italien och Grekland egna sig åt studiet af romersk och grekisk arkeologi. — De Letterstedtska räntemedlen till pris för förtjenstfulla originalarbeten och viktiga upptäckter har Akademien äfven denna gång fördelat i två lika pris, af hvilka det ena blifvit öfverlemnadt åt Professor F. A. SMITT för det af honom redigerade och under året utkomna arbetet: »Skandinaviens fiskar, förra delen», och det andra priset

åt Professor HJ. THEEL för en af honom i Upsala Vetenskaps Societets acta offentliggjord afhandling med titel: »On the development of *Echinocyamus pusillus*» — Det Letterstedtska priset för förtjenstfull öfversättning till svenska språket har blifvit tillerkänt Professorn V. E. LIDFORSS för hans under året fullbordade öfversättning af *Cervantes'* Don Quijote. — De Letterstedtska räntemedlen för maktpåliggande undersökningar hafva blifvit ställda till förfogande af Professor P. KLASON såsom understöd för utarbetande under hans ledning af en möjligast exakt metod för bestämmande af cellulosa i växtdelar. — Af donationens årsränta hafva för öfrigt föreskrifna andelar blifvit öfverlemnade till Domkapitlet i Linköping för utdelande af belöningar åt förtjenta folkskolelärare inom Linköpings stift, till Pastorsembetet i Wallerstads församling af samma stift för utdelande af premier i församlingens folkskola, för bildande af ett sockenbibliotek m. m., samt till Direktionen för Serafimerlasarettet i Stockholm för nödlidande sjuke resandes vård derstädes.

*Letterstedtska Föreningens* fonder, hvilka enligt testators föreskrift äro ställda under Akademiens förvaltning, utgjorde vid 1892 års utgång ett sammanlagdt kapital af 642,550 kronor 25 öre. En för året disponibel räntebestånd af 17,084 kronor 82 öre har blifvit till Föreningens styrelse öfverlemnad för att enligt föreskrift af densamma användas för Föreningens ändamål.

Genom sitt testamente af den 22 Oktober 1860 har Generalkonsul LETTERSTEDT till Akademien öfverlemnadt ett kapital af 1,000 pound sterling, genom hvars räntaafkastningar skulle, bland annat, småningom bildas en fond af 50,000 riksdaler riksmünt för ett stipendium kalladt *Letterstedtska slägtstipendium*, i afseende å hvilket testator förordnat, att det skall användas till underhåll och uppfostran af den från honom närmast härstammande manlige afkomling, som antager namnet LETTERSTEDT, eller, om ingen sådan finnes, till hans närmaste manlige släkting med namnet LETTERSTEDT eller LALLERSTEDT, intill dess han uppnått en ålder af 21, eller, om Akademien skulle finna det lämpligt, en ålder af 25 år. Nämnde fond af 50,000 kronor har

med utgången af år 1892 blifvit fullständigt bildad, hvadan stipendiet kan med 1893 års ränteafkastning börja att utgå i början af år 1894.

*Wallmarkska* donationsrättan har, fördelad i två olika lotter, tilldelats dels Professor N. C. DUNÉR såsom pris för hans nyligen offentliggjorda arbete; »Recherches sur la rotation du soleil» och dels amanuensen Dr. N. EKHOLM såsom understöd för anställande af undersökningar öfver Europas och särskildt Sveriges klimat.

Årsrättan af *Edlundska* donationen har blifvit anvisad på Öfveringenjören S. A. ANDRÉE såsom understöd för utförande af ballonuppstigningar för vetenskapliga ändamål.

Den *Fernerska* belöningen har Akademien tillerkänt Fil. Doktorn K. G. OLSSON för hans i Akademiens Handlingar införda afhandling: »Ueber die absolute Bahn des Planeten Egeris».

Den *Lindbomska* belöningen har Akademien detta år icke funnit anledning att utdela, utan kommer motsvarande räntelopp att reserveras till ett följande år för att då möjligen komma till användning för sitt ändamål.

Den *Flormanska* belöningen har öfverlemnats till Docenten A. WIRÉN för hans i Akademiens Handlingar offentliggjorda afhandling: »Studien über Solenogastres».

Det *Beskowska* stipendiet har tilldelats Filos. Kandidaten S. FORSLING för fortsättning vid Akademiens fysiska institut af hans under föregående år påbörjade undersökningar af de sällsynta jordarternas absorptionsspectra.

Utaf *Regnells* zoologiska gåfvomedel har ett belopp af 600 kronor blifvit ställt till Professor HJ. THEELS förfogande såsom bidrag till skötsel och underhåll af den zoologiska stationen vid Kristineberg, äfvensom ett belopp af 500 kronor till Professor CHR. AURIVILLII förfogande för ordnande och bearbetning af de insekter, som blifvit insamlade af Kandidaten Y. SJÖSTEDT i trakten af Kamerun i Afrika, hvilken samling under året kommer Riksmuseum tillhanda.

För utförande af vetenskapliga forskningsresor inom landet har Akademien anvisat följande reseunderstöd:

åt Amanuensen Dr. G. ANDERSSON 150 kr. för fortsatta forskningar öfver växtförande kvartära lager i mellersta Sverige;

åt Filos. Doktorn J. R. JUNGNER 150 kr. för biologiskt-växtgeografiska studier i Sveriges fjelltrakter;

åt Docenten S. MURBECK 150 kr. för undersökningar inom Skåne öfver spontant uppträdande växthybridens biologiskt-fysiologiska egenskaper:

åt Docenten J. AF KLERCKER 100 kr. för växt-statistiska undersökningar af floders öfversvämnings-områden:

åt Filos. Kandidaten A. G. KELLGREN 150 kr. för studerande af torfmossar samt trädgränsens förhållanden inom en del af Lappland;

åt Docenten CARL AURIVILLIUS 150 kr. för att vid Kristinebergs zoologiska station anställa biologiska undersökningar öfver vissa högre Crustaceer;

åt Filos. Kandidaten O. CARLGREN 150 kr. för att vid Kristineberg idka studier öfver Actinier och Coclenterater;

åt Filos. Kandidaten H. WALLENGREN 150 kr. för att, äfvenledes vid Kristineberg, anställa undersökningar öfver infusorier i hafvet; och.

åt studeranden J. G. ANDERSSON 150 kr. för fortsatta undersökningar af Ölands palæontologi.

Den minnespenning, som Akademien till sin innevarande högtidsdag låtit prägla, är egnad åt minnet af hennes framlidne ledamot Kaptenen JOHN ERICSSON.

Genom döden har Akademien under året förlorat bland sina inländska ledamöter f. d. Professorn vid Karolinska medicokirurgiska Institutet Friherre GUSTAF WILHELM VON DÜBEN, samt bland utländska ledamöter Öfverläkaren vid ophthalmologiska hospitalet i London WILLIAM BOWMAN, Professorn i kemi vid universitet i Berlin AUGUST WILHELM HOFMANN, Direktorn för Kejserliga botaniska trädgården i S:t. Petersburg EDWARD VON REGEL, Professorn i nationalekonomi vid universitetet i Göttingen GEORG ADOLF SOETBEER, och f. d. Direktören för naturhistoriska afdelningen af British Museum i London Sir RICHARD OWEN.



Med sitt samfund har Akademien deremot under året förenat inom landet: Professorn i fysiologi och embryologi vid universitetet i Lund Dr. MAGNUS GUSTAF BLIX; och i utlandet: Astronomie Professorn och ständige Sekreteraren vid Vetenskaps-Akademien i Berlin ARTHUR AUWERS, Direktorn för astronomiska observatorium i Paris och ledamoten af Franska Institutet FRAYÇOIS FELIX TISSERAND, f. d. Professorn i mineralogi och ledamoten af Franska Institutet GABRIEL AUGUSTE DAUBRÉE, Professorn i anatomi vid universitet i Leipzig WILHELM HIS, Professorn i kemi vid Bergsakademien i Freiberg CLEMENS WINKLER, Gouvernements Botanisten i Melbourne Friherre FERDINAND VON MUELLER, samt Danske Geheime Etatsrådet CARL FREDRIK TIETGEN.

Intendenten vid det Naturhistoriska Riksmusei afdelning för lägre evertebrater Professor SVEN LOVÉN har på egen begäran från detta embete, hvilket han med outtröttadt nit och på en synnerligen framgångsrikt sätt under nära 52 år förvaltat, erhållit afsked räknadt från sistlidne Augusti månads utgång. Till hans efterträdare har Akademien kallat och utnämnt e. o. Professorn i zoologi vid Upsala universitet Dr. JOHAN HJALMAR THEEL.

---

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 300.)

**Leipzig.** *Astronomische Gesellschaft.*

Publicationen. 20. 1892. 4:o.

Vierteljahresschrift. Jahrg. 27 (1892): H. 1-4. 3:o.

**Liège.** *Société géologique.*

Annales. T. 18: L. 3; 19: 4. 1891-92. 8:o.

**Lille.** *Facultés.*

Travaux et mémoires. T. 2: N:o 7-9. 1892. 8:o.

**Lima.** *Sociedad geográfica.*

Boletín. Año 2 (1892): 2. 8:o.

**London.** *Royal institution of Great Britain.*

Proceedings. Vol. 13: P. 3. 1893. 8:o.

— *Entomological society.*

Transactions. 1892. 8:o.

**Luxemburg.** »Fauna». *Verein Luxemburger Naturfreunde.*

Mittheilungen aus den Vereinssitzungen. Jahrg. 2 (1892): N:o 1, 3-5.  
8:o.

**Mauritius.** *Observatory.*

Annual report. 1890. Fol.

**Mount Hamilton.** *Lick observatory.*

Contributions. N:o 3. Sacramento 1893. 8:o.

**New Haven.** *Astronomical observatory of Yale university.*

Transactions. Vol. 1: P. 3-4. 1893. 4:o.

**Osnabrück.** *Naturwissenschaftlicher Verein.*

Jahresbericht. 9 (1891-92). 8:o.

**Ottawa.** *Geological survey of Canada.*

Contributions to Canadian palæontology. Vol. 1: P. 4. 1892. 8:o.

**Paris.** *Société de géographie.*

Bulletin. (7) T. 12 (1891): 1-4; 13 (1892): 1-3. 8:o.

Comptes rendus des séances. 1892: N:o 2, 4-18. 8:o.

— *Société Linnéenne de Paris.*

Bulletin mensuelle. N:o 131-133. 1892. 8:o.

**Philadelphia.** *Academy of natural sciences.*

Proceedings. 1892: P. 2. 8:o.

**Regensburg.** *K. Bayer. Botanische Gesellschaft.*

Flora oder allgemeine botanische Zeitung. Bd 75-76. 1892. 8:o.

**Roma.** *Biblioteca nazionale centrale Vittorio Emanuele.*

Bollettino delle opere moderne straniere acquistate delle biblioteche pubbliche governative del regno d'Italia. Vol. 5 (1890): N:o 5-12 & Indice; 6 (1891): 12; 7 (1892): 13-14. 8:o.

— *R. Istituto botanico di Roma.*

Annuario. Anno 5: F. 2. 1893. 4:o.

**Saint John.** *Natural history society of New Brunswick.*

Bulletin. N:o 10. 1892. 8:o.

**St. Petersburg.** *Kejserl. universitetet.*

Otschet. — Redogörelse. 1892. 8:o.

**Sydney.** *Australian museum.*

Records. Vol. 2: N:o 4. 1893. 8:o.

Catalogues. N:o 16: OGILBY, J. D., Catalogue of Australian mammals. 1892. 8:o.

**Tokyo.** *College of science, Imp. university of Japan.*

Journal. Vol. 5: P. 3. 1893. 4:o.

**Utrecht.** *Physiologisch laboratorium der Utrechtsche hoogeschool.*

Onderzoekingen. (4) 2: 2. 1893. 8:o.

**Washington.** *U. S. Naval observatory.*

Report of the superintendent. 1891/92. 8:o.

— *Signal office.*

Annual report of the chief signal officer. Year 1891: Extract N:o 8. 1892.

**Wien.** *Oesterreichische Gradmessungs-Commission.*

Verhandlungen. Protokolle über die Sitzungen 1892 <sup>21</sup>/<sub>4</sub> & <sup>2</sup>/<sub>2</sub>, 8:o.

— *K. K. Gradmessungs-Bureau.*

Astronomische Arbeiten. Bd 4. 1892. 4:o.

— *K. Akademie der Wissenschaften.*

Denkschriften. Philos.-hist. Classe. Bd 41. 1892. 4:o.

Sitzungsberichte. Math.-naturwiss. Classe. 8:o.

Abth. 1: Bd 100(1891): H. 8—10; 101(1892): 1—6.

› 2a. Bd 100(1891): 8—10; 101(1892): 1—5.

› 2b. Bd 100(1891): 8—10; 101(1892): 1—5.

› 3: Bd 100(1891): 8—10; 101(1892): 1—5.

› Philos.-hist. Classe. Bd 126(1892). 8:o.

Almanach. Jahrg. 42(1892). 8:o.

Archiv für österreichische Geschichte. Bd 78(1892): H. 1. 8:o.

Fontes rerum Austriacarum. Abth. 2: Bd 46—47: H. 1. 1892. 8:o.

Venetianische Depeschen vom Kaiserhofe. Bd 2. 1892. 8:o.

— *K. K. Geographische Gesellschaft.*

Mittheilungen. Bd 35(1892). 8:o.

**Zürich.** *Naturforschende Gesellschaft.*

Neujahrsblatt. 95(1893). 4:o.

Generalregister der Publikationen. 1892. 8:o.

**Herrar F. & G. Beijer:**

NATHORST, A. G., Jordens historia. H. 8—10. Sthlm 1892—93. 8:o.

**Utgifvaren.**

Bibliografisk öfversikt af svensk periodisk literatur sammanställd af

A. G. S. JOSEPHSON. 1891: 2. Ups. 8:o.

**Författarne.**

LOVÉN, F. A., Tallens och granens tillväxt i Wermland samt dess skogars ekonomiska mögenhetstid och behandling. Filipstad 1892. Fol.

— Das Wachsthum der Kiefer und Fichte in der schwedischen Provinz Wermland. Kristinehamn 1891. Fol.

— Snåskrifter. 3 st.

**Författarne.**

NATHORST, A. G., Die Pflanzenreste eines Geschiebes von Zinow bei Neustrelitz. 1893. 8:o.

— Småskrifter. 2 st.

WESTERLUND, C. A., Faunula molluscorum Hispalensis. 8:o.

ALBERT I, PRINCE DE MONACO, Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht. Fasc. 3—4. Monaco 1892. 4:o.

— Projet d'observations météorologiques sur l'Océan Atlantique. Paris 1892. 4:o.

BRÖGGER, W. C., Sundtit, et nyt Mineral fra Oruro i Bolivia. Chra 1892. 4:o.

FAVARO, A., Sulla Bibliotheca mathematica di G. Eneström. Com. 7—8. Venezia 1892—93. 8:o.

GRIFFINI, A., Intorno a due Locustidi di Madagascar. Torino 1893. 8:o.

HIRN, J., Die Renuntiation des Deutschmeisters Maximilian auf Polen und die damit zusammenhängenden Pläne. Innsbr. 1893. 8:o.

LEMSTRÖM, S., Om nattfrosterna och medlen att förekomna deras härjningar. Hfors 1893. 8:o.

MÜLLER, F. v., Observations on new vegetable fossils of the auriferous drifts. Decade 1—2. Melbourne 1874—83. 8:o.

STAGGEMEIER, A., Oversigtskort over den physiske Geographie. 2 kort. Kbhvn 1893. Fol.

**Stockholm 1893. Kungl. Boktryckeriet.**

# ÖFVERSIGT

AF

## KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 50.

1893.

Nº 5.

Onsdagen den 10 Maj.

### INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar .....	sid. 327.
CLEVE, Om isomeriska Nitroklorsulfonsyror af naftalin. III.....	» 329.
BRODÉN, Ueber ZEUTHEN's Correspondenzsatz und eine Consequenz desselben .....	» 345.
ENESTRÖM, Användning af en metod ur befolkningsstatistiken vid lösningen af ett problem inom teorien för pensionskassor .....	» 361.
Skänker till Akademiens bibliotek.....	sidd. 328, 360, 378.

Hr. CHR. LOVÉN redogjorde för innehållet af den berättelse, som Letterstedtske stipendiaten Doktor K. A. VESTERBERG afgifvit öfver den utländska resa som han i sådan egenskap utfört med uppgift att taga närmare kännedom företrädesvis af de Tyska landtbrukshögskolorna, såsom de i Breslau, Göttingen, Leipzig m. fl., men äfven af dylika anstalter i Schweiz, Holland, Belgien, Frankrike och Danmark.

Hr. HASSELBERG meddelade resultaten af sina fortsatta undersökningar öfver metallernas spektra i den galvaniska ljusbågen.

Hr. DUNÉR lemnade några uppgifter angående den för Upsala Observatorium anskaffade refraktorn samt förevisade några med densamma tagna stjern- och månfotografier.

Sekreteraren aflemnade för intagande i Akademiens skrifter följande inlemnade uppsatser: 1:o »Om isomeriska Nitroklorsulfonsyror af naftalin. III», af Professor P. T. CLEVE\*; 2:o »Ueber ZEUTHEN's Correspondenzsatz und eine Consequenz desselben», af Docenten T. BRODÉN\*; 3:o »Användning af en metod ur befolkningsstatistiken vid lösning af ett problem inom teorien för pensionskassor», af Amanuensen G. ENESTRÖM\*.

Till införande i Akademiens Handlingar antogs följande afhandlingar:

»Telegraphische Längenbestimmungen zwischen Lund, Göteborg, Stockholm, Hernö und Torneå, ausgeführt von P. G. ROSÉN und R. LARSSÉN, redigirt von P. G. Rosén»; och

»Synopsis of the Naviculoid Diatoms», af Professor P. T. CLEVE.

Akademiens Bibliothekarie J. A. AHLSTRAND hade inkommit med ansökan om afsked från denna befattning att räknas från utgången af nästinstundande Juni månad, hvilken ansökan af Akademien bifölls under uttalande af sitt erkännande af Herr AHLSTRANDS förtjenster om hennes dyrbara bibliotek, åt hvilket han till en början såsom Amanuens och sedermera såsom ordinarie Bibliothekarie under 43 år egnat sin verksamhet.

Till sin Bibliothekarie efter Herr AHLSTRAND kallade och utnämnde Akademien Amanuensen vid Kongl. Bibliotheket ERIC WILHELM DAHLGREN.

Äfvenledes hade Amanuensen vid Akademiens Bibliotek Doktor R. GEETE ingifvit sin ansökan om afsked, räknadt jämväl från Juni månads utgång, hvilken ansökan af Akademien bifölls.

Till Amanuens vid Bibliotheket efter Doktor GEETE kallade och utnämnde Akademien Filosofie Doktorn JAKOB ADRIAN BERGSTEDT.

Följande skänker anmäldes:

#### Till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

Lund. *Universitetet*.

Årsskrift. T. 28(1891/92): Afd. 2. 4:o.

— *K. Fysiografiska sällskapet*.

Handlingar. N. F. Bd 3(1891/92). 4:o.

Upsala. *The geological institution of the university*.

Bulletin. Vol. 1(1892): N:o 1. 8:o.

Tromsö. *Museum*.

Aarshefter. 15. 1893. 8:o.

Aarsberetning. 1890—91. 8:o.

(Forts. å sid. 330.)

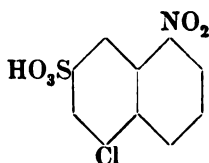
Meddelanden från Upsala kemiska laboratorium.

## 222. Om isomeriska Nitroklorsulfonsyror af naftalin III.

Af P. T. CLEVE.

[Meddeladt den 10 Maj 1893.]

### 1 : 5 : 7 Nitroklorsulfonsyra.



Om kloriden till 1 : 3 klorsulfonsyra löses i afkyld salpetersyra af eg. v. 1,5, erhåller man jämte klubbiga massor kristallnålar, hvilka efter omkristallisering smälta vid 130°. Utbytet är ringa, hvarför någon fullständig undersökning af syran icke kunde utföras.

*Kaliumsaltet* bildar fina, böjliga nålar, som äro lösliga i hett vatten, svårslösliga i kallt.

*Bariumsaltet* är tämligen lösligt i hett vatten, men svårslösligt i kallt vatten.

*Kloriden* —  $C_{10}H_5ClNO_2SO_2Cl$  — bildar gula kristallnålar med smältpunkten 130°.

0,2344 gr. gaf 9,5 kubc. kväfgas t. 16° Bar. 770. m.m.

0,1997 gr. gaf 0,1874 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
N	4,87	4,58
Cl	23,22	23,15.

*Amiden* —  $C_{10}H_5ClNO_2SO_2NH_2$  — bildar små, blekt gula, platta nålar med smältpunkten 188°.

0,2131 gr. gaf 17,5 kubc. kväfgas t. 16,5° Bar. 760 m.m.



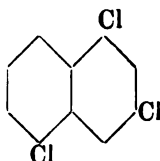
	Funnet.	Beräknadt.
N	9,71	9,77.

*Triklornaftalin* —  $C_{10}H_5Cl_3$  — erhölls genom kloridens destillation med ett stort öfverskott af fosforpentaklorid. Efter upprepade omkristalliseringar erhöles kristallnålar med smältpunkten  $103^\circ$ .

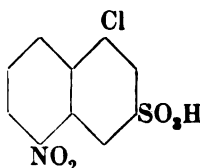
0,1458 gr. gaf 0,270 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	45,81	45,93.

Denna triklornaftalin erhöles först af ATTERBERG <sup>1)</sup> vid inverkan af klor på  $\alpha$ -nitronaftalin, sedermera af WIDMAN <sup>2)</sup> af diklorsulfonsyra, framställd genom klorering af  $\alpha$ -sulfonsyran klorid, och har Widman visat att triklornaftalinen är heteronukleal. Sedermera har ARNELL <sup>3)</sup> genom hydrolys af samma sulfonsyra framställt 1:3 diklornaftalin. Häraf följer, att denna triklornaftalin innehåller i ena ringen 2Cl i 1:3-ställning och i den andra en kloratom i  $\alpha$ -ställning, alldestund den derivat från  $\alpha$ -sulfonsyra. Slutligen hafva ARMSTRONG och WYNE <sup>4)</sup> erhållit samma triklornaftalin genom behandling med fosforpentaklorid af sulfonsyror, erhållna af 1:3 och af 1:5 triklornaftalin, hvaraf följer, att den vid  $103^\circ$  smältande triklornaftalinen representeras af formeln



och således, att nitroklorsulfonsyran är



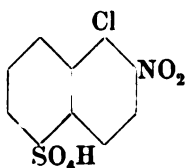
<sup>1)</sup> Öfvers. 1876, N:o 5, s. 8.

<sup>2)</sup> Öfvers. 1879, N:o 5, s. 83.

<sup>3)</sup> Bidr. till kännedom om Naftalins klorsulfonsyror, s. 38 (1889).

<sup>4)</sup> Abstr. of Chem. Soc. Proceed. 1890, N:o 84, p. 81.

## 2 : 1 : 5 Nitroklorsulfonsyra.



Om 1 : 5 klorsulfonsyran klorid i små portioner införes i afkyld salpetersyra af 1,5 eg. v. löses den lätt och man erhåller, om man håller nitreringsvätskan i vatten, en klibbig massa, hvilken efter kristallisering ur isättika ger glänsande kristallnålar med smältpunkten  $118^{\circ}$ . Utbytet är tämligen ringa, hvarför hvarken syran eller dess salter kunde undersökas.

*Kloriden* —  $C_{10}H_5ClNO_2SO_2Cl$  — kristalliserar ur isättika, hvarefter den är löslig, i gula, glänsande nålar, hvilka konstant smälta vid  $118^{\circ}$ .

0,21 gr. gaf 0,1993 gr. AgCl.

0,276 gr. gaf 10,5 kubc. kväfgas t.  $17^{\circ}$  Bar. 760 m.m.

0,2564 gr. gaf 0,1982 gr.  $BaSO_4$ .

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	23,48	23,15
N	4,49	4,58
S	10,62	10,47.

*Amiden* —  $C_{10}H_5ClNO_2SO_2NH_2$  — bildar ett ljusgult, af mikroskopiska nålar bestående, i alkohol svårlöstligt pulver. Smältpunkten är  $220^{\circ}$ . Vid smältningen tyckes en vid denna temperatur ej smältande produkt bildas.

0,2207 gr. gaf 0,1111 gr. AgCl.

0,2644 gr. gaf 22 kubc. kväfgas t.  $17^{\circ}$  Bar. 770 m.m.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	12,45	12,45
N	9,96	9,77.

*Inverkan af jodvätesyra på amiden.*

Amiden löstes i en blandning af jodvätesyra och isättika samt kokades med fosfor till affärgning. Efter afsvälning erhöles

dels långa och hvita nålar, dels små romboedrar. Efter afsä-  
ning löstes produkten i vatten, då en ringa mängd af tunna,  
glänsande kristallblad återstodo. Lösningen neutraliserades med  
ammoniak, och dervid erhöles i vatten svårlösliga, i alkohol  
lättlösliga, färglösa, vid  $165^{\circ}$  smältande nålar, som icke inne-  
höll klor.

Analyserna visa att föreningen var sammansatt efter for-  
meln  $C_{10}H_6(NH_2)SO_2NH_2$ . Af framställningssättet framgår att  
 $NH_2$  och  $SO_2NH_2$  hafva ställningen 2:5.

0,0745 gr. gaf 0,0794 gr.  $BaSO_4$ .

0,1048 gr. gaf 10,7 kubc. kväfgas t.  $15^{\circ}$  Bar. 771 m.m.

	Funnat.	Beräknadt.
S	14,64	14,42
N	12,32	12,61.

*Inverkan af svafvelammonium på nitroklorsulfonsyran.*

Kloriden sönderdelades genom kokning med natronlut. Svafvel-  
ammonium tillsattes och derpå klorvätesyra. När den dervid upp-  
komna fällningen af svafvel utkokades med vatten, erhöles ett  
guldgult, i vatten tämligen lättlösligt, väl kristalliserande salt,  
hvilket icke innehöll klor. Vid upphettning förpuffade det lifigt  
och med lemning af en volyminös återstod af kol. Endast en  
ringa mängd af produkten erhöles, och vid förnyadt försök att  
framställa föreningen bildades andra produkter.

0,5565 gr. förlorade vid  $100^{\circ}$  0,0585 gr. — Af det vid 100  
torkade saltet upphettades 0,1718 gr. till  $140^{\circ}$  och förlorade der-  
vid 0,0013 gr. och gaf 0,0198 gr.  $Na_2SO_4$ .

0,1846 gr. gaf 10,5 kubc. kväfgas t.  $20,5^{\circ}$  Bar. 772 m.m.

0,1165 gr. gaf 0,0850 gr.  $BaSO_4$ .

I procent (beräknadt på otorkad substans).

N	6,74
S	10,02
Na	3,34
$H_2O$	11,10.

Dessa tal stämma tämligen väl öfverens med dem, som beräknas af formeln



som fordrar i procent

N	6,85
S	10,44
Na	3,75
H <sub>2</sub> O	11,74.

Svårigheten att erhålla material har hindrat mig att närmare undersöka denna i flere hänseenden intressanta förening.

### *1 : 2 : 5 Triklornaftalin.*

Genom kloridens destillering med öfverskott af fosforpenta-klorid erhöles en i nålar kristalliserande triklornaftalin med smältpunkten 76°.

0,1223 gr. gaf 0,2267 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	45,85	45,93.

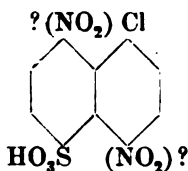
Denna triklornaftalin är utan tvifvel densamma som HELLSTRÖM <sup>1)</sup> erhållit af 1 : 2 : 5 diklorsulfonsyra, men för hvilken han uppgifver smältpunkten 74°. Differensen beror sannolikt af triklornaftalinens stelningssätt.

### *1 : 2 : 5 Diklorsulfonsyra.*

Nitrosulfonsyran reducerades med järnvitriol och natronlut. Dervid erhållen amidosulfonsyra bildade små, tämligen lösliga nålar och öfverfördes genom SANDMEYERS metod till diklorsulfonsyra. Denna syras kaliumsalt var tämligen lösligt och bildade små kristaller. Kloriden, hvars smältpunkt var 106°, löstes lätt i isättika och benzol. Amiden, som bildade små, glänsande kristaller, hade smältpunkten 223°. Allt detta visar diklorsulfonsyrans identitet med den af HELLSTRÖM framställda 1 : 2 : 5 syran.

<sup>1)</sup> Öfvers. 1889, N:o 2, p. 116.

## (4 eller 8) : 1 : 5 Nitroklorsulfonsyra.



Vid nitrering af 1 : 5 klorsulfonsyrans klorid erhöles en *gär* en klorid, som var svårösligare än den förut beskrifna 2 : 1 : 5 syrans. Kristalliserad ur isättika och benzol erhöles den i vackra, glänsande, fyrsidiga prismer med smältpunkten 134°.

0,2592 gr. gaf 0,2435 gr. AgCl.

0,2728 gr. gaf 11,4 kubc. kväfgas t. 16° Bar. 745 m.m.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	23,24	23,15
N	4,85	4,58.

*Triklornaftalin* —  $C_{10}H_5Cl_3$  — Genom kloridens destillering med fosforpentaklorid erhöles en triklornaftalin, som ur isättika kristalliserade i långa, böjliga nålar med smältpunkten 130°.

0,1712 gr. gaf 0,3203 gr. AgCl.

	Funnet.	Beräknadt.
Cl	46,30	45,93.

Denna triklornaftalin har säkert ställningen 1 : 4 : 8 för kloratomerna, hvaraf framgår, att nitroklorsulfonsyran är antingen 1 : 8 : 4 eller 1 : 4 : 8, hvilket icke kunnat afgöras till följd af bristande material.

Af föregående uppsatser <sup>1)</sup> så väl som denna har ett antal af 13 isomeriska nitroklorsulfonsyror af naftalin med känd konstitution blifvit bekant. En öfversigt af smältpunkterna på dessa syrors derivat meddelas härmed.

<sup>1)</sup> Öfvers. 1892 N:o 9, s. 417; 1893 N:o 2, s. 77 och N:o 3 s. 175.

	Klorid.	Amid.	Etyleter.	Litteratur.
1:2:5	112°	214°	110°	Öfvers. 1893, 175.
1:2:6	161°	203°	139°	» » 85.
1:2:7	219°	247°	184°	» 1892, 417.
1:2:8	190°	226°	181°	» » 77.
1:4:6	116° (108°)	208°	89°	» » 81.
1:4:7	161°	188°	123°	» 1893, 90.
1:5:6	151°	220°	116°	» » 180.
1:5:7	130°	188°	—	» » 329.
1:5:8	150°	233°	—	» » 190.
1:8:4}	134°	—	—	» » 334.
1:4:8}				
1:8:2	129°	245°	124°	» » 179.
1:8:5	127°	181°	—	» » 186.
2:1:5	118°	220°	—	» » 331.
2:8:7	182°	231°	—	» » 185.

I sammanhang med nitroklorsulfonsyrorna har äfven ett antal diklorsulfonsyror blifvit undersökt, och, alldenstund uppgifterna om dessa naftalinderivat äro liksom öfriga spridda i den nyare kemiska litteraturen, torde det vara af intresse att rhålla en öfversigt af samtliga, bekanta diklorsulfonsyror af naftalin. Jag har därför utarbetat följande sammanställning.

måtpunkter på diklorsulfonsyror	Klorid.	Amid.	Etyleter.	Litteratur.
1:2:5	106°	222°	—	{HELLSTR., Öfv. 1889, 2, 114. CLEVE » 1893, 178.
	104°	217°	—	ARMSTRONG <sup>1)</sup> p. 82.
1:2:6	167°	192°	128°	CLEVE, Öfv. 1893, p. 89.
	167,5°	190°	—	ARMSTRONG p. 82.
1:2:7	124°	227°	128°	CLEVE, Öfv. 1892, 421.
1:2:8	138°	221° (226°)	132°	» » 1893, 77.
1:3:5	148°	250°	—	{WIDMAN, Öfv. 1879, 5, 79. ARNELL <sup>2)</sup> p. 88.
	148,5°	272°	—	ARMSTRONG p. 82.
1:3:7	121°	228°	—	» p. 82.
1:4:6	132,5°—133°	245°	—	{WIDMAN, Öfv. 1879, 1, 3. ARNELL p. 36.
	134°	244°	—	CLEVE, Öfv. 1893 p. 84.
	132°	244°	—	ARMSTRONG p. 81.

<sup>1)</sup> ARMSTRONG & WYNNE: Proceed. of the Chem. Soc. No. 84, 1890.

<sup>2)</sup> ARNELL, Bidrag till känned. om Naftalins klorsulfonsyror, Upsala 1889.

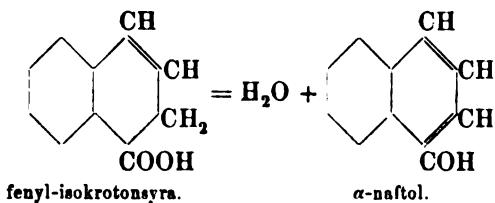
Smältpunkter på Klorid.	Amid.	Etyleter.	Litteratur.
1:5:2 124°	282°	—	CLEVE, Öfv. 1893, 183.
1:5:3 139,5°	204°	—	ARMSTRONG p. 81.
1:6:4 {151°	216°	—	’ p. 83.
151°	217°	154°	CLEVE, Öfv. 1891, 8, 571.
1:7:4 118°	226°	—	ARMSTRONG p. 83.
1:8:4 {114°	228°	—	’ p. 81.
116°	229°	106°	CLEVE, Öfv. 1893, 188
2:3:8 142°	268°	—	ARMSTRONG p. 83.
2:3:(7 ?) 178°	—	—	’ p. 84.
2:6:4 136°	269°	—	’ p. 84.
2:7:3 163,5°	218°	—	’ p. 84.

Således äro af 33 teoretiskt möjliga diklorsulfonsyror 16 bekanta.

Då undersökningarne öfver naftalins derivat 1875 börjades på Upsala universitets-laboratorium voro högst få af dessa kända eller till sin konstitution utredda. Under den tid, som sedan dess förflutit, har kännedomen om naftalinderivatet högst betydligt utvidgats, företrädesvis genom arbeten på Upsala laboratorium och genom undersökningar af ARMSTRONG och hans medarbetare. Derjämte har denna del af den organiska kemien blifvit af framstående industriel betydelse, sedan ett anseeligt antal naftalinderivat fått användning för tillverkning af azofärgämnen. För utredandet af naftalinderivatens konstitution har man på Upsala laboratorium antagit till princip att öfverföra dem till klornaftaliner, hvilka inom naftalinserien utan all fråga äro de lämpligaste såsom standards. Deraf följer ock att utredandet af klornaftalinernas konstitution är af största betydelse. Af denna anledning torde det vara af intresse att erhålla en öfversigt af alla kända mono-, di- och tri-klornaftaliner jämte en sammanställning af bevisen för deras konstitution.

Att naftalin ger tvänne isomeriska monosulfonsyror upptäcktes redan af 1826 FARADAY, och dessa syror hafva betecknats med  $\alpha$  och  $\beta$ , af hvilka den förra bildas vid lägre den senare vid högre temperatur. Öfriga isomeriska naftalin-derivat betecknas på likartadt sätt allteftersom de derivera från dessa syror. Kort sedan KEKULÉ 1866 uppställt den bekanta benzol-

hexagonen föreslog ERLÉNMEYER att man borde anse naftalin såsom tvänne benzolkedjor med 2 gemensamma kolatomer, en mening som blifvit allmänt antagen, om ock åsigterna om kolatomernas bindningssätt äro, liksom beträffande benzolkolatomernas, högst divergerande. Af den ERLÉNMEYER'ska formeln framgår, att naftalins monoderivat böra förekomma i två isomerer, allt efter en radikal står i förbindelse med de fyra kolatomer, som äro närmast eller mest aflägsna från de två centrala. Hvilka af dessa isomeriska former motsvara  $\alpha$ - och  $\beta$ -formerna, sökte WICHELHAUS 1869 på teoretiska grunder visa. Emellertid blef resultatet oriktigt. Genom LIEBERMANN'S och DITTLER'S undersökning öfver naftokinon 1876 visades, att denna förening är ett  $\alpha$ : $\alpha$ -derivat, och då det var otvifvelaktigt att denna förening är analog med benzolkininon, som är ett 1:4 derivat, blef det klart att  $\alpha$ -ställningen är vid de fyra inre och  $\beta$ -ställningen vid de fyra yttre kolatomerna. Genom FITTIG'S och ERDMANN'S eleganta syntes 1885 af  $\alpha$ -naftol medels fenyl-isokrotonsyra bekräftades riktigheten häraf:



Efter denna inledning öfvergår jag till öfversigten af de isomeriska mono-, di- och tri-klornaftalinerna.

### Monoklornaftaliner.

$\alpha$   $\text{C}_{10}\text{H}_7\text{Cl}$  — LAURENT, 1832. Olja kpt. 263°.

Bevis: erhålles af  $\alpha$ -sulfonsyra (CARIUS, Ann. 114 p. 146, 1860).

$\beta$   $\text{C}_{10}\text{H}_7\text{Cl}$  — CLEVE, 1876 (Öfvers. N:o 3, p. 8, 83). Spt. 55,5°, kpt. 265°.

Bevis: erhålles af  $\beta$ -sulfonsyra (WIDMAN, Om naftalins klorföreningar, 1877 p. 33).



## Diklor-naftaliner.

1 : 2  $C_{10}H_6Cl_2$  — CLEVE, 1887 (Öfvers. p. 445). Spt. 34,5°.

Bevis: erhålles af  $\alpha$ -klor-  $\beta$ -acetnaftylamin, som ger vid glödgning med kalk naftas.

1 : 3  $C_{10}H_6Cl_2$  — CLEVE, 1886 (Öfvers. 1886, 7, 211; 1888, 283; 1890, 73. ARMSTRONG, Proceed. Ch. Soc. 1888, N:o 58, 1).

Bevis: erhålles af nitro- $\beta$ -sulfonsyra och af homonukleal diklor- $\alpha$ -naftylamin genom eliminering af NH. Korresponderande bromsulfonsyra ger vid hydrolys  $\alpha$ -bromnaftalin.

Således en homonukleal  $\alpha$ -  $\beta$ -förening, af hvilka två äro möjliga, nämligen 1 : 2 och 1 : 3, men den förra är bekant.

Denna diklor-naftalin ger vid sulfonering en sulfonsyra, hvars klorid har smtp. 148° (ARMSTRONG).

1 : 4  $C_{10}H_6Cl_2$  — FAUST och SAAME, HERMANN 1869. Spt. 67°—68°.

Bevis: erhålles af  $\alpha$ -klor-  $\alpha$ -nitronaftalin samt ger vid oxidation diklorftalsyra (ATTERBERG, Öfvers. 1877, N:o 4, 9).

1 : 5  $C_{10}H_6Cl_2$  — ATTERBERG, 1876 (Öfvers. N:o 5, p. 6. 17). Spt. 107°.

Bevis: ger vid oxidation nitro-mono-klorftalsyra samt erhålles af  $\alpha$ -nitro- $\alpha$ -sulfonsyra (CLEVE, 1876 N:o 9, 71). Af heteronukleala  $\alpha\alpha$ -diklor-naftaliner äro två möjliga, nämligen 1 : 5 och 1 : 8, af hvilka den senare är en annan än denna.

1 : 6  $C_{10}H_6Cl_2$  — CLEVE, 1876 (Öfvers. N:o 7, p. 57). Spt. 48°.

Bevis: 1 : 2 klornaftylamin ger vid sulfonering en klor-amidosulfonsyra, som vid reduktion öfvergår till DAHL's *amidosulfonsyra*, hvaraf denna diklor-naftalin kan framställas. Samma klor-naftylamin-sulfonsyra ger genom eliminering af NH klor-sulfonsyra, som kan öfverföras till 1 : 5 diklor-naftalin. Syran är således 1 : 2 : 5 klor-amidosulfonsyra och DAHL's syra 2 : 5 (= 1 : 6) amidosulfonsyra (ARMSTRONG, Proceed. Ch. Soc. 1889, N:o 65, p. 48). — Erhålles af meta-klorfenylparakonsyra, som öfverföres till klornaftol och den senare till diklor-naftalin. Härvid

kunde uppstå antingen 1 : 8 eller 3 : 8 (= 1 : 6) diklor-naftalin, men den förre är känd. (ERDMANN och KIRCHHOFF, Ann. 247, 366).

1 : 7  $C_{10}H_6Cl_2$  — CLEVE, 1878 (Öfvers. N:o 2, p. 34). Spt.  $61,5^\circ$  ( $62,5^\circ$  ARMSTRONG).

Bevis: erhålles af nitro- $\beta$ -sulfonsyra (CLEVE) af  $\alpha$ -nitro-naftalin (PALMÆR, Öfvers. 1887, 733) är således ett  $\alpha$ - $\beta$ -derivat. Erhålles af para-klorfenyl-parakonsyra, som vid destillation ger 2 : 8 klornaftol, hvilken kan förvandlas till 2 : 8 (= 1 : 7) diklor-naftalin (ERDMANN och KIRCHHOFF, Ann. 247, 366).

Ger vid sulfonering en diklorsulfonsyra, hvars klorid smälter vid  $118^\circ$  (ARMSTRONG).

1 : 8  $C_{10}H_6Cl_2$  — ATTERBERG, 1876 (Öfvers. N:o 10, p. 7; 1877 N:o 4, p. 11). Spt.  $88^\circ$  (CLEVE).

Bevis: 1 : 5 diklor-naftalin ger vid nitrering en nitro 1 : 5 diklor-naftalin, som genom reduktion ger  $\alpha$ -amido- $\alpha$ -klornaftalin, hvaraf denna klornaftalin kan erhållas. Således antingen 1 : 4 eller 1 : 8 diklor-naftalin, men den förra är känd (ATTERBERG).

2 : 3  $C_{10}H_6Cl_2$  — LEEDS och EVERHART, 1880 (WIDMAN, Öfvers. 1882, N:o 6, p. 3. — ARMSTRONG och WYNNE, Proceed. Ch. Soc. 1890, N:o 84, p. 83). Spt.  $120^\circ$ .

Bevis: erhålles genom reduktion af 1 : 2 : 3 triklornaftalin. Då 1 : 2 och 1 : 3 diklor-naftalin äro bekanta, kan denna vara blott 2 : 3 (ARMSTRONG).

2 : 6  $C_{10}H_6Cl_2$  — CLEVE, 1876 (Öfvers. N:o 7, p. 36). Spt.  $136^\circ$ .

Bevis: erhålles af disulfonsyra, som innehåller åtminstone en  $SO_3H$  i  $\beta$ , ger vid oxidation monoklorftalsyra (ALÉN, Öfvers. 1881 N:o 9, 10). Heteonukleala diklor-naftaliner med en  $\beta$ -kloratom kunna vara 2 : 5 (känd spt.  $48^\circ$ ), 2 : 8 (känd spt.  $61,5^\circ$ ), 2 : 7 (känd spt.  $114^\circ$ ) och slutligen 2 : 6.

2 : 7  $C_{10}H_6Cl_2$  — CLEVE, 1876 (Öfvers. N:o 7, 36). Spt.  $114^\circ$ .

Bevis: bildas af disulfonsyra, som innehåller åtminstone en  $SO_3H$  i  $\beta$ -ställning, ger vid oxidation monoklorftalsyra (ALÉN,

Öfvers. 1881, N:o 9, p. 9) innehåller således 1 heteronukleal  $\beta$ -kloratom. — Genom sulfonering af 1:2 klornaftylamin erhålles en syra, som genom eliminering af NH ger 1:7 klorsulfonsyra och således är 1:2:7 klor-amidosulfonsyra. Denna syra ger vid reduktion 2:7 amidosulfonsyra, hvaraf 2:7 diklornaftalin kan erhållas (ARMSTRONG och WYNNE, Proceed. Ch. Soc. 1889, N:o 65, p. 50).

### Triklornaftaliner.

1:2:3  $C_{10}H_5Cl_3$  — FAUST och SAAME 1869 (WIDMAN, Naft. klorf. p. 58, ARMSTRONG och WYNNE, Proceed. Ch. Soc. 1890, N:o 84, p. 76). Spt.  $81^\circ$ .

Bevis: ger vid oxidation nitrotriklorfalsyra (WIDMAN); triklornaftalin 1:2:4 bekant (spt.  $92^\circ$ ).

1:2:4  $C_{10}H_5Cl_3$  — CLEVE, 1888 (Öfvers. N:o 2, 95; 1890, N:o 3, p. 177). Spt.  $92^\circ$ .

Bevis: erhålles af 1:3:4 diklornaftol.

1:2:5  $C_{10}H_5Cl_3$  — HELLSTRÖM 1889 (Öfvers. 1889, N:o 2, p. 116). Spt.  $74^\circ$  (HELLSTRÖM),  $73^\circ$  eller  $77^\circ$  (CLEVE),  $78,5^\circ$  (ARMSTRONG).

Bevis: 1:2 klornaftylamin ger vid sulfonering 1:2:5 klornaftylaminsulfonsyra, hvaraf denna triklornaftalin kan erhållas (HELLSTRÖM). ARMSTRONG och WYNNE, Proceed. 1889, N:o 65, p. 49; 1890, N:o 86, p. 129. CLEVE, Öfvers. 1893, p. 178 och 184.

1:2:6  $C_{10}H_5Cl_3$  — FORSLING 1888, (Öfvers. N:o 10, p. 644). Spt.  $90^\circ$  (CLEVE),  $91^\circ$  (FORSLING),  $92,5^\circ$  (ARMSTRONG).

Bevis: erhålles af 2:6 amidosulfonsyra (FORSLING). Genom sulfonering af 1:2 klornaftylamin erhålles en syra, som ger 1:2 diklorsulfonsyra, hvaraf denna triklornaftalin erhålles (ARMSTRONG och WYNNE, Proceed. 1889, N:o 65, p. 51).

1:2:7  $C_{10}H_5Cl_3$  — ALÉN 1884, (Öfvers. N:o 2, 97). Spt.  $75^\circ$  (CLEVE),  $76^\circ$  (ALÉN),  $84^\circ$  (ARMSTRONG).

Bevis: 1 : 2 klornaftylamin ger vid sulfonering en kloramidosulfonsyra, som genom reduktion ger 2 : 7 amidosulfonsyra och genom eliminering af NH ger 1 : 7 klorsulfonsyra. Af samma kloramidosulfonsyra kan vid 84° smältande triklornaftalin erhållas (ARMSTRONG och WYNNE, Proceed. Ch. Soc. 1889, N:o 65, p. 49—50). — 2 : 7 klorsulfonsyra ger vid nitrering en nitroklorsulfonsyra, som kan förvandlas till triklornaftalin med smältpunkten 75,5° och dess motsvarande diklorsulfonsyra ger vid hydrolys 1 : 2 diklornaftalin (CLEVE, Öfvers. 1892, N:o 9, p. 420).

1 : 2 : 8  $C_{10}H_5Cl_3$  — CLEVE 1893, (Öfvers. N:o 2, p. 81). Spt. 83°.

Bevis: 2 : 5 klorsulfonsyra ger vid nitrering en nitroklorsulfonsyra, som kan öfverföras till denna triklornaftalin och hvars motsvarande diklorsulfonsyra vid hydrolys ger 1 : 2 diklornaftalin.

1 : 3 : 5  $C_{10}H_5Cl_3$  — ATTERBERG 1876, (Öfvers. N:o 5, p. 5). Spt. 103°.

Bevis: 1 : 3 diklorsulfonsyra och 1 : 5 diklorsulfonsyra gifva ägge denna triklornaftalin (ARMSTRONG och WYNNE, Proceed. Ch. Soc. 1890, N:o 84, p. 81).

1 : 3 : 6  $C_{10}H_5Cl_3$  — ARMSTRONG och WYNNE 1890, (Proceed. Ch. Soc. N:o 86, p. 129, 133). Spt. 80°.

Bevis: 2 : 7 diklorsulfonsyra ger denna triklornaftalin. — 2 : 5 amidosulfonsyra ger vid sulfonering en disulfonsyra med  $O_3H$  i ställningen 1 : 3, och motsvarande klordisulfonsyra ger denna triklornaftalin (ARMSTRONG).

1 : 3 : 7  $C_{10}H_5Cl_3$  — ALÉN 1883, (Öfvers. N:o 8, p. 22). pt. 113°.

Bevis: erhålles af nitro- 2 : 6 disulfonsyra (ALÉN) och af 2 : 3 diklorsulfonsyra (ARMSTRONG och WYNNE, Proceed. Ch. Soc. 1890, N:o 84, p. 82).

1 : 3 : 8  $C_{10}H_5Cl_3$  — (? ATTERBERG 1876, Öfvers. N:o 5, 8). ARMSTRONG och WYNNE 1890. Spt. 87° eller 90°.

Bevis: erhålles af  $\alpha$ -naftylamin- 1 : 6 disulfonsyra. Om  $NH_2$  sättes 1, kan syran vara antingen 1 : 2 : 5 (motsvarar

vid 74—77° smältande triklornaftalin), 1:4:7 (motsvarar triklornaftalin med smältpunkten 56° eller 65°) eller 1:3:8, som ger vid 90° smältande triklornaftalin. (ARMSTRONG och WYNN, Proceed. Ch. Soc. 1890, N:o 77, p. 15).

1:4:7  $C_{10}H_5Cl_3$  — CLEVE 1878, (Öfvers. N:o 5, p. 5. WIDMAN, Öfvers. 1879, N:o 1, p. 11). Spt. 56° eller 65° (ARMSTRONG, Proceed. Ch. Soc. 1890, N:o 77, p. 17).

Bevis: erhålles af nitro-2:5 diklornaftalin (CLEVE) och af diklornaftalin  $\beta$ -sulfonsyra samt ger vid oxidation nitrodiklornaftalsyra (WIDMAN). Diklorsulfonsyran ger vid hydrolys 1:4 diklornaftalin (ARMSTRONG, Proceed. 1888, N:o 58, p. 106; ARNELL, Bidrag till känned. om naftalins klorsulfonsyror p. 38).

1:4:8  $C_{10}H_5Cl_3$  — ATTERBERG 1876, (Öfvers. N:o 5, p. 17). Spt. 131°.

Bevis: erhålles af nitro 1:5 diklornaftalin (ATTERB.) och af nitro 1:4 diklornaftalin (WIDMAN, Naftalins klorfören. p. 62).

1:6:7  $C_{10}H_5Cl_3$  — ARMSTRONG och WYNNE 1890, (Proceed. Ch. Soc. N:o 84, p. 83). Spt. 109,5°.

Bevis: af 2:3 diklornaftalinsulfonsyra, hvars sulfongrupp sannolikt är 5 (= 8).

2:6:7  $C_{10}H_5Cl_3$  — ARMSTRONG och WYNNE 1890, (Proceed. Ch. Soc. N:o 86, p. 127). Spt. 91°.

Bevis: erhålles af  $\beta$ -naftoldisulfonsyra, som genom utbyte af OH mot  $NH_2$  och eliminering af NH ger 2:6-disulfonsyra.

Alla teoretiskt möjliga mono-, di- och triklornaftaliner äro således till sin konstitution kända.

---

Genom de talrika undersökningar, som under de senaste 17 åren blifvit utförda har man lärt känna ett betydande antal naftalinderivat till deras konstitution, och man eger ett godt material för studiet af substitutionsfenomenen inom naftalinserien. En öfversigt af detta material visar, att vid bildandet af mono-derivat utan undantag uppstå blott  $\alpha$ -föreningar. Detta gäller äfven om inverkan af svafvelsyra, ty  $\beta$ -sulfonsyran uppstår genom intermolekylär omflyttning af radikalen  $SO_2H$ , som i

första hand ingår i  $\alpha$ -ställning. Om man betraktar naftalin såsom benzol, hvori två orto-ställda väteatomer äro substituerade af  $-\text{CH}-\text{CH}-\text{CH}-\text{CH}-$ , kan man anse, att denna radikal predisponerar en annan radikal att ingå i någon af de bägge ortoställningarne.

En sammanställning af de talrika fakta, som förefinnas beträffande diderivatens bildningssätt, leder till följande allmänna regler, såvida man beträffande sulfonsyrorne eliminerar sådana fall som uppenbarligen bero på en sekundär omflyttning af den nycket rörliga radikalen  $\text{SO}_3\text{H}$ .

1. Om en  $\alpha$ -ställning (1) intages af  $\text{OH}$ ,  $\text{NH}$ ,  $\text{CO}$ ,  $\text{CH}_3$ ,  $\text{NH}_2$ ,  $\text{Cl}$ ,  $\text{Br}$ , inträder en ny radikal i 4 eller 2 (sällan 5).

2. Om en  $\alpha$ -ställning (1) intages af  $\text{CN}$ ,  $\text{NO}_2$ ,  $\text{SO}_3\text{H}$ ,  $\text{CO}_2\text{H}$ , inträder en ny radikal i 5 eller 8 (sällan 4).

3. Om en  $\beta$ -ställning (2) intages af  $\text{OH}$ ,  $\text{NHCOCH}_3$ , ingår en ny radikal i ställningen 1.

4. Om en  $\beta$ -ställning (2) intages af  $\text{NH}_2$ ,  $\text{Cl}$ ,  $\text{Br}$ ,  $\text{J}$ ,  $\text{NH}_2$ ,  $\text{SO}_3\text{H}$ , ingår en ny radikal i 5 eller 8.

Undersökningarne öfver nitroklorsulfonsyrorne visa att

Om $\text{Cl}$ har ställningen 1 och $\text{SO}_2\text{Cl}$ 2, ingår $\text{NO}_2$ i	5
» » » » 1 » » — » » i	7
» » » » 1 » » 3 » » i	5
» » » » 1 » » 4 » » i	5
» » » » 1 » » — » » i	8
» » » » 1 » » 5 » » i	2
» » » » 1 » » — » » i (4 eller 8?)	
» » » » 1 » » 6 » » i	4
» » » » 1 » » 7 » » i	4
» » » » 1 » » — » » i	8
» » » » 2 » » 5 » » i	1
» » » » 2 » » 6 » » i	1
» » » » 2 » » 7 » » i	1
» » » » 2 » » 8 » » i	1.

Om man sätter  $\text{SO}_2\text{Cl}$  som 1 ( $=\alpha$ ) och 2 ( $=\beta$ ), visar det g, att nitrogruppen i de flesta fall ingår i den ring, som icke

innehåller  $\text{SO}_2\text{Cl}$ , och i ställningen 5 eller 8. Endast i ett enda fall ingick  $\text{NO}_2$  i samma ring som innehåller  $\text{SO}_2\text{Cl}$ , nämligen vid nitrering af 1:7 klorsulfonsyreklorid. I två fall ingår  $\text{NO}_2$  i  $\beta$ -ställning, nämligen vid nitrering af 1:5 och 1:2 klorsulfonklorid. Kortligen:

*om gruppen  $\text{SO}_2\text{Cl}$  står i  $\alpha$ - eller  $\beta$ -ställning predisponerar den i regeln en nitrogrupp att ingå i den svafvelfria ringen i någon af dennas  $\alpha$ -ställningar.*

Kloratomerna synas utöfva mindre inflytande, men om kloratomen befinner sig i samma ring, i hvilken  $\text{NO}_2$  inträder, ställer sig  $\text{NO}_2$  i *para*-ställning, om klore är i  $\alpha$ -ställning, men i *orto*-( $\alpha$ )-ställning, om klore befinner sig i  $\beta$ -ställning.

Det är slutligen för mig en kär pligt att betyga min tacksamhet för den liberalitet, med hvilken färgämnefabrikerna *Actien-Gesellschaft für Anilinfabrication* i Berlin, *Landschof & Meyer* i Grünau, *Cassella & Comp.* i Frankfurt a. M. samt Dr. *Rob. Hirsch* i Berlin till mitt förfogande ställt betydliga mängder af de amidonaftalinsulfonsyror, hvilka utgjort råämnena för mina arbeten.

## Ueber ZEUTHEN'S Correspondenzsatz und eine Consequenz desselben.

Von T. BRODÉN.

[Mitgeteilt den 10. Maj 1893 durch A. LINDSTEDT.]

1. Von grosser Bedeutung für die Theorie der algebraischen Functionen (algebr. Curven) und dadurch für die Functionenlehre überhaupt ist eine von ZEUTHEN gegebene Relation zwischen den Geschlechtsszahlen  $(p, p_1)$  zweier  $(\xi, \xi_1)$ -deutig auf einander bezogenen Curven  $(C, C_1)$  und den Coincidenzzahlen  $(\eta, \eta_1)$  der Correspondenz.<sup>1)</sup> In Betracht der Wichtigkeit dieser Relation gestatte ich mir im Zusammenhange mit einer Anwendung derselben, den Beweis des Satzes selbst in etwas modificirter Form darzustellen. Der Grundgedanke des von ZEUTHEN selbst l. c. dargestellten Beweises ist hierbei unverändert beibehalten worden: ich habe nur die Beweisführung rein analytisch gestaltet und so eingerichtet, dass sie ganz unmittelbar eine in jeder Richtung vollständige Allgemeingültigkeit gewährt und vielleicht die ganze Sache ein wenig leichter zugänglich macht.<sup>2)</sup>

### 2. Zuerst einige Vorbemerkungen.

Der Begriff *Geschlecht* (= *Rang*) einer irreducibeln algebraischen Curve wird bekanntlich auf mehrere (sachlich nicht verschiedene) Weisen definirt, hauptsächlich folgende zwei:

<sup>1)</sup> Math. Annalen Bd 3, p. 150.

<sup>2)</sup> Eine mehr abweichende Herleitungsform, wobei Riemann'sche Hilfsmittel benutzt werden, bringt A. HURWITZ, Math. Ann. Bd 41, p. 416. — Einen Specialfall des Satzes beweist G. KOBBS, Några användningar af teorin för de algebraiska funktionerna, Upsala 1889, p. 53 und Acta Math. X, p. 94.



Geschlecht = »Defect« in der Anzahl der Doppelpunkte ( $\delta$ ) und Spitzen ( $\kappa$ ), d. h. der für eine Curve derselben Ordnung ( $\mu$ ) grösste mögliche Werth der Zahl  $\delta + \kappa$  um ihren wirklichen Werth vermindert  $= \frac{1}{2}(\mu - 1)(\mu - 2) - \delta - \kappa$ ; und

Geschlecht = die um 1 verminderte kleinste mögliche Anzahl *beliebig* gewählter Curvenpunkte mit der Eigenschaft, dass es eine rationale Function von den Coordinaten  $x, y$  giebt, welche in keinen anderen Curvenpunkten als diesen einen vorgeschriebenen Werth annimmt (z. B. unendlich wird).

Die erste Definition hat nicht unmittelbar eine bestimmte Bedeutung, wenn die Curve »höhere Singularitäten« besitzt, und ist für diesen Fall in der That kaum anwendbar. Wenn die Summe  $\delta + \kappa$  etwas bestimmtes bedeuten soll, muss man wenigstens gewissermassen bestimmte Regeln haben, nach welchen man die höheren Singularitäten mit gewissen einfachen äquivalent betrachtet. Die Untersuchungen, welche mehrere Verfasser<sup>1)</sup> über solche Aequivalenzzahlen angestellt haben, kommen thatsächlich auf folgendes hinaus: die Zahlen werden so bestimmt, dass die bekannten PLÜCKER'schen Gleichungen immer ihre Gültigkeit beibehalten, und überdies so, dass der in erster Hand nur mit Bezug auf Curven ohne höhere Singularitäten bewiesene Satz von der Gleichheit der Geschlechtsszahlen zweier auf einander (1, 1)-deutig bezogener Curven unbeschränkt gültig wird. Man könnte hierbei für eine Curve mit höheren Singularitäten die Gleichheit mit dem »Defect« einer (1, 1)-deutig correspondirenden Curve mit nur einfachen Singularitäten als *Definition* des Begriffes Geschlecht aufstellen — und dies wäre wohl, in Betracht der Wichtigkeit jener Erhaltung bei eindeutigen Transformationen, eigentlich das richtigste, (wenn man überhaupt Defect als Definition von Geschlecht benutzen will). Man hat es doch wenigstens im allgemeinen vorgezogen sich auf folgende Weise einzurichten (was sachlich ganz dasselbe ist): wenn  $y$  als Function von  $x$   $n$ -werthig ist und  $s$  »kritische Punkte« besitzt,

<sup>1)</sup> ZEUTHEN, NÖTHER, BRILL, CAYLEY, BJÖRLING u. A.

so lässt sich, falls die  $(x, y)$ -Curve keine höhere Singularitäten hat, für das Geschlecht  $p$  die Gleichung

$$(1) \quad 2p = s - 2(n - 1)$$

leicht herleiten; diese Gleichung fasse man bei Anwesenheit von höheren Singularitäten als Definition des Geschlechts auf, wobei ein  $r$ -werthiges »Circulärsystem« für  $r - 1$  kritische Punkte gilt.

Die elegantere (von WEIERSTRASS benutzte) zweite Definitionsform (mit welcher die Erhaltung des Geschlecht bei jeder birationalen Transformation unmittelbar gegeben ist), führt auf dieselbe für die Berechnung des Geschlechts einer gegebenen Curve unmittelbar anwendbare Formel (1).<sup>1)</sup>

3. Bei allgemeinen Untersuchungen über Correspondenzen auf algebraischen Curven kann man sich so einrichten, dass alle denkbare Fälle inbetreff der Singularitäten der Curve unmittelbar berücksichtigt werden. Andererseits kann man, wenn nur solche Verhältnisse in Frage sind, welche bei jeder  $(1, 1)$ -deutigen Transformation unverändert bleiben, von Curven mit höheren Singularitäten in erster Hand absehen, da dieselben sich in  $(1, 1)$ -deutiger Beziehung zu Curven ohne solche Singularitäten setzen lassen. Bei der folgenden Darstellung des Beweises des ZEUTHEN'schen Satzes stellen wir uns auf den erstgenannten Standpunkt, um so mehr als die Sache dennoch sich sehr einfach gestaltet. Um völlige Allgemeingültigkeit zu gewinnen, machen wir ferner keine beschränkende Annahme mit Bezug auf die *Coincidenzen* der betrachteten Correspondenz: sie können in irgend einer Weise zu »Coincidenzen höherer Ordnung« vereint sein.

Zwischen zwei irreduciblen algebraischen Curven

$$(2) \quad f(x, y) = 0 \ (C),$$

$$(3) \quad f_1(x_1, y_1) = 0 \ (C_1)$$

besteht eine  $(\xi, \xi_1)$ -deutige Correspondenz, wenn die Coordinaten  $(x, y)$  und  $(x_1, y_1)$  durch algebraische Gleichungen verbunden sind, welche wenigstens bei beliebiger Lage des Coordinatensystems zu folgender Gestalt gebracht werden können:

<sup>1)</sup> Vgl. G. KOBB, Några användningar etc. p. 49.

$$(4) \quad x^\xi + R^{(\xi-1)}(x_1, y_1)x^{\xi-1} + R^{(\xi-2)}(x_1, y_1)x^{\xi-2} + \dots \\ + R^{(1)}(x_1, y_1)x + R^{(0)}(x_1, y_1) = 0,$$

$$(5) \quad y = S(x_1, y_1, x),$$

$$(6) \quad x_1^{\xi_1} + R_1^{(\xi_1-1)}(x, y)x_1^{\xi_1-1} + R_1^{(\xi_1-2)}(x, y)x_1^{\xi_1-2} + \dots \\ + R_1^{(1)}(x, y)x + R_1^{(0)}(x, y) = 0,$$

$$(7) \quad y_1 = S_1(x, y, x_1),$$

wo die  $R$  und  $S$  rationale Functionen bedeuten, die Gleichungen (4) und (6) im allgemeinen  $\xi$  resp.  $\xi_1$  verschiedene Wurzeln haben, und jedes den Gleichungen (2), (6), (7) genügendes Werthsystem  $(x, y, x_1, y_1)$  auch den Gleichungen (3), (4), (5) genügt und umgekehrt.

Ein beliebiger »Zweig« der Curve  $C_1$  [= Functionselement  $(x_1, y_1)$ ] giebt zufolge (4), (5)  $\xi$  Zweige von  $C$  [= Functionselemente  $(x, y)$ ]. Aber einzelne  $C_1$ -Zweige können eine kleinere Anzahl  $C$ -Zweige geben,  $\xi - \eta^{(i)}$ . Man setze  $\Sigma \eta^{(i)} = \eta$ , wo die Summation zu allen derartigen  $C_1$ -Zweigen ausgedehnt werden soll. Ebenso können specielle  $C$ -Zweige weniger als  $\xi C_1$ -Zweige geben,  $\xi - \eta_1^{(i)}$ . Man setze  $\Sigma \eta_1^{(i)} = \eta_1$ . Wenn die Geschlechtzahlen für  $C$  und  $C_1$  resp.  $p$  und  $p_1$  sind, so gilt die Relation:

$$(8) \quad \eta - \eta_1 = 2\xi(p-1) - 2\xi(p_1-1).$$

Dies ist der zu beweisende Satz.

Unseren Annahmen zufolge muss die Elimination von  $x_1$  und  $y$  aus (2), (6), (7) und die Elimination von  $x_1$  aus (3) und (4) dieselbe Relation

$$(10) \quad f_0(x, y_1) = 0$$

als Resultat geben. Diese Gleichung — oder die entspr. Curve  $C_0$  — hat, falls sie irreducibel ist, ihre bestimmte Geschlechtzahl  $p_0$ . Wir können  $p_0$  auf zwei verschiedene Weisen berechnen. indem wir bei Benutzung der Formel (1) entweder  $x$  oder  $y_1$  als unabhängige Variable betrachten. Das Gleichsetzen der 2 so bekommenen Ausdrücke giebt die ZEUTHEN'sche Relation. — Mit der Frage, ob die Gleichung (10) reducibel sein kann, brauchen wir uns nicht beschäftigen: die 2  $p$ -Werthe, welche man aus (1) bekommt, wenn man einerseits  $x$  andererseits  $y$  als unab-

hängige Variable betrachtet, müssen auch für eine in  $r$  irreduciblen Curven zerfallende  $(x, y)$ -Curve denselben Werth haben, weil  $p$  in beiden Fällen die Summe der Geschlechtzahlen der  $r$  Bestandtheile um  $r - 1$  vermindert bedeuten muss.

Es sei also die Gleichung (10) vom Grade  $n_0$  in  $y_1$ , vom Grade  $m_0$  in  $x$ , und die Anzahl der kritischen Punkte für  $y_1$  als Function von  $x$  sei  $s_0$ , die kritischen für  $x$  als Function von  $y_1$  seien  $r_0$ . Wir haben die Zahlen  $s_0 - 2n_0 + 2$  und  $r_0 - 2m_0 + 2$  einander gleich zu setzen, d. h. die Gleichung

$$(11) \quad s_0 - 2n_0 = r_0 - 2m_0$$

zu bilden. Die 4 Zahlen  $s_0, n_0, r_0, m_0$  bestimmen sich folgendermassen.

Es sei die Gleichung (2) vom Grade  $n$  in  $y$ . Durch Elimination von  $x_1$  und  $y$  aus (2), (6), (7) bekommt man

$$(12) \quad \prod_{k=1}^{\xi_1} \prod_{t=1}^n [y_1 - S_1(x, y^{(t)}, x_1^{(t)(k)})] = 0,$$

wo  $y^{(t)}$  eine Wurzel von (2) ist, und  $x_1^{(t)(k)}$  eine entsprechende Wurzel von (6). Die Gradzahl dieser Gleichung in  $y_1$  ist  $n\xi_1$ , und die Wurzeln sind bei beliebiger Lage des Coordinatensystems für einen beliebigen  $x$ -Werth sämmtlich verschieden; (10) ist also mit (12) identisch, und man hat  $n_0 = n\xi_1$ .

Die Anzahl  $s$  der kritischen Punkte einer beliebigen algebraischen Function  $y$  von  $x$  hat, genauer ausgesprochen, folgende Bedeutung: jeder »Zweig« der  $(x, y)$ -Curve hat die Form

$$(13) \quad x = x^{(t)} + t^{r^{(t)}}, \quad y = \lambda t^{p^{(t)}}[1 + p^{(t)}(t)],$$

wo  $s^{(t)}$  ganz und  $\geq 0$  ist,  $r^{(t)}$  ganz und  $\geq 0$ , und  $p^{(t)}(t)$  eine für  $= 0$  verschwindende Dignitätsreihe bedeutet; man hat

$$(14) \quad s = \sum (|s^{(t)}| - 1),$$

wo  $|s^{(t)}|$  den absoluten Betrag von  $s^{(t)}$  bedeutet, und die Summation allen Zweigen mit  $|s^{(t)}| > 1$  gilt. Um die zu unserer  $(x, y_1)$ -Curve gehörende Summe zu bestimmen, verfahren wir folgendermassen. Jeder Zweig der Curve  $C$  giebt eine gewisse Anzahl  $C_1$ -Zweige

$$(15) \quad x_1 = \varphi(t), \quad y_1 = \psi(t),$$

wo  $\varphi$  und  $\psi$  Potenzreihen bedeuten. Man nehme zuerst an, dass diese Reihen nur ganze (pos. od. neg.) Potenzen enthalten. Der  $C$ -Zweig und ein  $C_1$ -Zweig veranlassen dann offenbar einen  $C_0$ -Zweig

$$x = x^{(i)} + t^{s(i)}, \quad y_1 = \lambda_1 t^{r_1(i)} [1 + p_1^{(i)}(t)].$$

Es ist nicht denkbar, dass dieser Zweig mittels ganzer Potenzen einer Hilfsvariabel  $\tau = t^\beta$  ( $\beta$  ganze Zahl  $> 1$ ) darstellbar wäre, m. a. W. dass die Exponenten für  $t$  im Ausdrucke für  $y_1$  einen gemeinsamen Theiler ( $> 1$ ) haben könnten, welcher auch in  $s^{(i)}$  einginge (selbstverständlich nehmen wir in (13) an, dass solches nicht möglich ist). Denn jeder der  $\beta$   $t$ -Werthe, welche einen gewissen Werth von  $t^\beta$  geben, würde dann sowohl gleiche  $x$  als gleiche  $y_1$  geben, weshalb also in der Umgebung der betrachteten Stelle  $x^{(i)}$  unendlich viele  $x$ -Werthe nicht  $n\xi_1$  verschiedene  $y_1$  geben würden, was gegen unsere Annahme streitet, dass die Coordinatenrichtungen ganz beliebig sind, und solches folglich nur in einer endlichen Anzahl von Ausnahmefällen eintreffen kann (s. oben). Wenn nun bei sämtlichen  $C_1$ -Zweigen, welche dem gegebenen  $C$ -Zweige entsprechen,  $\varphi$  und  $\psi$  nur ganze Potenzen von  $t$  enthalten, und also ein beliebiger zu jenem Zweige gehörendem Werthpaar  $(x, y)$  nur mit je einem Paare  $(x_1, y_1)$  der entsprechenden Zweige correspondirt, so ist offenbar die Anzahl dieser Zweige  $= \xi_1$ ; und da ferner jeder dieser Zweige zur gesuchten Zahl  $s_0$  den Beitrag  $|s^{(i)}| - 1$  liefert, bekommt man also in alles den Beitrag  $\xi_1(|s^{(i)}| - 1)$ .

Wenn es dagegen unter den  $C_1$ -Zweigen solche giebt, bei welchen  $y_1$  nur durch gebrochene Potenzen von  $t$  sich darstellen lässt, muss man, um einen solchen Zweig durch ganze Potenzen einer Hilfsvariabel ausdrücken zu können, eine Substitution  $t = \tau^\beta$  machen. Man bekommt dann einen  $C_0$ -Zweig

$$(17) \quad x = x^{(i)} + \tau^{\beta s^{(i)}}, \quad y_1 = \lambda_1 \tau^{r_1(i)} [1 + p^{(i)}(\tau)].$$

Aus demselben Grunde wie oben kann man (natürlich unter der Voraussetzung, dass die ganze Zahl  $\beta$  so klein wie möglich ge-

nommen ist) nicht  $\tau = \theta$  substituiren, ohne gebrochene Exponenten zu bekommen. Ferner gilt es wenigstens bei beliebiger Lage des Coord.-Systems, dass auch die Function  $x_1 = \varphi(t)$  nach der Substitution  $t = \tau^\beta$  von gebrochenen Potenzen frei ist: sonst würde ja in unendlich vielen Fällen gleiche  $y$  gleiche  $y_1$  und verschiedene  $x_1$  geben, was offenbar (vgl. oben) nur für besondere Coordinatenrichtungen möglich sein kann; speciell muss also  $\varphi$  nur ganze  $t$ -Potenzen enthalten, wenn dies mit  $\psi$  der Fall ist, m. a. W. wenn  $\beta = 1$  ist. Jeder Werthpaar  $(x, y)$  im fraglichen  $C$ -Zweige giebt also  $\beta$  Werthpaare  $(x_1, y_1)$  im  $C_1$ -Zweige. Hierdurch wird die gewöhnliche Anzahl ( $\xi_1$ ) entsprechender  $C_1$ -Zweige um  $\beta - 1$  vermindert. Anderseits bekommt die Zahl  $s_0$  vom fraglichen  $C_1$ -Zweige den Beitrag  $\beta |s^{(1)}| - 1$ . Jeder  $C_1$ -Zweig, welcher dem gegebenen  $C$ -Zweige entspricht, hat nun seinen bestimmten  $\beta$ -Werth, sei es  $\beta = 1$  oder  $\beta > 1$ ; aber die Summe aller dieser  $\beta$  ist offenbar immer  $= \xi_1$ . Die Zahl  $s_0$  bekommt also von jedem  $C$ -Zweige den Beitrag  $\Sigma(\beta |s^{(1)}| - 1) = |s^{(1)}| \Sigma\beta$  — die Anzahl der entsprechenden  $C_1$ -Zweige  $= \xi_1 |s^{(1)}| - (\xi_1 - \eta_1^{(1)})$  [die Summation gilt natürlich den verschiedenen  $C_1$ -Zweigen]. Also wird  $s_0 = \xi_1 \Sigma(|s^{(1)}| - 1) + \Sigma\eta_1^{(1)}$  wo die Summationen zu sämmtlichen  $C$ -Zweigen auszudehnen sind, oder m. a. W. zu denjenigen, für welche  $|s^{(1)}| > 1$  oder  $\eta_1^{(1)} > 0$  ist (od. beide Sachen stattfinden), folglich  $s_0 = \xi_1 s + \eta_1$ . Weil ferner  $n_0 = n\xi_1$  war, bekommt man  $s_0 - 2n_0 = \xi_1(s - 2n) + \eta_1$  oder

$$(18) \quad s_0 - 2n_0 = \xi_1(2p - 2) + \eta_1.$$

Ganz analog muss anderseits

$$(19) \quad r_0 - 2m_0 = \xi(2p_1 - 2) + \eta$$

sein. [Um die Herleitung völlig analog gestalten zu können, muss man sich denken, dass  $y$  als  $\xi$ -werthige Function von  $x_1$  und  $y_1$ ,  $x$  als rationale Function von  $x_1$ ,  $y_1$  und  $y$  dargestellt sind.]

Zufolge (11), (18), (19) wird

$$(20) \quad \eta - \eta_1 = 2\xi_1(p - 1) - 2\xi(p_1 - 1),$$

w. z. b. w.

4. Wir gehen nun zu einer Anwendung der hergeleiteten Identität auf die *Involutionenlehre* über.

Man betrachte eine  $(n-1, n-1)$ -deutige Correspondenz auf einer Curve  $f(x, y) = 0$  (eine »Transformation der Curve in sich«) und nehme an, dass dieselbe *symmetrisch* sei, d. h. auf folgende Weise sich darstellen lasse:

$$(21) \quad a) f(x, y) = 0, \quad b) f(x_1, y_1) = 0,$$

$$(22) \quad x_1^{n-1} + R_{(n-2)}(x, y)x_1^{n-2} + R_{(n-3)}(x, y)x_1^{n-3} + \dots + R_0(x, y) = 0,$$

$$(23) \quad y_1 = R(x, y, x_1),$$

$$(24) \quad x^{n-1} + R_{(n-2)}(x_1, y_1)x^{n-2} + R_{(n-3)}(x_1, y_1)x^{n-3} + \dots + R_0(x_1, y_1) = 0,$$

$$(25) \quad y = R(x_1, y_1, x).$$

Die  $(x, y)-(x_1, y_1)$ -Corr. fällt dann mit der  $(x_1, y_1)-(x, y)$ -Corr. zusammen. Man nehme überdies an, dass die Correspondenz *involutorisch* sei, d. h. dass ein beliebiger Punkt  $P^{(1)}$  und seine  $n-1$  entsprechenden  $P^{(2)}, P^{(3)} \dots P^{(n)}$  ein geschlossenes System von *nur einander entsprechenden* Punkten bilden, m. a. W. dass die *Iteration* der Transformation zu *keinen neuen Punkten* führt.

Um die fragliche Anwendung des ZEUTHEN'schen Satzes auf diese Correspondenzen machen zu können, müssen wir uns vorläufig etwas mit den Bedingungen beschäftigen, unter welchen die Gleichungen (21) bis (25) eine involutorische Correspondenz geben.

Wegen Vergleichung betrachten wir zuerst eine Correspondenz auf einer *Geraden*. Dieselbe lässt sich durch eine einzige Gleichung

$$(26) \quad x_1^{n-1} + U_{n-2}(x)x_1^{n-2} + U_{n-3}(x)x_1^{n-3} + \dots + U_0(x) = 0$$

darstellen, wo  $U_{n-2}$  etc. rationale Functionen von  $x$  sind. Wenn diese Corr. involutorisch sein soll, muss jeder der  $n-1$   $x_1$ -Werthe, welche einem gewissen  $x$  entsprechen, in (26) statt  $x$  eingesetzt, als  $x_1$ -Wurzeln die  $n-2$  übrigen jener  $x_1$ -Werthe und ausserdem das ursprüngliche  $x$  geben. Oder m. a. W.: die Gleichung (26) giebt, mit  $x_1 - x$  multiplicirt, eine Gleichung der Form

$$(27) \quad x_1^n + S_{n-1}(x) \cdot x_1^{n-1} + S_{n-2}(x) \cdot x_1^{n-2} + \dots + S_0(x) = 0.$$

welche ganz dieselben  $x_1$ -Wurzeln giebt für  $x =$  einer beliebigen Grösse  $h$  und für  $x =$  irgend einem der  $n - 1$  von  $h$  verschiedenen  $x_1$ -Werthen, welche diesem  $h$  entsprechen. In allen  $n$  Fällen muss folglich jede der rationalen Functionen  $S$  denselben Werth annehmen und also, falls sie nicht konstant ist, wenigstens die  $n$ :te Dignität von  $x$  enthalten. Da ferner zufolge der nothwendigen Symmetrie der Gleichung (27) in  $x$  und  $x_1$  höhere  $x$ -Dignitäten als  $x^n$  nicht vorkommen können, und anderseits natürlich nicht alle Coefficienten konstant sein können, so muss wenigstens eine der Functionen  $S$ , es sei  $S_i$ ,  $x^n$  aber keine höhere Dignität enthalten (kurz:  $x$  im Grade  $n$  enthalten). Und ferner muss die Gleichung

$$(28) \quad S_i(x_1) - S_i(x) = 0$$

ganz dieselbe sein wie (27), weil sie ja die  $n$   $x_1$ -Werthe (incl.  $x$ ) giebt, für welche  $S_i(x_1) = S_i(x)$  ist.

Diese Bedingung ist aber auch *hinreichend*: wenn es ein Coefficient  $S_i(x)$  giebt, für welche die entsprechende Gleichung (28) mit (27) identisch ist, so liegt eine Involution vor. Es ist nämlich offenbar, dass jede Gleichung der Form (28), wenn  $S_i(x)$  eine beliebige rationale Function bedeutet, eine Involution giebt: die Gleichung ist nicht nur symmetrisch in  $x$  und  $x_1$ , sondern es gilt auch, dass zwei  $x_1$ , welche zufolge der Gleichung demselben  $x$  entsprechen, auch einander entsprechen, weil sie ja der Function  $S_i$  denselben Werth geben.

Es ist sogar gewöhnlich, dass man den Begriff Involution in einem rationalen Gebiete so *definiert*, dass zwei  $x$ -Werthe zu derselben involutorischen Gruppe gehören, wenn sie einer rationalen Function denselben Werth geben, oder was dasselbe ist, dass jeder  $\lambda$ -Werth in einer Gleichung

$$(29) \quad H_1(x) - \lambda H_2(x) = 0 \quad [H_1, H_2 \text{ ganze Funct.}]$$

eine involutorische Gruppe von  $x$ -Werthen giebt. Die Involution tritt dann als aus einer  $(1, n)$ -deutigen Correspondenz hergeleitet hervor.



Im Anschluss hierzu machen wir ferner, mit Rücksicht auf unsere jetzige Aufgabe, auch folgende Bemerkungen über die Involutionen im rationalen Gebiete. Man sieht leicht ein, dass (27) auf unendlich viele Weisen in der Form  $P(x_1) = P(x)$  sich darstellen lässt. Die rationale Function  $P$  braucht nämlich nicht = einem der Coeff.  $S$  sein, sondern kann eben so gern eine beliebige symmetrische Function der  $n$  Wurzeln von (27) [rationale Combination der Coefficienten] sein, welche nur die Bedingung erfüllt, vom Grade  $n$  in  $x$  zu sein (ein niedrigerer Grad ist übrigens wie für die Coefficienten selbst nicht möglich, falls die Function sich nicht zu einer Constante reducirt). Und alle diese rationale Functionen sind ferner *lineare* Functionen von einer beliebigen unter ihnen. Wenn nämlich  $P_1(x)$  und  $P_2(x)$  zwei der fraglichen rationalen Ausdrücke sind, so soll ja sowohl die Gleichung  $P_1(x) = \lambda$  für jeden  $\lambda$ -Werth, als  $P_2(x) = \mu$  für jeden  $\mu$  eine Gruppe derselben Involution geben. Folglich müssen die  $n$  Wurzeln von  $P_1 = \lambda$  in  $P_2 = \mu$  eingesetzt denselben  $\mu$ -Werth geben, und umgekehrt. Durch Elimination von  $x$  zwischen den fraglichen Gleichungen muss man also eine lineare Relation zwischen  $\lambda$  und  $\mu$  bekommen, und es existirt also eine solche zwischen  $P_1$  und  $P_2$ , w. z. b. w. Umgekehrt ist offenbar jede (nicht constante) lineare Function von einem der fraglichen rationalen Ausdrücke selbst ein solcher Ausdruck.

[Speciell sind also die nicht constanten Coefficienten  $S$  selbst lineare Functionen von einem rationalen Ausdrucke der fraglichen Art  $P(x)$ . Man kann auch leicht finden, wie sich die Coefficienten dieser linearen Relationen mittels der in  $P$  eingehenden Coefficienten bestimmen: für

$$(30) \quad P(x) = \frac{A_n x^n + A_{n-1} x^{n-1} + \dots + A_1 x + A_0}{B_n x^n + B_{n-1} x^{n-1} + \dots + B_1 x + B_0}$$

wird der Coeff. von  $x_1^i$  in  $P(x_1) - P(x) = 0$

$$(31) \quad S_i(x) = \frac{A_i - B_i P(x)}{A_n - B_n P(x)} \cdot \Big]$$

Wir wenden uns nun zu der Frage, ob die Involution (27) — sie heisse kurz  $I_n$  — in einer Involution von höherer Ordnung  $k$  — sie heisse  $I_k$  — als Bestandtheil eingehen kann.  $I_k$  und  $I_n$  seien bestimmt durch die Gleichungen

$$(32) \quad \Phi(x_1) = \Phi(x) \text{ resp. } \varphi(x_1) = \varphi(x),$$

wo die rationalen Functionen  $\Phi$  und  $\varphi$   $x$  im Grade  $k$  resp.  $n$  enthalten. Zwei  $x$ -Werthe, welche zu derselben  $I_n$ -Gruppe gehören, sollen auch in derselben  $I_n$ -Gruppe eingehen, d. h. zwei verschiedene  $x$ , welche denselben  $\varphi$ -Werth geben, sollen auch denselben  $\Phi$  geben, oder m. a. W.: die Gleichung

$$(33) \quad \prod_{i=1}^n [z - \Phi(x^{(i)})] = 0,$$

wo  $x^{(1)}, x^{(2)} \dots x^{(n)}$  die  $x$ -Werthe sind, welche einem beliebigen  $\varphi$ -Werth  $y$  entsprechen, soll nur *einen*  $z$ -Werth geben. Aber die Coefficienten in (33) sind symmetrische Functionen von  $x^{(1)}, x^{(2)} \dots x^{(n)}$ , also rationale Functionen von  $y$ . Folglich muss  $z$  eine rationale Function von  $y$  sein, d. h.  $\Phi$  eine rationale Function von  $\varphi$

$$(34) \quad \Phi(x) = \varrho[\varphi(x)].$$

Umgekehrt giebt offenbar jede Function  $\Phi(x)$  von der Form (34) eine Involution, in welcher  $I_n$  eingeht.

Die Gradzahl in  $x$  einer rationalen Function von  $\varphi(x)$  ist ein Multiplum von  $n$ , d. h.  $k$  ist  $= rn$  (was auch mehr unmittelbar eingesehen werden kann, vgl. unten).

Die Gleichung

$$(35) \quad \varrho[\varphi(x)] = \lambda$$

reducirt sich auf

$$(36) \quad [\varphi(x)]^r + L_{r-1}[\varphi(x)]^{r-1} + L_{r-2}[\varphi(x)]^{r-2} + \dots + L_0 = 0,$$

wo  $L_{r-1}$  etc. lineare Functionen von  $\lambda$  sind, oder

$$(37) \quad [\varphi(x) - \varphi_1][\varphi(x) - \varphi_2] \dots [\varphi(x) - \varphi_r] = 0.$$

Jeder Factor giebt eine  $I_n$ -Gruppe (die ganze Gleichung eine  $I_k$ -Gruppe). Setzen wir dagegen

$$(38) \quad \varrho[\varphi(x)] = \varrho[\varphi(x_1)],$$

so bekommen wir die Involution  $I_k$  als eine  $(x, x_1)$ -Relation der Form

$$(39) \quad [\varphi(x) - \varphi(x_1)] \{[\varphi(x)]^{r-1} + X_{r-2}[\varphi(x)]^{r-2} + \dots + X_0\},$$

wo  $X_{r-2}$  etc. rationale Functionen von  $\varphi(x_1)$  sind. Der erste Factor giebt  $I_n$ . Die ganze Gleichung muss aber natürlich für  $\lambda = \varphi[\varphi(x_1)]$  dieselbe sein wie (36), und wir können sie auch in der Form

$$(40) \quad [\varphi(x) - \varphi(x_1)] [\varphi(x) - \varphi(x_2)] \dots [\varphi(x) - \varphi(x_r)] = 0$$

schreiben, wo  $\varphi(x_1) = \varphi_1$  ist, und  $x_2 \dots x_r$  Wurzeln der Gleichungen  $\varphi(x) = \varphi_2, \dots \varphi(x) = \varphi_r$  sind.

5. Wir kehren nun zu unserem eigentlichen Gegenstande zurück. Auf ganz analoge Weise wie oben sieht man ein, dass die nothwendige und hinreichende Bedingung für involutorischen Charakter der Correspondenz (21) bis (25) so ausgedrückt werden kann: wenn

$$(41) \quad x_1^n + S_{n-1}(x, y)x_1^{n-1} + S_{n-2}(x, y)x_1^{n-2} + \dots + S_0(x, y) = 0$$

die mit  $x_1 - x$  multiplicirte Gleichung (22) bedeutet, und  $P(x, y)$  eine (nicht konstante) symmetrische Function der  $n$  Wurzeln von (41) ist, so muss die Gleichung

$$(42) \quad P(x_1, y_1) - P(x, y) = 0$$

mit (21, b) kombinirt eine Relation zwischen  $x, y, x_1$  geben, welche *entweder* zu Identität mit (22) *oder* zu einer Gleichung, welche (22) in sich enthält, zufolge (21, a) sich reducirt. Das vorige trifft ein, wenn die rationale Function  $P(x, y)$  vom Grade  $n$  ist in dem Sinne, dass sie in  $n$  verschiedenen Punkten auf der Curve  $f(x, y) = 0$  einen gegebenen Werth annimmt, das letztere wenn ihre Gradzahl  $> n$  ist. Aber es lässt sich nun *nicht* zeigen, dass *immer* symmetrische Functionen vom Grade  $n$  existiren; m. a. W.: es giebt Involutionsen, deren Gruppen nicht das vollständige bewegliche System von Schnittpunkten zwischen  $f(x, y) = 0$  und einem Curvenbüschel  $P(x, y) = \lambda$  ausmachen (obgleich umgekehrt jedes solches Schnittpunktsystem offenbar eine Involution bildet).

Dagegen gilt es wie vorher, dass jede Gruppe der Involution  $I_k$ , welche durch (42) bestimmt ist, in einer gewissen Anzahl von  $I_n$ -Gruppen zerfällt, und also  $k = rn$  ist. Dies können wir nun so einsehen (und wir hätten oben einen ganz analogen Beweis benutzen können). Durch Elimination von  $y_1$  zwischen (42) und  $f(x_1, y_1) = 0$  bekommt man eine Gleichung zwischen  $x, y, x_1$ , welche in  $x_1$  vom Grade  $k$  ist und zufolge  $f(x, y) = 0$  (27) in sich enthält:

$$(43) \quad [x_1^n + S_{n-1}(x, y)x_1^{n-1} + \dots + S_0(x, y)] \times \\ \times [x_1^{k-n} + T_{k-n-1}(x, y)x_1^{k-n-1} + \dots + T_0(x, y)] = 0.$$

Die Involution  $I_k$  wird dargestellt durch diese Gleichung und eine Gleichung der Form  $y_1 =$  ration. Function von  $x, y, x_1$ , welche offenbar keine andere als (23) sein kann. Man setze nun in (43) einen beliebigen  $f(x, y) = 0$  genügenden Werthpaar  $(x, y)$  ein. Der erste Factor giebt dann  $n$  Werthe von  $x_1$ , nämlich  $x$  selbst und  $n - 1$  andere; diese  $n$   $x_1$ -Werthe nebst den aus (23) bekommenen zugehörigen  $y_1$  geben eine  $I_n$ -Gruppe. Der zweite Factor giebt im Verein mit (23)  $k - n$  andere Werthpaare  $(x_1, y_1)$ . Einen beliebigen unter diesen setze man nun als  $(x, y)$  in (43) ein; man soll ja dann dieselben  $x_1$  bekommen, wie im vorigen Falle; anderseits giebt nun der erste Factor die Abscissen einer von der vorigen ganz getrennten  $I_n$ -Gruppe, während also jene nebst  $k - 2n$  anderen  $x_1$  dem zweiten Factor zugehören; man benutze ferner als  $(x, y)$  einen beliebigen jener  $k - 2n$  Abscissen nebst der entsprechenden Ordinate; der erste Factor giebt dann eine 3:te  $I_n$ -Gruppe, der zweite nebst den 2 vorigen  $I_n$ -Gruppen  $k - 3n$   $x_1$ -Werthe; man nehme statt  $(x, y)$  einen von diesen nebst dem entsprechenden  $y_1$ , und setze so fort; da man aus dem ersten Factor immer neue  $I_n$ -Gruppen bekommen muss, so lange überhaupt ein  $x$ -Werth existirt, der noch nicht in einer solchen Gruppe aufgetreten hat, muss die  $I_k$ -Gruppe nothwendig in einer gewissen Anzahl von  $I_n$ -Gruppen zerfallen, w. z. b. w.

Hieraus folgt, dass die durch Elimination von  $x$  aus  $f(x, y) = 0$  und  $P(x, y) = \lambda$  erhaltene Gleichung in  $r$  Factoren zerfallen muss,

welche je einer  $I_n$ -Gruppe entsprechen, und dass also die Involution  $I_n$  durch eine Gleichung

$$(44) \quad x^n + L_{n-1}x^{n-1} + L_{n-2}x^{n-2} + \dots + L_0 = 0$$

repräsentirt werden kann, wo  $L_{n-1}$  etc. gewisse algebraische Functionen von  $\lambda$  sind. Im allgemeinen ist wenigstens eine dieser Grössen ( $L_i$ ) eine  $r$ -werthige Function von  $\lambda$ , und die übrigen sind dann nothwendig rationale Functionen von  $\lambda$  und  $L_i$  (das allgemeinste ist sogar, dass alle  $L$   $r$ -werthig sind und linear von einander abhängen). In speciellen Fällen ist es denkbar, dass kein  $L$   $r$ -werthig wäre, obgleich das ganze System  $L_0 \dots L_{n-1}$   $r$ -werthig ist. Aber man kann dann immer eine  $r$ -werthige rationale Function  $M$  des Systems bilden, von welcher jeder  $L$  rational abhängt. Oder allgemeiner: das System  $\lambda, L_0, \dots, L_{n-1}$  bildet eine einfach unendliche Mannigfaltigkeit in einem im allgemeinen  $(n+1)$ -dimensionalen Raume; man bilde — um der Kürze wegen eine geometrische Ausdrucksweise zu benutzen — successive Projectionen der »Raumkurve« in Räumen von niedrigeren Dimensionen, bis man auf eine gewöhnliche irreducible ebene Curve  $F(t, u) = 0$  gelangt; diese steht dann in  $(1, 1)$ -deutiger Beziehung zur  $(\lambda, L_0, \dots, L_{n-1})$ -Curve.

6. Wir können nun die angedeutete Anwendung des ZEUTHEN'schen Satzes machen.

Die Curve  $f(x, y) = 0$  ( $C$ ) habe das Geschlecht  $p$ . Die Curve  $F(t, u) = 0$  ( $C_1$ ) — wo  $t$  und  $u$  im allgemeinen  $\lambda$  und  $L$  bedeuten können — habe das Geschlecht  $p_1$ . Zwischen diesen Curven besteht eine auf folgende Weise vermittelte  $(n, 1)$ -deutige Correspondenz. Ein beliebiger Werthpaar  $(x, y)$  giebt nach der Gleichung  $P(x, y) = \lambda$  einen einzigen  $\lambda$ -Werth und anderseits auch ein bestimmtes System  $L_0 \dots L_{n-1}$ , weil der gegebene Punkt  $(x, y)$  zu einer bestimmten  $I_n$ -Gruppe gehört, und also eine bestimmte Gleichung der Form (44)  $x$  als Wurzel hat. Folglich sind  $t$  und  $u$  rationale Functionen von  $x$  und  $y$ . Ein Werthpaar  $(t, u)$  giebt aber ein einziges System  $\lambda, L_0, \dots, L_{n-1}$  und also nach (44)  $n$  verschiedene  $x$ , und jeder  $x$ -Werth giebt zufolge  $P(x, y) = \lambda$  und  $f(x, y) = 0$  einen einzigen  $y$ -Werth,  $y$

ist also rationale Function von  $t, u, x$  (wenigstens wenn, wie wir immer annehmen, die Coordinatenrichtungen beliebig sind). Bei Anwendung der Formel (20) haben wir also  $\xi = n$ ,  $\xi_1 = 1$ ,  $r_{11} = 0$  zu setzen und bekommen also

$$(45) \quad \eta = 2p + 2(n - 1) - 2np_1$$

oder

$$(46) \quad p_1 = \frac{2p + 2(n - 1) - \eta}{2n}.$$

Die Zahl  $\eta$  bedeutet kurz die Anzahl der Coincidenzen in der  $(x, y)$ - $(t, u)$ -Correspondenz, und dies will offenbar nichts anderes sagen als die *Anzahl der Doppelpunkte* (Coincidenzen) *unserer Involution*. Unser Resultat ist also, dass die Anzahl ( $\eta$ ) der Doppelpunkte einer Involution  $n$ :ter Ordnung auf einer Curve vom Geschlechte  $p$  den Werth (45) haben muss; aber von der Zahl  $p_1$  wissen wir vorläufig nur, dass es eine *ganze, positive Zahl oder Null* sein muss; wir können also die Zahl  $2p + 2(n - 1)$  als *Maximiwerth für die Anzahl der Doppelpunkte bezeichnen*.

Eine interessante Specialfolgerung von (46) ist, dass  $\eta$  nicht  $= 0$  sein kann, wenn nicht  $n$  als Factor in  $p - 1$  eingeht, also z. B. nicht für  $n = 2$  und gerades  $p$  (für  $n = 2$ ,  $p = 1$  giebt es bekanntlich Fälle  $\eta = 0$ ).

Andererseits kann  $\eta$  den Maximiwerth nicht erreichen, ohne dass  $p_1 = 0$  ist; dies trifft immer ein, wenn  $r = 1$  ist, wie man sehr leicht findet. Die  $I_n$ -Gruppen bilden dann das vollständige System von Schnittpunkten zwischen  $f(x, y) = 0$  und einem Curvenbüschel, und man hat nach dem BRILL-NÓTHER'schen Satze die Coincidenzzahl  $2(n - 1) + 2p$ .

— Die aufgestellte Relation (45) dürfte als einen nicht unwichtigen Satz in der in mehreren Hinsichten wichtigen aber noch ziemlich unbearbeiteten Theorie der Involutionen auf nicht-rationalen Curven bezeichnet werden können. Auf anderer Stelle hoffe ich ausführlicher zu dieser Theorie zurückkommen zu können.

## Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 338.)

**Albany.** *New York state museum.*

Annual report. 44(1890). 8:o.

— *Geological survey of the state of New York.*

Palæontology. Vol. 8: P. 1. 1892. 4:o.

**Baltimore.** *Johns Hopkins university.*

Circulars. Vol. 11: N:o 98—103. 1892—93. 4:o.

Studies in historical and political science. (10) 4—11. 1892. 8:o.

American chemical journal. Vol. 14(1892): N:o 2—7. 8:o.

The American journal of philology. Vol. 12(1891): 4; 13(1892): 1—3. 8:o.

American journal of mathematics. Vol. 14(1892): N:r 2—3. 4:o.

**Berlin.** *K. Sternwarte.*

Astronomische Beobachtungen. (2) Bd 1. 1892. 4:o.

**Bonn.** *Naturhistorischer Verein der preussischen Rheinlande...*

Verhandlungen. Jahrg. 49(1892): H. 2. 8:o.

**Boston.** *Society of natural history.*

Memoirs. Vol. 4: N:r 10. 1892. 4:o.

Proceedings. Vol. 25: P. 3—4 (1891/92). 8:o.

**Bremen.** *Naturwissenschaftlicher Verein.*

Abhandlungen. Bd 12: H. 3. 1893. 8:o.

**Cambridge, Mass.** *Astronomical observatory of Harvard college.*

Annals. Vol. 16: P. 2. 1892. 4:o.

**Capodimonte.** *R. Osservatorio.*

ANGELITTI, F., Nuova determinazione della latitudine geografica del R. Osservatorio. Napoli 1892. 4:o.

CONTARINO, F., Osservazioni della nuova cometa di Holmes. Napoli 1892. 4:o.

**Catania.** *Accademia Gioenia di scienze naturali.*

Atti. (4) Vol. 5(1892/93). 4:o.

Bullettino mensile. N. S. Fasc. 30—31(1892/93). 8:o.

**Glasgow.** *University observatory.*

GRANT, R., Second Glasgow catalogue of 2156 stars for the epoch 1890. 1892. 4:o.

**Granville, Ohio.** *Denison university.*

Bulletin of the scientific laboratories. Vol. 7. 1892. 8:o.

**Güstrow.** *Verein der Freunde der Naturgeschichte in Mecklenburg.*

Archiv. Jahr 46(1892): Abth. 1—2. 8:o.

**Harlem.** *Société Hollandaise des sciences.*

HUYGENS, CHR., Oeuvres complètes. T. 5. La Haye 1893. 4:o.

— *Fondation de P. Teyler van der Hulst.*

Archives du Musée Teyler. (2) Vol. 4: P. 1. 1893. 8:o.

Verhandelingen rakende den natuurlijken en geopenbaarden godsdienst. N. S. D. 13. 1893. 8:o.

(Forts. å sid. 378.)

# Användning af en metod ur befolkningsstatistiken vid lösningen af ett problem inom teorien för pensionskassor.

Af G. ENESTRÖM.

[Meddeladt den 10 Maj 1893 genom D. G. LINDHAGEN.]

Då fråga är om pensionering af en tjänstemannakår, visar det sig stundom vara fördelaktigt att vid beräkningen af pensioneringskostnaden uppdelar denna kostnad i två poster, af hvilka den ena hänför sig till de befintliga, den andra åter till alla de framdeles inträdande tjänstemännen. Detta tillvägagående är särskildt att rekommendera, då antalet årligen inträdande tjänstemän är eller åtminstone från och med ett visst kalenderår kan betraktas såsom tillnärmelsevis konstant. I sådant fall erhåller man nämligen, såvida icke befordringar till högre tjänstegrad med därtill hörande högre pensionsbelopp ifrågakomma, hela eller åtminstone den svårberäkneligaste delen af kostnaden för de framdeles inträdande tjänstemännens pensionering under formen af en oändlig geometrisk serie, och efter summeringen af denna serie är kostnadsberäkningen reducerad till enkla numeriska kalkyler.

Den nu antydda metoden kan tydligen omedelbart begagnas, om man är i tillfälle att genom direkt observation erhålla det konstanta antalet årligen inträdande tjänstemän. Så har t. ex. förhållandet varit vid den beräkning af kostnaden för barnmorskekårens pensionering, hvilken jag nyligen utfört; för inträde i barnmorskeyrket är nämligen afläggande af vederbörlig examen obligatoriskt, och det antal elever, som de nuvarande barnmorskeundervisningsanstalterna årligen utexaminera, är i det



närmaste konstant, samt alla de utexaminerade äga omedelbart rätt att inträda i yrkets utöfning. Stundom äro dock de direkta observationerna öfver antalet nyinträdande tjänstemän oanvändbara, t. ex. i det fall att ett större antal tjänster nyligen inträttats; i detta fall kan man tydligen icke af uppgifterna för den närmast föregående tiden draga några slutsatser om antalet framdeles inträdande tjänstemän. Den närmast till hands liggande utvägen vore då att utgå från antalet befintliga tjänstemän, undersöka huru många bland dessa under loppet af ett år uttagligen afgå dels genom dödsfall dels på grund af uppnådd pensionsålder, och ersätta dessa afgångna med ett lika stort antal personer af medelinträdesåldern, samt fortgå på detta sätt till dess antalet nyinträdande visar sig blifva tillnärmelsevis konstant. Då emellertid detta tillvägagående är mycket besvärligt och tidsödande, är det rådligt att i det nu exemplaris anförda fallet antingen välja något annat sätt för pensioneringskostnadens beräkning eller också söka utfinna en metod, hvarigenom man lätt kan bestämma medeltalet årligen tillkommande tjänstemän.

En sådan metod har blifvit angifven af prof. A. LINDSTEDT i den utredning af Civilstatens pensionsinrättnings ställning, hvilken han för tre år sedan utförde.<sup>1)</sup> Denna metod förutsätter, att antalet tjänstebefattningar och antalet årligen inträdande tjänstemän äfvensom medelinträdes- och medelpensionsålder äro tillnärmelsevis konstanta, samt att man känner dels dessa konstanta storheter, dels antalet befintliga tjänstemän inom hvarje åldersklass, dels slutligen den dödlighetslag, som gäller för tjänstemännen. Herr LINDSTEDTS metod är i korthet följande.<sup>2)</sup>

Vi beteckna med  $A$  det konstanta antalet tjänstebefattningar och med  $t$  det sökta antalet årligen inträdande tjänste-

<sup>1)</sup> Utredningen är tryckt 1891 (4:o, 73 sid.) men saknar titel.

<sup>2)</sup> LINDSTEDT, nyss anförda utredning, sid. 9—11. — De i följande framställning använda beteckningarna skilja sig i flere fall från de af herr LINDSTEDT begagnade, liksom framställningens form något afviker från den af honom valda.

män, samt låta medelinträdesåldern vara  $m$  år och medelpensionsåldern  $\mu$  år; vidare utmärka vi med  $l_x$  antalet kvarlevande vid  $x$  års ålder enligt den gifna mortalitetstabellen, med  ${}^\mu R_x$  värdet af en temporär lifränta å 1 krona, som årligen utbetalas i födelsedagen från och med fyllda  $x$  år till och med fyllda  $\mu - 1$  år, samt med  $p$  den räntefot, som bör användas vid ränteberäkningen; slutligen antaga vi, att antalet befintliga tjänstemän åldern  $x$  år är  $A_x$ , och att de yngsta tjänstemännen äro  $n$  år gamla.

Taga vi nu i betraktande, huru stor inkomst pensionskassan skulle erhålla, om alla befintliga och framtida tjänstemän årligen erlade i förskott en pensionsavgift af 1 krona, så inse vi omedelbart, att nuvarande kapitalvärdet af denna inkomst blir

$$A + \frac{A}{1+p} + \frac{A}{(1+p)^2} + \frac{A}{(1+p)^3} + \dots = \frac{A(1+p)}{p}.$$

Men å andra sidan bör man äfven erhålla detta kapitalvärde genom att sammanlägga kapitalvärdet af de befintliga tjänstemännens afgifter med kapitalvärdet af samtliga hädanför inträdande tjänstemäns afgifter. Det förra kapitalvärdet r tydligen

$$\sum_{x=n}^{x=\mu-1} A_x \cdot {}^\mu R_x,$$

et senare åter

$$\frac{t \cdot {}^\mu R_m}{1+p} + \frac{t \cdot {}^\mu R_m}{(1+p)^2} + \frac{t \cdot {}^\mu R_m}{(1+p)^3} + \dots = \frac{t \cdot {}^\mu R_m}{p}.$$

Man erhåller således ekvationen

$$\frac{A(1+p)}{p} = \sum_{x=n}^{x=\mu-1} A_x \cdot {}^\mu R_x + \frac{t \cdot {}^\mu R_m}{p},$$

der

$$t = \frac{A(1+p) - p \sum_{x=n}^{x=\mu-1} A_x \cdot {}^\mu R_x}{{}^\mu R_m}, \dots \dots \dots (1)$$

genom hvilken ekvation  $t$  är gifven, så snart räntefoten  $p$  är fastställd; i herr LINDSTEDTS utredning är  $p = 0,035$ .

Redan vid en flyktig granskning af den ofvan meddelade lösningen faller det i ögonen, att genom densamma införts en för frågan helt och hållet främmande faktor, nämligen den räntefoten, hvilken för närvarande lämpligen bör läggas till grund vid beräkningen dels af en perpetuell räntas, dels af en temporär lifräntas kapitalvärde. Det är nämligen tydligt, att det föreliggande problemet ingenting har att skaffa med ränteberäkningar, enär antalet inträdande tjänstemän skulle blifva lika stort, äfven om pensionsavgifter ej förekomme, eller till och med om man tänkte sig alla tjänstemän afskedade vid fyllda  $\mu$  år utan pension. Det förtjänar därför undersökas, om icke problemet medgifver en lösning, utan att man därvid inför något för frågan främmande faktor.

En sådan lösning kan i själfva verket mycket lätt erhallas, om man observerar, att man på grund af de gjorda antagandena äger rätt att i fråga om tjänstemannakåren tillämpa de satser, hvilka inom befolkningsstatistiken visats vara giltiga för en stationär befolkning. Man har nämligen här i fråga om kåren antagit, dels att antalet tjänstebefattningar är konstant, dels att samma förhållande gäller för antalet årligen inträdande tjänstemän, dels slutligen att alla inträda vid  $m$  års ålder och afgå vid fyllda  $\mu$  år. Medelst samma betraktelsesätt, som användes inom befolkningsstatistiken, kan man då strängt matematiskt bevisa, att de nämnda antagandena, ifall man för enkelhetens skull förutsätter, att alla tjänstemän äro födda vid kalenderarets midt och alla platser tillsättas vid samma tidpunkt, äro liktydiga med antagandet, att alla tjänstemän vid midten af hvarje kalenderår befinna sig i någon af åldrarna  $m, m + 1, \dots, \mu - 1$  år, och att antalet personer i åldern  $x$  år vid samma tidpunkt är proportionellt mot  $l_x$ . Är nu  $k$  en konstant, hvars värde sedermera bör bestännas, så äro vid hvarje års midt antalet tjänstemän i de olika åldersklasserna  $m, m + 1, \dots, \mu - 1$  år respektive

$$kl_m, kl_{m+1}, \dots, kl_{\mu-1},$$

och under sådana förhållanden är det lätt att beräkna antalet vid nästa års midt inträdande tjänstemän. Dessa skola nämligen ersätta dem, som under räkenskapsåret dött eller vid räkenskapsårets slut afgått på grund af uppnådd pensionsålder; de förra äro för åldersklassen  $x$  år tillsammans  $k(l_x - l_{x+1})$ , enär af  $kl_x$  personer efter ett år kvarstå blott  $kl_{x+1}$ , de senare åter äro  $kl_{\mu}$ . Hela antalet afgångna blir således

$$k(l_m - l_{m+1}) + k(l_{m+1} - l_{m+2}) + \dots + k(l_{\mu-1} - l_{\mu}) + kl_{\mu} = kl_m.$$

Antalet inträdande blir således  $kl_m$  och antalet personer inom de olika åldersklasserna blifva äfven vid det nya årets midt respektive

$$kl_m, kl_{m+1}, \dots, kl_{\mu-1},$$

hvilket ju också är nödvändigt, om kåren skall kunna betraktas såsom en stationär befolkning. Det återstår nu blott att bestämma konstanten  $k$ ; för detta ändamål behöfver man blott observera, att enligt definitionen

$$A = kl_m + kl_{m+1} + \dots + kl_{\mu-1},$$

hvaran

$$k = \frac{A}{\sum_{x=m}^{x=\mu-1} l_x},$$

och således

$$t = kl_m = \frac{Al_m}{\sum_{x=m}^{x=\mu-1} l_x}, \dots \dots \dots (2)$$

hvarmed det föreliggande problemet är löst.

Den nu meddelade lösningen är, såsom ofvan angifvits, giltig under förutsättning, att antalet befintliga tjänstebefattningar och antalet årligen inträdande tjänstemän äro konstanta, vidare att alla tjänstemän inträda vid samma lefnadsålder och afgå med pension vid samma lefnadsålder, samt slutligen att en bestämd oföränderlig mortalitetslag gäller för tjänstemännen. Af dessa

förutsättningar äro de tre sista i verkligheten aldrig i sträng mening uppfyllda, och då ytterligare tillkommer, att antalet befintliga tjänstebefattningar vanligen äger en tendens att småningom tillväxa, så blir däraf en följd, att i verkligheten tjänstemännens fördelning på olika åldersklasser icke är alldeles sådan, som vid härledningen af ekv. (2) förutsatts, samt att alltså icke håller antalet årligen inträdande tjänstemän förblir konstant utan i stället varierar inom vissa gränser. Om inga störande orsaker förefinnas och om mortalitetslagen kan anses tillnärmelsevis oföränderlig, blifva dock dessa gränser småningom allt trängre och antalet årligen inträdande tjänstemän närmar sig under förutsatta oscillationer allt mera gränsvärdet

$$\frac{Al_m}{x=\mu-1} \\ S_x' \\ x=m$$

Ett strängt bevis härför kan erhållas medelst differenskalkyl; mera elementärt kan man ådagalägga riktigheten af påståendet på följande sätt. Beteckna vi med  $t_r$  antalet tjänstemän, som inträda vid  $r$ -te räkenskapsårets slut, och sätta för korthetens skull  $\mu - m = s$ , samt beräkna vi vid slutet af  $(r + s)$ -te räkenskapsåret, men innan de nya tjänstemännen inträda, antalet befintliga tjänstemän, finna vi, att detta antal är inom hvar och en af åldersklasserna  $m + 1$  år,  $m + 2$  år, ...,  $m + s$  år, i ordning

$$t_{r+s-1} \frac{l_{m+1}}{l_m}, t_{r+s-2} \frac{l_{m+2}}{l_m}, \dots, t_r \frac{l_{m+s}}{l_m}.$$

Af dessa utträda nu de  $(m + s)$ -åriga, och i stället inträda  $t_{r+s}$   $m$ -åriga tjänstemän, hvilka äro just så många, att de jämte de kvarlevande utgöra tillsammans  $A$ , d. v. s. man har

$$A = t_{r+s} + t_{r+s-1} \frac{l_{m+1}}{l_m} + \dots + t_{r+1} \frac{l_{m+s-1}}{l_m}.$$

På samma sätt erhåller man ekvationen

$$A = t_{r+s+1} + t_{r+s} \frac{l_{m+1}}{l_m} + \dots + t_{r+2} \frac{l_{m+s-1}}{l_m}.$$

Subtraheras den senare ekvationen från den förra, och öfverflyttar man  $t_{r+s+1}$  till vänstra sidan om likhetstecknet, blir

$$+s+1 = t_{r+s} \frac{l_m - l_{m+1}}{l_m} + \dots + t_{r+2} \frac{l_{m+s-2} - l_{m+s-1}}{l_m} + t_{r+1} \frac{l_{m+s-1}}{l_m},$$

och inför man här beteckningarna

$$T_{r+s} = \frac{t_{r+s}(l_m - l_{m+1}) + \dots + t_{r+2}(l_{m+s-2} - l_{m+s-1})}{l_m - l_{m+s-1}},$$

$$\delta = \frac{l_{m+s-1}}{l_m},$$

kan man skriva ekvationen under följande form:

$$t_{r+s+1} = (1 - \delta)T_{r+s} + \delta t_{r+1}.$$

Men af formen för  $T_{r+s}$ , ser man omedelbart, att denna storhet är ett medelvärde mellan storheten  $t_{r+2}, \dots, t_{r+s}$ , och af den sista ekvationen framgår likaledes, att  $t_{r+s+1}$ , är ett medelvärde mellan  $T_{r+s}$  och  $t_{r+1}$ . Alltså måste  $t_{r+s+1}$  vara ett medelvärde mellan de  $s$  storheterna  $t_{r+1}, t_{r+2}, \dots, t_{r+s}$ , dock så, att den första af dessa storheter inverkar på annat sätt än de öfriga  $s-1$  storheterna.

Genom samma betraktelsesätt finner man, att  $t_{r+s+2}$  är ett medelvärde mellan de  $s$  storheterna  $t_{r+2}, t_{r+3}, \dots, t_{r+s+1}$ , men då här  $t_{r+2}$  inverkar på annat sätt än de öfriga, är det icke nödvändigt, att om  $t_{r+s+1} > t_{r+1}$ , äfven  $t_{r+s+2} > t_{r+2}$ , eller att om  $t_{r+s+1} < t_{r+1}$ , äfven  $t_{r+s+2} < t_{r+2}$ . Storheterna  $t_{r+1}, t_{r+2}, \dots, t_{r+s}$  behöfva således icke bilda en stigande eller fallande serie. Emellertid ser man lätt, att termerna i hvar och en af serierna

$$t_{r+1}, t_{r+s+1}, t_{r+2s+1}, \dots$$

$$t_{r+2}, t_{r+s+2}, t_{r+2s+2}, \dots$$

$$\dots$$

$$t_{r+s}, t_{r+2s}, t_{r+3s}, \dots$$

böra kontinuerligt närma sig till ett visst värde, samt att detta värde bör vara ett och samma för alla serierna. Detta värde erhålles tydligen genom att i ekvationen

$$A = t_{r+s} + t_{r+s-1} \frac{l_m+1}{l_m} + \dots + t_{r+1} \frac{l_m+s-1}{l_m}$$

sätta  $t_{r+s} = t_{r+s-1} = \dots = t_{r+1} = t_\infty$ ,

och man erhåller därigenom

$$t_\infty = \frac{A l_m}{s - \mu - 1} = t.$$

$$\sum_{x=m}^l$$

För att visa, huru i ett särskildt fall förhållandena ställa sig, meddelar jag här nedan i en tabell de beräkningar, hvilka jag för några år sedan verkställde beträffande antalet småskollärarinnor, som under åren 1892—1930 sannolikt skulle inträda i tjänst, om pensionsrätt beviljades åt småskollärarinnekärens från midten af år 1892, samt om man antog, att alla lärarinnor inträdde vid fyllda 20 år och afginge med pension vid fyllda 50 år, äfvensom att antalet befintliga tjänster förblefve 6,178. Mortaliteten för lärarinnorna antogs vara densamma, som enligt Statistiska centralbyråns beräkning gällde för Sveriges kvinnliga befolkning under decenniet 1871—1880.

År.	Beräknadt antal i tjänst inträdande lärarinnor.	År.	Beräknadt antal i tjänst inträdande lärarinnor.	År.	Beräknadt antal i tjänst inträdande lärarinnor.	År.	Beräknadt antal i tjänst inträdande lärarinnor.
1892	548	1902	378	1912	416	1922	456
1893	343	1903	376	1913	430	1923	392
1894	349	1904	379	1914	414	1924	393
1895	355	1905	397	1915	408	1925	396
1896	357	1906	385	1916	416	1926	396
1897	368	1907	401	1917	409	1927	398
1898	376	1908	404	1918	396	1928	401
1899	374	1909	430	1919	396	1929	400
1900	376	1910	411	1920	447	1930	400
1901	372	1911	407	1921	415		

Enligt ekv. (2) skulle det konstanta antalet årligen inträdande lärarinnor blifva

$$\frac{6,178 \cdot 20,009}{336,088} = 404,$$

hvilket således är det gränsvärde, till hvilket tabellens tal efter en serie oscillationer närmar sig.

De två värden af  $t$ , hvilka äro angifna genom ekv. (1) och (2), afvika åtminstone till utseendet väsentligen från hvarandra, men då de äro härledda på grund af samma antaganden, borde de i själfva verket vara identiska. Emellertid är det icke att förvänta, att identitet skall äga rum i annat fall, än då alla förutsättningarna för formlernas exakta giltighet äro uppfyllda. Men därför fordras, såsom ofvan blifvit angifvet, att  $n = m$  och  $A_x = kl_x$ , där

$$k = \frac{A}{\sum_{x=m}^{x=\mu-1} l_x},$$

och på grund däraf kan ekv. (1) sättas under formen

$$t \cdot {}^{\mu}R_m \cdot \sum_{x=m}^{x=\mu-1} l_x = A(1+p) \sum_{x=m}^{x=\mu-1} l_x - Ap \sum_{x=m}^{x=\mu-1} l_x \cdot {}^{\mu}R_x. \quad (3)$$

Insätter man nu i stället för  ${}^{\mu}R_x$  dess värde

$$\frac{1}{l_x} \left( l_x + \frac{l_{x+1}}{1+p} + \frac{l_{x+2}}{(1+p)^2} + \dots + \frac{l_{\mu-1}}{(1+p)^{\mu-x-1}} \right)$$

och förenar i högra ledet alla termer, som innehålla  $l_m$ , alla termer, som innehålla  $l_{m+1}$ , o. s. v., blir koefficienten för  $l_{m+1}$ ,

$$1+p - p \left( 1 + \frac{1}{1+p} + \dots + \frac{1}{(1+p)^j} \right) \\ = 1+p - \frac{p}{(1+p)^j} \frac{(1+p)^{j+1} - 1}{p} = \frac{1}{(1+p)^j}.$$

Högra ledet af ekv. (3) erhåller således följande form:

$$A \left( l_m + \frac{l_{m+1}}{1+p} + \dots + \frac{l_{\mu-1}}{(1+p)^{\mu-m-1}} \right),$$

hvilket uttryck också kan skrivas  $Al_m \cdot {}^{\mu}R_m$ , hvadan ekv. (3) förenklas till

$$t \cdot {}^{\mu}R_m \cdot \sum_{x=m}^{x=\mu-1} l_x = Al_m \cdot {}^{\mu}R_m.$$



Löser man denna ekv. i afseende på  $t$ , erhåller man

$$t = \frac{Al_m}{\sum_{x=m}^{x=\mu-1} l_x},$$

d. v. s. just ekv. (2).

Om däremot icke  $n=m$  och  $A_x=kl_x$ , så äro ekv. (1) och (2) i allmänhet icke identiska, utan gifva två olika approximativa värden för  $t$ ; vi beteckna därför i det följande värdet af  $t$  med  $t'$  eller  $t''$ , allteftersom ekv. (1) eller ekv. (2) användts för beräkningen. I ett specialfall är dock  $t' = t''$ , nämligen om  $p=0$ ; för detta värde af  $p$  försvinner nämligen i ekv. (1) andra termen i högra ledets täljare, och nämnaren förenklas till

$$1 + \frac{l_{m+1}}{l_m} + \dots + \frac{l_{\mu-1}}{l_m},$$

hvidan ekv. (1) öfvergår till

$$t = \frac{Al_m}{\sum_{x=m}^{x=\mu-1} l_x}$$

eller just ekv. (2).

Det nämndes nyss, att i allmänhet  $t'$  och  $t''$  icke äro lika stora. För att i ett särskildt fall utröna, huru nära dessa två tal öfverensstämma, har jag i ekv. (2) insatt de värden för  $A$ ,  $m$ ,  $\mu$  äfvensom  $l_m$ ,  $l_{m+1}$ ,  $\dots$ ,  $l_{\mu-1}$ , hvilka herr LINDSTEDT användt vid sin utredning. De tre förstnämnda storheterna äro i ordning 3,795,  $34\frac{1}{2}$  och 65; ur den af herr LINDSTEDT konstruerade mortalitetstabellen <sup>1)</sup> erhåller man åter  $l_{34} = 80,191$ .

$l_{35} = 79,645$ ;  $\sum_{x=34}^{x=64} l_x = 2,154,570$  och  $\sum_{x=35}^{x=64} l_x = 2,074,379$ . Vore inträdesåldern 34 år, skulle således värdet af  $t''$  blifva

$$\frac{3,795 \cdot 80,191}{2,154,570} = 141,25.$$

<sup>1)</sup> LINDSTEDT, anf. st. sid. 40—43.

Vore åter inträdesåldern 35 år, skulle värdet af  $t''$  blifva

$$\frac{3,795 \cdot 79,645}{2,074,379} = 145,71.$$

För en inträdesålder af  $34\frac{1}{2}$  år bör man således kunna sätta

$$t'' = \frac{141,25 + 145,71}{2} = 143.$$

Enligt den kalkyl, herr LINDSTEDT utfört med tillhjälp af ekv. (1), blir däremot

$$t' = 139.$$

Då herr LINDSTEDT verkställt en motsvarande beräkning för  $\mu = 67$ , har jag äfven för detta fall velat jämföra de båda värdena  $t'$  och  $t''$ , och med tillhjälp af ekv. (2) fått

$$t'' = \frac{134,72 + 138,73}{2} = 137,$$

under det att herr LINDSTEDT erhållit

$$t' = 130.$$

Skiljaktigheterna mellan  $t'$  och  $t''$  äro således i nu behandlade fall ej synnerligen stora, men i alla händelser kan det vara af intresse att söka afgöra, hvilketdera värdet bör anses vara det bästa. Härvid ställer sig dock saken olika, allteftersom man betraktar frågan ur rent statistisk eller ur pensionskasseteoretisk synpunkt.

Betraktar man frågan rent statistiskt, är utan tvifvel  $t''$  att föredraga framför  $t'$ . Såsom förut framhållits, är nämligen  $t''$  det gränsvärde, hvartill antalet årligen inträdande tjänstemän alltmer närmar sig, och då detta närmande sker medelst fortsatta oscillationer med aftagande amplitud, blir  $t''$  äfven ett medelvärde mellan de växlande antalen årligen inträdande tjänstemän.

Däremot är  $t'$  hufvudsakligen beroende af förhållandena under den närmaste tiden, hvilket framgår däraf, att vid formelns härledning hvarje  $t$ -värde dividerats med 1,035, upphöjdt till ordningstalet för det räkenskapsår, för hvilket det gäller, hvadan

$t$ -värdenas afvikelser från medelvärdet utöfva allt mindre inflytande på resultatet, ju högre nämnda ordningstal är. Man kan därför betrakta  $t'$  såsom ett medeltal för den närmaste tiden påverkad i väsentlig mån af förhållandena under de första åren, så att om t. ex. antalet nytillkommande tjänstemän under det första året skulle vara abnormt stort och under de följande åren abnormt litet, man får väsentligen olika värden för  $t'$ , allteftersom man tager hänsyn till eller bortser från det första året. För att visa, huru olika resultaten då kunna blifva, sätter jag såsom i ett förut behandladt fall  $A = 3,795$ ,  $\mu = 65$ ,  $p = 0,035$ , samt låter mortalitetstabellen fortfarande vara den af herr LINDSTEDT härledda, men antager för enkelhetens skull  $m = 35$  och betraktar det abnorma förhållandet, då alla tjänstemännen äro 64 år gamla. I detta fall afgå under första räkenskapsåret genom dödsfall 107 tjänstemän och vid första årets slut med pension 3,688, samt i deras ställe inträda vid första årets slut 3,795 35-åriga tjänstemän. Under andra året afgå genom dödsfall 27 personer, men däremot inga vid årets slut på grund af uppnädd pensionsålder, så att vid andra årets slut inträda blott 27 tjänstemän. Härefter ökas småningom antalet nyinträdande, men håller sig dock fortfarande under en följd af år abnormt lågt, enär bland de befintliga inga äro tillräckligt gamla för att kunna afgå med pension. Beräknar man nu vid första årets början värdet af  $t'$ , erhåller man

$$t' = 223.$$

Utför man däremot beräkningen vid andra årets början, blir

$$t' = 98,$$

således mindre än hälften af det nyss härledda värdet. Men en formel, som kan gifva så väsentligt olika värden för det sannolika antalet nytillkommande tjänstemän, är ur rent statistisk synpunkt utan egentlig betydelse.

I båda fallen blir däremot, såsom ofvan angifvits,

$$t'' = 146,$$

hvilket tal har sin bestämda betydelse, huru abnorma de närvarande förhållandena än äro.

Ett skäl att föredraga  $t''$  ligger äfven däri, att detta tal kan beräknas ojämförligt mycket lättare än  $t'$ ; beräkningen af högra ledet af ekv. (2) fordrar knappast flere minuter, än det torde behöfvas timmar för att kalkylera högra ledet af ekv. (1).

Betraktar man åter frågan ur pensionskasseteoretisk synpunkt, gestaltar sig saken väsentligen annorlunda. Då fråga är att beräkna kapitalvärdet af kostnaden för en tjänstemannakärs pensionering, har man att diskontera till närvarande tid kostnaden för pensionering af de olika generationerna nyinträdande tjänstemän, och dessa generationer inverka således icke på kostnaden i direkt förhållande till sitt antal, utan just på det sätt, som vid härledningen af ekv. (1) antagits. Det är således klart, att vid beräkningen af pensionskostnaden  $t'$  skall gifva ett vida bättre resultat än  $t''$ . Men det är icke nog därmed, utan i själfva verket erhåller man genom användande af  $t'$  ett fullt exakt värde för pensioneringskostnaden, förutsatt att pensionsbeloppet är lika stort för alla, som uppnå pensionsåldern. Detta förhållande beror därpå, att formeln för kapitalvärdet af pensioneringskostnaden blir densamma, äfven om de årligen nyinträdandes antal ej är konstant. För att ådagalägga detta beteckna vi kapitalvärdet med  $K$ , det konstanta pensionsbeloppet med  $P$ , och sätta  $(1+p)^x = D_x$ ,  $D_x + D_{x+1} + \dots = \Sigma D_x$ , samt antaga, att pensionen utgår i förskott vid hvarje åldersårs början; då blir tydligen

$$K = \sum_{x=n}^{x=\mu-1} A_x \frac{\Sigma D_x^\mu}{D_x} P + \frac{t \Sigma D_x^\mu}{p D_m} P;$$

insätter man här värdet af  $t$  ur ekv. (1), erhåller man

$$K = \sum_{x=n}^{x=\mu-1} A_x \frac{\Sigma D_x^\mu}{D_x} P + \frac{\left\{ A(1+p) - p \sum_{x=n}^{x=\mu-1} A_x \cdot {}^\mu R_x \right\} \Sigma D_x^\mu}{p D_m \cdot {}^\mu R_m} P.$$

eller, enär  ${}^\mu R_x = \frac{\Sigma D_x - \Sigma D_x^\mu}{D_x}$ ,

$$K = \sum_{x=n}^{x=\mu-1} A_x \frac{\Sigma D_\mu}{D_x} P + \frac{A(1+p)\Sigma D_\mu}{p(\Sigma D_m - \Sigma D_\mu)} P - \frac{\sum_{x=n}^{x=\mu-1} A_x \frac{(\Sigma D_x - \Sigma D_\mu) \Sigma D_\mu}{D_x}}{\Sigma D_m - \Sigma D_\mu} P.$$

Men denna formel kan också härledas, utan att man behöver taga hänsyn till antalet nyinträdande tjänstemän, och således utan att detta antal är konstant. Härledningen sker då på följande sätt.

Om hvarje tjänsteman inträder vid  $m$  års ålder och afgår med pension vid  $\mu$  års ålder, fordras för betäckande af pensionskostnaden en årlig afgift af eller för honom, uppgående till

$$\frac{\Sigma D_\mu}{\Sigma D_m - \Sigma D_\mu} P.$$

Vore alla tjänstemännen från början  $m$  år gamla, skulle således pensionskostnaden kunna betäckas genom ett årligt belopp för all framtid af

$$\frac{A \Sigma D_\mu}{\Sigma D_m - \Sigma D_\mu} P,$$

motsvarande ett kapital af

$$\frac{A(1+p)\Sigma D_\mu}{p(\Sigma D_m - \Sigma D_\mu)} P.$$

Då nu visserligen de nyinträdande äro  $m$  år gamla, mer däremot icke alla de redan befintliga tjänstemännen innehafva en så låg ålder, tillkommer en extra kostnad för de senare. Kapitalvärdet af denna extra kostnad är lika med skillnaden mellan kapitalvärdet af den verkliga kostnaden och kapitalvärdet af de afgifter, som under normala förhållanden, d. v. s. om alla vore  $m$  år gamla, skulle erläggas af eller för de befintliga tjänstemännen. För en enskild  $x$ -årig person är det förra värdet

$$\frac{\Sigma D_\mu}{D_x} P,$$

och det senare värdet

$$\frac{\Sigma D_\mu}{\Sigma D_m - \Sigma D_\mu} \cdot \frac{\Sigma D_x - \Sigma D_\mu}{D_x} P;$$

skillnaden mellan kapitalvärdena för samtliga befintliga tjänstemän blir således

$$\sum_{x=n}^{x=\mu-1} A_x \frac{\Sigma D_\mu}{D_x} P - \frac{\sum_{x=n}^{x=\mu-1} A_x \frac{(\Sigma D_x - \Sigma D_\mu) \Sigma D_\mu}{D_x}}{\Sigma D_m - \Sigma D_\mu} P,$$

och hela kapitalvärdet af pensionskostnaden följaktligen <sup>1)</sup>

$$\frac{A(1+p)\Sigma D_\mu}{p(\Sigma D_m - \Sigma D_\mu)} P + \sum_{x=n}^{x=\mu-1} A_x \frac{\Sigma D_\mu}{D_x} P - \frac{\sum_{x=n}^{x=\mu-1} A_x \frac{(\Sigma D_x - \Sigma D_\mu) \Sigma D_\mu}{D_x}}{\Sigma D_m - \Sigma D_\mu} P,$$

hvilket uttryck vid jämförelse befinnes vara identiskt med det ofvan härledda värdet af  $K$ .

För öfrigt kan detta värde äfven erhållas genom en metod, som är fullt analog med herr LINDSTEDTS, men skiljer sig från denna däruti, att man antager antalet nyinträdande icke vara konstant, utan växlande från år till år. Betecknar man nämligen såsom förut med  $t_r$  antalet nyinträdande tjänstemän vid  $r$ -te räkenskapsårets slut, blir kapitalvärdet af pensionskostnaden tydligen

$$\sum_{x=n}^{x=\mu-1} A_x \frac{\Sigma D_\mu}{D_x} P + \frac{\Sigma D_\mu}{D_m} \left( \frac{t_1}{1+p} + \frac{t_2}{(1+p)^2} + \dots + \frac{t_r}{(1+p)^r} + \dots \right) P;$$

för bestämmande af  $t$ -värdena har man att vid hvarje räkenskapsårs slut beräkna antalet kvarstående tjänstemän och draga detta tal från  $A$ . Då nu af  $B$   $x$ -åriga personer efter ett år kvarlefva blott  $B \frac{l_x+1}{l_x}$  personer, och alla  $(\mu-1)$ : åriga personer efter ett år antingen dött eller afgått med pension, erhåller man ekvationerna

<sup>1)</sup> Det här refererade tillvägagångendet har jag begagnat vid beräkningen af kostnaden för ålderdomsunderstöd åt småskollärarinnekåren; se ENESTRÖM, Om ålderdomsunderstöd åt lärare och lärarinnor vid småskolor (Stockholm 1891), sid. 91—93.

$$\begin{aligned}
t_1 &= A - \left( A_n \frac{l_{n+1}}{l_n} + A_{n+1} \frac{l_{n+2}}{l_{n+1}} + \dots + A_{\mu-2} \frac{l_{\mu-1}}{l_{\mu-2}} \right), \\
t_2 &= A - \left( A_n \frac{l_{n+2}}{l_n} + A_{n+1} \frac{l_{n+3}}{l_{n+1}} + \dots + A_{\mu-3} \frac{l_{\mu-1}}{l_{\mu-3}} \right) - t_1 \frac{l_{n+1}}{l_n}, \\
t_3 &= A - \left( A_n \frac{l_{n+3}}{l_n} + A_{n+1} \frac{l_{n+4}}{l_{n+1}} + \dots + A_{\mu-4} \frac{l_{\mu-1}}{l_{\mu-4}} \right) - t_1 \frac{l_{n+2}}{l_n} - t_2 \frac{l_{n+1}}{l_n}, \\
&\dots
\end{aligned}$$

Dividerar man nu den första ekvationen med  $(1+p)$ , den andra med  $(1+p)^2$ , o. s. v., samt adderar alla sålunda erhållna ekvationer till identiteten

$$0 = A - (A_n + A_{n+1} + \dots + A_{\mu-1})$$

erhåller man efter enkla transformationer och summationer af geometriska serier

$$\begin{aligned}
&\frac{t_1}{1+p} + \frac{t_2}{(1+p)^2} + \dots + \frac{t_r}{(1+p)^r} + \dots \\
&= \frac{A(1+p)}{p} - (A_n \cdot {}^{\mu}R_n + A_{n+1} \cdot {}^{\mu}R_{n+1} + \dots + A_{\mu-1} \cdot {}^{\mu}R_{\mu-1}) \\
&\quad - \left( \frac{t_1}{1+p} + \frac{t_2}{(1+p)^2} + \dots + \frac{t_r}{(1+p)^r} + \dots \right) \frac{\sum D_{n+1} - \sum D_n}{D_n}.
\end{aligned}$$

Överflyttar man nu sista termen i högra ledet till andra sidan af likhetstecknet, erhåller man lätt

$$\frac{t_1}{1+p} + \frac{t_2}{(1+p)^2} + \dots + \frac{t_r}{(1+p)^r} + \dots = \frac{1}{{}^{\mu}R_n} \left( \frac{A(1+p)}{p} - \sum_{x=n}^{x=\mu-1} A_x \cdot {}^{\mu}R_x \right)$$

och om detta värde insättes i det å föregående sida angifna uttrycket för pensionskostnaden, återfår man just det förut härledda värdet af  $K$ .

Men om man således genom användande af  $t'$  erhåller ett fullt exakt resultat, då fråga är om ett fast pensionsbelopp, så följer däraf icke, att  $t'$  kan utan vidare användas vid mera invecklade pensionskasseteoretiska beräkningar. I sådana fall synes det mig tvärtom rådligast att först beräkna båda värdena  $t'$  och  $t''$ . Är då skillnaden mellan dem obetydlig, kan man efter behag använda ettdera värdet; är däremot skillnaden betydligare, bör

man undersöka, huruvida den omständigheten, att antalet nyinträdande icke är konstant, kan utöfva något väsentligt inflytande på resultatet. Förhåller det sig så, torde det vara bäst att, därest man vill använda den metod, om hvilken här varit fråga, först på vanligt sätt för hvarje särskildt år under den närmaste tiden beräkna sannolika antalet nytillkommande tjänstemän, och fortsätta härmed så länge, till dess detta antal visar sig blifva tillnärmelsevis konstant och lika med  $t''$ .

I korthet uttryckt blir således resultatet af föregående undersökning följande:

1) Om antalet årligen nytillkommande tjänstemän inom en kår med ett bestämdt antal tjänstebefattningar är tillnärmelsevis konstant, så kan detta antal beräknas genom formeln

$$t'' = \frac{Al_m}{x=\mu-1};$$

$$\sum_{x=m} l_x$$

2) under nyss angifna förutsättning kan nämnda antal äfven beräknas medelst formeln

$$t' = \frac{A(1+p) - p \sum_{x=\mu-1}^{x=n} A_x \cdot \mu R_x}{\mu R_m};$$

3) om antalet årligen nytillkommande tjänstemän inom en kår med ett bestämdt antal tjänstebefattningar icke är tillnärmelsevis konstant, kan  $t'$  betraktas såsom ett medelvärde härför;

4) kvantiteten  $t'$  är närmast att betrakta såsom en hjälpkvantitet vid enklare pensionsberäkningar, men är ur denna synpunkt tämligen öfverflödig, då formeln för pensioneringskostnaden kan utan dess användande härledas, och då dessutom samma formel gäller, äfven om antalet icke är konstant; i senare fallet är det formellt taget mindre riktigt att härleda det exakta resultatet på grund af en förutsättning, som icke i verkligheten är uppfylld.



# Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 361)

**Kiew.** *Société des naturalistes.*

Sapiski. — Mémoires. T. 12: L. 1—2. 1892. 8:o.

**Kjöbenhavn.** *Naturhistorisk Forening.*

Videnskabelige Meddelelser. (5) Aarg. 4 (1892). 8:o.

**Lausanne.** *Société Vaudoise des sciences naturelles.*

Bulletin. (3) Vol. 29: N:o 110. 1893. 8:o.

**London.** *Geologists' association.*

Proceedings. Vol. 12 (1892): P. 7. 8:o.

— *British Museum (Natural history).*

BELL, F. J., Catalogue of the British Echinoderms. 1892. 8:o.

Illustrations of typical specimens of Lepidoptera Heterocera in the collection. P. 9. 1893. 4:o.

SMITH, W. G., Guide to Sowerby's models of British Fungi. 1893. 8:o.

— *Royal society.*

Proceedings. Vol. 52 (1892/93): N:o 315—320. 8:o.

— *Zoological society.*

Transactions. Vol. 13: P. 5. 1893. 4:o.

Proceedings. Year 1892: P. 4. 8:o.

**Manchester.** *Literary and philosophical society.*

Memoirs and proceedings. (4) Vol. 6. 1892. 8:o.

**Melbourne.** *R. Geographical society of Australasia (Victorian branch).*

Transactions. Vol. 10. 1893. 8:o.

**Moscou.** *Observatoire.*

Annales. (2) Vol. 3: L. 1. 1893. 4:o.

— *Congrès internationaux d'anthropologie et d'archéologie préhistorique et de zoologie, 1892.*

Matériaux réunis par le comité d'organisation . . . P. 1. 1893. 8:o.

**New Haven.** *Connecticut academy of arts and sciences.*

Transactions. Vol. 8: P. 2; 9: 1. 1893, 92. 8:o.

**New York.** *American museum of natural history.*

Bulletin. Vol. 4 (1892). 8:o.

**Nordamerika.** *American association for the advancement of science.*

Proceedings. Meeting 41 (1892). 8:o.

**Odessa.** *Société des naturalistes de la Nouvelle-Russie.*

Sapiski. — Mémoires. T. 17: 2—3. 1892—93. 8:o.

**Philadelphia.** *Academy of natural sciences.*

Proceedings. Year 1892: P. 3. 8:o.

— *American philosophical society.*

Proceedings. Vol. 30 (1892): N:o 139. 8:o.

— *Wagner free institute of science.*

Transactions. Vol. 3: P. 2. 1892. 4:o.

**Potsdam.** *Astrophysikalisches Observatorium.*

Publicationen. Bd 8. 1893. 4:o.

**Rio de Janeiro. Observatorio.**

Annuario. Anno 8 (1892). 16:o.

**Rochester, N. Y. Rochester academy of science.**

Proceedings. Vol. 2: Brochure 1. 1892. 8:o.

**St. Petersburg. Académie Imp. des sciences.**

Mémoires. (7) T. 40: N:o 2; 41: 1. 1893, 92. 4:o.

Bulletin (3) 35: N:o 3. 1893. 4:o.

**— Hortus Petropolitanus.**

Acta. T. 12: Fasc. 2. 1893. 8:o.

**— Russkoe geografiskoe obschestvo.**

Isvjestija. T. 28 (1892): 1–6. 8:o.

**Sydney. Royal society of New South Wales.**

President's address. 1892  $\frac{4}{5}$ . 8:o.

**Washington. Smithsonian institution.**

Annual report. 1889/90. 8:o.

**— Bureau of ethnology.**

Annual report. 7 (1885/86). 8:o.

PILLING, J. C., Bibliography of the Athapaskan languages. Wash. 1892. 8:o.

**— U. S. geographical and geological survey of the Rocky Mountain region.**

Contributions to North American ethnology. Vol. 7. 1890. 4:o.

**— Volta bureau.**

GORDON, J. C., Notes and observations upon the education of the deaf with a revised index to education of deaf children. 1892. 8:o.

**Wien. K. K. geologische Reichsanstalt.**

Jahrbuch. Bd 41 (1891): H. 1–3; 42 (1892): 1–4. 8:o.

Verhandlungen. Jahrg. 1892. 8:o.

**Herr Professor G. Lindström.**

Sacramento. California state mining bureau.

Annual report of the state mineralogist. Year 1889/90. 8:o.  
med 6 kartor. Fol.

Preliminary mineralogical and geological map of the state of California. 1891. 4 bl.

**Herr Byråchefen J. Meves.**

81 st. småskrifter, hufvudsakligen zoologi.

**Utgifvaren.**

Nordisk tidskrift, utg. af Letterstedtska föreningen. 1892. 8:o.

**Författarne.**

NORDENSKIÖLD, G., Undersökning af snökristaller. Sthlm 1893. 8:o.

THORELL, T., Novæ species Araneorum a cel. Th. Workman in ins. Singapore collectæ. Firenze 1892. 8:o.

WULFF, F., Om rytm och rytmicitet i värns, samt några ord om Alexandrinen och knittelvärnsen. Khvn 1893. 8:o.

LEMOINE, É., La géométrie ou l'art des constructions géométriques. Paris 1892. 8:o.

MACFARLANE, A., The innaginary of algebra. Salem 1892. 8:o.

— The fundamental theorems of analysis generalized for space. Boston 1893. 8:o.

**Författarne.**

PETERMANN, A., Contribution à la question de l'azote. Note 3. Bruxelles 1893. 8:o.

RUSSELL, H. C., Physical geography and climate of New South Wales. Ed. 2. Sydney 1892. 8:o.

— Results of double star measures made at Sydney observatory. Sydney 1891. 8:o.

— Småskrifter. 2 st.

WILLE, N., Fredrik Christian Schübeler. Berl. 1893. 8:o.

— Mycologiske Notiser. Lund 1893. 8:o.



# ÖFVERSIGT

AF

## KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 50.

1893.

N<sup>o</sup> 6.

Onsdagen den 7 Juni.

### INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar.....	sid. 381.
GYLDÉN, Till frågan om beskaffenheten af de sekulära ändringarna hos planeternas medelrörelser.....	» 383.
ÅNGSTRÖM och PALMÉR, Le spectre infrarouge de chlore et de l'acide chlorhydrique.....	» 389.
ENESTRÖM, Om observationsseriens utjemning medelst formeln $u'_x =$ $= u_x - \frac{1}{3} \Delta^3 u_x - 2$ .....	» 397.
ENESTRÖM, Härledning af en allmän formel för antalet pensionärer, som vid en godtycklig tidpunkt förefinnas inom en sluten pensions- kassa.....	» 405.
Skänker till Akademiens bibliotek .....	sidd. 382, 396, 416.

Tillkännagafs, att Akademiens inländske ledamot f. d. Generallöjtnanten Friherre FABIAN JAKOB WREDE, samt utländske ledamoten f. d. Professorn vid universitetet i Berlin ERNST EDVARD KUMMER med döden afgått.

På tillstyrkan af komiterade antogos följande afhandlingar till införande i Akademiens Handlingar: 1:o »Jemförelse mellan molluskfaunan i Mammillatus och Mucronata zonerna i nordöstra Skåne», af Professor B. LUNDGREN; 2:o »Studien über Cirripeden», af Docenten C. AURIVILLIUS; 3:o »Untersuchungen über die Spektroskopie des Chroms», af Professor B. HASSELBERG; 4:o »Zur paläozoischen Flora der arktischen Zone, enthaltend die auf Spitzbergen, auf der Bären Insel und auf Novaja Semlja von den schwedischen Expeditionen entdeckten paläozoischen Pflanzen», af Professor A. G. NATHORST.

Hr. ROSSANDER lemnade ytterligare meddelanden om resultaten af den af honom använda behandlingen af epithelialkräfta medelst injektioner af hydras kalicus.

Hr. GYLDÉN lemnade meddelande om af honom utförda undersökningar rörande beskaffenheten af de sekulära ändringarne hos planeternas medelrörelse.\*

Hr. RETZIUS förelade femte bandet af det af honom utgifna arbetet: »Biologische Untersuchungen».

Sekreteraren öfverlemnade för intagande i Akademiens skrifter följande inlemnade afhandlingar eller uppsatser: 1:o »Om sekundära anatomiska förändringar inom fanerogamernas florala region», af Filos. Licentiaten A. G. ELIASSON, (se Bihang till K. Vet. Akad. Handl.); 2:o »Le spectre infrarouge de chlore et de l'acide chlorhydrique», af Dr. K. ÅNGSTRÖM och Filos. Licentiaten W. PALMÆR\*; 3:o »Om observationsseriens utjemning medelst formeln  $u'_x = u_x - \frac{1}{3} \Delta^2 u_x - 2$ », af Amanuensen G. ENESTRÖM\*; 4:o »Härledning af en allmän formel för antalet pensionärer, som vid en godtycklig tidpunkt förefinnas inom en sluten pensionskassa», af densamme\*.

Följande skänker anmälades:

#### Till Riksmusei Etnografiska samling.

Genom Friherre Nordenskiöld anmälades, att af Mr. J. W. FEWKES öfverlemnats åtskilliga lerkärl, som begagnats af indianstammar i södra delarne af Nordamerikas Förenta stater, och hvilka insamlats af den under Mr. FEWKES ledning utförda Hemenway-expeditionen.

#### Till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

**Stockholm. Riksgäldskontoret.**

Sakregister till Rikets Ständers protokoll med bihang, 1809—1866.

Bd 1—2. 1891—93. 4:o.

— *Entomologiska föreningen.*

Entomologisk tidskrift. Årg. 14 (1893): H. 1—3. 8:o. 2 ex.

Uppsatser i praktisk entomologi. 3. 1893. 8:o.

**Throndhjem. K. Norske Videnskabers Selskab.**

Skrifter. 1891. 8:o.

(Forts. å sid. 396.)

## Till frågan om beskaffenheten af de sekulära ändringarna hos planeternas medelrörelser.

Af HUGO GYLDÉN.

[Meddeladt den 7 Juni 1893.]

Svårigheterna att vinna en fullt tillfredsställande kännedom om beskaffenheten af ändringarna hos planeternas medelrörelser hafva, såsom väl känt är, ansetts såsom högst betydliga, och till och med, någon gång, såsom oöfvervinnerliga. Dessa svårigheter gälla emellertid icke sådana periodiska termer i den funktion, man i den elliptiska teorien kallar medelrörelse, och hvilken motsvarar medelafståndet från solen, som genomlöpa sina facer på kortare tider, låt oss säga, på några tiotal eller några hundratal år: angående dylika termers natur herskar, om man bortser från vissa möjliga, men i naturen sannolikt ej förekommande fall, intet tvifvel. Deremot, om man afser de s. k. sekulära störingarna, d. v. s. sådana, som under loppet af flere tiotusentals år oscillera emellan bestämda gränser, eller hvilka växa proportionelt mot tiden och dess potenser, uppenbara sig svårigheterna vid att intränga i störingsproblemets analytiska natur. Man har visserligen kunnat beräkna medelrörelsernas numeriska belopp, sådana dessa under långa tider periodiskt vuxit och aftagit, och dervid funnit att ändringarne varit ytterst små. Men detta resultat, om än praktiskt af stor betydelse, har dock i afseende på problemets analytiska innebörd, naturligtvis icke kunnat anses tillfredsställande.

Utan att bevisa deras konvergens, framställde LAGRANGE och LAPLACE de KEPLERSKA elementens sekularstöringar under formen af trigonometriska serier, der de enskilda termerna ändrade sig i mycket långa perioder. Det framgick vidare ur deras analys, att medelrörelserna icke voro behäftade med några elementära termer, d. ä. med sådana, som utvecklade i serier efter potenser af tider skulle innehålla någon, på samma gång med den störande massans och tidens första potens proportionel term. POISSON ådagalade härefter, att medelrörelserna icke voro behäftade med någon sekulär term af andra ordningen, hvilken berömda sats äfven kan uttryckas på så sätt, att man säger de analytiska uttrycken för medelrörelserna icke innehålla någon elementär eller subelementär term af första ordningen.

POISSONS undersökningar afsåg egentligen den form, der de elementära och de subelementära termerna äro utvecklade i potensserier, der man således rör sig med sekularstöringar i egentlig mening. Härigenom afskars, eller försvärades åtminstone i ytterlig grad, möjligheten att vinna någon inblick i sekularstöringarnas verkliga natur, emedan konvergensen hos här uppträdande potensserier, der de olika potenserna af tiden icke allenast äro multiplicerade med ytterst komplicerade konstanta koefficienter, utan derjemte med trigonometriska termer, faktiskt är omöjligt att undersöka. Den trigonometriska formen var emellertid ännu mindre undersökt i afseende på termernas konvergens, och sålunda visste man i sjelfva verket icke, huruvida denna form var bättre begrundad i verkliga naturförhållanden än den af POISSON begagnade.

Under de senaste åren hafva åtskilliga ansatser blifvit tagna att uppdaga sekularstöringarnas verkliga natur, och helt säkert har derunder mycket ljus blifvit kastadt på de frågor, som i föregående rader blifvit omnämnda. Här är emellertid ingalunda rätta platsen att ingå på dessa arbeten, och detta så mycket mindre, som sista ordet i desamma ännu icke är uttaladt. Jag skall endast, med anslutning till ett eget arbete, söka visa att medelrörelsens sekularstöringar kunna uttryckas medelst lik-

formigt konvergenta trigonometriska serier, samt dessa seriers summa alltid bibehåller ett litet värde.

I min afhandling »nouvelles recherches etc.» har jag visserligen sökt behandla dessa frågor, och tror mig äfven hafva framlagdt bevis för de satser, här nedan å nyo skola underkastas pröfning, men jag måste dock villigt medge, att resultatet först efter en ytterst besvärlig räkning uppnåddes, så att en kritik af detsamma ingalunda är någon lätt eller inbjudande uppgift. Jag har emellertid nyligen funnit ett nytt sätt att ådagalägga den trigonometriska formens giltighet, och då jag föreställer mig att ett meddelande härom ej skall vara forskarne på detta område ovälkommet, skall jag i några korta drag ange grunderna för detsamma.

Låt  $T$  beteckna hvad jag kallat tidsreduktion; då innesluter  $\frac{dT}{dv}$  icke allenast medelrörelsens störingar, utan äfven differentialen af den kvantitet, man benämner epokens longitud. Jag går nu att visa, dels att  $\frac{dT}{dv}$  alltid förblir en liten kvantitet af de störande krafternas storleksordning, dels att samma differential låter uttrycka sig medelst en likformigt konvergent trigonometrisk serie.

Man kan uppställa följande eqvation af andra ordningen

$$(1) \quad \frac{d^2T}{dv^2} = -Q_0 - Q_1 \frac{dT}{dv} - Q_2 \left( \frac{dT}{dv} \right)^2 - \dots,$$

der  $Q_0, Q_1, \dots$  äro kvantiteter af första ordningen, alltid representerade af likformigt konvergenta trigonometriska serier, så länge excentriciteterna och lutningarna bibehålla sina värden inom vissa gränser, något som jag här förutsätter vara påvisadt.

— Om vidare  $\frac{dT}{dv}$  antages vara en kvantitet af första ordningen, så äro de i förestående likhet bortlemnade termerna af minst fjärde ordningen.

Differentieras nu (1), så erhålles:



$$\frac{d^2 T}{dv^2} = -\frac{dQ_0}{dv} - \frac{dQ_1}{dv} \frac{dT}{dv} - \frac{dQ_2}{dv} \left(\frac{dT}{dv}\right)^2 \\ - Q_1 \frac{d^2 T}{dv^2} - 2Q_2 \frac{d^2 T}{dv^2} \frac{dT}{dv}.$$

Man erhåller härur, om värdet af  $\frac{d^2 T}{dv^2}$  substitueras ur (1), och om man sätter:

$$\frac{dT}{dv} = \theta,$$

följande likhet

$$(2) \quad \frac{d^2 \theta}{dv^2} = -\frac{dQ_0}{dv} - \frac{dQ_1}{dv} \theta - \frac{dQ_2}{dv} \theta^2 \\ + Q_0 Q_1 + (Q_1 Q_1 + 2Q_0 Q_2) \theta \\ + 3Q_1 Q_2 \theta^2 + 2Q_2 Q_2 \theta^3,$$

hvarvid bör erinras:

1), att de motsvarande termerna i  $Q_0$  och i  $Q_2$  hafva samma tecken;

2), att de subelementära termerna, som ingå i  $Q_0$ , äro af minst andra ordningen, så att de subelementära termerna i  $\frac{dQ_0}{dv}$  äro af minst tredje ordningen.

Det inses nu omedelbart, att summan af termerna  $Q_1 Q_1 + 2Q_0 Q_2$  är en kvantitet af andra ordningen, som representeras af en summa trigonometriska termer, bland hvilka finnes en positiv konstant af andra ordningen. Vi beteckna denna med  $\nu^2$ , samt sönderdela härpå den sökta funktionen  $\theta$  i delarna

$$\theta = \theta_0 + \theta_1 + \theta_2 + \dots$$

och bestämma slutligen partialfunktionerna  $\theta_0, \theta_1, \dots$  ur likheterna

$$(3, a) \quad \frac{d^2 \theta_0}{dv^2} - \nu^2 \theta_0 = -\frac{dQ_0}{dv}$$

$$(3, b) \quad \frac{d^2 \theta_1}{dv^2} - \nu^2 \theta_1 = -\frac{dQ_1}{dv} \theta_0 + Q_0 Q_1 + (Q_1 Q_2 + 2Q_0 Q_2 - \nu^2) \theta_0 \\ - \frac{dQ_2}{dv} \theta_0^2 + 3Q_1 Q_2 \theta_0^2 + 2Q_2 Q_2 \theta_0^3$$

$$(3, c) \quad \frac{d^2\theta_2}{dv^2} - \nu^2\theta_2 = -\frac{dQ_1}{dv}\theta_1 - 2\frac{dQ_2}{dv}\theta_0\theta_1 + (Q_1Q_1 + 2Q_0Q_2 - \nu^2)\theta_1 \\ + 6Q_1Q_2\theta_0\theta_1 + 6Q_2Q_2\theta_0^2\theta_1$$

O. S. V.

Vi betrakta nu en enskild långperiodisk term i  $Q_0$  och söka dess inflytande på funktionen  $\theta_0$ . Antag således:

$$Q_0 = \gamma \sin(\sigma v + a);$$

$\gamma$  är då en qvantitet af minst andra ordningen samt af minst andra graden i afseende på excentriciteterna eller inklinationer.

Likheten (3, a) ger oss vidare:

$$\theta_0 = -\frac{\sigma\gamma}{\sigma^2 + \nu^2} \cos(\sigma v + a)$$

hvarrefter fås:

$$\int \theta_0 dv = -\frac{\gamma}{\sigma^2 + \nu^2} \sin(\sigma v + a).$$

Häraf framgår, då man erinrar sig att  $\sigma^2$  och  $\nu^2$  hvardera äro positiva qvantiteter, af hvilka den senare väl är en qvantitet af andra ordningen men ej innehåller någon faktor af excentriciteternas eller lutningarnes storleksordning, att om  $Q_0$  är uttryckt medelst en likformigt konvergent trigonometrisk serie, så gäller detta äfven, icke allenast i afseende på  $\theta_0$  utan äfven på  $\int \theta_0 dv$ .

Ur likheten (3, a) framgår att man kan sätta

$$Q_0 = \nu^2 \int \theta_0 dv - \frac{d\theta_0}{dv}.$$

Häraf erhålles

$$Q_0Q_1 = -Q_1 \frac{d\theta_0}{dv} + \nu^2 Q_1 \int \theta_0 dv;$$

$$Q_0Q_2 = -Q_2 \frac{d\theta_0}{dv} + \nu^2 Q_2 \int \theta_0 dv,$$

och insättas dessa värden i likheten (3, b), finnes:

$$\begin{aligned}
\frac{d^2\theta_1}{dv^2} - \nu^2\theta_1 &= -\frac{dQ_1}{dv}\theta_0 - Q_1\frac{d\theta_0}{dv} + \nu^2Q_1\int\theta_0 dv + \theta_0\left(-Q_2\frac{d\theta_0}{dv} + \nu^2Q_2\int\theta_0 dv\right) \\
&\quad - \theta_0^2\frac{dQ_2}{dv} \\
&\quad + (Q_1Q_2 + Q_0Q_2 - \nu^2)\theta_0 + 3Q_1Q_2\theta_0^2 + 2Q_2Q_2\theta_0^3 \\
&= -\frac{d(Q_1\theta_0)}{dv} - \theta_0\frac{d(Q_2\theta_0)}{dv} + \nu^2(Q_1 + Q_2)\int\theta_0 dv \\
&\quad + (Q_1Q_2 + Q_0Q_2 - \nu^2)\theta_0 + 3Q_1Q_2\theta_0^2 + 2Q_2Q_2\theta_0^3.
\end{aligned}$$

Då man ur denna likhet söker  $\theta_1$ , finner man ett uttryck, som visserligen kan innehålla termer af första ordningen, men dessa blifva alltid multiplicerade med mindre faktorer än motsvarande termer i funktionen  $\theta_0$  befinnes vara. Man sluter därför, att  $\theta_1$  är väsentligen mindre än  $\theta_0$ . I alla händelser blir  $\theta_1$  uttryckt medelst en likformigt konvergent trigonometrisk serie, och så är äfven fallet med  $\theta_2$ ,  $\theta_3$ , o. s. v. Att funktionerna  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ , ... bilda en konvergent serie, inses åter på den grund, att man till de högra membra af likheterna (3, a), (3, b), o. s. v. hade kunnat foga termerna

$$\nu_1^2(\theta_0^2 + \theta_1^2 + \dots)\theta_n$$

der  $n$  betecknar eqvationens ordningsnummer och  $\nu_1$  den konstanta termen af produkten  $6Q_2Q_2$ .

Visserligen kan den konstanta termen i summan  $\theta_0^2 + \theta_1^2 + \dots$  vara en ändlig qvantitet, äfven om serien  $\theta_0 + \theta_1 + \dots$  icke skulle konvergera, men då blefve i alla händelser denna konstant så stor, att likheterna (3) skulle leda värden af  $\theta_0$ ,  $\theta_1$ , ... som bildade en konvergent utveckling. Det är således egentligen på en omväg, man inser de fortsatta approximationernas konvergens.

Meddelande från Upsala Univ. Fysiska Institution.

## Le spectre infra-rouge du chlore et de l'acide chlorhydrique.

Par K. ÅNGSTRÖM et W. PALMÆR.

[Note communiquée le 7 juin 1893.]

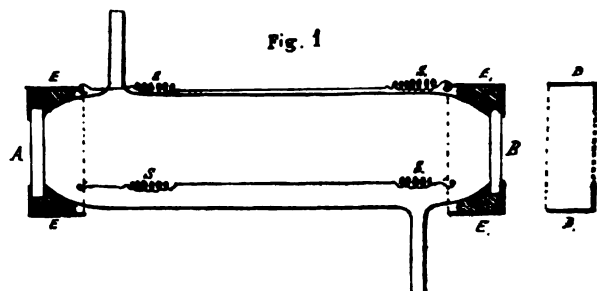
1. Cette petite note n'est que la suite des recherches sur la distribution spectrale de l'absorption des gaz déjà commencée par l'un de nous <sup>1)</sup>.

Bien que le spectrobolomètre employé ne soit pas le même que dans les premières recherches, il est pourtant de la même construction, de sorte qu'il suffira d'indiquer ici les dimensions de ses parties les plus importantes. Le théodolite lui-même a un cercle de 27 cm de diamètre divisé en 10' et l'on peut à l'aide des verniers estimer les 10". Les pièces de l'instrument qui sont en sel gemme proviennent de M.M. STEEG & REUTER; la distance focale des lentilles est de 145 mm, leur diamètre de 40 mm. Le prisme a été soigneusement repoli par nous d'après la méthode indiquée par M. Dufet <sup>2)</sup> et donne les raies de FRAUENHOFER dans le spectre solaire avec la plus grande netteté. Son angle réfringent est 59° 59' 30". La bande bolométrique exposée au rayonnement est en nickel de 0,3 mm de largeur et d'environ 0,002 mm d'épaisseur. Elle occupe un angle de 4' 40" dans le spectre. La source de chaleur est la même que dans les recherches précédentes c. à d. une lampe d'ARGAND munie d'un cylindre d'argile.

<sup>1)</sup> K. ÅNGSTRÖM, Öfversigt af K. Vet.-Akad. Förhandl. N:o 9, p. 549, 1889 et N:o 7, p. 331, 1890, ou Physikalische Revue I, p. 597, 1892.

<sup>2)</sup> DUFET, Journ. de Physique, III, 1, 171, 1892.

Comme le chlore attaque presque tous les corps il s'est présenté de grandes difficultés pour fixer hermétiquement les plaques de sel gemme aux tubes d'absorption. Après plusieurs essais manqués nous nous sommes arrêtés à la disposition suivante. Le tube d'absorption  $AB$  (v. la fig. 1) est en verre de 118 mm de longueur. Les ouvertures des deux bouts (20 mm de diamètre) avec leurs bords bien usés à l'émeri sont couvertes de plaques de sel gemme à surfaces parallèles bien polies, et fixées au tube par un peu de paraffine qu'on a fait couler autour des bords du tube à l'aide d'une baguette de verre chauffée. Enfin pour mieux fixer les plaques on les a fortement adaptées au tube par trois ressorts à boudin  $SS_1$  attachés (fig. 1) au bord



de deux garnitures cylindriques de zinc  $EE_1$  (dans la fig. on en voit un, séparé du tube en  $DD_1$ ). L'espace entre le tube et la garniture est rempli de paraffine fondue. Bien que le chlore attaque aussi un peu la paraffine, cette action se produit principalement à la surface et comme cette surface dans notre arrangement n'est accessible que dans le joint entre les bords du tube et la plaque de sel gemme cette action ne se produit que très lentement.

Le tube d'absorption est placé devant la fente du spectroscopie sur un bras mobile de manière à être facilement tourné de côté. Entre le tube et la lampe se trouve comme dans les expériences précédentes un écran double percé de deux ouvertures par lesquelles le rayonnement peut entrer dans le spectroscopie. Ces ouvertures peuvent être fermées par une boîte mobile en métal traversée continuellement par un courant d'eau.

De même que dans les recherches précédentes la raie *D* du spectre est prise comme point de départ pour la détermination des déviations dans le spectre et la bande du bolomètre est ajustée sur cette raie au commencement de chaque série d'expériences. Les longueurs d'onde correspondantes sont aussi calculées d'après les mêmes principes qu'auparavant c. à d. d'après les déterminations de M. LANGLEY sur la relation entre la longueur d'onde et l'indice de réfraction du sel gemme.<sup>1)</sup> La région spectrale que nous avons examinée embrasse les déviations depuis 0° 30' jusqu'à 4° de la raie *D*, c. à d. les longueurs d'onde depuis  $\lambda = 1 \mu$  jusqu'à environ  $15 \mu$ .

## Le Chlore.

2. Le gaz a été développé par l'action de l'acide chlorhydrique concentré sur du bichromate de potassium. On l'a fait passer par l'eau et par une solution de sulfate de cuivre puis par un tube rempli de sulfate de cuivre solide pour le débarasser de l'acide chlorhydrique. Enfin on l'a desséché par l'acide sulfurique concentré et par l'anhydride phosphorique. Les flacons laveurs étaient munis de bouchons de verre et les inévitables tubes de caoutchouc étaient aussi courts que possible. On a pu se convaincre qu'il ne s'est pas produit d'acide chlorhydrique pendant la série d'expériences par l'absence de la bande d'absorption très caractéristique de ce gaz que nous trouvons ci dessous.

Le Tableau suivant accuse les résultats obtenus; on y trouvera: dans la première colonne la déviation observée, dans la seconde la longueur d'onde correspondante, dans la troisième l'absorption observée en %.

<sup>1)</sup> M.M. H. RUBENS et B. SNOW ont publié dernièrement une nouvelle recherche sur la réfraction dans le sel gemme (Wied. Ann. 46, 529, 1892). Dans la région du spectre où nous avons trouvé l'absorption du chlore et de l'acide chlorhydrique, les nouvelles déterminations concordent pourtant avec celles de M. LANGLEY.

Tableau 1.

Chlore (pression = 768 mm, température 15°).

Dév.	$\lambda$ .	Abs.
1° 53',5	3,28	0
1° 58',5	3,67	1,2
2° 1',0	3,89	6,0
2° 3',5	4,11	14,3
2° 6',0	4,28	16,4
2° 8',5	4,56	11,8
2° 13',5	5,07	1,9
2° 23',5	6,07	0

Le chlore qui, d'après les expériences bien connues de TYNDALL<sup>1)</sup> sur l'absorption totale des gaz, prend place après l'oxygène, l'azote et l'hydrogène parmi les gaz les moins absorbants, ne présente qu'une seule région ou bande d'absorption assez faible dans la région spectrale examinée. La déviation de ce maximum d'absorption est de 2° 5',5, correspondant à une longueur d'onde de 4,28  $\mu$ .

### L'acide chlorhydrique.

Le gaz a été développé par l'action de l'acide sulfurique concentré sur du sel ammoniac dans un appareil de M. NORBLAD. Le Tableau suivant, dont la disposition est la même que dans le précédent, contient les déterminations dans la région d'absorption de l'acide chlorhydrique.

Tableau 2.

Acide chlorhydrique (pression = 770 mm, température 14°).

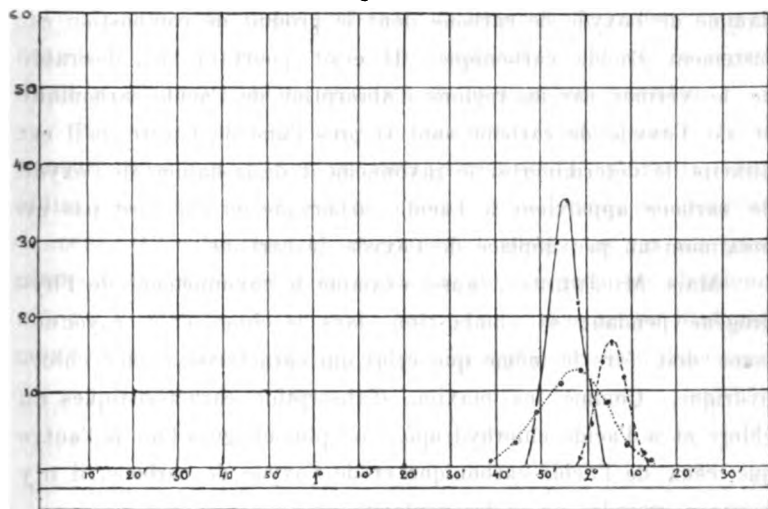
Dév.	$\lambda$ .	Abs.
1° 46',0	2,68	0
1° 48',5	2,85	4,1
1° 53',5	3,28	29,9
1° 56',0	3,44	35,0
1° 58',5	3,67	22,1
2° 1',0	3,89	7,1
2° 3',5	4,11	0

<sup>1)</sup> TYNDALL, Contributions to molecular physics in the domain of radiant heat. London, 1872.

Comme on le voit, l'acide chlorhydrique ne présente non plus qu'une bande d'absorption, mais elle est beaucoup plus forte que celle du chlore et plus près du côté visible du spectre. La déviation de cette bande est de  $1^{\circ} 55',5$ , la longueur d'onde correspondante de  $3,41 \mu$ .

Dans la fig. 2, l'ordonnée donne l'absorption et l'abscisse la déviation, (depuis la raie *D* jusqu'à  $2^{\circ} 40'$  au delà). La courbe à traits se rapporte au chlore, la courbe pleine à l'acide chlorhydrique.

Fig. 2.



3. Il est d'un intérêt tout particulier de comparer les déterminations que nous avons faites sur l'absorption du chlore et de l'acide chlorhydrique avec celles de M. JULIUS sur l'absorption des liquides et le rayonnement des gaz. Dans un travail très important M. JULIUS a réuni ses recherches sur l'absorption de différents liquides<sup>1)</sup>, parmi lesquels se trouvent six compositions du chlore. Dans aucun de ces liquides on ne retrouve la bande d'absorption du chlore. La conclusion que tire M. JULIUS lui même de ses recherches, savoir que la molécule et

<sup>1)</sup> W. H. JULIUS, Bolometrisch onderzoek van absorptiespectra. Verh. d. K. Akad. van Wet. te Amsterdam, Deel I, N:o 1, 1892.



non les atomes constituants déterminent l'absorption d'une combinaison, est ainsi parfaitement vérifiée par nos propres recherches.

L'autre comparaison intéressante est entre l'absorption et le rayonnement des gaz pendant leur combustion. Dans son travail sur le rayonnement des flammes <sup>1)</sup> M. JULIUS a émis la thèse, que le rayonnement provient des produits de la combustion. Dans une recherche précédente <sup>2)</sup> l'un de nous a démontré que l'absorption de l'acide carbonique à la température ordinaire coïncide avec le rayonnement qu'a trouvé M. JULIUS dans la flamme de l'oxyde de carbone dont le produit de combustion est justement l'acide carbonique. Il était pourtant bien désirable de le vérifier car les régions d'absorption de l'acide carbonique et de l'oxyde de carbone sont si près l'une de l'autre qu'il est difficile de déterminer si le rayonnement de la flamme de l'oxyde de carbone appartient à l'acide carbonique ou s'il n'est pas un maximum un peu déplacé de l'oxyde de carbone.

Mais M. JULIUS a aussi examiné le rayonnement de l'hydrogène pendant sa combustion dans le chlore et ce rayonnement doit être le même que celui qui caractérise l'acide chlorhydrique. Comme les maxima d'absorption caractéristiques au chlore et à l'acide chlorhydrique sont plus éloignés l'un de l'autre que ceux de l'acide carbonique et de l'oxyde de carbone, il n'y a pas à craindre qu'on les confonde.

Dans la fig. 2 on trouve le rayonnement de l'hydrogène brûlant dans le chlore (la courbe pointée) d'après les déterminations de M. JULIUS; son maximum se trouve à  $1^{\circ} 57,5$ .

Nos déterminations des maxima d'absorption diffèrent donc de  $2'$  de celles des maxima de rayonnement de M. JULIUS; malgré cela on peut dire qu'elles s'accordent bien, si l'on prend en considération qu'on compare deux déterminations faites avec des instruments différents et que le rayonnement déterminé par M. JULIUS est très faible et n'a donné qu'un maximum très

<sup>1)</sup> W. H. JULIUS, Archives Néerlandaises I, 22, ou: Licht- und Wärmestrahlung verbrannter Gase. (Gekrönte Preisarbeit). Berlin 1890.

<sup>2)</sup> K. ÅNGSTRÖM, Öfversigt af K. Vet.-Akad. Förhandl., N:o 9 p. 549, 1888.

peu prononcé. Une erreur totale d'observation de 2' n'est donc pas étonnante. Il faut pourtant remarquer qu'il n'est pas nécessaire que la différence observée dépende ni d'un déplacement réel du maximum de rayonnement, relativement au maximum d'absorption, ni d'une erreur d'observation. Car si l'intensité du rayonnement ou de l'absorption n'est pas parfaitement symétrique autour du milieu de la bande d'absorption, on voit bien que la place de son maximum dépend de l'épaisseur de la couche absorbante ou rayonnante. Un accroissement ou décroissement considérable dans l'intensité de la source de chaleur dans la région du maximum peut aussi occasionner une petite erreur dans la détermination de la place de la bande d'absorption.

On peut donc regarder l'accord entre les deux observations comme aussi bon qu'on pouvait l'attendre. Il vérifie la thèse émise par M. JULIUS que le rayonnement dépend des produits de combustion. Il montre aussi combien constantes quant à leurs places sont les bandes d'absorption et de rayonnement, puisqu'on n'a pu constater positivement dans cette recherche un déplacement de ces maxima malgré la grande différence de température du gaz dans les deux cas.

---

## Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. fr. sid. 382)

- Auxerre.** *Société des sciences historiques et naturelles de l'Yonne.*  
Bulletin. Vol. 46(1892). 8:o.
- Besançon.** *Société d'émulation du Doubs.*  
Mémoires. (6) Vol. 6(1891). 8:o.  
— *Observatoire astronomique, chronométrique et météorologique.*  
Description des terrains, pavillons, instruments et services, publ. par  
L. J. GRUEY. 1892. 4:o.
- Cambridge.** *Philosophical Society.*  
Proceedings. Vol. 8: P. 1. 1893. 8:o.
- Cherbourg.** *Société nationale des sciences naturelles et mathématiques.*  
Mémoires. T. 28(1892). 8:o.
- Coimbra.** *Universidade.*  
Annuario. Anno 1892/93. 8:o.  
— *Sociedade Broteriana*  
Boletim. 10(1892): Fasc. 1-2. 8:o.
- Dresden.** *K. Sächsisches Statistisches Bureau.*  
Zeitschrift. Jahrg. 36(1890): H. 3-4; 37(1891): 1-4; 38(1892): 1-2.  
4:o.  
Kalender und statistisches Jahrbuch für das Königreich Sachsen  
Jahr 1892-93. 8:o.
- England.** *British Association for the advancement of science.*  
Meeting 62, Edinburgh 1892. 8:o.
- Genova.** *Musei di zoologia e anatomia comparata della R. università.*  
N:o 1-7. 1892. 8:o.
- Hanau.** *Wetterauische Gesellschaft für die gesammte Naturkunde.*  
Bericht. 1889/92. 8:o.
- Helsingfors.** *Statistiska Centralbyrån.*  
Statistisk årsbok för Finland. Årg. 14(1893). 8:o.  
Bidrag till Finlands officiella statistik. 6: 20. 1892-93. 4:o.
- Kasan.** *Kaiserl. Universität.*  
Trudi... — Abhandlungen der 4. Versammlung der russischen Natur-  
forscher in Kasan im J. 1873. Kasan 1875. 4:o.  
Utschenija sapiski. 59(1892): N:o 6; 60(1893): 1-2. 8:o.  
— *Société physico-mathématique.*  
Bulletin. (2) T. 2: N:o 3. 1893. 8:o.
- Leipzig.** *K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften.*  
Abhandlungen. Bd 30: N:o 5-6; 31: Titel & Reg.; 32. 1893. 8:o  
= Math.-phys. Classe. Bd 18: Titel & Reg.; 19.  
Philol.-hist. Classe. Bd 13: N:o 5-6.  
Berichte über die Verhandlungen. Math.-phys. Cl. Bd 44(1892): 1-4  
45(1893): 1. 8:o.  
„ „ „ „ Philol.-hist. Cl. Bd 44(1892): 1-3  
8:o.

(Forts. å sid. 416)

## Om observationsseriens utjämning medelst formeln

$$u'_x = u_x - \frac{1}{35} \Delta^4 u_{x-2}.$$

Af G. ENESTRÖM.

[Meddeladt den 7 Juni 1893 genom D. G. LINDHAGEN.]

Bland de många olika slag af formler, som blifvit framställda för utjämning af observationsserier, finnes en mycket talrik grupp, som kan sammanfattas i ekvationen

$$(1) \quad u'_x = a_0 u_x + a_1(u_{x+1} + u_{x-1}) + a_2(u_{x+2} + u_{x-2}) + \dots \\ + a_m(u_{x+m} + u_{x-m}),$$

där  $u_{x-m}$ ,  $u_{x-m+1}$ , ...,  $u_x$ , ...,  $u_{x+m-1}$ ,  $u_{x+m}$  utmärka  $2m+1$  successiva tal i observationsserien,  $a_0$ ,  $a_1$ , ...,  $a_m$  äro vissa genom ekvationen

$$a_0 + 2a_1 + \dots + 2a_m = 1$$

förbundna konstanter, och  $u'_x$  är det utjämnade värdet af  $u_x$ .<sup>1)</sup> Till denna grupp höra flere af de enklare mekaniska utjämningsformlerna, t. ex. WITTSTEINS, FILIPOWSKIS, FINLAISONS och WOOLHOUSES;<sup>2)</sup> till densamma kan äfven räknas den af flere författare härledda formeln:<sup>3)</sup>

<sup>1)</sup> Denna grupp af utjämningsformler är ur flere synpunkter behandlad i E. BLASCHKEs arbete: *Die Methoden der Ausgleichung von Massenerscheinungen mit besonderer Berücksichtigung der Ausgleichung von Absterbe- und Invaliden-Ordnungen* (Wien 1893, 8:o).

<sup>2)</sup> Se BLASCHKE, *anf. arb.*, sid. 45, 46.

<sup>3)</sup> Jfr BLASCHKE, *anf. arb.*, sid. 66. Utförligast synes E. L. DE FOREST hafva syselsatt sig med denna formel i en uppsats *On repeated adjustment and on signs of residuals* (Analyst 5, 1878, 65—72), hvilken dock ej varit för mig tillgänglig. Förenklingen  $u'_x = u_x - \frac{1}{35} \Delta^4 u_{x-2}$  har, så vidt mig bekant är, blifvit angifven först af L. LINDELÖF i den lilla skriften *Mortaliteten i Finland 1878—1886* (Helsingfors 1889) sid. 24—25.

Öfversigt af K. Vet.-Akad. Förh. 1893. Årg. 50. N:o 6.

$$(2) \quad u'_x = \frac{17}{35} u_x + \frac{13}{35} (u_{x+1} + u_{x-1}) - \frac{3}{35} (u_{x+2} + u_{x-2}),$$

ur hvilken lätt erhålles

$$\begin{aligned} u'_x &= u_x - \frac{1}{35} (3u_{x+2} - 12u_{x+1} + 18u_x - 12u_{x-1} + 3u_{x-2}) \\ &= u_x - \frac{3}{35} (u_{x+2} - 4u_{x+1} + 6u_x - 4u_{x-1} + u_{x-2}) \end{aligned}$$

eller

$$(3) \quad u'_x = u_x - \frac{3}{35} \Delta^4 u_{x-2}.$$

För att härleda denna formel antager man, att observationsserien kan geometriskt representeras genom en följd af parabelbågar, samt bestämmer hvarje parabelbåges läge med tillhjälp af fem successiva tal i observationsserien och i enlighet med minsta kvadratmetoden. Hvarje sålunda bestämd parabelbåge användes till utjämning af det mellersta bland de för bågens fixerande begagnade talen; kallar man ordningsnummern för detta tal  $r+2$ , erhåller man det utjämnade värdet genom att i stället för talet sätta parabelbågens ordinata i punkten  $x=r+2$ .

Antager man nu

$$(4) \quad u'_{x+2+n} = \alpha_0 + \alpha_1 n + \alpha_2 n^2$$

vara ekvationen för den parabelbåge, som sträcker sig från  $x=r$  till  $x=r+4$ , böra talen  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$  enligt minsta kvadratmetoden bestämmas med tillhjälp af de fem ekvationer, som erhållas genom att i ekv. (4) successivt sätta  $n = -2, -1, 0, 1, 2$ , och i venstra ledet införa motsvarande tal i observationsserien, d. v. s. med tillhjälp af ekvationerna

$$u_r = \alpha_0 - 2\alpha_1 + 4\alpha_2,$$

$$u_{r+1} = \alpha_0 - \alpha_1 + \alpha_2,$$

$$u_{r+2} = \alpha_0,$$

$$u_{r+3} = \alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2,$$

$$u_{r+4} = \alpha_0 + 2\alpha_1 + 4\alpha_2.$$

Inför man härvid beteckningarna

$$A_r = u_r + u_{r+1} + u_{r+2} + u_{r+3} + u_{r+4},$$

$$B_r = -2u_r - u_{r+1} + u_{r+3} + 2u_{r+4},$$

$$C_r = 4u_r + u_{r+1} + u_{r+3} + 4u_{r+4},$$

erhåller man på vanligt sätt för bestämmande af  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  de tre ekvationerna

$$\begin{aligned} A_r &= 5\alpha_0 + 10\alpha_2, \\ B_r &= 10\alpha_1, \\ C_r &= 10\alpha_0 + 34\alpha_2, \end{aligned}$$

hvad

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \frac{17A_r - 5C_r}{35}, \\ \alpha_1 &= \frac{B_r}{10}, \\ \alpha_2 &= \frac{C_r - 2A_r}{14}, \end{aligned}$$

och således

$$(5) \quad u'_{r+2+n} = \frac{17A_r - 5C_r}{35} + \frac{B_r}{10}n + \frac{C_r - 2A_r}{14}n^2.$$

För den mellersta abskissan  $r+2$  är  $n=0$ , och det utjämnade värdet af talet  $u_{r+2}$  blir således enligt det föregående

$$\begin{aligned} u'_{r+2} &= \frac{17A_r - 5C_r}{35} \\ &= \frac{1}{35}u_{r+2} + \frac{1}{35}(u_{r+3} + u_{r+1}) - \frac{2}{35}(u_{r+4} + u_r) \\ &= u_{r+2} - \frac{2}{35}A^4u_r. \end{aligned}$$

Härur erhålles ekv. (3) omedelbart genom att i stället för  $r$  sätta  $x-2$ .

Vill man verkställa en utjämning i rent statistiskt syfte, d. v. s. eliminera inverkan af tillfälliga observationsfel eller störande orsaker, så är tydligen den nu härledda formeln af föga värde, så vida man ej genom en särskild undersökning funnit, att den är för i fråga varande fall lämplig.<sup>1)</sup> En verkligt statistisk utjämning kan nämligen ej utföras, utan att man på förhand känner vissa statistiska data, på hvilka en sådan utjämning kan grundas, och den här i fråga varande formeln är

<sup>1)</sup> Jfr BLASCHKE's uttalande, *anf. st.* sid. 86: »Werden die Ebnungsmethoden ohne allen Bezug auf die vorausgehende Erfahrung gebraucht, dann sinken sie zum mechanischen Hilfsmittel und bleiben für die Wissenschaft ohne Wert.»

ju deducerad, utan att hänsyn särskildt tagits till sådana data. Man ser också lätt, att formeln i vissa fall leder till alldeles obefogade utjämningar; om t. ex. en fullt regelbunden serie är gifven, där fjärde differensen är konstant  $=d$ , så minskas hvarje tal vid utjämningen med  $\frac{1}{3}d$ , äfven om ingen anledning finnes att förutsätta de observerade talen vara för stora.

Är det däremot fråga om att för lättare kontroll vid framdeles behöfliga kalkyler utjämna en observationsserie, där tämligen obetydliga oregelbundenheter förekomma, ställer sig saken något annorlunda. Det är nämligen onekligt, att formeln (3) i praktiken är ganska bekväm; härtill kommer äfven, att den lämnar alla serier oförändrade, där tredje differensen är konstant och att den i öfrigt vanligen åstadkommer en ganska lindrig utjämning. Då emellertid det sätt, på hvilket formeln blifvit härledd, endast under vissa förutsättningar kan anses tillfredsställande, torde en undersökning om villkoren för formelns användbarhet ej vara alldeles öfverflödig.

Af det föregående framgår, att man vid formelns härledning representerat observationernas olika ordningstal genom ekvidistant punkter på en abscissaxel, samt i hvarje sådan punkt i vinkelrätt mot axeln afsatt en linie  $u_r$  lika stor med motsvarande tal i observationsserien. Sedan har man uppritat en parabel, hvars ordinator i punkterna  $r, r+1, r+2, r+3, r+4$  så nära som möjligt sammanfalla med de fem observerade talen  $u_r, u_{r+1}, u_{r+2}, u_{r+3}, u_{r+4}$ ; på samma sätt har man förfarit med punkterna  $r+1, r+2, r+3, r+4, r+5$  och med punkterna  $r+2, r+3, r+4, r+5, r+6$ , o. s. v. Beteckna vi nu för korthetens skull med  $P(u_r, u_{r+1}, u_{r+2}, u_{r+3}, u_{r+4})$  den parabelbåge, som är bestämd genom talen  $u_r, u_{r+1}, u_{r+2}, u_{r+3}, u_{r+4}$ , så är det klart, att om man i punkten  $x=s$  drager en perpendicular mot axeln, denna perpendicular måste träffa fem olika parabelbågar nämligen

$$P(s-4, s-3, s-2, s-1, s),$$

$$P(s-3, s-2, s-1, s, s+1),$$

$$P(s-2, s-1, s, s+1, s+2).$$

$$P(s-1, s, s+1, s+2, s+3),$$

$$P(s, s+1, s+2, s+3, s+4).$$

Nu har man till utjämndt värde i punkten  $x=s$  valt den ordinata, som svarar mot parabeln  $P(s-2, s-1, s, s+1, s+2)$ , men däremot icke tagit någon hänsyn till de fyra öfriga ordinatorna. Ligga alla fem parabelbågarna mycket nära hvarandra, så att ordinatorna i punkten  $x=s$  äro nästan lika stora, är ett sådant tillvägagående visserligen berättigadt; i motsatt fall åter synes det mig ur teoretisk synpunkt betänkligt, att helt och hållet lämna fyra af parabelbågarna ur räkningen och uteslutande använda den femte,<sup>1)</sup> innan man öfvertygat sig om, att intet afsevärdt fel härigenom kan uppkomma. Vill man använda formeln, bör man därför enligt min åsikt först undersöka, om i hvarje punkt parablerna ligga mycket nära hvarandra. För detta ändamål kan man gå till väga på följande sätt.

Sätter man i ekv. (5) successivt

$r=s-4, n=2; r=s-3, n=1; r=s-2, n=0; r=s-1, n=-1; r=s, n=-2$ , erhåller man tydligen värdena af de fem ordinator, som i punkten  $x=s$  svara mot parablerna

$$P(s-4, s-3, s-2, s-1, s),$$

$$P(s-3, s-2, s-1, s, s+1),$$

$$P(s-2, s-1, s, s+1, s+2),$$

$$P(s-1, s, s+1, s+2, s+3),$$

$$P(s, s+1, s+2, s+3, s+4).$$

Betecknar man dessa ordinator i ordning med  $y_s^{(1)}, y_s^{(2)}, y_s^{(3)}, y_s^{(4)}, y_s^{(5)}$ , där således  $y_s^{(3)}$  är just den kvantitet, som förut betecknats med  $u_s$ , erhåller man efter enkla reduktioner:

$$y_s^{(1)} = -\frac{3}{35} A_{s-4} + \frac{1}{5} B_{s-4} + \frac{1}{7} C_{s-4},$$

$$y_s^{(2)} = \frac{13}{35} A_{s-3} + \frac{1}{10} B_{s-3} - \frac{1}{14} C_{s-3},$$

$$y_s^{(3)} = \frac{11}{35} A_{s-2} - \frac{1}{7} C_{s-2},$$

$$y_s^{(4)} = \frac{13}{35} A_{s-1} - \frac{1}{10} B_{s-1} - \frac{1}{14} C_{s-1},$$

$$y_s^{(5)} = -\frac{3}{35} A_s - \frac{1}{5} B_s + \frac{1}{7} C_s.$$

<sup>1)</sup> Som bekant användas enligt WOOLHOUSES metod äfven fem parabler, men till utjämndt värde antages där aritmetiska mediet mellan de fem ordina-



Man har således att för hvarje  $x$ -värde, där en utjämning är behöfzig eller fördelaktig, beräkna de fem  $y$ -värdena. Öfverensstämma de alla tämligen nära, eller är det åtminstone så, att  $y_s^{(8)}$  är ungefär lika med aritmetiska mediet mellan dem alla, så synes formeln vara användbar; i motsatt fall åter torde det vara skäl att undersöka, om ej någon lämpligare utjämningsmetod kan erhållas.

För att visa, huru den nu antydda beräkningen bör utföras låter jag observationsserien utgöras af de mortalitetsprocenter för Sveriges hela befolkning under årtiondet 1871—1880, hvilka Statistiska Centralbyrån meddelat i *Bidrag till Sveriges offentliga statistik*. A) *Befolkningsstatistik*. Ny följd XXII: 3, sid LV. Jag inskränker mig dock till åldern 20—32 år, och beräknar med tillhjälp af mortalitetsprocenterna för dessa åldrar de fem  $y$ -värdena för åldrarna 24—28 år. Gången af räkningens angifves i följande tabell: <sup>1)</sup>

Ålder, år = $s$ .	$u_s$	$A_s$	$B_s$	$C_s$	$y_s^{(1)}$	$y_s^{(2)}$	$y_s^{(3)}$ = $u'_s$	$y_s^{(4)}$	$y_s^{(5)}$
20.....	0,587	3,120	0,177	6,228	—	—	—	—	—
21.....	0,609	3,216	0,184	6,448	—	—	—	—	—
22.....	0,622	3,320	0,221	6,667	—	—	—	—	—
23.....	0,644	3,394	0,159	6,781	—	—	—	—	—
24.....	0,658	3,474	0,145	6,907	0,657	0,660	0,660	0,667	0,666
25.....	0,683	3,524	0,061	7,001	0,682	0,684	0,687	0,684	0,686
26.....	0,713	3,573	0,050	7,184	0,711	0,699	0,701	0,702	0,710
27.....	0,696	3,599	0,094	7,196	0,702	0,713	0,712	0,707	0,701
28.....	0,724	3,675	0,127	7,431	0,716	0,714	0,709	0,711	0,722
29.....	0,708	—	—	—	—	—	—	—	—
30.....	0,782	—	—	—	—	—	—	—	—
31.....	0,739	—	—	—	—	—	—	—	—
32.....	0,772	—	—	—	—	—	—	—	—

torna i samma punkt. Å andra sidan äro de fem parablerna visserligen icke bestämda enligt minsta kvadratmetoden utan genom villkoret att gå genom tre gifna punkter.

<sup>1)</sup> Talen i kol. 2—10 äro alla procenttal, d. v. s. de absoluta talen hafva blifvit multiplicerade med 100.

Af tabellen framgår, att de fem  $y$ -värdena för  $s=24$  och 25 ganska nära öfverensstämma, men att däremot för  $s=26$ , 27, 28 öfverensstämmelsen ej är fullt så stor, samt att för dessa åldrar  $u'$ , icke är aritmetiska mediet mellan de fem  $y$ -värdena. För öfrigt ser man också, att  $u'$ , fortfarande företer en ojämnhet för  $s=27$ . Afser man med utjämningen blott att erhålla en regelbunden talserie, har formelns användning visserligen åstadkommit någon förbättring, men ur rent statistisk synpunkt har den däremot medfört den olägenheten, att för  $s=27$  ett befintligt minimum blifvit tämligen omotiveradt ersatt med ett maximum.

Vill man på de utjämnade värdena en eller flere gånger upprepa proceduren med formelns användning, erhåller man i allmänhet en allt mera regelbunden serie. Den allmänna formeln för en  $n$ -faldig utjämning är lätt att härleda med tillhjälp af den symboliska metoden. Utmärker man nämligen på vanligt sätt  $1 + \mathcal{A}$  med  $E$ , så att  $u_x + \mathcal{A}u_x = u_{x+1} = Eu_x$ , kan formeln symboliskt skrivas

$$u'_x = (1 - \frac{1}{35} \mathcal{A}^4 E^{-2}) u_x$$

och efter  $n$  utjämnningar har man tydligen

$$u_x^{(n)} = (1 - \frac{1}{35} \mathcal{A}^4 E^{-2})^n u_x = (E^2 - \frac{1}{35} \mathcal{A}^4)^n u_{x-2n},$$

samt efter utförande af potensupphöjningen

$$u_x^{(n)} = (E^{2n} - \frac{1}{35} n E^{2n-2} \mathcal{A}^4 + \dots + (-1)^n (\frac{1}{35})^n \mathcal{A}^{4n}) u_{x-2n}$$

således

$$u_x^{(n)} = u_x - \frac{1}{35} n \mathcal{A}^4 u_{x-2} + \dots + (-1)^n (\frac{1}{35})^n \mathcal{A}^{4n} u_{x-2n}.$$

Vill man i stället uttrycka  $u_x^{(n)}$  i de successiva värdena<sup>1)</sup> af  $u_x$ , har man att utgå från ekvationen

$$u_x^{(n)} = (E^2 - \frac{1}{35} (E - 1)^4)^n u_{x-2n}$$

<sup>1)</sup> Sådana uttryck hafva blifvit gifna af DE FOREST för  $n=2, 3, 4, 5, 6, 8, 12, 16, 32$ . För  $n=32$  behöfvas egentligen 129 termer och 65 koefficienter, men DE FOREST har funnit, att man kan åtnöja sig med 12 eller 16 koefficienter, om de observerade talen äro angifna med blott 3 eller 4 decimaler.

och efter utförande af potensupphöjningen öfverallt i stället för  $E^p u_{x-2n}$  sätta  $u_{x+p-2n}$ .

Emellertid synes det mig, som om man så vidt möjligt borde undvika ett dylikt upprepadt användande af samma utjämningsformel, enär undersökningen, huruvida ett sådant förfaringssätt kan med fördel användas på en gifven observationsserie, i allmänhet erbjuder ganska stora svårigheter.

Härledning af en allmän formel för antalet pensionärer, som vid en godtycklig tidpunkt förefinnas inom en sluten pensionskassa.

Af G. ENESTRÖM.

[Meddeladt den 7 Juni 1893 genom D. G. LINDHAGEN.]

I min uppsats: *Användning af en metod ur befolkningsstatistiken vid lösningen af ett problem inom teorien för pensionskassor* (Öfvers. af vetenskapsakad. förh. 1893, sid. 361—377) har jag ådagalagt, att om antalet tjänstebefattningar inom en tjänstemannakår är konstant  $= A$ ; om vidare alla tjänstemän inträda vid fyllda  $m$  år och afgå vid fyllda  $\mu$  år, samt om relativa antalet kvarlevande  $x$ -åriga tjänstemän är  $l_x$ ; om slutligen alla tjänstemän antagas födda vid födelseårets midt och inträda i tjänst vid anställningsårets midt, så gälla följande satser:

- 1) Om antalet befintliga tjänstemän, som äro  $y$  år gamla ( $m \leq y \leq \mu - 1$ ), alltid är vid hvarje kalenderårs midt proportionellt mot  $l_y$ , så är antalet nyinträdande tjänstemän konstant och lika med

$$\frac{Al_m}{\sum_{x=m}^{\mu-1} l_x}.$$

- 2) Om antalet befintliga tjänstemän, som äro  $y$  år gamla, icke alltid är vid hvarje kalenderårs midt proportionellt mot  $l_y$ , så är

$$\frac{Al_m}{x=\mu-1} \cdot \sum_{x=m} Sl_x$$

det gränsvärde, hvartill antalet nyinträdande tjänstemän alltmer närmar sig.

Då nu af  $p$  personer, som inträda vid fyllda  $m$  år,  $\frac{l_\mu}{l}$  personer lefva kvar vid fyllda  $\mu$  år, så är det klart, att om pension beviljas åt alla de vid  $\mu$  år afgående tjänstemännen, antalet nytillkommande pensionärer i förra fallet är under hvarje år konstant lika med

$$\frac{Al_\mu}{x=\mu-1} \cdot \sum_{x=m} Sl_x$$

Det är då lätt att inse, att hela antalet vid midten af en kalenderår befintliga pensionärer är, om man med  $\omega$  betecknar den högsta enligt mortalitetstabellen förekommande lefnadsåldern

$$\frac{Al_\mu}{x=\mu-1} \cdot \sum_{x=m} Sl_x + \frac{Al_{\mu+1}}{x=\mu-1} \cdot \sum_{x=m} Sl_x + \dots + \frac{Al_\omega}{x=\mu-1} \cdot \sum_{x=m} Sl_x = \frac{A \sum_{x=\mu}^{x=\omega} Sl_x}{x=\mu-1},$$

förutsatt att pensionskassan ägt bestånd åtminstone i  $\omega - \mu$  år. Har den åter ägt bestånd blott i  $\sigma$  år, är antalet pensionärer under de första  $\omega - \mu - \sigma$  åren mindre; det blir nämligen för första året summan af de  $\sigma + 1$  första termerna i ofvanstående uttryck, för andra året summan af de  $\sigma + 2$  första termerna i samma uttryck, o. s. v.

Tager man däremot i betraktande det fall, då antalet befintliga tjänstemän, som äro  $y$  år gamla, icke är vid hvarje kalenderårs midt proportionellt mot  $l_y$ , så är det tydligt, att antalet årligen inträdande tjänstemän icke är konstant, och att således både antalet nytillkommande och hela antalet befintliga pensionärer är en funktion af antalet år, som förflutit från när-

varande tidpunkt. Betecknar man med  $\tau$  detta antal år, och utmärker man med  $t_x$  antalet tjänstemän, hvilka inträda vid midten af  $x$ -te kalenderåret, räknadt från närvarande tidpunkt, blir, enär de som under ett visst kalenderår afgå med pension, måste hafva inträdt  $\mu - m$  år tidigare, antalet vid midten af kalenderåret  $\tau$  afgående tjänstemän tydligen

$$\frac{l_\mu t_\tau - (\mu - m)}{l_m},$$

och antalet vid midten af kalenderåret  $\tau$  befintliga pensionärer uttryckes således genom formeln

$$P = \frac{l_\mu t_\tau - (\mu - m)}{l_m} + \frac{l_{\mu+1} t_\tau - (\mu + 1 - m)}{l_m} + \dots + \frac{l_\omega t_\tau - (\omega - m)}{l_m},$$

förutsatt att pensionskassan ägt bestånd åtminstone i  $\omega - \mu$  år. Har den ägt bestånd ett mindre antal år, modifieras formeln på samma sätt som i föregående fall.

För att bestämma antalet befintliga pensionärer vid en viss tidpunkt är det således egentligen blott nödvändigt att uttrycka  $t_x$  såsom en funktion af  $x$ . För detta ändamål åter kan man utgå från ekvationen

$$l_m A = l_m t_{r+s} + l_{m+1} t_{r+s-1} + \dots + l_{m+s-1} t_{r+1},$$

hvilken jag härledt ä sid. 366 af min ofvan citerade uppsats, och där  $s$  är lika med  $\mu - m$ , samt  $r$  är den oberoende variabeln. Sätter man i denna ekvation

$$(1) \quad t_r = \frac{A l_m}{x - m + s - 1} + y_r,$$

$$\sum_{x=m}^s l_x$$

blir

$$l_m y_{r+s} + l_{m+1} y_{r+s-1} + \dots + l_{m+s-1} y_{r+1} = 0.$$

Denna differensekvation satisfieras som bekant af integralen

$$(2) \quad y_r = C_1(k_1)^r + C_2(k_2)^r + \dots + C_{s-1}(k_{s-1})^r,$$

där  $k_1, k_2, \dots, k_{s-1}$  äro de  $s - 1$  rötterna till ekvationen

$$(3) \quad l_m k^{s-1} + l_{m+1} k^{s-2} + \dots + l_{m+s-2} k + l_{m+s-1} = 0$$

samt  $C_1, C_2, \dots, C_{s-1}$  äro  $s-1$  arbiträra konstanter.

Införa vi beteckningarna

$$\frac{l_{m+1}}{l_m} = a_1, \quad \frac{l_{m+2}}{l_m} = a_2, \quad \dots, \quad \frac{l_{m+s-1}}{l_m} = a_{s-1},$$

kan ekvationen (3) äfven sättas under formen

$$(4) \quad k^{s-1} + a_1 k^{s-2} + \dots + a_{s-2} k + a_{s-1} = 0.$$

Problemets lösning reducerar sig således till bestämmande af denna ekvations rötter, men då  $s$  utmärker det normala antalet tjänsteår för rätt till pension, och då detta antal naturligtvis i verkligheten alltid är större än 5, så kan ekvationen i allmänhet icke algebraiskt lösas. Det återstår således blott att söka bestämma rötternas läge och sedan genom användande af lämpliga metoder beräkna deras approximativa värden.

För detta ändamål observera vi först, att icke alla rötterna till ekv. (4) kunna vara reella, enär eljest summan af rötternas kvadrater d. v. s.

$$a_1^2 - 2a_2$$

skulle vara en positiv kvantitet. Men nu är

$$a_1^2 - 2a_2 = \left(\frac{l_{m+1}}{l_m}\right)^2 - 2\frac{l_{m+2}}{l_m} = \frac{l_{m+1}}{l_m} \left(\frac{l_{m+1}}{l_m} - 2\frac{l_{m+2}}{l_{m+1}}\right),$$

och då alla tre storheterna  $l_m, l_{m+1}, l_{m+2}$  äro positiva, skulle således

$$\frac{l_{m+1}}{l_m} - 2\frac{l_{m+2}}{l_{m+1}}$$

vara en positiv storhet. Emellertid utmärker  $\frac{l_{m+1}}{l_m}$  sannolikheten

för en  $m$ -årig person att kvarlefva efter ett år och  $\frac{l_{m+2}}{l_{m+1}}$  sannolikheten

för en  $(m+1)$ -årig person att kvarlefva efter ett år. samt den senare storheten är, om man undantager de allra lägsta och de allra högsta lefnadsåldrarna, alltid större än hälften af den senare. Storheten

$$a_1^2 - 2a_2$$

är således i verkligheten alltid negativ. Det måste alltså finnas några imaginära rötter till ekv. (4), och i själfva verket synas i regeln alla rötterna vara imaginära, om  $s$  är ett udda tal, och alla rötter utom en imaginära, om  $s$  är ett jämt tal.

För att bestämma rötternas läge beräkna vi samtliga storheterna  $a_1, \frac{a_2}{a_1}, \frac{a_3}{a_2}, \dots, \frac{a_{s-1}}{a_{s-2}}$ , och beteckna den minsta bland dem med  $\alpha_1$ ; på grund af definitionen är således

$$a_{q+1} - \alpha_1 a_q \geq 0, \quad (q=0, 1, \dots, s-2; a_0=1).$$

Multiplitera vi nu ekv. (4) med  $k - \alpha_1$ , blir

$$k^s + (a_1 - \alpha_1)k^{s-1} + (a_2 - \alpha_1 a_1)k^{s-2} + \dots + (a_{s-1} - \alpha_1 a_{s-2})k - \alpha_1 a_{s-1} = 0,$$

och substituera vi här  $\varrho(\cos \varphi + i \sin \varphi)$  i stället för  $k$ , hafva vi att bestämma  $\varrho$  och  $\varphi$  ur de två ekvationerna

$$\begin{aligned} \varrho^s \cos s\varphi + (a_1 - \alpha_1)\varrho^{s-1} \cos (s-1)\varphi + (a_2 - \alpha_1 a_1)\varrho^{s-2} \cos (s-2)\varphi + \\ \dots + (a_{s-1} - \alpha_1 a_{s-2})\varrho \cos \varphi - \alpha_1 a_{s-1} = 0, \\ \varrho^s \sin s\varphi + (a_1 - \alpha_1)\varrho^{s-1} \sin (s-1)\varphi + (a_2 - \alpha_1 a_1)\varrho^{s-2} \sin (s-2)\varphi + \\ \dots + (a_{s-1} - \alpha_1 a_{s-2})\varrho \sin \varphi = 0. \end{aligned}$$

Nu är det emellertid lätt att inse, att om  $\varrho < \alpha_1$ , så kan den första af dessa ekvationer ej äga bestånd, hvilket värde man än gifver åt  $\varphi$ . Då nämligen alla storheterna  $a_1 - \alpha_1, a_2 - \alpha_1 a_1, \dots, a_{s-1} - \alpha_1 a_{s-2}$  enligt definitionen på  $\alpha_1$  äro positiva, kan vänstra ledet i denna ekvation aldrig för något värde af  $\varphi$  vara större än

$$\begin{aligned} \varrho^s + (a_1 - \alpha_1)\varrho^{s-1} + (a_2 - \alpha_1 a_1)\varrho^{s-2} + \dots \\ + (a_{s-1} - \alpha_1 a_{s-2})\varrho - \alpha_1 a_{s-1} \end{aligned}$$

hvilket uttryck äfven kan skrivas

$$\begin{aligned} \varrho^{s-1}(\varrho - \alpha_1) + a_1 \varrho^{s-2}(\varrho - \alpha_1) + \dots + a_{s-2} \varrho(\varrho - \alpha_1) + a_{s-1}(\varrho - \alpha_1); \\ \text{men detta uttryck är alltid negativt, så snart } \varrho < \alpha_1, \text{ och uttrycket} \\ \varrho^s \cos s\varphi + (a_1 - \alpha_1)\varrho^{s-1} \cos (s-1)\varphi + (a_2 - \alpha_1 a_1)\varrho^{s-2} \cos (s-2)\varphi + \\ \dots + (a_{s-1} - \alpha_1 a_{s-2})\varrho \cos \varphi - \alpha_1 a_{s-1} \end{aligned}$$



måste därför *a fortiori* alltid vara negativt, så snart  $\varphi < \alpha_1$ . Häraf följer tydligen, att absoluta beloppet af hvarje rot till ekv. (4) alltid måste vara lika med eller större än  $\alpha_1$ .

På ungefär samma väg kan man ådagalägga, att, om  $\alpha_2$  betecknar den största af storheterna  $\alpha_1, \frac{\alpha_2}{\alpha_1}, \frac{\alpha_3}{\alpha_2}, \dots, \frac{\alpha_{s-1}}{\alpha_{s-2}}$ , absoluta beloppet af hvarje rot till ekv. (4) alltid måste vara lika med eller mindre än  $\alpha_2$ . För detta ändamål insätter man i ekv. (4)  $\frac{1}{K}$  i stället för  $k$  och multiplicerar hela ekvationen med  $K^{s-1}$ . Man finner då lätt genom att ytterligare multiplicera den sålunda erhållna ekvationen med  $K - \frac{1}{\alpha_2}$ , att absoluta beloppet af  $K$  aldrig kan vara mindre än  $\frac{1}{\alpha_2}$ , hvaraf omedelbart följer, att absoluta beloppet af  $k$  aldrig kan vara större än  $\alpha_2$ . Det är sålunda bevisadt, att

$$\alpha_1 \leq |k_i| \leq \alpha_2; \quad (i=1, 2, \dots, s-1)$$

observera vi nu, att

$$\alpha_1 = \frac{l_{m+1}}{l_m}, \quad \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{l_{m+2}}{l_{m+1}}, \quad \dots, \quad \frac{\alpha_{s-1}}{\alpha_{s-2}} = \frac{l_{m+s-1}}{l_{m+s-2}},$$

så finna vi, att storheterna  $k_1, k_2, \dots, k_{s-1}$  äro till sina absoluta belopp belägna mellan den största och den minsta af storheterna  $\frac{l_{m+1}}{l_m}, \frac{l_{m+2}}{l_{m+1}}, \dots, \frac{l_{m+s-1}}{l_{m+s-2}}$ . Då nu dessa storheter uttrycka sannolikheterna för tjänstemän i åldrarna  $m, m+1, \dots, m+s-2$  år att kvarleva efter ett år, hvilka sannolikheter i regeln alla äro mycket nära 1 och differera från hvarandra med högst 0.03, så är det klart, att de absoluta beloppen af alla rötterna måste vara nästan lika stora. Man bör därför kunna undvika det under sådana förhållanden ytterst besvärliga arbetet att separera rötterna genom att antaga alla rötternas absoluta belopp vara exakt lika stora och representera värdet däraf genom ett medelvärde mellan de  $s-1$  storheterna  $\frac{l_{m+1}}{l_m}, \frac{l_{m+2}}{l_{m+1}}, \dots, \frac{l_{m+s-1}}{l_{m+s-2}}$ .

Följer man därvid det geometriska medelvärdet mellan dessa storheter och kallar detta  $\beta$ , så blir

$$\beta = \sqrt[s-1]{\frac{l_{m+1}}{l_m} \cdot \frac{l_{m+2}}{l_{m+1}} \cdot \dots \cdot \frac{l_{m+s-1}}{l_{m+s-2}}} = \left(\frac{l_{m+s-1}}{l_m}\right)^{\frac{1}{s-1}}.$$

Multiplicerar man nu ekv. (4) med  $k - \beta$ , erhåller man ekv.

$$(5) \quad k^s + (a_1 - \beta)k^{s-1} + (a_2 - \beta a_1)k^{s-2} + \dots \\ + (a_{s-1} - \beta a_{s-2})k - \beta a_{s-1} = 0.$$

I denna ekvation äro alla storheterna

$$a_1 - \beta, a_2 - \beta a_1, \dots, a_{s-1} - \beta a_{s-2},$$

mycket små kvantiteter, af hvilka några äro positiva och andra negativa; då dessutom absoluta beloppet af  $k$  alltid är mycket nära 1, blir summan af termerna

$$(a_1 - \beta)k^{s-1}, (a_2 - \beta a_1)k^{s-2}, \dots, (a_{s-1} - \beta a_{s-2})k$$

tydligt en mycket liten kvantitet, och man kan approximativt sätta

$$k^s - \beta a_{s-1} = 0$$

eller då

$$a_{s-1} = \frac{l_{m+s-1}}{l_m} = \beta^{s-1} \\ k^s - \beta^s = 0$$

hvaraf

$$k = \beta e^{\frac{2n\pi i}{s}}, \quad (n=1, 2, \dots, s)$$

och rötterna till ekv. (5) äro således approximativt

$$\beta e^{\frac{2\pi i}{s}}, \beta e^{\frac{4\pi i}{s}}, \dots, \beta e^{\frac{2(s-1)\pi i}{s}}, \beta.$$

Den sista af dessa rötter tillhör ej ekv. (4), utan har inkommit genom multiplikationen med  $k - \beta$ ; man har således approximativt

$$k_1 = \left(\frac{l_{m+s-1}}{l_m}\right)^{\frac{1}{s-1}} e^{\frac{2\pi i}{s}}, k_2 = \left(\frac{l_{m+s-1}}{l_m}\right)^{\frac{1}{s-1}} e^{\frac{4\pi i}{s}}, \dots, \\ k_{s-1} = \left(\frac{l_{m+s-1}}{l_m}\right)^{\frac{1}{s-1}} e^{\frac{2(s-1)\pi i}{s}},$$

och följaktligen

$$(6) \quad t_x = \frac{A l_m}{x=m+s-1} + \left( \frac{l_{m+s-1}}{l_m} \right)^{\frac{x}{s-1}} \left[ C_1 e^{\frac{2\pi x}{s}} + C_2 e^{\frac{4\pi x}{s}} + \dots + C_{s-1} e^{\frac{(s-1)\pi x}{s}} \right]$$

$$\sum_{x=m}^{s-1} l_x$$

Här äro de arbiträra konstanterna  $C_1, C_2, \dots, C_{s-1}$  komplexa kvantiteter. Vill man framställa  $t_x$  under reell form, har man att i stället för andra faktorn i andra termen sätta

$$K_1 \cos \frac{2\pi x}{s} + K_2 \sin \frac{2\pi x}{s} + K_3 \cos \frac{4\pi x}{s} + K_4 \sin \frac{4\pi x}{s} + \dots$$

$$+ K_{s-2} \cos \frac{(s-1)\pi x}{s} + K_{s-1} \sin \frac{(s-1)\pi x}{s}.$$

om  $s$  är ett udda tal, men däremot

$$K_1 \cos \frac{2\pi x}{s} + K_2 \sin \frac{2\pi x}{s} + K_3 \cos \frac{4\pi x}{s} + K_4 \sin \frac{4\pi x}{s} + \dots$$

$$+ K_{s-3} \cos \frac{(s-2)\pi x}{s} + K_{s-2} \sin \frac{(s-2)\pi x}{s} + K_{s-1}(-1)^x.$$

om  $s$  är ett jämt tal. De  $s-1$  konstanterna kunna bestämmas om man vid midten af ett visst år känner antalet befintliga tjänstemän i olika åldrar. Vet man t. ex., att vid midten af ett visst år finnas, sedan de nya tjänstemännen inträddt, i åldrarna  $m, m+1, \dots, m+s-2$  år respektive  $A_m, A_{m+1}, \dots, A_{m+s-2}$  tjänstemän,<sup>1)</sup> och väljer man detta år till utgångspunkt, har man tydligen

$$t_0 = A_m, \quad \frac{l_{m+1}}{l_m} t_{-1} = A_{m+1}, \quad \dots, \quad \frac{l_{m+s-2}}{l_m} t_{-s+2} = A_{m+s-2},$$

eller

$$t_0 = A_m, \quad t_{-1} = \frac{l_m}{l_{m+1}} A_{m+1}, \quad \dots, \quad t_{-s+2} = \frac{l_m}{l_{m+s-2}} A_{m+s-2},$$

och man har således för att bestämma  $K_1, K_2, \dots, K_{s-1}$  de  $s-1$  ekvationerna

<sup>1)</sup> Antalet tjänstemän i åldern  $m+s-1$  år kommer icke i betraktande, emed det är bestämdt, då man känner antalet tjänstemän inom öfriga ålderklasser: summan af tjänstemännen är nämligen antagen vara konstant =  $A$ .

(7)

$$A_m = \frac{Al_m}{\sum_{x=m}^{l_m+s-1} l_x} + K_1 + K_3 + \dots + K_{s-2},$$

$$\frac{l_m}{l_{m+1}} A_{m+1} = \frac{Al_m}{\sum_{x=m}^{l_m+s-1} l_x} + \left( \frac{l_{m+s-1}}{l_m} \right)^{-\frac{1}{s-1}} \left[ K_1 \cos \frac{2\pi}{s} \right.$$

$$\left. - K_2 \sin \frac{2\pi}{s} + \dots + K_{s-2} \cos \frac{(s-1)\pi}{s} - K_{s-1} \sin \frac{(s-1)\pi}{s} \right],$$

$$\frac{l_m}{l_{m+s-2}} A_{m+s-2} = \frac{Al_m}{\sum_{x=m}^{l_m+s-1} l_x} + \left( \frac{l_{m+s-1}}{l_m} \right)^{-\frac{s-2}{s-1}} \left[ K_1 \cos \frac{2(s-2)\pi}{s} \right.$$

$$\left. - K_2 \sin \frac{2(s-2)\pi}{s} + \dots + K_{s-2} \cos \frac{(s-1)(s-2)\pi}{s} \right.$$

$$\left. - K_{s-1} \sin \frac{(s-1)(s-2)\pi}{s} \right],$$

om  $s$  är ett udda tal, och de  $s-1$  ekvationerna

(8)

$$A_m = \frac{Al_m}{\sum_{x=m}^{l_m+s-1} l_x} + K_1 + K_3 + \dots + K_{s-3} + K_{s-1},$$

$$\frac{l_m}{l_{m+1}} A_{m+1}$$

$$= \frac{Al_m}{\sum_{x=m}^{l_m+s-1} l_x} + \left( \frac{l_{m+s-1}}{l_m} \right)^{-\frac{1}{s-1}} \left[ K_1 \cos \frac{2\pi}{s} - K_2 \sin \frac{2\pi}{s} + \dots \right.$$

$$\left. + K_{s-3} \cos \frac{(s-2)\pi}{s} - K_{s-2} \sin \frac{(s-2)\pi}{s} - K_{s-1} \right],$$

$$\left| \begin{aligned} & \frac{l_m}{l_{m+s-2}} A_{m+s-2} \\ &= \frac{A l_m}{x=m+s-1} + \left( \frac{l_{m+s-1}}{l_m} \right)^{-\frac{s-2}{s-1}} \left[ K_1 \cos \frac{2(s-2)\pi}{s} - K_2 \sin \frac{2(s-2)\pi}{s} \right. \\ & \quad \left. \sum_{x=m}^{S l_x} \right. \\ & \quad \left. + \dots + K_{s-3} \cos \frac{(s-2)^2 \pi}{s} - K_{s-2} \sin \frac{(s-2)^2 \pi}{s} + K_{s-1} (-1)^{s-2} \right], \end{aligned} \right|$$

om  $s$  är ett jämt tal.

I ett specialfall är det genom ekv. (6) angifna värdet af  $t_x$  fullt exakt, nämligen om

$$\frac{l_{m+1}}{l_m} = \frac{l_{m+2}}{l_{m+1}} = \dots = \frac{l_{m+s-1}}{l_{m+s-2}};$$

i detta fall blir nämligen  $\beta = \alpha_1 = \alpha_2 = \frac{l_{m+1}}{l_m}$  och i ekv. (5) äro koefficienterna till  $k^{s-1}$ ,  $k^{s-2}$ , ...,  $k$  identiskt noll.

Sammanfatta vi resultatet af föregående undersökning, erhålla vi följande sats:

Om inom en tjänstemannakår antalet befattningar är konstant  $= A$ ; om alla tjänstemän inträda vid fyllda  $m$  år och afgå med pension vid fyllda  $m+s$  år samt om de alla antagas födda vid födelseårets midt och inträda i tjänst vid anställningsårets midt; om vidare relativa antalet kvarlevande tjänstemän vid  $x$  års ålder är  $l_x$  och om den högsta faktiskt förekommande lefnadsåldern bland pensionärerna är  $\omega$ ; om slutligen vid närvarande tidpunkt antalen befintliga tjänstemän i åldrarna  $m$ ,  $m+1$ , ...,  $m+s-2$ ,  $m+s-1$  år äro respektive  $A_m$ ,  $A_{m+1}$ , ...,  $A_{m+s-2}$ ,  $A_{m+s-1}$ ; så representeras antalet pensionärer vid tidpunkten  $\tau$ , ifall pensionskassan ägt bestånd åtminstone i  $\omega - (m+s)$  år, genom uttrycket

$$P = \frac{l_{m+s} t_{\tau-s}}{l_m} + \frac{l_{m+s+1} t_{\tau-(s+1)}}{l_m} + \dots + \frac{l_{\omega} t_{\tau-(\omega-m)}}{l_m};$$

funktionen  $t$  åter är approximativt gifven genom ekvationen

$$t_x = \frac{Al_m}{x=m+s-1} + \left(\frac{l_{m+s-1}}{l_m}\right)^{s-1} \left[ K_1 \cos \frac{2\pi x}{s} + K_2 \sin \frac{2\pi x}{s} + \dots \right. \\ \left. + K_{s-2} \cos \frac{(s-1)\pi x}{s} + K_{s-1} \sin \frac{(s-1)\pi x}{s} \right],$$

om  $s$  är ett udda tal, men genom ekvationen

$$t_x = \frac{Al_m}{x=m+s-1} + \left(\frac{l_{m+s-1}}{l_m}\right)^{s-1} \left[ K_1 \cos \frac{2\pi x}{s} + K_2 \sin \frac{2\pi x}{s} + \dots \right. \\ \left. + K_{s-3} \cos \frac{(s-2)\pi x}{s} + K_{s-2} \sin \frac{(s-2)\pi x}{s} + K_{s-1}(-1)^x \right],$$

om  $s$  är ett jämt tal. Konstanterna  $K_1, K_2, \dots, K_{s-1}$  bestämmas i förra fallet genom ekvationerna (7), i senare fallet genom ekvationerna (8).

Skulle inom tjänstemannakåren afgång förekomma af annan anledning än dödsfall eller uppnådd pensionsålder, är ofvanstående formel fortfarande riktig, om man med  $l_x$  förstår relativa antalet i tjänst kvarstående tjänstemän vid  $x$  års ålder.

Af ekv. (6) framgår för öfrigt äfven omedelbart att

$$t_\infty = \frac{Al_m}{x=m+s-1},$$

hvidan genom den nu utförda undersökningen lämnats ett strängt bevis för den å annat ställe <sup>1)</sup> af mig framställda satsen, att gränsvärdet för antalet ärligen nyinträdande tjänstemän i en pensionskassa med konstant antal tjänstebefattningar är

$$\frac{Al_m}{x=m+s-1},$$

där  $A, l_x, m$  och  $s$  hafva ofvan angifna betydelser.

<sup>1)</sup> Se ENESTRÖM, *Användning af en metod ur befolkningsstatistiken vid lösningen af ett problem inom teorien för pensionskassor*. (Öfversigt af vetenskapsakad. förh. 1893, sid. 366).

## Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. fr. sid. 396.)

**Lima.** *Sociedad geográfica.*

Boletín. T. 2(1892): Cuad. 3. 8:o.

**London.** *India Office. Record Department.*

WADDELL, L. A., Discovery of the exact site of Asoka's classic capital of Pataliputra. Calcutta 1892. 4:o.

**Lisboa.** *Comissão dos trabalhos geologicos de Portugal.*

Comunicações. T. 2: Fasc. 2. 1892. 8:o.

**Luxemburg.** »*Fauna*». *Verein Luxemburger Naturfreunde.*

Mittheilungen. Jahrg. 1893: N:o 1-2. 8:o.

**Manchester.** *Literary and philosophical society.*

Memoirs and proceedings. (4) Vol. 7: N:o 1. 1892-93. 8:o.

**Montpellier.** *Académie des sciences et lettres.*

Mémoires. 1892. 4:o.

Section des lettres. T. 9: N:o 3-4.

» » sciences. T. 11: N:o 3.

» » médecine. T. 6: N:o 2-3.

**Napoli.** *R. Istituto d'incoraggiamento.*

Atti. (4) Vol. 5. 1892. 4:o.

**Ottawa.** *Field-naturalists' club.*

The Ottawa naturalist. Vol. 6(1892/93): N:o 1-7, 11; 7(1893, 94): 1. 8:o.

**Paris.** *Ministère des travaux publics, Divisions des mines.*

Statistique de l'industrie minière. Année 1891. 4:o.

Annales des mines. (9) T. 1(1892): Liv. 1-6; 2(1892): 7-12; 3(1893): 1-4. 8:o.

— *Muséum d'histoire naturelle.*

Nouvelles archives. (3) T. 3: Fasc. 2; 4. 1891-92. 4:o.

— *Bureau des longitudes.*

Rapport sur les observations astronomiques de province 1892. 8:o.

Connaissance des temps. An 1895. 8:o.

— Extrait. An 1894. 8:o.

Éphémérides des étoiles de culmination lunaire et de longitude pour 1893. 4:o.

— *Observatoire.*

Annales. 4:o.

Mémoires. T. 20. 1892.

Observations 1884.

— *Comité international des poids et mesures.*

Procès-verbaux. An 1892. 8:o.

— *Société géologique de France.*

Mémoires. Paléontologie. T. 3: Fasc. 3. 1892. 4:o.

**Philadelphia.** *American entomological society.*

Transactions. Vol. 19(1892): N:o 3-4. 8:o.

**Prag.** *K. Böhmisches Gesellschaft der Wissenschaften.*

Sitzungsberichte. Mathem.-naturwiss. Classe. Jahrg. 1892. 8:o.

Philos.-histor.-philolog. Classe. Jahrg. 1892. 8:o.

Jahresbericht. Jahr 1892. 8:o.

Regesta diplomatica nec non epistolaria Bohemiæ et Moraviæ. P. 4.

Pragæ 1892. 4:o.

**Santiago.** *Société scientifique du Chili.*

Actes. T. 2(1892): L. 3. 8:o.

**Sydney.** *Royal Society of New South Wales.*

Journal &amp; Proceedings. Vol. 26(1892). 8:o.

— *Linnean Society of New South Wales.*

Proceedings. (2) Vol. 7: P. 2. 1892. 8:o.

**Tokyo.** *Imperial university, College of science.*

Journal. Vol. 6: P. 1. 1893. 4:o.

**Torino.** *Musei di zoologia ed anatomia comparata.*

Bollettino. Vol. 7(1892): N:o 133—135; 8(1893): 136—150. 8:o.

**Herrar F. & G. Beijer.**

NATHORST, A. G., Jordens historia. H. 11. Sthlm 1893. 8:o.

**Herr Dr. C. Bovallius.**

Centenario de la Escuela de minas de España. 1777—1877. Madrid 1877. 8:o.

CENTENO Y GARCIA, J., Memoria sobre los temblores de tierra ocurridos en Julio de 1880 en la isla de Luzón. Madrid. 8:o.

IBAÑEZ É IBAÑEZ, C., Descripcion geodésica de los islas Baleares. Madrid 1871. 8:o.

VIDAL Y SOLER, S., Sinopsis de familias y generos de plantas leñosas de Filipinas. Texto &amp; Atlas. Manila 1883. 8:o &amp; Fol.

**Herr Dr. T. O. B. N. Krook.**

Botaniska småskrifter. 12 st. 8:o.

**Författarne.**

ARNELL, H. W., Om släktnamnet Porella Dill., Lindb. 1893. 8:o.

RETZIUS, G., Biologische Untersuchungen. N. F. 5. Sthlm 1893. Fol.

TRYBOM, F., Physacarus ventricosus, Newport, funnen under egenomliga förhållanden. 1893. 8:o.

HALE, G. E., On the condition of the sun's surface in June and July, 1892, as compared with the record of terrestrial magnetism. 1892. 8:o.

— Småskrifter. 3 st. 8:o.

LANDAUER, J., Die ersten Anfänge der Löthrohranalyse. Berl. 1893. 8:o.

MENDENHALL, T. C., Gravity research. Determinations of gravity with half-second pendulums on the Pacific Coast, in Alaska and at Washington, D. C., and Hoboken, N. J. Wash. 1892. 8:o.





# ÖFVERSIGT

AF

## KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 50.

1893.

Nº 7.

Onsdagen den 13 September.

### INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar .....	sid. 419.
BÄCKLUND, En undersökning inom theorien för de elektriska strömmarne .....	> 421.
SÖDERBAUM, Om några aromatiska tetraketoner. II.....	> 439.
v. KOCH, Sur la divisibilité des fonctions entières .....	> 449.
DE BRUN, Rotation kring fix punkt .....	> 455.
BOISE AF GENNÄS, Trouver un nombre premier plus grand qu'un nombre premier donné.....	> 469.
NERMAN, Två vattenmärken vid Baggensstäket.....	> 473.
ENESTRÖM, En matematiskt-statistisk metod för bestämmande af vita- liteten inom en hel befolkning .....	> 481.
Skänker till Akademiens bibliotek.....	sidd. 420, 438, 454, 472, 496.

Tillkännagafs, att Akademiens inländske ledamot Berg-  
mästaren CARL ANTON HJALMAR SJÖGREN, samt utländske  
ledamoten Professorn vid Medicinska Fakulteten i Paris JEAN  
MARTIN CHARÇOT med döden afgått.

Berättelse hade blifvit afgifven af Öfveringenjören S. A.  
ANDRÉE om hans första vetenskapliga ballonfärd.

Äfvenså hade Lektorn C. A. M. LINDMAN insändt berät-  
telse om fortgången af den vetenskapliga resa, som han till-  
sammans med Doktor G. O. MALME för närvarande utför i  
Södra Amerika i egenskap af Regnellska stipendiater.

Friherre NORDENSKIÖLD redogjorde för en af honom utförd  
undersökning af det stoftregn, som den 3 Maj 1892 egde rum  
öfver södra Finland, sydvästra Sverige och Danmark, från Vi-  
borg till Eidermynningen.

Hr. RUBENSON redogjorde för innehållet af ofvan nämnda berättelse af Öfveringenjören S. A. ANDRÉE om hans första vetenskapliga ballonfärd. (Se Bihang till K. Vet.-Akad. Handl.)

Hr. ROSÉN meddelade en uppsats af Majoren G. NERMAN om vattenmärkena vid Baggensstäket.\*

Sekreteraren aflemnade för införande i Akademiens skrifter följande inlemnade uppsatser: 1:o »En undersökning inom teorien för de elektriska strömmarne» (forts.), af Professor A. V. BÄCKLUND\*; 2:o »Om några aromatiska tetraketoner. II», af Docenten H. G. SÖDERBAUM\*; 3:o »Sur la divisibilité des fonctions entières», af Docenten H. VON KOCH\*; 4:o »Rotation kring fix punkt», af Filos. Kandidaten F. DE BRUN\*; 5:o »Trouver un nombre premier plus grand qu'un nombre premier donné», af Filos. Kandidaten O. BOIJE AF GENNÄS\*; 6:o »En matematiskt-statistisk metod för bestämmande af vitaliteten inom en hel befolkning», af Amanuensen G. ENESTRÖM\*.

Följande skänker anmälades:

#### Till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

##### H. MAJ:T KONUNGEN.

MARTIUS, C. F. PH., EICHLER, A. G., URBAN, J., *Flora Brasiliensis. Fasc.* 113—114. Lips. 1893. Fol.

Stockholm. *Svenska Akademien.*

Handlingar ifrån år 1886. D. 7. 1893. 8:o.

ANDERSON, A., Anders Retzius, bidrag till bedömande af hans person och hans verksamhet. 1893. 8:o.

— *Statistiska Centralbyrån.*

Bidrag till Sveriges officiella statistik. 12 häften.

— *Stadsfullmäktige.*

Berättelse ang. Stockholms kommunalförvaltning. Årg. 24(1891). 4:o.

— *K. Serafimerlasarettet.*

Rapport. 1892. 8:o.

— *Svenska jägarförbundet.*

Ny tidskrift. Årg. 31(1893): H. 1—2. 8:o.

Halmstad. *Hallands läns hushållningssällskap.*

Handlingar för 1893: H. 1. 8:o.

(Forts. å sid. 438.)

## En undersökning inom theorien för de elektriska strömmarne.<sup>1)</sup>

Af A. V. BÄCKLUND.

[Meddeladt den 13 September 1893.]

I fall, såsom jag antagit i den uppsats, som jag förut publicerat under ofvanstående rubrik, jorden är magnetisk därför att såväl dess athmosferiska partiklar som ock partiklarne i jordens inre omkretsas af elektriska strömmar och af dessa strömmar alla de senare, de i jordens inre, framgå i det närmaste i samma riktning, så är för det första klart, att åtskilliga af de punkter *S*, af hvilka en jordpartikel består, skola hafva en rotatorisk rörelse omkring partikelns magnetiska axel. Ty en partikels magnetiska axel är linien, som går genom partikelns tyngdpunkt vinkelrät mot planet för strömmen kring partikeln och enligt noten till n:o 34 i min afhandling »Zur Wellentheorie gasartiger Mittel» i B. 34 af *Mathematische Annalen* bekomma partiklarne inne i en strömbana en jemnt fortskridande förflyttning (utan acceleration) i den riktning, i hvilken de förtätade vågorna framgå. Hvarje elektrisk ström i en ledare anser jag fortfarande bero därpå, att en skara förtunnade och en annan skara förtätade (ether-) vågor framgå genom ledaren i hvarandra motsatta riktningar.

Men då nu härtill kommer, att de krafter, som de små ovalströmmarne kring partiklarne utöfva på hvarandra, förbinda partiklar, som hafva samma magnetiska axel, mera fast med

<sup>1)</sup> Fortsättning från Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1893, N:o 1.

hvarandra än med öfriga partiklar i jorden, så måste jorden anses vara till sitt inre sammansatt af en oändlighet sinsemellan parallela stafvar, hvilka rotera kring sina längdaxlar på samma gång som dessa deltaga i jordens rörelse som ett helt betraktad. Dock är det ej fullkomligt rätt att säga, det stafvarne följa med jorden. Dels sträfvar nämligen jordens rotation och dels sträfva attraktionskrafter utifrån, företrädesvis från månen och solen, att ändra de magnetiska axlarna för partiklarna, det vill med andra ord säga, rotationsaxlarna för de rörelser, som punkterna  $S$  ha omkring partiklarnes tyngdpunkter. Men när rotationsaxlarna för partiklarna i en och samma staf ändras, så lossas på samma gång dessa partiklar från hvarandra för att i stället vid nästföljande tid förbinda sig med andra partiklar med samma rotationsaxlar till nya stafvar. Följaktligen är jorden vid en tid uppdelad i andra stafvar än den var förut vid nästföregående tid.

18. Den rörelse, som en punkt  $S$  har, är alltså sammansatt af den rörelse, som tyngdpunkten för den partikel har, till hvilken  $S$  hör, och den af strömmen kring partikeln föranledda rotationen kring den magnetiska axeln. Denna rotation saknas då punkterna  $S$  ej äro grupperade till särskilda partiklar (n:o 7) eller, såsom kommer på ett ut, då hvarje partikel består af endast en punkt  $S$ . Dock, en punkt  $S$ , som fungerar som partikel i jorden, när ingen magnetism eller ingen elektrisk strömning finnes däri, kan stå i stället för de många andra  $S$ , som annars kretsas omkring en och samma matematiska punkt, deras gemensamma tyngdpunkt, och är då att anse såsom försedd med lika många fasta kärnpunkter som alla dessa andra  $S$  tillsammans. — och när efteråt elektrisk strömning tillkommer, skall det vara genom afsnörning af den förre ene partikeln  $S$  som de många punkterna  $S$  med enkla kärnpunkter skola vara bildade, hvilka kretsas omkring den gemensamma tyngdpunkten. Detta åskådningssätt strider ej mot räsonnementen i n:o 7, men är ett tillägg till dessa och härpå grundar sig i någon grad den efterföljande räkningen.

Beteckna vi med  $x', y', z'$  koordinaterna för en punkt  $S$  i afseende på något ett rätvinkligt axelsystem, för hvilket jordens medelpunkt är origo, med  $x_0, y_0, z_0$  koordinaterna för tyngdpunkten till den partikel, hvilken  $S$  tillhör, samt utmärka jordens rotationskomponenter i afseende på samma koordinataxlar med  $p'_0, q'_0, r'_0$  och komponenterna af vinkelhastigheten för  $S$ 's rörelse kring  $(x_0, y_0, z_0)$  med  $p', q', r'$ , så erhålla vi för komponenterna längs  $x$ -,  $y$ -,  $z$ -axlarna af  $S$ 's lineära hastighet relativt jordens medelpunkt efterföljande uttryck:

$$\begin{aligned} q'_0 z'_0 - r'_0 y'_0 + q'(z' - z'_0) - r'(y' - y'_0), \\ r'_0 x'_0 - p'_0 z'_0 + r'(x' - x'_0) - p'(z' - z'_0), \\ p'_0 y'_0 - q'_0 x'_0 + p'(y' - y'_0) - q'(x' - x'_0). \end{aligned}$$

Äro riktningarna för koordinataxlarna absolut oföränderliga, så måste för punkternas  $S$  rörelse gälla dessa eqvationer:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \sum m \left( y' \frac{dz'}{dt} - z' \frac{dy'}{dt} \right) &= L + L', \\ \frac{d}{dt} \sum m \left( z' \frac{dx'}{dt} - x' \frac{dz'}{dt} \right) &= M + M', \\ \frac{d}{dt} \sum m \left( x' \frac{dy'}{dt} - y' \frac{dx'}{dt} \right) &= N + N', \end{aligned}$$

hvarest  $L, M, N$  äro kraftpar härrörande från jorden,  $L', M', N'$  ater kraftpar från månen och solen och  $\sum$  utsträcker sig öfver alla de i rörelsen  $(p' q' r')$  stadda  $S$ .

Nu är

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{dx'_0}{dt} + q'(z' - z'_0) - r'(y' - y'_0), \text{ etc.}$$

och följaktligen bekomma vi:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \sum m \left( y'_0 \frac{dz'_0}{dt} - z'_0 \frac{dy'_0}{dt} \right) + \frac{d}{dt} \sum m \left[ y' \frac{d(z' - z'_0)}{dt} - z' \frac{d(y' - y'_0)}{dt} \right] = \\ = L'_0 + L_1 + L'_1, \text{ etc.} \end{aligned}$$

Här skall  $L'_0$  vara speciellt den del af  $L$ , som är verksam vid den genom  $p', q', r'$  utmärkta rotationen af punkterna  $S$ . Då följer, emedan

$$\frac{d}{dt} \sum m \left( y'_0 \frac{dz'_0}{dt} - z'_0 \frac{dy'_0}{dt} \right) = L_1 + L_2, \text{ etc.},$$

att

$$(1) \frac{d}{dt} \sum m \left[ y' \frac{d(z' - z'_0)}{dt} - z' \frac{d(y' - y'_0)}{dt} \right] = L'_0 + L'_1 - L'_2, \text{ etc.}$$

Hvad  $L'_1 - L'_2$  beträffar, så är detta lika med:

$$\sum m (y'Z' - y'_0Z'_0 - z'Y' + z'_0Y'_0),$$

när  $X'$ ,  $Y'$ ,  $Z'$  äro komponenter af den kraft, hvarmed månen och solen tillsammans verka på massenheten i punkten  $(x' y' z')$ .  $L'_0$  skall bestämmas genom villkoren för de kraftpar, af hvilka det beror, att dessa skola vara fast förbundna med de ofvannämnda stafvarne i jorden och äfven hindra, att af jordens egen rotation dessa stafvars lägen i jorden i någon ansenligare grad rubbas.

19. I stället för de förra koordinataxlarne vilja vi härefter använda tre nya axlar med visserligen samma origo som de förra, men fast förbundna med jorden som ett helt betraktad. Den nya  $Z$ -axeln skall falla utåt jordens minsta diameter. Koordinaterna för  $S$  i afseende på de nya axlarne kalla vi för  $x$ ,  $y$ ,  $z$  och koordinaterna i afseende på samma axlar för den förra punkten  $(x'_0 y'_0 z'_0)$  skola heta  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$ . Nu blir

$$\begin{aligned} & \sum m \left( y' \frac{d(z' - z'_0)}{dt} - z' \frac{d(y' - y'_0)}{dt} \right) = \\ & \cos xx' \sum [my(p(y - y_0) - q(x - x_0)) - mz(r(x - x_0) - p(z - z_0))] \\ & + \cos yx' \sum [mz(q(z - z_0) - r(y - y_0)) - mx(p(y - y_0) - q(x - x_0))] \\ & + \cos zx' \sum [mx(r(x - x_0) - p(z - z_0)) - my(q(z - z_0) - r(y - y_0))]. \end{aligned}$$

Och faktorn till  $\cos xx'$  är lika med

$$p \sum m (y^2 + z^2 - y_0^2 - z_0^2) - q \sum m (yx - y_0 x_0) - r \sum m (zx - z_0 x_0).$$

Vi ha åter

$$x - x_0 = \rho \cos \alpha, \quad y - y_0 = \rho \cos \beta, \quad z - z_0 = \rho \cos \gamma,$$

hvarst  $\rho$  är oändligt litet. Alltså:

$$\sum m(y^2 + z^2 - y_0^2 - z_0^2) = \sum m((y - y_0)^2 + (z - z_0)^2) = \\ = \varrho^2 \sum m(\cos^2 \beta + \cos^2 \gamma) = \varrho^2 \sum m(1 - \cos^2 \alpha),$$

$$\sum m(yx - y_0x_0) = \sum m(y - y_0)(x - x_0) = \varrho^2 \sum m \cos \alpha \cos \beta,$$

$$\sum m(zx - z_0x_0) = \sum m(z - z_0)(x - x_0) = \varrho^2 \sum m \cos \alpha \cos \gamma,$$

och häraf följer, att, eftersom

$$p \cos \alpha + q \cos \beta + r \cos \gamma = 0,$$

faktorn till  $\cos \alpha x'$  helt enkelt blir lika med

$$\varrho^2 p \sum m.$$

På samma vis se vi, att faktorerna till  $\cos yx'$ ,  $\cos zx'$  blifva

$$\varrho^2 q \sum m, \quad \varrho^2 r \sum m$$

respektive. Med  $p$ ,  $q$ ,  $r$  förstås naturligtvis komponenterna längs de nya koordinataxlarna af vinkelhastigheten ( $p'$   $q'$   $r'$ ).

Således, då  $\bar{m} = \sum m$ :<sup>1)</sup>

$$\sum m \left( y' \frac{d(z' - z'_0)}{dt} - z' \frac{d(y' - y'_0)}{dt} \right) = \bar{m} \varrho^2 (p \cos \alpha x' + q \cos yx' + r \cos zx').$$

I fall  $p_0$ ,  $q_0$ ,  $r_0$  betyda komponenterna längs våra nya axlar af vinkelhastigheten ( $p'_0$   $q'_0$   $r'_0$ ), så:

$$\frac{d}{dt} \cos \alpha x' = r_0 \cos yx' - q_0 \cos zx',$$

$$\frac{d}{dt} \cos yx' = p_0 \cos zx' - r_0 \cos \alpha x',$$

$$\frac{d}{dt} \cos zx' = q_0 \cos \alpha x' - p_0 \cos yx'.$$

Därför måste vi bekomma venstra membrum af eqv. (1) under formen:

$$\bar{m} \varrho^2 \left\{ \left( \frac{dp}{dt} + \frac{2p}{\varrho} \frac{d\varrho}{dt} + r q_0 - q r_0 \right) \cos \alpha x' + \left( \frac{dq}{dt} + \frac{2q}{\varrho} \frac{d\varrho}{dt} + p r_0 - r p_0 \right) \cos yx' \right. \\ \left. + \left( \frac{dr}{dt} + \frac{2r}{\varrho} \frac{d\varrho}{dt} + q p_0 - p q_0 \right) \cos zx' \right\}.$$

<sup>1)</sup> Detta  $\bar{m}$  är ej = jordens massa, utan endast sammanlagda massan af de i rörelsen ( $p$   $q$   $r$ ) stadda  $S$ .



Hvad åter beträffar det högra membrum af samma equation, så finna vi angående  $L'_1 - L'_2$ , att detta är lika med

$$AL \cos xx' + AM \cos yx' + AN \cos zx',$$

hvarrest

$$\begin{aligned} AL = & \sum \frac{3kM}{R^3} [XZ \sum m(x - x_0)(y - y_0) - \\ & - XY \sum m(x - x_0)(z - z_0) + YZ \sum m((y - y_0)^2 - (z - z_0)^2) - \\ & - (Y^2 - Z^2) \sum m(y - y_0)(z - z_0)]. \end{aligned}$$

då det första summeringstecknet hänför sig till månen och solen.  $M$  är månens eller solens massa,  $R$  afståndet mellan  $M$  och jordens medelpunkt,  $X, Y, Z$  koordinaterna för  $M$  samt  $k$  attraktionskraften mellan enhetsmassorna på enhetsafståndet.

Efter hvad nyss anmärkts, kunna vi skriva i stället:

$$\begin{aligned} q^2 \sum \frac{3kM}{R^3} [XZ \sum m \cos \alpha \cos \beta - XY \sum m \cos \alpha \cos \gamma + \\ + YZ \sum m (\cos^2 \beta - \cos^2 \gamma) - (Y^2 - Z^2) \sum m \cos \beta \cos \gamma]. \end{aligned}$$

Men

$$\cos \alpha = -\cos \psi \frac{\sqrt{q^2 + r^2}}{\bar{\omega}},$$

$$\cos \beta = \cos \psi \frac{pq}{\bar{\omega}\sqrt{q^2 + r^2}} + \sin \psi \frac{r}{\sqrt{q^2 + r^2}},$$

$$\cos \gamma = \cos \psi \frac{pr}{\bar{\omega}\sqrt{q^2 + r^2}} - \sin \psi \frac{q}{\sqrt{q^2 + r^2}},$$

då

$$\bar{\omega}^2 = p^2 + q^2 + r^2.$$

Ty villkoren för de nämnda riktningscosinus äro endast dessa:

$$p \cos \alpha + q \cos \beta + r \cos \gamma = 0,$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1,$$

och de äro genom de ofvanstående värdena uppfyllda för alla vinklar  $\psi$  mellan 0 och  $2\pi$ . Därför bekomma vi:

$$\sum m \cos \alpha \cos \beta = \sum \frac{\mu}{2} \int_0^{2\pi} \cos \alpha \cos \beta d\psi = -\frac{1}{2} \bar{m} \frac{pq}{\bar{\omega}^2},$$

$$\sum m \cos \alpha \cos \gamma = \sum \frac{\mu}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos \alpha \cos \gamma d\psi = -\frac{1}{2} \bar{m} \frac{pr}{\bar{\omega}^2},$$

$$\sum m \cos \beta \cos \gamma = \sum \frac{\mu}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos \beta \cos \gamma d\psi = -\frac{1}{2} \bar{m} \frac{qr}{\bar{\omega}^2},$$

$$\sum m(\cos^2 \beta - \cos^2 \gamma) = \sum \frac{\mu}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\cos^2 \beta - \cos^2 \gamma) d\psi = -\frac{1}{2} \bar{m} \frac{q^2 - r^2}{\bar{\omega}^2}$$

och följaktligen:

$$L = \bar{m} q^2 \sum \frac{3}{2} \frac{kM}{R^3} \left[ YZ \frac{r^2 - q^2}{\bar{\omega}^2} - ZX \frac{pq}{\bar{\omega}^2} + XY \frac{pr}{\bar{\omega}^2} + (Y^2 - Z^2) \frac{qr}{\bar{\omega}^2} \right].$$

Af eqv. (1) följer emellertid:

$$\bar{m} q^2 \left( \frac{dp}{dt} + 2 \frac{p}{q} \frac{dq}{dt} + r q_0 - q r_0 \right) = L_0 + \mathcal{A} L,$$

$$\bar{m} q^2 \left( \frac{dq}{dt} + 2 \frac{q}{p} \frac{dp}{dt} + p r_0 - r p_0 \right) = M_0 + \mathcal{A} M,$$

$$\bar{m} q^2 \left( \frac{dr}{dt} + 2 \frac{r}{q} \frac{dq}{dt} + q p_0 - p q_0 \right) = N_0 + \mathcal{A} N,$$

men efter hvad som förut blifvit sagdt om kraftparet ( $L_0 M_0 N_0$ ), hvilket är detsamma som kraftparet ( $L'_0 M'_0 N'_0$ ), skall detta i anseiligaaste grad förebygga, att riktningen ( $p q r$ ) af stafvarne i jorden ändras, förutom då yttre krafter finnas, och däraf följa, såsom vi se genom att sätta  $R = \infty$ , dessa uttryck för  $L_0$ ,  $M_0$ ,  $N_0$ :

$$L_0 = x \bar{m} q^2 (r q_0 - q r_0) - \lambda \bar{m} q^2 p, ^1)$$

$$M_0 = x \bar{m} q^2 (p r_0 - r p_0) - \lambda \bar{m} q^2 q,$$

$$N_0 = x \bar{m} q^2 (q p_0 - p q_0) - \lambda \bar{m} q^2 r, ^2)$$

hvarest  $x$  är 1 eller blott litet differerar från 1.

<sup>1)</sup>  $\lambda$  försvinnande litet.

<sup>2)</sup> Af dessa uttryck för  $L_0$ ,  $M_0$ ,  $N_0$  följer ock, att de mera sammanhängande delarne af jorden (sålunda väggarne till strömbanorna kring partiklarne) erhålla en motsatt rörelse mot de betraktade mera fria  $S$ .

Utesluta vi det fall då  $q=0$ , då hvarje jordpartikel består af endast en punkt  $S$  (se början af n:o 18), så framgå alltså såsom eqvationer för rörelsen dessa tre:

$$\frac{dp}{dt} + 2\frac{p}{\bar{\omega}} \frac{d\bar{\omega}}{dt} + (1-x)(r q_0 - q r_0) + \lambda p = \\ = \sum \frac{3}{2} \frac{kM}{R^3} \left[ YZ \frac{r^2 - q^2}{\bar{\omega}^2} - ZX \frac{pq}{\bar{\omega}^2} + XY \frac{pr}{\bar{\omega}^2} + (Y^2 - Z^2) \frac{qr}{\bar{\omega}^2} \right],$$

$$\frac{dq}{dt} + 2\frac{q}{\bar{\omega}} \frac{d\bar{\omega}}{dt} + (1-x)(p r_0 - r p_0) + \lambda q = \\ = \sum \frac{3}{2} \frac{kM}{R^3} \left[ XZ \frac{p^2 - r^2}{\bar{\omega}^2} - XY \frac{qr}{\bar{\omega}^2} + YZ \frac{pq}{\bar{\omega}^2} + (Z^2 - X^2) \frac{pr}{\bar{\omega}^2} \right],$$

$$\frac{dr}{dt} + 2\frac{r}{\bar{\omega}} \frac{d\bar{\omega}}{dt} + (1-x)(q p_0 - p q_0) + \lambda r = \\ = \sum \frac{3}{2} \frac{kM}{R^3} \left[ XY \frac{q^2 - p^2}{\bar{\omega}^2} - YZ \frac{pr}{\bar{\omega}^2} + ZX \frac{qr}{\bar{\omega}^2} + (X^2 - Y^2) \frac{pq}{\bar{\omega}^2} \right].$$

20. Häraf sluta vi först, genom eqvationernas multiplicering med  $p$ ,  $q$ ,  $r$  och addering, att

$$p \frac{dp}{dt} + q \frac{dq}{dt} + r \frac{dr}{dt} + 2 \frac{\bar{\omega}^2}{\bar{\omega}} \frac{d\bar{\omega}}{dt} + \lambda \bar{\omega}^2 = 0,$$

d. ä.:

$$\frac{d\bar{\omega}}{dt} + 2 \frac{\bar{\omega}}{\bar{\omega}} \frac{d\bar{\omega}}{dt} + \lambda \bar{\omega} = 0,$$

sålledes:

$$(2) \quad \bar{\omega} \bar{\omega}^2 = K e^{-\lambda t}.$$

De föregående eqvationernas venstra membra antaga därmed de enkla formerna:

$$\bar{\omega} \frac{d}{dt} \left( \frac{p}{\bar{\omega}} \right) + (1-x)(r q_0 - q r_0), \quad \bar{\omega} \frac{d}{dt} \left( \frac{q}{\bar{\omega}} \right) + (1-x)(p r_0 - r p_0), \\ \bar{\omega} \frac{d}{dt} \left( \frac{r}{\bar{\omega}} \right) + (1-x)(q p_0 - p q_0)$$

och, i fall vi sedan införa stafvarnes ( $pqr$ ) lutning ( $\theta$ ) mot  $Z$ -axeln och azimuth ( $\psi$ ) genom eqvationerna:

$$\frac{p}{\bar{\omega}} = \sin \theta \cos \psi, \quad \frac{q}{\bar{\omega}} = \sin \theta \sin \psi, \quad \frac{r}{\bar{\omega}} = \cos \theta,$$

vidare med  $\delta$  beteckna deklinationen och med  $nt$  timvinkeln för massan  $M$  samt således skriva:

$$X = R \cos \delta \cos nt, \quad Y = -R \cos \delta \sin nt, \quad Z = R \sin \delta,$$

sa sluta vi ytterligare af de föregående rörelseeqvationerna, att, då  $p_0 = q_0 = 0$  och  $r_0 = r$ :

$$(3) \left\{ \begin{aligned} \bar{\omega} \sin \theta \left( \frac{d\psi}{dt} + (1 - \kappa) \nu \right) &= -\frac{3}{4} \sum \frac{kM}{R^3} \left[ \sin 2\delta \cos 2\theta \cos (nt + \psi) \right. \\ &\quad \left. + \cos^2 \delta \sin \theta \cos \theta \cos 2(nt + \psi) + (1 - 3 \sin^2 \delta) \sin \theta \cos \theta \right], \\ \bar{\omega} \frac{d\theta}{dt} &= -\frac{3}{4} \sum \frac{kM}{R^3} \left[ \sin 2\delta \cos \theta \sin (nt + \psi) \right. \\ &\quad \left. + \cos^2 \delta \sin \theta \sin 2(nt + \psi) \right]. \end{aligned} \right.$$

21. Af dessa formler framgår tydligt, att azimuthen  $\psi$  har en sekulär ändring, förutom periodiska ändringar, som bero af jordens rörelse i förhållande till solen och månen. Vi beräkna först den del af den sekulära ändringen, som härrör från solens inflytande. Här är

$$\sin \delta = \sin \varepsilon \sin (2\pi t + K),$$

då året är enhet för  $t$  samt med  $\varepsilon$  eqvatorns lutning mot ekliptikan betecknas. Förstå vi med  $\Delta\psi'$  den ifrågavarande ändringen på ett år, så få vi:

$$\Delta\psi' = -\frac{3}{4} \frac{kM'}{R'^3} \int_0^1 (1 - 3 \sin^2 \varepsilon \sin^2 (2\pi t + K)) \frac{\cos \theta}{\bar{\omega}} dt$$

och om då  $\bar{\omega}$  och  $\theta$  betraktas som konstanta:

$$\bar{\omega} \Delta\psi' = -\frac{3}{4} \frac{kM'}{R'^3} \cos \theta \left( 1 - \frac{3}{2} \sin^2 \varepsilon \right).$$

Därmed bekomma vi, då  $\varepsilon = 23^\circ 28'$ :

$$(4) \quad \bar{\omega} \Delta\psi' = -10^{1,3535} \cos \theta.$$

På liknande vis erhålla vi beloppet  $\Delta\psi''$  af den af månen härrörande ändringen på ett år ur eqvationen:

$$\Delta\psi'' = -\frac{3}{4} \frac{kM''}{R''^3} \int_0^1 (1 - 3 \sin^2 \epsilon \sin^2(m't + K')) \frac{\cos \theta}{\bar{\omega}} dt,$$

när månbanans lutning mot ekliptikan försummas och  $m' = 2\pi \times \frac{365,25}{27,32}$ . Det blir (egentligen för en tid af 13 sideriska månader den följande ändringen af sekulärt slag):

$$\Delta\psi'' = -\frac{3}{4} \frac{kM''}{R''^3} \frac{\cos \theta}{\bar{\omega}} \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 \epsilon\right)$$

och därmed

$$(5) \quad \bar{\omega} \Delta\psi'' = -10^{1,6972} \cos \theta.$$

I alla dessa formler är vridningsriktningen från positivt  $x$  till positivt  $y$  den östliga riktningen. Nu framgår af de magnetiska observationerna i Paris, att i rundt tal ändringen af  $\psi$  är på 100 år 40 grader åt vester; <sup>1)</sup> d. v. s.

$$(6) \quad 100(\Delta\psi^\circ + \Delta\psi' + \Delta\psi'') = -40^\circ,$$

då med  $\Delta\psi^\circ$  förstås värdet  $(x-1)r$ , lika med  $(x-1)2\pi \cdot 366,25$ . Skrifva vi  $\theta = 12^\circ$ , <sup>2)</sup> så fås af (4) och (5):

$$\bar{\omega}(\Delta\psi^\circ + \Delta\psi' + \Delta\psi'') = \bar{\omega}(x-1)10^{3,3620} = 10^{1,8499}$$

och af (6):

$$\Delta\psi^\circ + \Delta\psi' + \Delta\psi'' = -10^{0,8439-3}.$$

I fall  $x=1$  blir alltså:

$$\bar{\omega} = 10^{4,0060}.$$

För de materiella punkterna  $S$  i stafvarne i jorden skulle då således omloppstiden omkring stafven blifva 5 timmar 26 minuter. Och detta omlopp skulle försiggå i samma riktning som den rotation, hvilken jorden som ett helt betraktad dagligen utför, d. ä. i östlig riktning.

<sup>1)</sup> Enligt HANSTEEN skulle den magnetiska nordpolens rörelse i stället vara östlig. Men de observationer, af hvilka HANSTEEN dragit denna slutsats, ligga hvarandra väl nära. Se HANSTEEN, Untersuchungen über den Magnetismus der Erde, Christiania 1819.

<sup>2)</sup> Enligt det af GAUSS beräknade läget för den punkt, hvilken skulle vara att betrakta som magnetisk nordpol i förhållande till mycket långt från jorden aflägsna magnetiska punkter. Jfr nästföljande not.

22. Huru den iakttaga förflyttningen af den magnetiska polen inverkar på de magnetiska elementen, d. ä. på magnetnålens deklination samt jordmagnetismens horisontala och vertikala komponenter, skall jag nu visa. Då jorden räknas för likformigt magnetiserad, såsom här och i den föregående uppsatsen, så blir dess magnetiska potential för en punkt i jordens atmosfär lika med  $U$ :

$$U = \frac{\mu}{r^2} \cos rJ'',$$

hvarst (n:o 16):

$$\mu = 10^{25,931}.$$

Nu är

$$\cos rJ'' = \cos \theta \sin \varphi + \sin \theta \cos \varphi \cos (\psi - \lambda),$$

då med  $\varphi$  förstås nordliga latituden och med  $\lambda$  longituden, östligt från  $x$ -axeln, för observationsorten (egentligen för den observerade magnetnålen). Häraf följer, att den kraft, hvarmed jorden verkar på enhetsmängden nordmagnetism vid observationsorten, har en rätvinklig horisontal komponent åt Norr:

$$(7') \quad N = \frac{\partial U}{r \partial \varphi} = \frac{\mu}{r^3} (\cos \theta \cos \varphi - \sin \theta \sin \varphi \cos (\psi - \lambda))$$

och en (rätvinklig) horisontal komponent åt Öster:

$$(7'') \quad \ddot{O} = \frac{1}{r \cos \varphi} \frac{\partial U}{\partial \lambda} = \frac{r^3}{\mu} \sin \theta \sin (\psi - \lambda)$$

och slutligen en vertikal komponent:

$$Z = -\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{2\mu}{r^3} (\cos \theta \sin \varphi + \sin \theta \cos \varphi \cos (\psi - \lambda)).$$

Förstås med  $H$  storleken af horisontal-komponenten  $\sqrt{N^2 + \ddot{O}^2}$  och med  $D$  magnetnålens östliga deklination =  $\arctg \frac{\ddot{O}}{N}$ , så blir:

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dt} &= \cos D \frac{dN}{dt} + \sin D \frac{d\ddot{O}}{dt}, \\ H \frac{dD}{dt} &= \cos D \frac{d\ddot{O}}{dt} - \sin D \frac{dN}{dt}, \end{aligned}$$

$$\frac{dZ}{dt} = \frac{2\mu}{r^3} \left\{ (\cos \theta \cos \varphi \cos (\psi - \lambda) - \sin \theta \sin \varphi) \frac{d\theta}{dt} - \right. \\ \left. - \sin \theta \cos \varphi \sin (\psi - \lambda) \frac{d\psi}{dt} \right\} + \frac{Z}{\mu} \frac{d\mu}{dt}.$$

Men af (7) och (7'') beräknas derivatorna af  $N$  och  $\tilde{O}$  och däraf härleder man för de sekulära ändringarna  $100\Delta H$ ,  $100\Delta D$  och  $100\Delta Z$  dessa formler:

$$100\Delta H = 100 \frac{\mu}{r^3} \sin \theta (\sin \varphi \sin (\psi - \lambda) \cos D + \\ + \cos (\psi - \lambda) \sin D) (\Delta\psi^\circ + \Delta\psi' + \Delta\psi'') + 100 \frac{H}{\mu} \Delta\mu,$$

$$100H\Delta D = -100 \frac{\mu}{r^3} \sin \theta (\sin \varphi \sin (\psi - \lambda) \sin D - \\ - \cos (\psi - \lambda) \cos D) (\Delta\psi^\circ + \Delta\psi' + \Delta\psi''),$$

$$100\Delta Z = -200 \frac{\mu}{r^3} \sin \theta \cos \varphi \sin (\psi - \lambda) (\Delta\psi^\circ + \Delta\psi' + \Delta\psi'') + \\ + 100 \frac{Z}{\mu} \Delta\mu.$$

23. Om för  $\Delta\psi^\circ + \Delta\psi' + \Delta\psi''$  insättes värdet (6) från n:o 21:

$$-10^{0,8439-3}$$

för  $\theta$  värdet  $12^\circ$  och för  $\psi$ , — då  $x$ -axeln lägges genom *Greenwich's* meridian, — värdet  $273^\circ$ ,<sup>1)</sup> så bekomma vi de följande årliga ändringarna af sekulärt slag:

för *Göttingen* ( $\varphi = +51^\circ 32'$ ,  $\lambda = 9^\circ 56'$ ,  $D = 347^\circ$ ):

$$\Delta D = +2',6, \quad \Delta H = +0,00035 + 0,19 \frac{\Delta\mu}{\mu}, \quad \Delta Z = -0,00059 + 0,43 \frac{\Delta\mu}{\mu}$$

medan enligt observationerna ären 1882, 1883:

$$\Delta D = +10', \quad \Delta H = +0,00011, \quad \Delta Z = -0,00066;$$

för *Kew* ( $\varphi = +51^\circ 28'$ ,  $\lambda = 359^\circ 41',3$ ,  $D = 338^\circ 21'$ ,  $i$  = magnet-nålens inklinations  $= 68^\circ 20'$ ):

$$\Delta D = +2',9, \quad \Delta H = +0,00036 + 0,17 \frac{\Delta\mu}{\mu}, \quad \Delta i = -5',$$

<sup>1)</sup> I en afhandling om jordmagnetismen från år 1839 har GAUSS beräknat:

$\theta = 12^\circ 10'$ ,  $\psi = 296^\circ 29'$ ,

gällande närmast år 1830 eller 1832 (har jag antagit).

medan enligt observationerna åren 1858—62:

$$\Delta D = +7',6, \quad \Delta H = +0,00019, \quad \Delta i = -2';$$

för *Washington* ( $\varphi = +38^\circ 54'$ ,  $\lambda = 282^\circ 57'$ ,  $D = 356^\circ$ ):

$$\Delta D = -8',1, \quad \Delta H = +0,0001 + 0,20 \frac{\Delta \mu}{\mu}, \quad \Delta Z = -0,0001 + 0,6 \frac{\Delta \mu}{\mu},$$

medan enligt observationerna år 1889:

$$\Delta D = -2',3, \quad \Delta H = -0,0003, \quad \Delta Z = -0,0016;$$

för *Hobarttown* ( $\varphi = -42^\circ 30'$ ,  $\lambda = 147^\circ$ ,  $D = 9^\circ 56'$ ):

$$\Delta D = +5',$$

medan enligt observationerna åren 1844—48:

$$\Delta D = +1',4.$$

24. Under antagande af att det i n:o 19 - 21 förekommande  $\kappa$  är lika med 1, erhålla vi genom integration af eqvv. (3) i n:o 20 den dagliga variationen af  $\psi$  och  $\theta$  bestämd. Vid tider då man kan skriva  $\theta = 12^\circ$ ,  $\psi = 273^\circ$ , finner man, när med  $v$  utmärkes soltiden och med  $v'$  timvinkeln för månen, allt från Greenwich räknadt, samt med  $\delta$  solens och med  $\delta'$  månens deklination:

$$\begin{aligned} \psi - \psi_0 &= -\{0'',067(1 - 3 \sin^2 \delta) + 0'',148(1 - 3 \sin^2 \delta')\} v \text{ timmar} \\ &\quad - 1'',15 \sin 2\delta \sin(v + \psi) - 0'',13 \cos^2 \delta \sin 2(v + \psi) \\ &\quad - 2'',63 \sin 2\delta' \sin(v' + \psi) - 0'',29 \cos^2 \delta' \sin 2(v' + \psi), \\ \theta - \theta_0 &= + 0'',26 \sin 2\delta \cos(v + \psi) + 0'',03 \cos^2 \delta \cos 2(v + \psi) \\ &\quad + 0'',59 \sin 2\delta' \cos(v' + \psi) + 0'',06 \cos^2 \delta' \cos 2(v' + \psi). \end{aligned}$$

Den dagliga variationen af de magnetiska elementen är emellertid betydligt större än som följer af den ofvanstående rörelsen hos magnetpolen. Jag hoppas att främdeles återkomma härtill och då kunna visa, huru sannolikt det är, att orsaken till den nämnda dagliga variationen är att söka i magnetism, som under dagens lopp induceras af solen i jordens atmosfär och kanske i dess inre.

25. De direkta magnetiska krafterna från solen och månen äro oansenliga i jämförelse med de krafter, som ofvan betraktats och hvilka härröra från den allmänna gravitationen. Och äfven



blir deras inflytande på jordens rörelse omkring dess tyngdpunkt obetydligt. För denna rörelse gälla nämligen, såsom bekant, följande eqvationer:

$$(8) \quad \left\{ \begin{array}{l} A \frac{dp}{dt} + (C - A)qr = (C - A) \sum \frac{3kM}{R^3} YZ + \frac{\partial G}{\partial \pi}, \\ A \frac{dq}{dt} - (C - A)pr = -(C - A) \sum \frac{3kM}{R^3} XZ + \frac{\partial G}{\partial \pi}, \\ C \frac{dr}{dt} = \frac{\partial G}{\partial \rho}, \end{array} \right.$$

hvarest

$$G = -\frac{\bar{M}\mu}{R^3} (\cos JJ'' - 3 \cos JA \cos J''A),$$

när  $\bar{M}$  betecknar solens och  $\mu$  jordens magnetiska moment,  $R$  solens afstånd från jorden<sup>1)</sup> och

$$\frac{\partial G}{\partial \pi} \delta \pi + \frac{\partial G}{\partial \pi} \delta \pi + \frac{\partial G}{\partial \rho} \delta \rho = \delta G,$$

$$\delta G = -\frac{\bar{M}\mu}{R^3} (\delta \cos JJ'' - 3 \cos JA \delta \cos J''A)$$

samt

$$\begin{aligned} \delta \cos JJ'' &= \cos Jx(\delta x \cos J''z - \delta \rho \cos J''y) + \\ &+ \cos Jy(\delta \rho \cos J''x - \delta \pi \cos J''z) + \cos Jz(\delta \pi \cos J''y - \delta x \cos J''x). \end{aligned}$$

Om till en början vi försumma  $G$  och endast tänka på huru under dagens lopp jordens rotation skulle variera då  $G=0$ , så kunna vi vid en första tillnärmelse stryka produkterna  $(C-A)pr$ ,  $(C-A)qr$  i de föregående eqvv. (8) och bekomma då (på konstanta termer när):

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{p}{v} = 0'',008 \sin 2\delta \cos nt + 0'',017 \sin 2\delta' \cos n't, \\ \frac{q}{v} = -0'',008 \sin 2\delta \sin nt - 0'',017 \sin 2\delta' \sin n't, \\ r = v \end{array} \right.$$

(där de accentuerade bokstäfverna hänföra sig till månen).

<sup>1)</sup> Månens inflytande är försvinnande litet i förhållande till solens, i fall verkligen, såsom förut, i n:o 17, antagits, månens magnetism är liksom jordens inducerad ensamt af solens.

Införas i termerna  $(C - A)pr$  och  $(C - A)qr$ , hvilka ofvan försumrats, de nu funna uttrycken för  $p$ ,  $q$ ,  $r$ , så erhålla vi genom integration af eqvv.:

$$A \frac{dp}{dt} + (C - A)q\nu = 0, \quad A \frac{dq}{dt} - (C - A)p\nu = 0$$

följande tilläggstermer till de förra  $\frac{p}{\nu}$ ,  $\frac{q}{\nu}$ :

$$(10) \quad \begin{cases} \text{till } \frac{p}{\nu}: & -0'',00002 \sin 2\delta \cos nt - 0'',00005 \sin 2\delta' \cos n't \\ \text{till } \frac{q}{\nu}: & +0'',00002 \sin 2\delta \sin nt + 0'',00005 \sin 2\delta' \sin n't. \end{cases}$$

26. När vi försumma  $\cos JA$  och i enlighet därmed skrifva:  
 $\cos Jx = -\sin \varepsilon \sin \nu t$ ,  $\cos Jy = -\sin \varepsilon \cos \nu t$ ,  $\cos Jz = \cos \varepsilon$   
 samt äfven skrifva:

$$\cos J''x = \sin \theta \cos \psi, \quad \cos J''y = \sin \theta \sin \psi, \quad \cos J''z = \cos \theta,$$

så sluta vi af hvad ofvan anförts, att den speciellt af  $G$  härflytande jordrotationen  $(p' q' r')$  satisfierar eqvationerna:

$$\frac{dp'}{dt} + \frac{C - A}{A} q'r = -\frac{\bar{M}\mu}{AR^3} [\cos \varepsilon \sin \theta \sin \psi + \sin \varepsilon \cos \theta \cos \nu t],$$

$$\frac{dq'}{dt} - \frac{C - A}{A} p'r = \frac{\bar{M}\mu}{AR^3} [\cos \varepsilon \sin \theta \cos \psi + \sin \varepsilon \cos \theta \sin \nu t],$$

$$\frac{dr'}{dt} = \frac{\bar{M}\mu}{CR^3} \sin \varepsilon \sin \theta \cos (\nu t + \psi),$$

försatt att vi tillnärmelsevis kunna skrifva  $r = \nu$ .

Här är  $\log \bar{M} = 40,46$  (se n:o 16) och  $\log \mu = 25,931$  i det s. k. absoluta måttet (CGS). Vi vilja åter använda året som enhet för tiden och bekomma då:

$$\frac{\bar{M}\mu}{AR^3} = 10^{0,894-4}.$$

När vi skrifva  $\psi = \psi^0 + at$ ,  $a = -10^{0,844-3}$ , så finna vi lätt följande partikulära lösning af de föregående eqvationerna:

$$p' = -\frac{\bar{M}\mu}{AR^3} \left[ m \cos \varepsilon \sin \theta \cos \psi + \alpha \sin \varepsilon \cos \theta \frac{\sin \nu t}{\nu} \right],$$

$$q' = -\frac{\bar{M}\mu}{AR^3} \left[ m \cos \varepsilon \sin \theta \sin \psi + \alpha \sin \varepsilon \cos \theta \frac{\cos \nu t}{\nu} \right],$$

$$r = \nu + \frac{\bar{M}\mu}{CR^3} \sin \varepsilon \sin \theta \frac{\sin (\nu t + \psi)}{\nu + a},$$

hvarrest  $m$  bestämmes genom eqvationen:

$$\frac{1 + ma}{m} = \nu \frac{C - A}{A}$$

och således  $m = 0,133$ , samt  $\alpha$  genom eqvationen

$$\alpha \left( 1 + \frac{C - A}{A} \right) = 1;$$

alltså, när vi försumma så små termer som dem i (10), måste vi bekomma:

$$(11) \quad \begin{cases} \frac{p'}{\nu} = -0'',002 \cos \psi, & \frac{q'}{\nu} = -0'',002 \sin \psi, \\ \frac{r}{\nu} = 1 + 10^{0,083-11} \sin (\nu t + \psi). \end{cases}$$

Skrifves  $\frac{r}{\nu} = \frac{T}{T'}$ , och tages en siderisk dag till enhet för  $T$  och  $T'$ , så få vi:

$$T' \text{ dag} = T \text{ dag} + \frac{1}{2\pi} 10^{-6} \cos (2\pi T + \psi) \text{ sek.}$$

Det är lätt att bestämma hvad för rörelse som af (11) skulle följa för vårdagjemningspunkten. Om vi utmärka den förflyttning, som vårdagjemningspunkten skulle erhålla utåt eklip-tikan i östlig riktning, med  $\pi'$ , så finna vi:

$$\sin \varepsilon \frac{d\pi'}{dt} = p' \sin \varphi + q' \cos \varphi,$$

hvarrest

$$\frac{d\varphi}{dt} = \nu + 50'',4 \cos \varepsilon$$

(med året som enhet för  $t$ ). I följe häraf blir

$$\sin \varepsilon \frac{d\pi'}{dt} = - 0'',002 \nu \sin (\nu t + \psi).$$

Följaktligen:

$$\pi' = - 0'',005 [\cos \psi^{\circ} - \cos (\nu t + \psi)],$$

öfrutsatt att  $\psi = \psi^{\circ}$  och  $\pi' = 0$  för  $t = 0$ .

# Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. fr. sid. 420.)

## Lund. Universitetsbiblioteket.

Lunds universitets årsskrift. T. 28: Afd. 1. 1891—92. 4:o.

Akademiska afhandlingar. 8 st.

## Upsala. K. Vetenskaps-Societeten.

Nova acta. (3) Vol. 15: Fasc. 1. 1892. 4:o.

## Amsterdam. Akademie van wetenschappen.

Verhandelingen. Sect. 1: D. 1: N:o 1—8 &amp; TR. 1892—93. 8:o.

» 2: D. 1: N:o 1—10 &amp; TR; D. 2. 1892—93. 8:o.

» Afd. Letterkunde. D. 1: N:o 1—2. 1892—93. 8:o.

Verslagen en mededeelingen. Afd. Natuurk. (3) D. 9; Reg. 1—9. 1892—93. 8:o.

» » » Letterk. (3) D. 9. 1893. 8:o.

Verslagen der zittingen van de wis- en natuurkundige afdeeling. 1892/93. 8:o.

Jaarboek. 1892. 8:o.

Quattuor carmina latina. 1893. 8:o.

## Baltimore. Peabody Institute.

Annual report. 26(1892/93). 8:o.

## — Johns Hopkins university.

Circulars. Vol. 12: N:o 104—107. 1893. 4:o.

## Bamberg. Naturforschende Gesellschaft.

Bericht. 16. 1893. 8:o.

## Basel. Naturforschende Gesellschaft.

Verhandlungen. Bd 10: H. 1. 1892. 8:o.

## Belgrad. Académie R. de Serbie.

Spomenik (Mémoires). 18—21. 1892—93. 4:o.

Glas (Bulletin). 36—40. 1893. 8:o.

## Berlin. K. Preussische Akademie der Wissenschaften.

Abhandlungen. 1892. 4:o.

Sitzungsberichte. 1893: 1—25. 8:o.

## — Deutsche geologische Gesellschaft.

Zeitschrift. Bd 44(1892): H. 4; 45(1893): 1. 8:o.

## — Deutsche entomologische Gesellschaft.

Deutsche entomologische Zeitschrift. Jahrg. 1893: H. 2. 8:o.

## — K. Geodätisches Institut.

Jahresbericht. 1891/92. 8:o.

## Bologna. R. accademia delle scienze.

Memorie. (5) T. 2. 1891. 4:o.

## Bonn. Naturhistorischer Verein der preussischen Rheinlande ...

Verhandlungen. Jahrg. 50(1893): H. 1. 8:o.

## Boston. Public Library.

Bulletin. Vol. 12: N:o 1 &amp; Suppl. 1893. 8:o.

Titles of books added to the library. Vol. 1: N:o 14. 1893. 8:o.

(Forts. &amp; sid. 454.)

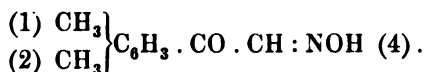
Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

## 223. Om några aromatiska tetraketoner. II.<sup>1)</sup>

Af H. G. SÖDERBAUM.

[Meddeladt den 13 september 1893 genom P. T. CLEVE.]

### I. 1.2.4-xyloylformoxim.



Till 20 gr. 1.2.4-xylylmetylketon af kpt 241—244°<sup>2)</sup> användes 15,8 gr. amylnitrit och 3,1 gr. natrium, löst i 62 gr. absolut alkohol. Efter omkr. ett dygns förlopp utkristalliserade ett af gula nålar bestående natriumsalt i riklig mängd. Detta tvättades på vanligt sätt med eter och löstes i (iskylt) vatten, hvori det till skilnad från motsvarande fenyl- och tolylföreningar är särdeles lösligt. Vid tillsats af ättiksyra afskildes den fria formoximen omedelbart i fast form såsom en hvit, kristallinisk fällning. Den omkristalliserades ur benzol och ansköt ur detta lösningsmedel i svagt gulaktiga, korta prismer eller tjocka taflor, som konstant smälte vid 121°. Den smälta substansen stelnar hastigt ånyo vid afsvälning. Vid starkare upphettning sönderdelas den däremot i en svart tjära och ett sublimat af stora, färglösa taflor, såsom tydligt kunde iakttagas vid förbränningen. För-

<sup>1)</sup> Fortsättning af Meddelande från Upsala kemiska laboratorium 217. Om några aromatiska tetraketoner. Af P. W. ABENIUS och H. G. SÖDERBAUM. Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1893, sid. 27.

<sup>2)</sup> Jfr AD. CLAUS: Ber. d. deutsch. chem. Ges. XIX, 232.

eningen är löslig i alkohol och eter samt i kokande benzol, mycket svårslig i kokande gasolja.

Analys:

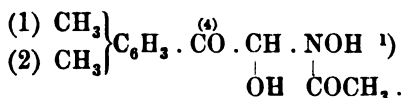
I. 0,1978 gr. gaf 0,4912 gr. kolsyra och 0,1127 gr. vatten.

II. 0,2134 gr. gaf 14,2 kcm. kväfgas, mätt vid 15,5° och 750 mm.

	Beräknadt	Funnet:	
	för $C_{10}H_{11}NO_2$ :	I.	II.
C	67,80	67,69	— %
H	6,21	6,32	— »
N	7,91	—	7,79 »

Formoximen löses utan synnerlig svårighet i acetylklorid, och lösningar stelnar på vanligt sätt af utkristalliserad klorhaltig additionsprodukt, som med vatten omsätter sig i saltsyra och

*Acetylföreningen:*



Reaktionen utföres lämpligen så, att den på poröst lergods väl utpräссade kloriden i små portioner nedföres i isvatten. Till-sättes omvänt vatten till kloriden, erhålles lätt en mer eller mindre starkt färgad, smetig produkt, som endast med svårighet kan förarbetas.

Acetylföreningen renades genom omkristallisering ur acetop. Den bildar långa, snöhvita nålar och smälter vid 130—131° till en gul, icke stelnande olja. Utom i aceton löses den äfven med lätthet i alkohol, eter och benzol.

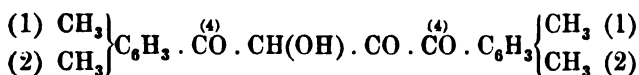
Analys:

0,1601 gr. gaf 0,3556 gr. kolsyra och 0,0915 gr. vatten.

	Beräknadt	Funnet:
	för $C_{12}H_{13}NO_4$ :	
C	60,76	60,52 %
H	6,33	6,31 »

<sup>1)</sup> Jfr Öfvers af K. Vet.-Akad. Förh. 1893, sid. 201.

## 1. 2. 4-xyloylformoïn.



Framställes lämpligen genom inverkan af cyankalium på den nyss beskrifna acetyl föreningen. Denna löstes i minsta mängd ljum alkohol och försattes med  $\frac{1}{20}$  af sin vikt cyankalium, löst i vatten. Vid utspädning med mera vatten erhöles en gul emulsion, ur hvilken en del af den nya föreningen afskildes i form af ett gulrödt, segt harts. Alltsammans fick stå ett dygn vid låg temperatur, + 5—10°. Efter denna tid hade de i vätskan suspenderade oljedropparna omsatt sig till en fast, kristallinisk, rent svafvelgul kropp, hvilken genom slamning skildes från de endast på ytan stelnade hartsklumparna. Dessa söndertrycktes med en glasstaf, öfvergötos med kallt vatten och lemnades att stå ytterligare ett dygn vid samma låga temperatur som tillföre, hvarvid äfven de fullständigt stelnade till en gul, spröd kropp, identisk med den förut erhållna. Ett försök att genom emulsionens utskakning med eter och dennas frivilliga afdunstning hastigare erhålla substansen i fast tillstånd ledde icke till någon enhetlig produkt, alldenstund substansen, såsom senare yttermera påvisades, är särdeles obeständig i lösning. Af samma skäl kunde den ej heller omkristalliseras. Den på ofvannämnda sätt framställda föreningen sintrade vid upphettning i kapillärrör vid en temperatur af omkr. 138° och antog därvid öfvergående brunsvart färg; vid 146° flöt den ihop till en klart röd vätska. Den är mycket löslig i eter, löslig i alkohol och varm benzol, tämligen löslig i varm kolsvafva, mycket svårlöslig i kokande gasolja. Benzol- och kolsvafvelösningarna utmärkas af en vackert gulröd färg, som dock snart bleknar. Får benzollösningen frivilligt afdunsta, erhålles icke den ursprungliga föreningen tillbaka, utan i stället en blandning af åtminstone tvänne nya kroppar af utprägladt sur karaktär. Den ena af dessa smälter vid 92° och är tämligen löslig i vatten; den andra däremot



synes vara så godt som alldeles olöslig i kallt vatten och smälter först vid 163—164°. Båda äro i rent tillstånd hvita och smälta till färglösa oljor, hvilka vid afsvälning ånyo stelna kristalliniskt. Den ringa mängden tillbuds stående material medgaf icke någon analys af dessa båda sönderdelningsprodukter. Det ligger dock nära till hands att antaga, att den förra (smpt 92°) är den af BUCHKA och IRISH <sup>1)</sup> beskrifna ortoxylylglyoxylsyran, hvilken enligt de nämnda författarna smälter just vid denna temperatur. Hvad den senare (smpt 163—164°) åter beträffar, är den efter all sannolikhet identisk med den s. k. paraxylylsyran eller metapara-dimetylbenzoësyran, hvars smältpunkt i literaturen uppgifves ligga vid 163°. <sup>2)</sup> I likhet med denna är också den af mig erhållna syran sublimerbar.

Äfven i fast form är det ifrågavarande xyloylformoinet skäligen obeständigt, om än ej i så hög grad som i lösning. Efter några dagars förvaring i exsickator hade föreningen så t. ex., ehuru till det yttre skenbart oförändrad, antagit en helt och hållet ny smältpunkt, i det den sintrade och färgades gulröd redan omkr. 80° samt vid 100—110° flöt ihop till en röd olja. Antagligen hade den genom oxidation åtminstone delvis öfvergått till motsvarande tetraketon (jfr nedan).

Att en i så hög grad obeständig förening vid analys skulle gifva skarpa värden, var knappast att hoppas. Också visade sig i fråga om kolhalten ett deficit på omkr. 0.7 %.

0,1798 gr. gaf 0,4838 gr. kolsyra och 0,0983 gr. vatten.

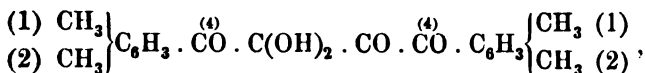
	Beräknadt för $C_{20}H_{20}O_4$ :	Funnet:
C	74,07	73,36 %
H	6,17	6,06 %

Föreningens stora öfverensstämmelse med förut undersökta homologa och isomera formöiner utesluter emellertid hvarje tvifvel om den antagna formelns riktighet.

<sup>1)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XX, 1766.

<sup>2)</sup> Jfr FITTIG och LAUBINGER. Ann. Chem. Pharm. 151, 275.

## Dixylyltetraketon (1.2.4).

*Hydratet:*

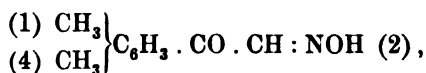
framställes genom behandling af nyss beskrifna formöin med salpetersyra af eg. v. 1,35. Den eljes vanligen använda syran af eg. v. 1,4 verkar här — äfven vid afkylning — allt för häftigt och ger lätt en mer eller mindre smetig produkt. Formöinet antog vid beröring med salpetersyran ögonblickligen — utan att smälta — en skarpt röd färg, som hastigt öfvergick till svafvelgul. Reaktionsblandningen uthäldes efter omkr. 1 timme i kallt vatten, och ketonen omkristalliserades ur benzol efter förutgången tvättning och torkning. Föreningen är mycket lättlöslig i kokande benzol och utkristalliserar vid afsvälning lätt och fullständigt i gula, korta, hopgyttrade prizmer, som börja sintra vid 103° och vid 108° under gasutveckling smälta till en röd vätska. Den är tämligen lättlöslig i eter såväl som i kokande alkohol, kolsvafva och isättika, däremot mycket svår- löslig i kokande gasolja. Lösningarna i benzol, kolsvafva och isättika äro vackert röda till färgen. Efter någon tids förvaring — äfven i exsickator — antog substansen på ytan en mjuk konsistens, häntydande på begynnande sönderdelning.

*Analys:*

0,1931 gr. gaf 0,4963 gr. kolsyra och 0,0992 gr. vatten.

	Beräknadt för $\text{C}_{20}\text{H}_{20}\text{O}_6$ :	Funnit:
C	70,59	70,09 %
H	5,88	5,70 %

## II. 1.4.2-xyloylformoxim,



framställdes af 1.4.2-xylylmetylketon <sup>1)</sup> (kpt 219—222°), amyl-nitrit och natriumalkoholat i ofvan angifna vigtsförhållanden. Reaktionsblandningen stelnade efter 1—2 dygn till en kompakt massa af gult, i långa nålar kristalliserande natriumsalt. Då produkten på grund af sin konsistens ej kunde filtreras, behandlades den till en början på samma sätt, som vid isoleringen af motsvarande metaforening befunnits ändamålsenligt <sup>2)</sup> d. v. s. hela reaktionsmassan försattes med vatten och utskakades upprepade gånger med eter, hvarefter vattenlösningen surgjordes med utspädd svafvelsyra. Härvid utföll en olja, som äfven efter längre tids förlopp icke stelnade. Den extraherades därför med eter, som vid afdunstning kvarlemnade en gul, tjockflytande olja, genomsatt af en rätt stor kvantitet långa nålar. Dessa isolerades genom behandling med en kall blandning af benzol och ligroin (som utlöste oljan, men lemnade större delen af nålarna kvar) samt därpå följande omkristallisering ur benzol. På detta sätt erhöles rent hvita, sublimierbara nålar af smpt 133°, lättlösliga i eter, kloroform, alkohol och varm benzol, tämligen svårlösliga i gasolja. Föreningens egenskaper i förening med analysen visade, att 1.4.2-xylylsyra eller s. k. isoxylylsyra förelåg.

0,2235 gr. gaf 0,5888 gr. kolsyra och 0,1348 gr. vatten.

	Beräknadt	Funnet:
	för $\text{C}_9\text{H}_{10}\text{O}_2$ :	
C	72,00	71,81 %
H	6,67	6,67 »

Isoxylylsyrans smältpunkt ligger enligt O. JACOBSEN <sup>3)</sup> vid 132°.

<sup>1)</sup> Jfr AD. CLAUS och R. WOLLNER, Ber. der deutsch. chem. Ges. XVIII, 1856.

<sup>2)</sup> Se Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1892, sid. 502.

<sup>3)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XIV, 2111.

Då det visade sig förenadt med stor tidsspillan, att ur moderlutarna från nämnda syra isolera den sökta formoximen i rent tillstånd, tillgreps i stället följande förfaringssätt. Den ursprungliga produkten af ketonens behandling med amylnitrit utrördes med sin flerdubbla volym eter, hvarigenom det blef möjligt att medels filtrering skilja formoximens natriumsalt från andra samtidigt bildade produkter. Saltet tvättades och torkades därpå, så godt sig göra lät, löstes i kallt vatten (lättlösligt) och sönderdelades med svafvelsyra. Den härvid erhållna, svagt gulaktiga emulsionen utskakades med eter, som efter torkning med natriumsulfat och afdunstning kvarlemnade en snart nog stelmande olja. Den ännu något smetiga, men från isoxylsyra fria produkten renades genom upprepade omkristalliseringar ur en blandning af gasolja och helt litet benzol. Ur detta lösningsmedel anskjuter föreningen i vackra, tumslånga, helt svagt gulaktiga nålar. Den smälter vid  $63^{\circ}$ , är lättlöslig i alkohol, eter och benzol, svårlöslig i kokande gasolja.

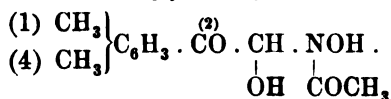
#### Analys:

0,1928 gr. gaf 0,4770 gr. kolsyra och 0,1079 gr. vatten.

	Beräknadt för $C_{10}H_{11}NO_2$ :	Funnet:
C	67,80	67,48 %
H	6,21	6,21 »

Formoximen öfverfördes genom inverkan af acetylklorid på vanligt sätt till

#### Acetylföreningen:



Det är härvid icke nödvändigt att utgå från ren formoxim; den efter eterns afdunstning erhållna, ännu något smetiga råprodukten kan med fördel användas. Acetylföreningen renades genom upprepad omkristallisering ur aceton. Den anskjuter ur detta lösningsmedel tämligen långsamt i hårda, rent hvita, vårt-

lika, understundom ända till ärtstora kristallaggregat; vid störd kristallisation afskiljes den däremot i form af ett snöhvitt, mikrokristalliniskt pulver. Smältpunkten ligger vid 135—136°. Föreningen är tämligen löslig i eter och kokande benzol, något mera löslig i alkohol; löslig i varm aceton. Kristalliserar i allmänhet långsamt ur samtliga dessa lösningsmedel. Alkohol-lösningen färgas som vanligt intensivt röd vid tillsats af järn-klorid.

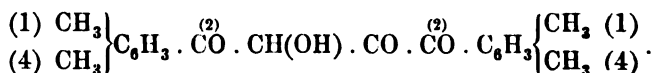
Analys:

I. 0,1940 gr. gaf 0,4294 gr. kolsyra och 0,1124 gr. vatten.

II. 0,2034 gr. gaf 10,3 ccm. kväfgas, mätt vid 18° och 759 mm.

	Beräknadt för $C_{12}H_{18}NO_4$ :	Funnet:	
		I.	II.
C	60,76	60,36	— %
H	6,33	6,44	— „
N	5,91	—	5,95 „

#### 1.4.2-xyloylformoïn.



Formoïnkondensationen verkställdes med cyankalium på förut angifvet sätt. Den intensivt gula reaktionsblandningen utspäddes med vatten, tills en emulsionsartad fällning uppstod. Vid afkylning och flitig omröring omsatte sig denna snart till en fast, kristallinisk, höggul kropp, hvilken under mikroskopet visade sig bestå af små, i ändarna klubblikt utvidgade stafvar.

Föreningen sintrar vid 160° och smälter vid 164—168° långsamt till en gulröd, vid afsvälning ånyo stelmande olja. Den är löslig i alkohol, eter, benzol och kolsvafva, svårslig i gasolja; kristalliserar ur sistnämnda lösningsmedel särdeles väl i form af orangegula, fina nålar af oförändrad smältpunkt. Lemnar man emellertid kristallerna under någon tid i beröring med

moderluten, lösa de sig så småningom ånyo. Ur den numera färglösa vätskan afsätta sig slutligen *hvita* nålar, som smälta redan vid 125—130° (isoxylsyra?).

För analysen användes icke omkristalliserad substans.

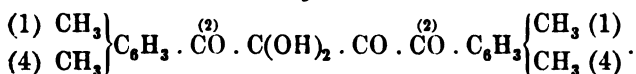
0,1241 gr. gaf 0,3369 gr kolsyra och 0,0692 gr. vatten.

	Beräknadt för $C_{20}H_{20}O_4$ :	Funnet:
C	74,07	73,97 %
H	6,17	6,19 »

Föreningen bildas äfven vid inverkan af sodalut på acetyl-derivatet.

### Dixylyltetraketon (1 . 4 . 2).

#### *Hydratet,*



Nyss beskrifna formöin nedfördes portionsvis i väl afkyld salpetersyra af eg. v. 1 . 4. De första portionerna färgades svagt röda och ändrade icke märkbart konsistens. De följande sönderflöto till en mörkröd, hastigt stelmande olja. Den röda färgen öfvergick snart nog till vackert chamois-gul. Föreningen renades genom omkristallisering ur benzol, hvari den i värme är synnerligen löslig. Vid afsvälning utkristalliserar den emellertid ganska fullständigt i form af vackra, höggula prismer. Vid upphettning i kapillärrör färgas den rödaktig vid omkr. 100°, sintrar vid 105° och smälter vid 109—110° under stark gasutveckling till en klart röd vätska. Är löslig i eter, alkohol och kokande isättika, måttligt lös i kokande kolsvafva, svårlös i gasolja.

Analys:

0,1509 gr. gaf 0,3888 gr. kolsyra och 0,0800 gr. vatten.

	Beräknadt för $C_{20}H_{20}O_5$ :	Funnet:
C	70,59	70,24 %
H	5,88	5,88 »

Dixylyltetraketonerna inom *orto*- och *paras*erierna utmärkas således därigenom, att de i likhet med motsvarande fenylyl-, tolyl- och bromfenylderivat gifva hydrat med 1 mol. vatten, under det di-*metaxylyltetraketonen*, såsom förut blifvit visadt, antingen uppträder i vattenfritt tillstånd eller ger ett hydrat, innehållande 2 (löst bundna) vattenmolekyler.

Följande tabell lemnar en öfversigt öfver de trenne serierna af hithörande isomera xylylderivat.

Ortoserien	Metaserien	Paraserien
<p><b>Formoxim</b></p> $\text{C}_6\text{H}_9 \cdot \text{CO} \cdot \text{CH} : \text{NOH}$	<p>korta, svagt gulaktiga prismer. smpt 121°</p>	<p>långa, platta, svagt gulaktiga nålar smpt 63°</p>
<p><b>Acetylderivat</b></p> $\begin{array}{c} \text{C}_6\text{H}_9 \cdot \text{CO} \cdot \text{CH} \cdot \text{NOH} \\   \\ \text{OH} \quad \text{COCH}_3 \end{array}$	<p>långa, hvita nålar smpt 130—131°</p>	<p>hårda, vårtlika, rent hvita kristallaggregat smpt 135—136°</p>
<p><b>Formoia</b></p> $\text{C}_8\text{H}_9 \cdot \text{CO} \cdot \text{CH}(\text{OH}) \cdot \text{CO} \cdot \text{C}_6\text{H}_9$	<p>svafvelgult, kristalliniskt pulver smpt 146° mycket obeständig</p>	<p>höggult, kristalliniskt pulver eller orangegula nålar smpt 164—168°</p>
<p><b>Tetraketon</b></p> $\text{C}_6\text{H}_9 \cdot \text{CO} \cdot \text{CO} \cdot \text{CO} \cdot \text{CO} \cdot \text{C}_6\text{H}_9$	<p>a) vattenfri: skarlakansröda nålar, smpt 180°, mycket beständig. b) dihydrat: blekgula 4-sidiga prismer utan särskild smpt; öfvergår vid upphettning till a.</p>	<p>monohydrat: höggula prismer smpt 109—110°</p>

Meddelanden från Stockholms Högskola. N:o 137.

## Sur la divisibilité des fonctions entières.

Par HELGE VON KOCH.

[Meddeladt den 13 September 1893 genom G. MITTAG-LEFFLER.]

On possède deux méthodes différentes pour obtenir les relations qui expriment les conditions nécessaires et suffisantes pour que deux polynômes donnés possèdent un facteur commun de degré donné; l'une, imaginée par EULER, est fondée sur les propriétés des fonctions symétriques par rapport aux racines des polynômes considérés, l'autre, publiée simultanément par EULER et BÉZOUT en 1764 et complétée par JACOBI (Crelles Journal t. 15), résulte de la théorie générale des systèmes d'équations linéaires.

Mais aucune de ces méthodes ne peut être généralisée au cas où l'une des deux fonctions proposées est *transcendante*, car les formules auxquelles elles conduisent dépendent des degrés  $m$  et  $n$  de ces fonctions et deviendraient illusoires si  $m$  ou  $n$  augmentait au delà de toute limite. Comme la solution du problème pour ce cas est importante dans l'étude de plusieurs problèmes et notamment dans la théorie des équations différentielles linéaires, je ne le crois pas inutile d'indiquer la méthode suivante, qui donne la solution complète du problème dont il s'agit.

Soient

$$\psi(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_{m-1}x^{m-1} + x^m$$

$$F(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_{m-1}x^{m-1} + b_mx^m + \dots$$

deux fonctions de  $x$  dont l'une  $\psi(x)$  est entière et rationnelle de degré  $m$ , l'autre  $F(x)$  entière (rationnelle du transcendant),





$$(2) \theta(x_1, x_2, \dots, x_v) = \frac{\theta(x_1, x_2, \dots, x_{v-2}, x_v) - \theta(x_1, x_2, \dots, x_{v-1})}{x_v - x_{v-1}}.$$

De plus, si l'on désigne par

$$x_{a_1}, x_{a_2}, \dots, x_{a_v}$$

une permutation quelconque de  $x_1, x_2, \dots, x_v$ , on peut écrire

$$\theta(x_{a_1}) = A_0 + H_{11}A_1 + H_{12}A_2 + \dots + H_{1v-1}A_{v-1}$$

$$\theta(x_{a_1}, x_{a_2}) = A_1 + H_{22}A_2 + \dots + H_{2v-1}A_{v-1}$$

$$\dots \dots \dots \theta(x_{a_1}, x_{a_2}, \dots, x_{a_v}) = A_{v-1}$$

les  $H$  désignant certains polynômes entiers par rapport aux  $x_1, x_2, \dots, x_v$ ; en d'autres termes, on peut passer du système des fonctions

$$\theta(x_1), \theta(x_1, x_2), \dots, \theta(x_1, x_2, \dots, x_v)$$

à celui des fonctions

$$\theta(x_{a_1}), \theta(x_{a_1}, x_{a_2}), \dots, \theta(x_{a_1}, x_{a_2}, \dots, x_{a_v})$$

par une substitution linéaire de la forme

$$\begin{vmatrix} 1, & H_{11}, & H_{12}, & \dots, & H_{1v-1} \\ & 1, & H_{22}, & \dots, & H_{2v-1} \\ & & & \dots & \\ & & & & 1 \end{vmatrix}$$

On en conclut que, toutes les fois que les relations

$$\theta(x_1) = 0, \theta(x_1, x_2) = 0, \dots, \theta(x_1, x_2, \dots, x_v) = 0$$

seront vérifiées pour un système donné quelconque de valeurs des  $x_1, x_2, \dots, x_v$ , les relations

$$\theta(x_{a_1}) = 0, \theta(x_{a_1}, x_{a_2}) = 0, \dots, \theta(x_{a_1}, x_{a_2}, \dots, x_{a_v}) = 0$$

seront vérifiées aussi.

Ceci dit, désignons par  $x_1, x_2, \dots, x_m$  les racines de  $\psi(x)$  (chacune d'elles étant répétée autant de fois qu'indique son ordre de multiplicité). Nous allons démontrer que la condition nécessaire et suffisante pour que  $F(x)$  et  $\psi(x)$  possèdent un diviseur commun de degré  $s$  consiste en ceci: il doit être possible de choisir  $s$  racines  $x_1, x_2, \dots, x_s$  de  $\psi(x)$  en façon que les relations

(3)  $\sigma(x_1)=0$ ,  $\sigma(x_1, x_2)=0$ , ...,  $\sigma(x_1, x_2, \dots, x_s)=0$   
soient vérifiées.

On s'en assure immédiatement dans le cas où toutes les racines de  $\psi(x)$  sont distinctes, car, dans ce cas, les équations (3) sont, en vertu des formules (1), équivalentes aux suivantes

$$F(x_1)=0, F(x_2)=0, \dots, F(x_s)=0.$$

Si toutes les  $s$  racines  $x_1, x_2, \dots, x_s$  ne sont pas distinctes, nous désignerons par

$$(4) \quad y_1, y_2, \dots, y_s$$

ces racines rangées dans un ordre tel que l'on ait

$$y_1 = \dots = y_\alpha \neq y_{\alpha+1} = \dots = y_\beta \neq \dots \neq y_{\lambda+1} = \dots = y_s;$$

autrement dit, nous désignerons par  $y_1, y_{\alpha+1}, y_{\beta+1}, \dots, y_{\lambda+1}$  celles des racines (4) qui sont distinctes, par  $y_1, y_2, \dots, y_\alpha$  celles qui sont égales à  $y_1$ , par  $y_{\alpha+1}, y_{\alpha+2}, \dots, y_\beta$  celles égales à  $y_{\alpha+1}$  et ainsi de suite.

D'après ce que nous avons vu, les relations (3) peuvent être remplacées par celles-ci:

$$(5) \quad \sigma(y_1)=0, \sigma(y_1, y_2)=0, \dots, \sigma(y_1, y_2, \dots, y_s)=0$$

puisqu'on peut passer des  $x$  aux  $y$  par une permutation convenable. Or, en vertu de la formule (2), on a, pour  $y_1=y_2=\dots=y_\alpha$ :

$$\sigma(y_1, y_2, \dots, y_\nu) = \frac{d^{\nu-1}F(y_1)}{dy_1^{\nu-1}} \quad (\nu=2, 3, \dots, s)$$

Les  $\alpha$  premières des formules (5) peuvent donc être remplacées par les suivantes:

$$(6) \quad F(y_1)=0, F'(y_1)=0, \dots, F^{(\alpha-1)}(y_1)=0.$$

On a de même, pour  $y_{\alpha+1}=y_{\alpha+2}=\dots=y_\beta$ :

$$\sigma(y_1, y_2, \dots, y_\nu) = \frac{\partial^{\nu-\alpha-1}}{\partial y_{\alpha+1}^{\nu-\alpha-1}} \sigma(y_1, y_2, \dots, y_{\alpha+1}).$$

( $\nu=\alpha+2, \dots, \beta$ )

Or, en vertu des relations (1) et des  $\alpha$  premières des relations (5), on obtient

$$\sigma(y_1, y_2, \dots, y_{\alpha+1}) = \frac{F(y_{\alpha+1})}{(y_{\alpha+1}-y_1)(y_{\alpha+1}-y_2)\dots(y_{\alpha+1}-y_\alpha)};$$

ce qui conduit aux relations suivantes:

$$(7) \quad F(y_{\alpha+1}) = 0, \quad F'(y_{\alpha+1}) = 0, \quad \dots, \quad F^{(\beta-\alpha-1)}(y_{\alpha+1}) = 0.$$

Continuant ainsi de proche en proche, nous voyons que l'ensemble des relations (3) peut être remplacé par les systèmes (6), (7). Ces dernières relations expriment manifestement les conditions nécessaires et suffisantes pour que les fonctions  $F(x)$  et  $\psi(x)$  soient divisibles par la fonction

$$(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_s)$$

et, par conséquent, il en est de même des relations (3).

Ce théorème étant démontré, il suffit d'employer un procédé bien connu pour arriver à bonne fin. Formons, en effet, le produit suivant

$$\prod_{\alpha_1, \dots, \alpha_s} [u_1 \theta(x_{\alpha_1}) + u_2 \theta(x_{\alpha_1}, x_{\alpha_2}) + \dots + u_s \theta(x_{\alpha_1}, x_{\alpha_2}, \dots, x_{\alpha_s})]$$

$\alpha_1, \dots, \alpha_s$ , désignant successivement toute permutation de  $s$  nombres distincts de la suite

$$1, 2, \dots, m$$

et  $u_1, u_2, \dots, u_s$ , étant des variables auxiliaires; pour que  $F(x)$  et  $\psi(x)$  admettent un diviseur commun de degré  $s$ , il faut et il suffit que ce produit soit nul quels que soient  $u_1, u_2, \dots, u_s$ , car, d'après ce qui précède, il faut et il suffit que l'un au moins de ses facteurs s'annule identiquement. Mais de là on est conduit à un certain nombre fini de relations de la forme

$$H(a, b) = 0,$$

$H(a, b)$  désignant une série convergente procédant selon les puissances croissantes des  $a$  et des  $b$  et ayant pour coefficients des nombres rationnels.

## Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. fr. sid. 438.)

**Bremen.** *Naturwissenschaftlicher Verein.*

Abhandlungen. Bd 12: Beilage. 1893. 8:o.

**Breslau.** *Schlesische Gesellschaft für vaterländische Cultur.*

Jahres-Bericht. 70(1892) &amp; Erg.-heft. 1893. 8:o.

**Brünn.** *Naturforschender Verein.*

Verhandlungen. Bd 30(1891). 8:o.

**Bruxelles.** *Académie R. des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.*

Bulletin. (3) T. 25(1893): N:o 1—6; 26(1893): 7. 8:o.

Biographie nationale. T. 11: Fasc. 3; 12: 1. 1890—92. 8:o.

— *Société Belge de microscopie.*

Annales. T. 17: Fasc. 1. 1893. 8:o.

Bulletin. Année 19(1892/93): N:o 1—9. 8:o.

**Buenos Aires.** *Sociedad científica Argentina.*

Anales. T. 35(1893): Entr. 1—3. 8:o.

**Calcutta.** *Asiatic Society of Bengal.*

Journal. Vol. 61(1892): P. 1: N:o 2—4 &amp; Extra N:r; P. 2: N:o 2—3 &amp; TR. 8:o.

Proceedings. 1892: N:o 4—10; 1893: 1. 8:o.

— *Geological survey of India.*

Records. Vol. 26(1893): P. 1—2. 8:o.

**Cambridge, Mass.** *Astronomical observatory of Harvard college.*

Annals. Vol. 19: P. 2. 1893. 4:o.

— *Museum of comparative zoology.*

Memoirs. Vol. 14: N:o 3. 1893. 4:o.

Bulletin. Vol. 16: N:o 12—13; 24: 3—7. 1893. 8:o.

— *Cambridge entomological club.*

Psyche. Vol. 6(1893): N:o 205—209. 4:o.

**Caracas.** *Ministerio de fomento.*

Boletín de la riqueza pública. N:o 41—46, 48—57. 1892—93. 4:o.

Exposición presenta al jefe del poder ejecutivo nacional. 1893. 4:o.

Codigo de minas y vocabulario. 1893. 8:o.

**Chur.** *Naturforschende Gesellschaft Graubündens.*

Jahresbericht. N. F. Bd 36(1891/93). 8:o.

**Cincinnati.** *Society of natural history.*

Journal. Vol. 15(1892/93): N:o 1—4; 16(1893/94): 1. 8:o.

**Chapel Hill.** *Elisha Mitchell scientific society.*

Journal. Vol. 9(1892): 2. 8:o.

**Coimbra.** *Sociedade Broteriana.*

Boletim. 9: Fasc. 3. 1892. 4:o.

**Dorpat.** *Naturforscher-Gesellschaft.*

Sitzungsberichte. Bd 10: H. 1. 1892. 8:o.

(Forts. i sid. 472.)

Meddelanden från Stockholms Högskola N:o 138.

## Rotation kring fix punkt.

Af FRANS DE BRUN.

[Meddeladt den 13 September 1893 genom G. MITTAG-LEFFLER.]

Eqvationerna för rotation kring fix punkt äro:

$$\left. \begin{aligned} A \frac{dp}{dt} &= (B - C)qr + L \\ B \frac{dq}{dt} &= (C - A)rp + M \\ C \frac{dr}{dt} &= (A - B)pq + N \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} &= \alpha' r - \alpha'' q, & \frac{d\beta}{dt} &= \beta' r - \beta'' q, & \frac{d\gamma}{dt} &= \gamma' r - \gamma'' q \\ \frac{d\alpha'}{dt} &= \alpha'' p - \alpha r, & \frac{d\beta'}{dt} &= \beta'' p - \beta r, & \frac{d\gamma'}{dt} &= \gamma'' p - \gamma r \\ \frac{d\alpha''}{dt} &= \alpha q - \alpha' p, & \frac{d\beta''}{dt} &= \beta q - \beta' p, & \frac{d\gamma''}{dt} &= \gamma q - \gamma' p \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Dessa eqvationer, hvilka man mycket — ehuru med föga framgång — studerat för det fall då tyngden är enda verkande kraften, hafva deremot för andra krafter blifvit ytterst obetydligt undersökta. Jag har därför trott, det kunde vara af intresse, att visa upp några fall, då en lösning (entydig) är möjlig att erhålla.

Om mina  $L$ ,  $M$ ,  $N$  antager jag tillsvidare endast, att de äro funktioner af

$$\alpha, \alpha', \alpha'', \beta, \beta', \beta'', \gamma, \gamma', \gamma'',$$

och detta på sådant sätt, att de låta framställa sig i serier efter hela positiva potenser af de ingående variablerna. I de fall af rotation kring fix punkt under tyngdkraftens inverkan,



Häraf inses att största möjliga värden för dimensionerna i  $L$ ,  $M$  och  $N$  äro 2, 2 och 2. Således

$$m = 1.$$

$L$ ,  $M$  och  $N$  måste följaktligen — under de antaganden vi gjort — vara hela rationela funktioner, uti hvilka ej få förekomma högre potenser af

$$\alpha \alpha' \alpha'' \beta \dots \gamma''$$

än den andra. Jag har här endast hållit mig till det allmänna fallet, då

$$A \neq B, B \neq C, C \neq A.$$

Emellertid skall jag välja dessa funktioner så, att de dessutom äro homogena af andra dimensionen. Detta synes visserligen ej nödvändigt a priori, men det förenklar problemet betydligt.

Huru är det med antalet arbiträra konstanter? Finnes det verkligen fem sådana? Detta är tydligen en fråga, som är omöjlig att på förhand besvara utan särskild undersökning. För att taga reda på när detta eger rum, har man att följa den af Fru KOWALEVSKI angifna metoden. Detta skulle dock här blifva ytterst kompliceradt, enär hvar och en af  $L$ ,  $M$  och  $N$  innehåller 45 konstanter. Jag måste därför inskränka mig till att behandla ett mera speciellt fall.

Uti noterna till Despeyrons Mekanik visar Professor DARBOUX på ett ställe i andra tomen ett fall af rotation kring fix punkt, der lösning är möjlig, (fastän den icke nödvändigt är entydig). Det är, då krafternas nivåyta utgör en revolutionsyta, som har sin axel gående genom den fixa punkten, och då den gifna rörliga kroppen är en revolutionskropp med fixa punkten belägen på axeln. Detta fall är analogt med LAGRANGES:

$$A = B, x_0 = y_0 = 0.$$

Det antagandet, att den gifna kroppen skall begränsas af en revolutionsyta, är dock alldeles oväsentligt. Docenten G. KOBBS har fäst min uppmärksamhet på, att man kan erhålla den lefvande kraftens integral och ytintegralen, så snart krafternas



niväyta är en revolutionsyta, som har sin axel gående genom den fixa punkten. Häraf följer dock naturligtvis icke, att lösning är möjlig. (Då tyngkraften är ensam verkande känner man ju också dessa integraler men ändock är problemet långt ifrån löst.)

Låt

$$f(\sqrt{\xi^2 + \eta^2}, \zeta) = C \quad (4)$$

vara eqvationen för niväytan. Här betecknar  $\xi \eta \zeta$  koordinater i afseende på ett fixt system, som har den fixa punkten till origo, och hvars koordinataxlars riktningar som vanligt bestämmas genom följande tabell

	$\xi$	$\eta$	$\zeta$
$x$	$\alpha$	$\alpha'$	$\alpha''$
$y$	$\beta$	$\beta'$	$\beta''$
$z$	$\gamma$	$\gamma'$	$\gamma''$

Eqvationen för ytan (4) kan därför skrivas

$$f(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - (\gamma x + \gamma' y + \gamma'' z)^2}, \gamma x + \gamma' y + \gamma'' z) = C \quad (4)$$

Jag går att bilda  $L$ ,  $M$ ,  $N$ .

Man har

$$L = \int (yZ - zY) dm$$

$$M = \int (zX - xZ) dm$$

$$N = \int (xY - yX) dm,$$

der  $dm$  betyder ett masselement af den ifrågavarande kropp, och integrationen utsträcker öfver hela kroppens massa. Införes beteckningen

$$r = \sqrt{\xi^2 + \eta^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - (\gamma x + \gamma' y + \gamma'' z)^2},$$

erhålles

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{\partial f}{\partial \xi} \cdot \gamma + \frac{\partial f}{\partial r} \cdot \frac{1}{r} (x - \gamma(\gamma x + \gamma' y + \gamma'' z)) \\ Y &= \frac{\partial f}{\partial \xi} \cdot \gamma' + \frac{\partial f}{\partial r} \cdot \frac{1}{r} (y - \gamma'(\gamma x + \gamma' y + \gamma'' z)) \\ Z &= \frac{\partial f}{\partial \xi} \cdot \gamma'' + \frac{\partial f}{\partial r} \cdot \frac{1}{r} (z - \gamma''(\gamma x + \gamma' y + \gamma'' z)). \end{aligned} \right\}$$

Således är

$$\left. \begin{aligned} L &= \int \left( \frac{\partial f}{\partial \zeta} - \frac{\zeta}{r} \frac{\partial f}{\partial r} \right) (y\gamma'' - z\gamma') dm \\ M &= \int \left( \frac{\partial f}{\partial \zeta} - \frac{\zeta}{r} \frac{\partial f}{\partial r} \right) (z\gamma - x\gamma'') dm \\ N &= \int \left( \frac{\partial f}{\partial \zeta} - \frac{\zeta}{r} \frac{\partial f}{\partial r} \right) (x\gamma' - y\gamma) dm . \end{aligned} \right\}$$

Af dessa och eqvationerna (1) och (2) erhållas:

1:o) lefvande kraftens integral

$$Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 = 2 \cdot \int f(r\zeta) dm + \text{konstant};$$

2:o) ytintegralen

$$Apy + Bq\gamma' + Cr\gamma'' = \text{konstant}.$$

3:o) Dessutom är

$$\gamma^2 + \gamma'^2 + \gamma''^2 = 1.$$

Skola de ofvanstående  $L$ ,  $M$ ,  $N$  vara homogena rationela funktioner af 2:dra dimensionen af  $\gamma$ ,  $\gamma'$ ,  $\gamma''$ . fordras med nödvändighet,<sup>1)</sup> att

$$\frac{\partial f}{\partial \zeta} - \frac{\zeta}{r} \cdot \frac{\partial f}{\partial r} = g + k\zeta, \quad (5)$$

som efter integration ger

$$f(\zeta, r) = \frac{1}{2} k\zeta^2 + g\zeta + \varphi(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2).$$

Det fall, då

$$k = 0,$$

uteslutes, enär detta just är tyngdproblemet. Jag nämnde nyss, att det var ett nödvändigt vilkor, för att  $L$ ,  $M$ ,  $N$  skulle blifva homogena funktioner af 2:dra dimensionen, att

$$\frac{\partial f}{\partial \zeta} - \frac{\zeta}{r} \frac{\partial f}{\partial r} = g + k\zeta.$$

Men är det också tillräckligt?

I allmänhet icke.

<sup>1)</sup> Om kroppen skulle vara symmetrisk i afscende på de tre koordinatplanen kunna i (5) få tillkomma på högra sidan termer som hafva formen  $g, \xi^{2\nu}$ .

Värdena af  $L$ ,  $M$ ,  $N$  blifva ändock de samma.

Om

$$g=0,$$

är det ock tillräckligt, men om ej så är, fordras dessutom, att kroppens masscentrum skall sammanfalla med den fixa punkten. Jag antager, att endera eger rum och erhåller, enär  $x$ ,  $y$ ,  $z$ -axlarna äro hufvudtröghetsaxlar:

$$L = \int k(x + \gamma'y + \gamma''z)(y\gamma'' - z\gamma')dm = k\gamma'\gamma''(C - B)$$

$$M = \int k(\gamma x + \gamma'y + \gamma''z)(z\gamma - x\gamma'')dm = k\gamma''\gamma(A - C)$$

$$N = \int k(\gamma x + \gamma'y + \gamma''z)(x\gamma' - y\gamma)dm = k\gamma\gamma'(B - A).$$

Införas dessa uttryck på  $L$ ,  $M$  och  $N$  uti (1), få de följande utseende — om man inför beteckningarne

$$A_1 = B - C \quad B_1 = C - A \quad C_1 = A - B \quad -$$

$$\left. \begin{aligned} A \frac{dp}{dt} &= A_1(qr - k\gamma'\gamma'') \\ B \frac{dq}{dt} &= B_1(rp - k\gamma''\gamma) \\ C \frac{dr}{dt} &= C_1(pq - k\gamma\gamma') \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Härtill kommer som förut

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\gamma}{dt} &= \gamma'r - \gamma''q \\ \frac{d\gamma'}{dt} &= \gamma''p - \gamma r \\ \frac{d\gamma''}{dt} &= \gamma q - \gamma'p \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Man erhåller utan svårighet fyra integraler:

1:o) lefvande kraftens integral

$$Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 + k(A\gamma^2 + B\gamma'^2 + C\gamma''^2) = k_1, \quad (8)$$

2:o) ytingtegralen

$$Ap\gamma + Bq\gamma' + Cr\gamma'' = k_2, \quad (9)$$

3:o) riktningskosinernas partikulära integral

$$\gamma^2 + \gamma'^2 + \gamma''^2 = 1 \quad (10)$$

4:o) samt såsom ny integral

$$A^2p^2 + B^2q^2 + C^2r^2 - k \cdot ABC \left( \frac{\gamma^2}{A} + \frac{\gamma'^2}{B} + \frac{\gamma''^2}{C} \right) = k_3. \quad (11)$$

Med hjälp af dessa fyra integraler kan man erhålla  $\gamma$ ,  $\gamma'$ ,  $\gamma''$  och  $r$  uttryckta i  $p$  och  $q$  och insätta dem i

$$\frac{A}{B} \frac{dp}{dq} = \frac{A_1 qr - k\gamma'\gamma''}{B_1 rp - k\gamma''\gamma}$$

och på sådant sätt erhålla en differentialeqvation mellan  $p$ ,  $q$  och  $\frac{dp}{dq}$ . Den blir emellertid af mycket komplicerad natur, och det har icke lyckats mig att utföra integrationen af densamma. Sannolikt blifva integralerna mångtydiga. Om man betecknar — jag antar tillsvidare  $A_1 \neq 0$ ,  $B_1 \neq 0$ ,  $C_1 \neq 0$  —

$$x_1 = \frac{A}{A_1}, \quad x^2 = \frac{B}{B_1}, \quad x_3 = \frac{C}{C_1},$$

erhålles af (8), (10) och (11):

$$\begin{aligned} k\gamma^2 &= x_2 q^2 - x_3 r^2 + \mu \\ k\gamma'^2 &= x_3 r^2 - x_1 p^2 + \mu' \\ k\gamma''^2 &= x_1 p^2 - x_2 q^2 + \mu'', \end{aligned}$$

der

$$\mu + \mu' + \mu'' = k,$$

men för öfrigt konstanterna  $\mu$ ,  $\mu'$ ,  $\mu''$  äro arbiträra.

En partikulär lösning erhålles lätt, om man på försök ponerar

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= \lambda p \\ \gamma' &= \lambda' q \\ \gamma'' &= \lambda'' r, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

der  $\lambda$ ,  $\lambda'$  och  $\lambda''$  beteckna konstanter, som skola bestämmas.

Eqvationerna (6) få formen

$$\left. \begin{aligned} A \frac{dp}{dt} &= A_1 q r (1 - k\lambda'\lambda'') \\ B \frac{dq}{dt} &= B_1 r p (1 - k\lambda''\lambda) \\ C \frac{dr}{dt} &= C_1 p q (1 - k\lambda\lambda') \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

och eqvationerna (7):

$$\left. \begin{aligned} \lambda \frac{dp}{dt} &= qr(\lambda' - \lambda'') \\ \lambda' \frac{dq}{dt} &= rp(\lambda'' - \lambda) \\ \lambda'' \frac{dr}{dt} &= pq(\lambda - \lambda') \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

För att systemen (13) och (14) skola vara identiska, fordras

$$\left. \begin{aligned} \frac{A}{A_1} \cdot \frac{1}{1 - k\lambda'\lambda''} &= \frac{\lambda}{\lambda' - \lambda''} \\ \frac{B}{B_1} \cdot \frac{1}{1 - k\lambda''\lambda} &= \frac{\lambda'}{\lambda'' - \lambda} \\ \frac{C}{C_1} \cdot \frac{1}{1 - k\lambda\lambda'} &= \frac{\lambda''}{\lambda - \lambda'} \end{aligned} \right\}$$

Sätt

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\lambda'\lambda''} &= k + f_1 \\ \frac{1}{\lambda''\lambda} &= k + f_2 \\ \frac{1}{\lambda\lambda'} &= k + f_3 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Häraf erhålles

$$\begin{aligned} \frac{A}{B - C} &= \frac{f_1}{f_2 - f_3} \\ \frac{B}{C - A} &= \frac{f_2}{f_3 - f_1} \\ \frac{C}{A - B} &= \frac{f_3}{f_1 - f_2} \end{aligned} .$$

$$\therefore f_1 = \frac{k}{\nu} \cdot A$$

$$f_2 = \frac{k}{\nu} \cdot B$$

$$f_3 = \frac{k}{\nu} \cdot C,$$

der  $\nu$  betecknar en obestämd konstant.

Man erhåller således

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{1}{\sqrt{k}} \cdot \sqrt{\frac{\nu(A+\nu)}{(B+\nu)(C+\nu)}} \\ \lambda' &= \frac{1}{\sqrt{k}} \cdot \sqrt{\frac{\nu(B+\nu)}{(C+\nu)(A+\nu)}} \\ \lambda'' &= \frac{1}{\sqrt{k}} \cdot \sqrt{\frac{\nu(C+\nu)}{(A+\nu)(B+\nu)}} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Likheterna (13) och (14) kunna derför skrivas

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= \frac{A_1}{A+\nu} \cdot qr \\ \frac{dq}{dt} &= \frac{B_1}{B+\nu} \cdot rp \\ \frac{dr}{dt} &= \frac{C_1}{C+\nu} \cdot pq \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Sätt

$$p^2 + q^2 + r^2 = \omega^2 \quad (19)$$

$$\therefore \omega \frac{d\omega}{dt} = pqr \cdot \sum \frac{A_1}{A+\nu} \quad (20)$$

Nu är

$$\left. \begin{aligned} p \frac{dp}{dt} &= pqr \cdot \frac{A_1}{A+\nu} \\ q \frac{dq}{dt} &= pqr \cdot \frac{B_1}{B+\nu} \\ r \frac{dr}{dt} &= pqr \cdot \frac{C_1}{C+\nu} \end{aligned} \right\}$$

Således är, om jag med  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $e_3$  betecknar tills vidare bestämda konstanter

$$\left. \begin{aligned} p^2 \cdot \sum \frac{A_1}{A+\nu} &= \frac{A_1}{A+\nu} (\omega^2 - e_1) \\ q^2 \cdot \sum \frac{A_1}{A+\nu} &= \frac{B_1}{B+\nu} (\omega^2 - e_2) \\ r^2 \cdot \sum \frac{C_1}{C+\nu} &= \frac{C_1}{C+\nu} (\omega^2 - e_3) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Af (19) och (21) följer

$$\sum \frac{e_1 A_1}{A + \nu} = 0. \quad (22)$$

Vidare skall

$$\lambda^2 p^2 + \lambda'^2 q^2 + \lambda''^2 r^2 = 1$$

$$\therefore \sum \frac{A_1}{A + \nu} = - \frac{\nu}{(A + \nu)(B + \nu)(C + \nu)} \cdot \sum e_1 A_1 (A + \nu). \quad (23)$$

Af (20) och (21) erhålles slutligen

$$\frac{d(\omega^2)}{dt} = \sqrt{4(\omega^2 - e_1)(\omega^2 - e_2)(\omega^2 - e_3)} \cdot \frac{V \frac{A_1 \cdot B_1 \cdot C_1}{(A + \nu)(B + \nu)(C + \nu)}}{\frac{A_1}{A + \nu} + \frac{B_1}{B + \nu} + \frac{C_1}{C + \nu}}. \quad (24)$$

Sätt

$$\omega^2 = \frac{3}{e_1 + e_2 + e_3} + \varphi \quad (25)$$

$$V \frac{A_1 \cdot B_1 \cdot C_1}{(A + \nu)(B + \nu)(C + \nu)} = j \cdot \left( \frac{A_1}{A + \nu} + \frac{B_1}{B + \nu} + \frac{C_1}{C + \nu} \right). \quad (26)$$

Då erhålles

$$\frac{d\varphi}{dt} = f \cdot \sqrt{4\varphi^3 - g_2\varphi - g_3}, \quad (27)$$

der  $g_2$  och  $g_3$  äro hela rationella funktioner af  $e_1, e_2, e_3$ . Denna equation har till integral

$$\varphi = p(ft + g), \quad (28)$$

der  $g$  är en arbiträr konstant.

Mina integraler innefattas i formlerna (21), (25) och (28). De innehålla konstanterna

$$\nu, e_1, e_2, e_3, f, g,$$

mellan hvilka existera relationerna (22) och (23). Jag har således endast fyra arbiträra konstanter att förfoga öfver. På samma sätt som POINSON vid POISSONS fall på geometriskt vis tolkar de analytiska lösningarne, kan man också göra här. I stället för centralellipsoiden studerar man den, hvars begränsning är

$$(A + \nu)\xi^2 + (B + \nu)\eta^2 + (C + \nu)\zeta^2 = 1.$$

Emellertid synes det mig onödigt att framställa dessa geometriska teorem, alldenstund generaliseringen är alldeles uppenbar.

Det fall, jag studerat, har endast gifvit en partikulär integral; dock är det lika allmänt som de tre lösta fallen vid tyngdproblemet, såsom innehållande fyra integrationskonstanter samt dessutom  $k$ . För det fall som hittills uteslutits, då

$$A = B,$$

erbjuder det ingen som helst svårighet att finna den fullständiga lösningen. Detta tillhör det fall, som DARBOUX behandlat på ofvan citerade ställe. Som han likväl icke bringar problemet till fullständig lösning, vill jag — äfvensom för sammanhangets skull — meddela dess lösning. För att icke i onödan specialisera skall jag ställa problemet något allmännare än jag gjort i det föregående och antaga, att för den verkande kraften

$$g \neq 0$$

och att kroppens masscentrum har till koordinater

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= 0 \\ y_0 &= 0 \\ z_0 &= \text{arbiträr.} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Antag

$$A \neq C.$$

Vidare införas beteckningarne

$$\left. \begin{aligned} \frac{A}{A_1} &= x \\ \frac{Mgz_0}{A_1} &= \lambda. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Differentialeqvationerna äro

$$\left. \begin{aligned} x \frac{dp}{dt} &= qr - k\gamma'\gamma'' - \lambda\gamma' \\ x \frac{dq}{dt} &= -rp + k\gamma''\gamma + \lambda\gamma \\ \frac{dr}{dt} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Den sista af dessa ger

$$r = \text{konst.} = n. \quad (32)$$



Vidare är — om  $C_0$  och  $C_1$  beteckna arbiträra konstanter —

$$\left. \begin{aligned} x(p^2 + q^2) &= k\gamma''^2 + 2\lambda\gamma'' + C_0 \\ p\gamma + q\gamma' &= \frac{1-x}{x} n\gamma'' + C_1 \\ \gamma^2 + \gamma'^2 &= 1 - \gamma''^2. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Multiplicera den 1:sta med den 3:dje och subtrahera produkten från

$$x^2(p\gamma + q\gamma')^2 = [(1-x)n\gamma'' + xC_1]^2$$

samt iakttag

$$\frac{d\gamma''}{dt} = \gamma q - \gamma' p,$$

så erhålles

$$\begin{aligned} x \cdot \left( \frac{d\gamma''}{dt} \right) &= k\gamma''^2 + 2\lambda\gamma'' + C_0 - \gamma''^2(k\gamma''^2 + 2\lambda\gamma'' + C_0) - \\ &- x \cdot \left[ \frac{1-x}{x} n\gamma'' + C_1 \right]^2 (= x\varphi(\gamma'')). \end{aligned} \quad (34)$$

Häraf erhålles

$$t + C_2 = \int \frac{d\gamma''}{\sqrt{\varphi(\gamma'')}} , \quad (35)$$

der  $C_2$  är en godtycklig konstant. Man erhåller — om  $g$  och  $h$  beteckna konstanter —

$$\gamma'' = \text{en bruten linjär funktion af } p(gt + h). \quad (36)$$

Sätt

$$\left. \begin{aligned} p + iq &= x_1 & p - iq &= x_2 \\ \gamma + i\gamma' &= y_1 & \gamma - i\gamma' &= y_2. \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

Då är

$$\left. \begin{aligned} x \cdot x_1 x_2 &= k\gamma''^2 + 2\lambda\gamma'' + C_0 \\ x_1 y_2 + x_2 y_1 &= 2 \cdot \left( \frac{n}{x} - n \right) \gamma'' + 2C_1 \\ y_1 y_2 &= 1 - \gamma''^2. \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

Vidare

$$\left. \begin{aligned} x \frac{dx_1}{dt} &= -ix_1 + ki\gamma'' y_1 + i\lambda y_1 \\ \frac{dy_1}{dt} &= i\gamma'' x_1 - iny_1. \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

Sätt

$$\frac{y_1}{x_1} = \varphi_1 \qquad \frac{y_2}{x_2} = \varphi_2. \qquad (40)$$

Man finner på grund af (38), att  $\varphi_1$  och  $\varphi_2$  äro de begge rötterna till eqvationen

$$\varphi^2 - 2 \cdot \frac{\left(\frac{n}{\pi} - n\right)\gamma'' + C_1}{k\gamma''^2 + 2\lambda\gamma'' + C_0} \cdot x \cdot \varphi + \frac{(1 - \gamma''^2)x}{k\gamma''^2 + 2\lambda\gamma'' + C_0} = 0. \quad (41)$$

Öfre likheten i (39) gifver

$$x \cdot \frac{dx_1}{x_1} = (-ni + ki\gamma'\varphi_1 + i\lambda\varphi_1)dt$$

$$\therefore x_1 = C_3 \cdot e^{-\frac{nit}{x} + \frac{ik}{x} \cdot \int \gamma'\varphi_1 dt + \frac{i\lambda}{x} \int \varphi_1 dt}, \quad (42)$$

der  $C_3$  betecknar en arbiträr konstant. Sedan erhållas  $x_2$  och  $y_2$  af (38), hvarefter slutligen  $p$ ,  $q$ ,  $\gamma$ ,  $\gamma'$  af (37). De integraler, man sålunda erhåller, äro fullkomligt allmänna, enär man har att förfoga öfver de arbiträra konstanterna

$$n, C_0, C_1, C_2, C_3.$$

Vidare ser man, att samtliga ingående variabler  $p$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $\gamma$ ,  $\gamma'$ ,  $\gamma''$  blifva entydiga funktioner af tiden.

Återstår det fall, då

$$A = B = C.$$

Problemet blir detsamma, som då tyngdkraften ensam verkar, och fallet erbjuder ingenting nytt.

Öfverallt i det föregående har jag nöjt mig med att beräkna

$$p, q, r, \gamma, \gamma', \gamma''.$$

De öfriga riktningskosinerna

$$\alpha, \alpha', \alpha'', \beta, \beta', \beta''$$

erhållas emellertid, så snart  $p$ ,  $q$ ,  $r$  äro kända med hjälp af den metod, som Prof. DARBOUX har framställt i sin *Theorie des Surfaces Première Partie* pag. 22—26. Man erhåller på sådant sätt lineära differentialeqvationer, som äro homogena och af 2:dra ordningen och hafva dubbelperiodiska koefficienter. Dessa kunna sedan integreras med hjälp af Prof. G. MITTAG-LEFFLERS teorem.

I början af denna uppsats antog jag om  $L$ ,  $M$  och  $N$ , att de kunde utvecklas efter hela positiva potenser af de ingående variablerna. Detta antagande synes dock onödigt för erhållande af entydiga lösningar. Sådana kunna *möjligen* äfven erhållas, om  $L$ ,  $M$  och  $N$  äro qvoter mellan homogena funktioner, af hvilka nämnarnes dimensioner med 1 l. 2 enheter understiga täljarnes.

En annan generalisering är den, då integralerna i stället för (3) skola hafva den form, som erhålles, om uti (3) i stället för  $t$  sättes  $t^{\frac{1}{m}}$ , der  $m$  är ett helt pos. tal. Integralerna hafva en sådan form vid rotation kring fix punkt under tyngdkraftens åverkan, dels om

$$\left. \begin{aligned} A &= B \\ 2 \cdot \frac{C}{A} &= 2 - \frac{m'}{m}, \end{aligned} \right\}$$

dels om

$$\left. \begin{aligned} A &= B \\ 2 \cdot \frac{A}{C} &= \frac{2m^2 - mm' + m'^2}{m^2} \\ z_0 &= 0, \end{aligned} \right\}$$

der  $m'$  betecknar ett helt positivt tal, som är mindre än  $m$ .

På ingen af dessa generaliseringar tänker jag nu inlåta mig, då helt säkert svårigheterna, der dessa ej öfvervunnits i det mera speciela fallet, vid de allmännare problemerna blifva ännu större, i synnerhet om jemte  $\gamma$ ,  $\gamma'$ ,  $\gamma''$  äfven  $\alpha$ ,  $\alpha'$ ,  $\alpha''$ ,  $\beta$ ,  $\beta'$ ,  $\beta''$  uppträda i  $L$ ,  $M$  och  $N$ .

Trouver un nombre premier plus grand qu'un nombre premier donné.

Par C. O. BOIJE AF GENNÄS.

[Communiqué le 13 septembre 1893 par G. MITTAG-LEFFLER.]

Soit  $p_n$  le nombre premier donné  $\geq 3$  et posons

$$P = 2^{\nu_1} \cdot 3^{\nu_2} \cdot 5^{\nu_3} \dots p_n^{\nu_n}$$

où le produit  $P$  contient *tous* les nombres premiers depuis 2 jusqu'à  $p_n$ . Il en résulte

$$\nu_i \geq 1; \quad i = 1, 2, 3, \dots n.$$

Décomposons  $P$  en deux facteurs  $\frac{P}{\delta}$  et  $\delta$  qui soient premiers entre eux. Par un propre choix de  $\delta$  on peut toujours satisfaire à l'inégalité suivante

$$\frac{P}{\delta} - \delta > 1.$$

Cela posé, la différence  $\frac{P}{\delta} - \delta$ , ne pouvant être divisible par aucun nombre premier égal ou inférieure à  $p_n$ , doit être ou un nombre premier plus grand que  $p_n$ , ou un nombre composé des facteurs premiers qui sont tous plus grands que  $p_n$ . Soit alors

$$\frac{P}{\delta} - \delta = Q = q_1^{\alpha_1} \cdot q_2^{\alpha_2} \cdot q_3^{\alpha_3} \dots q_t^{\alpha_t}$$

où les  $q$  représentent des nombres premiers différents et supérieurs à  $p_n$ .

Du reste on doit remarquer que les  $\alpha$  ne peuvent pas être nuls tous, car si l'on avait

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \dots = \alpha_t = 0$$

il en suivrait

$$Q = 1$$

ce qu'était contraire à l'hypothèse faite sur  $Q$ .

Maintenant  $p_n$  étant un nombre premier,  $p_n + 1$  est un nombre composé, tandis que le nombre suivant, c'est-à-dire  $p_n + 2$ , peut être un nombre premier; donc, les  $q$  étant plus grands que  $p_n$ , on peut poser

$$q_1 \geq p_n + 2$$

$$q_k > p_n + 2; \quad k = 2, 3, 4, \dots, t.$$

Par conséquent

$$q_1^{\alpha_1} \geq (p_n + 2)^{\alpha_1}$$

$$q_2^{\alpha_2} > (p_n + 2)^{\alpha_2}$$

$$q_3^{\alpha_3} > (p_n + 2)^{\alpha_3}$$

$$\dots \dots \dots$$

$$q_t^{\alpha_t} > (p_n + 2)^{\alpha_t}$$

et, en faisant le produit

$$Q > (p_n + 2)^{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_t}.$$

Si nous choisissons  $\delta$  de sorte que la condition

$$\frac{P}{\delta} - \delta = Q < (p_n + 2)^2$$

soit remplie, nous obtenons

$$(p_n + 2)^2 > (p_n + 2)^{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_t} = (p_n + 2)^{\sum \alpha}$$

d'où

$$\sum \alpha < 2$$

et par conséquent

$$\sum \alpha = 1.$$

Ainsi tous les  $\alpha$  dans l'expression  $Q$  sont nuls excepté un seul. Mais cela veut dire que  $Q$  est un nombre premier qui, étant plus grand que  $p_n$ , est le nombre cherché.

Le résultat obtenu peut être énoncé de cette autre manière:

Si'l n'existe entre  $p_n$  et  $p_n + \varphi$  aucun nombre premier, le nombre  $Q$ , définie par l'égalité

$$Q = \frac{P}{\delta} - \delta$$

est toujours un nombre premier supérieur à  $p_n$ , les conditions

$$Q > 1$$

$$Q < (p_n + \varphi)^2$$

étant remplies.

Dans ce qui précède nous avons supposé qu'il y existe entre un nombre et son carré au moins un nombre premier. En effet ce théorème a été démontré par M. POLIGNAC et peut être considéré comme conséquence immédiate d'un théorème connu de M. TCHÉBYCHEF.

En appliquant le résultat que nous venons de trouver, on voit sans peine que la méthode conduira nécessairement à un calcul fort pénible pour les valeurs de  $p_n$  un peu grandes. Par conséquent il nous faut la regarder plutôt comme une curiosité arithmétique de la même espèce que le théorème de WILSON. Enfin nous devons remarquer que notre méthode peut être généralisée en faisant les opérations sur deux nombres  $P_1$  et  $P_2$  premiers entre eux, dont l'un contiendra  $p_n^{\gamma_n}$ . Mais dans ce cas il n'est pas nécessaire que tous les nombres premiers inférieurs à  $p_n$  soient représentés dans le produit  $P_1 P_2$ .

# Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 454.)

- Dresden.** *K. Sächsisches statistisches Bureau.*  
Zeitschrift. Jahrg. 38(1892): H. 3—4 & Suppl. 4:o.
- Emden.** *Naturforschende Gesellschaft.*  
Jahresbericht. 77(1891/92). 8:o.
- Giessen.** *Oberhessische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde.*  
Bericht. 29. 1893. 8:o.
- 's-Gravenhage.** *Ministerie van binnenlandsche zaken.*  
Flora Batava. Afl. 301—302. Leiden 1893. 4:o.
- Göttingen.** *K. Gesellschaft der Wissenschaften.*  
Nachrichten. 1893: N:o 1—10. 8:o.  
WEBER, W., Werke. Bd 5. Berlin 1893. 8:o.
- Hamburg.** *Naturhistorisches Museum.*  
Mitteilungen. Jahrg. 10(1892): H. 1. 8:o.
- Harlem.** *Société Hollandaise des sciences.*  
Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles. T. 27 (1893):  
L. 1—2. 8:o.
- Helsingfors.** *Universitetet.*  
Akademiska afhandlingar. 1892—93. 13 st.  
Program. 1893/94. 4:o.  
Universitetsbibliotekets accessions-katalog. 9(1890—92). 8:o.  
— *Sällskapet för Finlands geografi.*  
Fennia. 8. 1893. 8:o.  
— *Finlands statistiska centralbyrå.*  
Bidrag till Finlands officiella statistik. 1: 11; 6: 21. 1892—93. 4:o.  
— *Finlands geologiska undersökning.*  
Kartbladen 22—24, med beskrifning. 1892. 8:o & Fol.
- Ithaca.** *Cornell university.*  
Library bulletin. Vol. 2: N:o 15—16; 3: 1, 3—4. 1891—93. 4:o.
- Jekaterinburg.** *Société Ouralienne des amis de la nature.*  
Sapiski. T. 14: V. 2. 1893. 8:o.
- Karlsruhe.** *Grossherzogl. technische Hochschule.*  
Afhandlingar, program m. m. 8 st.
- Kiel.** *Naturwissenschaftlicher Verein für Schleswig-Holstein.*  
Schriften. Bd 10: H. 1. 1893. 8:o.  
Litteratur-Bericht für Schleswig-Holstein, Hamburg u. Lübeck. 1892.  
8:o.  
— *Ministerial-Kommission zur wissenschaftlichen Untersuchung der deutschen Meere.*  
Bericht. 6(1887—91): H. 3. 1893. Fol.  
Ergebnisse der Beobachtungsstationen an den deutschen Küsten. Jahrg.  
1892: H. 1—3. 1893. Tv.fol.

(Forts. &amp; sid. 496.)

## Två vattenmärken vid Baggensstäket.

Af A. G. NERMAN.

[Meddeladt den 13 September 1893 genom P. G. Rosén.]

Af Bibliotekarien C. G. Styffe upptäcktes för snart fyrtio år sedan i General-Landtmäterikontoret en af Landtmätaren J. Hagman 1704 upprättad karta, som redogör för två vid Baggensstäket befintliga vattenmärken, hvilka, inhuggna i berg-hällar, hade tillkommit med anledning af den rättighet Karl XII den 7 Juni 1704 beviljat Stockholms Slottsbyggmästare, Nikodemus Tessin, att på vissa villkor upprepna nämnda stäk eller sund, hvilket förut kalladt Harstäket (Harustik), omnämnes redan på 1200-talet i en på latin författad sjöbeskrifning öfver farleden mellan Stockholm och södra Östersjön.<sup>1)</sup> Mot slutet af 1500-talet utbyttes det gamla namnet till Baggens stäk, antagligen efter den frejdade sjöhjelten Jakob Bagge, som skref sig till det der belägna Bo.

Vilkoren för farledens upprepning innehöllo bland annat, att Tessin skulle »efter sin utfästa lofven utmärka djupleken af nuvarande högsta jordmän under vattnet, der grundaste farten är, med en särdeles dertill gjord stock, som alltid skall hållas, som jordmänen under vattnet i farten nu är, så att alla farkoster, af hvad fotetal de ock äro, som kunnat härtills gå derigenom vid lägre eller högre vatten, skola vara från afgifter befriade.»

<sup>1)</sup> Beskrifningen återfinnes i Konung »Valdemars jordbok», som förvaras i Kongl. Biblioteket i Stockholm.



För detta ändamål inhögges den 19 Augusti 1704, enligt anteckning på Hagmans karta, ifrågavarande vattenmärken, det ena på norra och det andra på södra sidan om sundet, för att »såsom fundament» tjena »till berörde stocks anläggande, och blifver under dess horizontallinie  $15\frac{1}{3}$  fot.» Å samma karta finnes vidare antecknadt, äfven det af Hagman för den 13 Maj 1724, att han då åter varit vid Baggens stäk och »rättade djupleken uti den fria genomfarten, då ett märke högs i en påle, jemnt med vattnet, hvarunder rätta djupleken skulle blifva  $3\frac{1}{3}$  fot.»

Sedan Professorerne A. Erdmann och E. Edlund af Herr Styffe uppmärksamrats på den ifrågavarande kartan, afvägdes den 9 September 1855, hvarvid alla tre voro närvarande, meranämnda vattenmärken,<sup>1)</sup> hvilka då befunnos ligga olika högt, alldenstund det norra låg 13,88 fot = 4,121 meter, men det på fastlandet varande södra 15,04 fot = 4,465 meter öfver dagens vattenstånd, hvilket stod 14,0 fot = 4,156 meter öfver tröskeln i Stockholms Sluss. Samtidigt antogs Saltsjöns medelvattenstånd vara 14,09 fot = 4,183 meter öfver samma tröskel, hvadan märkenas höjd deröfver är 8,277 och 8,621.

Mellan de båda vattenmärkena, hvilka enligt Hagman skulle ligga lika högt, förefanns således en höjdskilnad af 0,344 meter, hvilken, ehuru afståndet mellan dem icke är större än omkring 133 meter, gifvit anledning till den förmodan, att sedan Hagmans tid det södra märket skulle hafva höjt sig 0,344 meter, men man kan också tänka sig att det norra lika mycket sänkt sig. Af anteckningarne på kartan har man vidare dragit den slutsatsen, att vattenytan den 13 Maj 1724 legat 12,0 fot = 3,562 meter under de båda märkena, hvilket emellertid icke bestämdt framhålles, utan endast att djupleken skulle blifva  $3\frac{1}{3}$  fot under märket i den utsatta pålen.

Frågan var af för stor vikt för att icke ådraga sig en viss uppmärksamhet, hvarför dåvarande geologen, numera hofint-

<sup>1)</sup> Öfversigt af Kongl. Vetenskaps Akademiens förhandlingar 1855 N:o 7.

denten A. Börtzell den 7 Oktober 1879,<sup>1)</sup> då dagens vattenstånd var 13,55 fot = 4,023 meter, och Saltsjöns medelvattenstånd antogs vara 13,79 fot = 4,094 meter, änyo afvägde ifrågavarande märken, hvarvid han fann det norra ligga 8,153 meter öfver slusströskeln; medan det enligt Erdmann skulle ligga =  $4,121 + 4,156 = 8,277$  meter. Skilnaden 0,124 meter kan icke gerna vara framkallad af annan orsak än den, att afvägningarne gått ut från vattenytorna, hvilka antagligen icke varit lika med de samtida i Stockholm.

Vidkommande åter det södra märket, så befanns höjden på dess lägsta ställe vara 8,468 och på dess högsta 8,488 meter. Ett medeltal häraf är 8,478 meter, hvadan enligt denna mätning höjdskilnaden mellan vattenmärkena skulle vara  $8,478 - 8,153 = 0,325$  meter eller 19 mm. mindre än enligt Erdmanns afvägning.

Vid de undersökningar, dem jag 1892 verkställde i och för en kanal öfver det i närheten af Baggensstak belägna Moranedet, var det af vikt för bestämmande af nämnda kanals rätta djup, att derstädes erhålla en i förhållande till Generalstabens normalhöjdpunkt på Riddarholmen känd fixpunkt, och alldenstund precisionsafvägningar, under ledning af professorn vid Generalstabens, P. G. Rosén samtidigt försiggingo i trakten, anmodade jag honom att låta afväga, ej blott den ifrågavarande fixpunkten, utan på vägen dit äfven de två vattenmärkena, hvarvid det norra befanns ligga 8,223 och det södra 8,546 meter öfver slusströskeln, som åter ligga 15,637 meter under normalhöjdpunkten. Saltsjöns medelvattenstånd ligger enligt Generalstabens antagande 3,967 meter öfver slusströskeln.

Enligt denna afvägning uppgår således höjdskilnaden till 0,323, medan den enligt Börtzell är 0,325 och enligt Erdmann 0,344 meter.

Den anmärkta skilnaden mellan Roséns och Börtzells mätningar, 2 mm. låter lätt förklara sig af vattenmärkenas beskaffenhet.

<sup>1)</sup> Öfversigt af Kongl. Vetenskaps Akademiens förhandlingar 1879, N:o 9.

Dessa omkring 30 cm. långa och 5 till 6 cm. djupa, äro inhuggna i sluttande berghällar. Det norra är i det närmaste vågrätt, medan det södra är lutande, och enär de derjemte hafva ganska ojemna underkanter, så har afvägningens noggranna utslag i väsendtlig mån berott af, hvarest afvägningsstången varit uppställd. Denna omständighet synes icke hafva varit uppmärksammas af Erdmann, men väl af de öfriga undersökningsförrättarne, hvaraf kan förklaras den stora skilnaden 19 å 21 mm. mellan de senares och den förres afvägningar.

Till förekommande i framtiden af all ovisshet härutinnan, har på min anmodan professor Rosén låtit utsätta två brons dubbar, en i närheten af hvardera märket, hvaraf den norra ligger 8,643 och den södra 8,425 meter öfver slusströskeln. Höjdskilnaden mellan dem är således 0,158 meter.

---

Hvad angår höjden på Saltsjöns medelvattenstånd, hvilken är antagen vara: af Erdmann 4,183, af Börtzell 4,094 och af Rosén 3,967 meter öfver slusströskeln, så är denna mycket beroende af huru man räknar. Den sistnämnda torde dock få anses vara den tillförlitligaste, såsom grundad på en längre tids iakttagelser, än som stått de andra undersökningsförrättarne till buds.

Såväl Erdmann som Börtzell hafva antagit att dagens vattenstånd, då afvägningarne verkställdes, skulle vara lika med dem vid Stockholms sluss. Förhållandet kan vara sådant, men äfven annorlunda, detta beroende af rådande vindar, samt om Saltsjön är stigande eller fallande, hvilket märkbart synes vid Baggensstäk, der strömmen vexlar ut eller in, ofta flere gånger på dagen.

Finge man utgå från de af Erdmann och Börtzell antagna medelvattenstånden, hänfödda till det norra märket, skulle den 9 September 1855 vattenytan vid Baggensstäk hafva legat 0,124 meter högre än samtidigt i Stockholm, hvilket emellertid förefaller vara något för mycket.

Vidkommande vattenståndets läge 1704 och 1724, så lemnar Hagmans anteckning derom ingen tillförlitlig upplysning. Man har antagit att det den 13 Maj sistnämnda år, skulle hafva legat 12,0 fot = 3,562 meter under märkena; men alldenstund dessa ligga olika högt, vet man icke från hvilketdera märket man bör räkna. Får man antaga att detta skett från det norra, skulle vattenståndet nämnda dag hafva varit 8,223—3,562 = 4,661 meter, och sålunda lägre än hvad det sedan dess många gånger har varit. Af Hagmans ofullständiga uppgift kan, enligt hvad ofvan framhållits, icke dragas någon bestämd slutsats. Detta oaktadt har man deraf trott sig finna att södra stranden vid Baggensstaket skulle på de 188 år, hvilka förflutit sedan Hagman satte ut sina märken, hafva höjt sig 0,323 meter. Detta är emellertid föga troligt, och måste därför i likhet med professorn Erdmann antagas, att Hagmans afvägning varit oriktig. Sådant kan lätt förklaras, ty afvägningsinstrument voro på den tiden icke kända, åtminstone icke sådane, som nu begagnas, hvarföre vid dylika mätningar rätskifva och vattenpass måste begagnas. Ännu då slussen i Stockholm byggdes, litade man mera på det senare än det förra. Den anmärkta skilnaden, som i det närmaste är en fot, kan lätt hafva uppkommit äfven genom felskrifning i afvägningsprotokollet, ty antagligen begagnades då, likasom långt in i våra tider, + och — tecken, i stället för att, på sätt nu sker, hänföra allt till ett gemensamt jämförelseplan.

Af dylika mätningar och afvägningar hafva emellertid dragits mycket vågade slutsatser, ända derhän att Saltsjöns medelvattenstånd skulle på seklet hafva sjunkit 1,2 meter eller på 1,000 år 12,0 meter. A. Celsius antog en än större sjunkning, enligt hvilken Östersjön skulle på 3,000 till 4,000 år blifva torr.

Hvad som tilldragit sig efter istidens slut och före den historiska tiden, är en fråga, som ännu är underkastad vetenskapliga forskningar, men af befintliga fornminnesmärken, bör med säkerhet dock kunna dragas den slutsatsen, att under den

historiska tiden kan en så stor sjunkning icke hafva egt rum. Midt emot Farsta vid Gustafsberg ligger nämligen en ättehög, som väl torde vara omkring 1,000 år gammal och hvars bottenyta icke ligger högre än omkring 5,3 meter öfver Saltsjöns nuvarande medelvattenstånd. Ett så högt vattenstånd skulle naturligtvis hafva sträckt sig äfven öfver hela Mälaren, hvilket åter jäfvas af några vid Sänga kyrka befintliga runstenar, hvilkas höjdläge icke är större än omkring 3,6 meter öfver Saltsjön. En i Spånga socken befintlig runristning i fast bäll ligger ungefär lika högt.

---

Vi äro härmed inne på frågan om den Skandinaviska vallens s. k. höjning, ett uttryck, som vann burskap genom Berzelius, då han på naturforskaremötet i Stockholm 1842 derom höll ett föredrag, hvilket antagligen blifvit annorlunda, derest han varit lika stor geolog, som han var kemist.

Frågan om denna höjning eller kanske rättare den om vattenytans sänkning, står väl icke i ett omedelbart, dock medelbart sammanhang med vattenmärkena vid Baggensstaket, hvarföre det må tillåtas mig att äfven derom yttra några ord.

Östersjön är egentligen ingenting annat än en stor insjö, hvilken med jmförelsevis små sund står i förbindelse med verldshafvet, med hvilket den ännu icke ställt sig i jemnhöjd. Detta torde väl icke heller någonsin komma att inträffa till följd af de ofantliga vattenmängder, hvilka strömma till Östersjön, fran hvars yta afdunstningen är jmförelsevis ringa. Östersjöns vattenstånd äro därför mycket beroende af rådande lufttryck, hvilket icke öfverallt på dess yta är lika stort, hvarföre, i Stockholms skärgård ätinestone, vattnet stiger vid lågt lufttryck, då regn väntas, och sjunker vid högt. Rådande vindar inverka äfven på vattenstånden. Sedan sunden vid Vaxholm numera äro till en del fyllda, finnes stor sannolikhet för att vattenståndet i Östersjön, t. ex. vid Grönskär utanför Sandhamn, understundom är högre, än hvad det samtidigt är i Stockholm, hvilket måste

inverka på medelvattenhöjderna i Stockholm och vid Sandhamn. Man vet af gjorda iakttagelser att vattenståndet vid Brandals sund i Söderteljeviken kan vara ända till 0,3 meter högre än samtidigt i Södertelje. En derstädes på Mälaresidan gjord iakttagelse förtjenar i sammanhang härmed att omnämnas, den nämligen, att så snart vid lugnt väder en norr ifrån kommande ångbåt gått in i Lina sundet, börjar vattenytan vid slussen att något sjunka.

Full kännedom af Östersjöns samtida vattenstånd på olika ställen utefter dess kuster erhålles först efter en längre tids iakttagelser å de sjelfverkande peglar, hvilka derstädes numera finnas. Dessa iakttagelser, hvilka ingå till Nautisk Meteorologiska Byrån, hvarifrån ett offentliggörande deraf kan vara att förvänta, böra blifva mycket upplysande, alldenstund peglarnes höjdlägen äro genom precisionsafvägningar kända och hänfödda till den i Stockholm befintliga normalhöjdpunkten.

Nu föreliggande fråga, som af d:r L. Holmström fått sitt rätta namn, »strandliniens förskjutning» är icke ny utan ganska gammal, ty redan E. Svedenborg har, för att icke tala om Urban Hjärne, skrivit derom 1719 i en drottning Ulrika Eleonora tillagnad afhandling: »Om vatnens högd och förra werldens starcka ebb och flod». Sedan dess hafva mer än sjuttio afhandlingar om samma sak skädat dagens ljus.

---

Mälarens vattenstånd hafva, synnerligast på senare tider, äfven ådragit sig en viss uppmärksamhet, och alldenstund jag, till följd af min tjenst, behöft dermed sysselsätta mig, torde, såsom en afslutning af det ofvan anförda, äfven derom böra yttras några ord.

Man har antagit, hvilket Erdmann framhåller i »Sveriges quartära bildningar», att i Mälarens vestra och norra vikar skulle medelvattenståndet vara 0,45 meter högre än det i Stockholm, hvilket åter antagits ligga 0,3 meter högre än Saltsjöns.

Genom jämförande mätningar stadgades hos mig emellertid så småningom den öfvertygelsen, det höjdskilnaderna mellan Mälarens vattenstånd icke kunde vara så stora som de af Erdmann antagits vara, och enär, vid bedömande af djupet i derstädes befintliga hamnar och farleder det var af vigt att känna huru dermed rätteligen förhöll sig, så gjordes af mig framställning om frågans utredning hos Konungens Befallningshafvande i Vestmanlands län, som underställde densamma Kongl. Maj:ts pröfning.

Den lyckliga utgången deraf blef den, att Kongl. Maj:t den 21 April 1886 i skrifvelse till Nautisk meteorologiska byrån, föreskref det vattenpegel, dock ej sjelfverkande, skulle upprättas vid Ryssgrafven, Kungsängen, Ekolsund, Vesterås, Blacken och Galten, hvaraf de två senare på båda sidor om Qvicksund. Iakttagelserna vid dem togo sin början redan nyssnämnda är och hafva dagligen sedan dess fortgått så länge sjön varit isfri. Iakttagelserna insändas till ofvan nämnda byrå, som äfven kommer att offentliggöra dem. Af hvad som redan iakttagits har man emellertid funnit att det af Erdmann gjorda antagandet icke är riktigt, samt att största höjdskilnaden mellan Riddarfjärden och Galten sällan uppgår till mera än 30 till 40 mn.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1893. N:o 7.  
Stockholm.

## En matematiskt-statistisk metod för bestämmande af vitaliteten inom en hel befolkning.

Af G. ENESTRÖM.

[Meddeladt den 13 september 1893 genom D. G. LINDHAGEN.]

Bland de många olika mätt, som blifvit använda eller föreslagna för att möjliggöra en jämförelse mellan vitalitets- och mortalitetsförhållandena inom olika länder, torde medellifslängden vid födelsen hittills haft de flesta förespråkare.<sup>1)</sup> Ju lifskraftigare befolkningen inom ett land är, så har man resonnerat, dess större måste medellifslängden vid födelsen vara och tvärtom. Mot detta betraktelsesätt har emellertid G. MEYER,<sup>2)</sup> med anslutning till en redan af QUETELET<sup>3)</sup> och ENGEL<sup>4)</sup> framhållen synpunkt, riktat den anmärkningen, att detsamma väl ur medicinalstatistisk synpunkt kan försvaras, men att det däremot,

<sup>1)</sup> Jämför särskildt G. MEYER, *Die mittlere Lebensdauer* (Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik 8, 1867, 1—46) samt 1, *Die neuesten Untersuchungen über die mittlere Lebensdauer* (därsammastädes 1, 1863, 606—631). Se äfven L. v. BORTKEWITSCH, *Die mittlere Lebensdauer. Die Methoden ihrer Bestimmung und ihr Verhältniss zur Sterblichkeitsmessung.* (Jena 1893.)

<sup>2)</sup> G. MEYER, nyss anf. st. sid. 7.

<sup>3)</sup> A. QUETELET, *Du système social et des lois qui le régissent* (Paris 1848), sid. 176.

<sup>4)</sup> Se särskildt F. ENGEL, *Über die Bedeutung der Bevölkerungs-Statistik* (Zeitschrift des statistischen Bureaus [Leipzig], 1, 1855, sid. 144—146) och samme författares uppsats: *Die Sterblichkeit und die Lebenserwartung im preussischen Staate und besonders in Berlin* (Zeitschrift des preussischen statistischen Bureaus 1, 1861, sid. 322—324).



använt vid socialpolitiska undersökningar, lätt ger anledning till oriktiga slutsatser. Denna anmärkning är också utan tvifvel väl befogad. Ty äfven om man ur medicinalstatistisk synpunkt erkänner det folk såsom i viss mening lifskraftigare, för hvilket medellifslängden vid födelsen är större, så är det därför alldeles icke sannt, att denna särskilda art af lifskraftighet ur socialpolitisk synpunkt har någon själfständig betydelse. I själfva verket måste man, såsom MEYER mycket riktigt framhåller, ur sistnämnda synpunkt särskilja mellan två olika grupper af innevänare, nämligen de arbetsföra och de icke arbetsföra. Till den senare gruppen kunna i regeln hänföras de, som äro yngre än 15 eller äldre än 70 år, till den förra åter de öfriga. Tänker man sig nu två länder, där under hvarje år 100,000 barn födas, af hvilka vid fyllda 15 år kvarlefva 75,000 och vid fyllda 70 år 35,000, samt antager man, att i båda länderna mortalitetsförhållandena inom åldern 15—70 år äro likartade, men att däremot i det ena landet alla de 25,000 barn, som afida före fyllda 15 år, dö redan under första lefnadsåret, och alla de 35,000 personer, som afida efter fyllda 70 år, dö i åldern 70—71 år, under det att i det andra landet alla de förstnämnda dö i åldern 14—15 år och alla de sistnämnda i åldern 102—103 år, så är det klart, att medellifslängden måste blifva högst betydligt större inom det senare landet än inom det förra, ehuru den arbetsföra befolkningen är lika stor i båda länderna. Men under sådana förhållanden innebär den större medellifslängden för det senare landet tydligen ingen fördel ur socialpolitisk synpunkt. Annorlunda ställer sig däremot saken, om man antager, att en individ i medeltal tillbringar *såsom arbetsför* längre tid i det senare landet än i det förra, och då den arbetsföra befolkningen, såsom ofvan anmärkts, är att söka inom åldersklasserna 15—70 år, borde det rätta måttet för en nations lifskraftighet således blifva icke antalet år, som en individ i medeltal genomlefver, utan snarare antalet år, som en individ i medeltal genomlefver inom åldern 15—70 år. Har man för ett särskildt land funnit, att under en viss tid *F* barn blifvit födda, och att dessa till-

sammans lefvat  $A$  år, sedan de fyllt 15 år och innan de uppnått 70 år, så blir  $\frac{A}{F}$  medeltalet genomledda år inom den nämnda aldern. Vet man nu vidare, att värdet af en arbetsförs persons årliga arbetsprodukt, sedan kostnaden för hans eget uppehälle blifvit frånräknad, utgör i genomsnitt  $k$  kronor, så borde

$$k \cdot \frac{A}{F}$$

kunna betraktas som uttryck för den lefvande kraft, en individ inom det ifrågavarande landet skulle utveckla, i fall mortaliteten ej underginge någon förändring; vore dessutom befolkningen stationär, skulle nämnda storhet också kunna betraktas som ett relativt mått för hela den lefvande kraften inom landet. Finge man ytterligare antaga, att i allmänhet kvantiteten  $k$  är ungefär lika stor för alla länder, så skulle man kunna använda  $\frac{A}{F}$  såsom ett relativt mått på vitaliteten i den ofvan angifna socialpolitiska betydelsen.

Vid en närmare undersökning finner man emellertid, att det nu angifna måttet af två skäl icke kan anses fullt tillfredsställande. Dels måste nämligen en del af den arbetsprodukt, som den arbetsföra befolkningen åstadkommer, användas för den icke arbetsföra befolkningens uppehälle; dels kan storheten  $kA$  icke anses såsom ett exakt mått på den lefvande kraft, en generation af  $F$  personer utvecklar inom fäderneslandet, enär på grund af emigrationen en del af de  $A$  åren tillbringas utom landets gränser, och arbetsprodukten under denna tid icke kommer landet till godo. Betecknar man med  $\bar{A}$  antalet år, hvilka de  $F$  personerna såsom arbetsföra tillbringa inom fäderneslandet, bör man således först i uttrycket  $k \cdot \frac{A}{F}$  ersätta  $A$  med  $\bar{A}$ ; vidare bör man från storheten  $k \cdot \frac{\bar{A}}{F}$  subtrahera värdet af det underhåll, som måste utgå till de  $F$  personerna under den tid, då de ej äro arbetsföra. Betecknar man med  $u$  medelunderhållskost-

*Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1893. Årg. 50. N:o 7.*

naden under ett år för en ej arbetsför individ, med  $\omega$  den högsta faktiskt förekommande lefnadsåldern, samt med  $\bar{A}_0$  och  $\bar{A}_1$  respektive antalet år, som de  $F$  personerna genomleva inom fäderneslandet i åldern 0—15 år och i åldern 70— $\omega$  år blir tydligen

$$k \frac{\bar{A}}{F} - u \frac{\bar{A}_0 + \bar{A}_1}{F}$$

värdet af det arbetsöfverskott, som en individ skulle hafva att uppvisa, om de rådande mortalitets- och emigrationsförhållandena ej framdeles underginge någon förändring, och betecknar man denna kvantitet med  $V$ , synes  $V$  lämpligen kunna användas såsom mått för vitaliteten ur socialpolitisk synpunkt. Är det fråga om att jämföra länder med stark folkökning eller minskning, bör man naturligtvis äfven taga hänsyn till denna omständighet, ifall man t. ex. söker beräkna nationalförmögenhetens tillväxt. Det ligger i sakens natur, att det nu angifna måttet alltid måste blifva mer eller mindre osäkert, enär man vid bestämmande af kvantiteten  $V$  egentligen borde taga hänsyn därtill, att inom åldern 15—70 år måste finnas ett visst antal invalider och odugliga personer, samt att å andra sidan bland dem, som fyllt 70 år, arbetsföra personer finnas. Man borde således till  $V$  foga dels en positiv, dels en negativ term, men då dessa termer torde ungefärligen motväga hvarandra, synes felet genom deras utelämnande ej blifva synnerligen stort.<sup>1)</sup>

Det ofvan angifna värdet af  $V$  kan tydligen äfven sättas under formen

$$V = (k + u) \frac{\bar{A}}{F} - u \frac{\bar{A}_0 + \bar{A} + \bar{A}_1}{F}; \dots (1)$$

men i högra ledet af denna ekvation är den andra faktorn till sista termen lika med medellifslängden vid födelsen, om man vid

<sup>1)</sup> Visserligen har WITTSTEIN i sitt arbete *Mathematische Statistik und deren Anwendung auf Nationalökonomie und Versicherungswissenschaft* (Hannover 1867), sid. 55, förklarat, att det skulle leda till obefogade slutsatser, om man valde en viss ålder till invaliditetsålder, men något bevis för detta påstående har han ej lämnat.

beräkningen därpå tager hänsyn blott till de år, som genomlefas inom landet; kalla vi denna storhet  $\overline{M}_0$ , och beteckna vi med  $\overline{M}_1$  storheten  $\frac{\overline{A}}{\overline{F}}$ , erhålla vi ekvationen

$$V = (k + u)\overline{M}_1 - u\overline{M}_0 . . . . . (2)$$

där de olika talen hafva följande betydelse:

$V \equiv$  vitaliteten ur socialpolitisk synpunkt;

$k \equiv$  det årliga medelarbetsöfverskottet för en arbetsför person;

$u \equiv$  den årliga medelunderstödkostnaden för en icke arbetsför person;

$\overline{M}_1 \equiv$  det antal år, ett nyfödt barn i medeltal har att genomleva inom fäderneslandet i åldern 15—70 år, om mortalitets- och emigrationsförhållandena ej undergå någon förändring.

$\overline{M}_0 \equiv$  medellifslängden vid födelsen, om hänsyn tages blott till de år, som genomlefas inom fäderneslandet.

För att kunna använda denna formel måste man bestämma storheterna  $k$ ,  $u$ ,  $\overline{M}_1$  och  $\overline{M}_0$ . De två sista storheterna kunna erhållas, om man för hvarje ålder känner sannolikheten att dö eller emigrera inom ett år. Man kan då utgå från 100,000 lefvande födda och därur successivt beräkna antalet inom landet kvarlevande personer i olika åldrar. Med ledning af den sålunda erhållna tabellen beräknar man på vanligt sätt hela antalet år att kvarleva inom landet och antalet år att kvarleva inom landet i åldern 15—70 år, samt dividerar båda dessa tal med 100,000.

Mera direkt kan man erhålla den nu ifrågasvarande tabellen, om man känner antalet inom olika åldersklasser befintliga personer vid två folkräkningar och antalet årligen födda barn under tiden mellan folkräkningarna. Låtom oss t. ex. antaga, att frågan gäller vitaliteten med hänsyn till decenniet 1881—1890, och att vid 1880 års slut funnos  $L_x$  personer i ålder  $x/x + 1$ , vid 1890 års slut  $L'_x$  personer i samma ålder, samt att under åren 1881, 1882, ... 1890 föddes i ordning  $F_1, F_2, \dots, F_{10}$  barn.

Sannolikheten för ett under kalenderåret  $t$  födt barn att lefva kvar inom landet vid slutet af kalenderåret  $t$ ,  $t+1$ ,  $t+2$ , ...,  $t+9$ , d. v. s. i åldern 0—1, 1—2, 2—3, ..., 9—10 år, kan då uttryckas i ordning genom bräken

$$\frac{L'_0}{F_{10}}, \frac{L'_1}{F_9}, \frac{L'_2}{F_8}, \dots, \frac{L'_9}{F_1}.$$

Å andra sidan kan, enär de med  $L_x$  och  $L'_{x+10}$  betecknade personerna tydligen tillhöra samma årskull, sannolikheten, att en person i åldern  $x/x+1$  år lefver kvar inom landet efter 10 år, d. v. s. i åldern  $x+10/x+11$  år, uttryckas genom bräket  $\frac{L'_{x+10}}{L_x}$ .

Utgår man nu från ett antal af  $a$  lefvande födda barn och betecknar man med  $l_{x/x+1}$  relativa antalet personer, som äro födda under kalenderåret  $t$  och lefva kvar inom landet vid slutet af året  $t+x$ , samt hvilka således vid denna tidpunkt befinna sig i åldern  $x/x+1$  år, blir tydligen:

$$\begin{aligned} l_{0/1} &= a \frac{L'_0}{F_{10}}, \quad l_{1/2} = a \frac{L'_1}{F_9}, \quad \dots, \quad l_{9/10} = a \frac{L'_9}{F_1}, \\ l_{10/11} &= a \frac{L'_0}{F_{10}} \cdot \frac{L'_{10}}{L_0}, \quad l_{11/12} = a \frac{L'_1}{F_9} \cdot \frac{L'_{11}}{L_1}, \dots, \quad l_{19/20} = a \frac{L'_9}{F_1} \cdot \frac{L'_{19}}{L_9}, \\ l_{20/21} &= a \frac{L'_0}{F_{10}} \cdot \frac{L'_{10}}{L_0} \cdot \frac{L'_{20}}{L_{10}}, \quad \dots, \quad l_{29/30} = a \frac{L'_9}{F_1} \cdot \frac{L'_{19}}{L_9} \cdot \frac{L'_{29}}{L_{19}}, \\ &\dots \end{aligned}$$

Beräknar man på detta sätt alla talen  $l_{0/1}$ ,  $l_{1/2}$ , ...,  $l_{\infty/\infty+1}$  och ordnar dem i tabellform, erhåller man tydligen en tabell för relativa antalet kvarlevande, hvilken skiljer sig från en vanlig sådan blott däri, att den angifver relativa antalet personer i olika ettårsklasser, som kvarleva inom landet vid en och samma tidpunkt, under förutsättning att hvarje år  $a$  barn födas, och barnsbörderna äro likformigt fördelade öfver hvarje kalenderår.

Vill man med tillhjälp af den nu antydda tabellen bestämma talen  $\bar{M}_1$  och  $\bar{M}_0$ , bör man observera, att relativa an-

talet inom landet kvarlevande personer vid åldern  $x$  år kan approximativt uttryckas genom

$$\frac{1}{2}(l_{x-1/x} + l_{x/x+1}),$$

och att således antalet kalenderår, som de  $a$  lefvande födda barnen skulle hafva att genomleva i åldern  $x/x+1$  år, om dödsfall eller emigration ej förekomme under åldersåret, skulle blifva just

$$\frac{1}{2}(l_{x-1/x} + l_{x/x+1}).$$

På grund af dödsfall och emigration bortgår emellertid i medeltal ett halft år för hvar och en, som dör eller emigrerar efter fyllda  $x$  år men före fyllda  $x+1$  år; då antalet af dessa är

$$\frac{1}{2}(l_{x-1/x} + l_{x/x+1}) - \frac{1}{2}(l_{x/x+1} + l_{x+1/x+2}),$$

blir det verkliga antalet genomledda år i åldern  $x/x+1$  år

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(l_{x-1/x} + l_{x/x+1}) - \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}(l_{x-1/x} + l_{x/x+1}) - \frac{1}{2}(l_{x/x+1} + l_{x+1/x+2})\right\} \\ = \frac{1}{4}(l_{x-1/x} + l_{x/x+1}) + \frac{1}{4}(l_{x/x+1} + l_{x+1/x+2}). \end{aligned}$$

Sätter man här successivt  $x = 15, 16, \dots, 69$  och adderar alla de sålunda erhållna storheterna samt dividerar summan med  $a$ , blir

$$\overline{M}_1 = \frac{1}{a}\left(\frac{1}{4}l_{14/15} + \frac{3}{4}l_{15/16} + l_{16/17} + \dots + l_{68/69} + \frac{3}{4}l_{69/70} + \frac{1}{4}l_{70/71}\right)$$

Då nu storheten  $\frac{1}{4a}(l_{14/15} + l_{70/71})$  mycket litet skiljer sig från  $\frac{1}{4a}(l_{15/16} + l_{69/70})$ , kan man utan nämnvärdt fel sätta  $\overline{M}_1$  under den enklare formen

$$\overline{M}_1 = \frac{1}{a}(l_{15/16} + l_{16/17} + \dots + l_{68/69} + l_{69/70}).$$

Denna formel kan också omedelbart erhållas, om man observerar, att  $l_{x/x+1}$  approximativt angifver relativa antalet personer, som kvarleva inom landet vid  $x + \frac{1}{2}$  års ålder, och därmed äfven representerar antalet år, som  $a$  lefvande födda barn tillsammans genomleva inom landet i åldern  $x/x + 1$  år.

På samma sätt finner man, att

$$\overline{M}_0 = \frac{1}{a}(l_{0/1} + l_{1/2} + \dots + l_{\omega/\omega+1}),$$

om man för enkelhetens skull antager, att äfven under första lefnadsåret dödsfallen äro ungefär likformigt fördelade öfver hela året. Detta antagande är visserligen icke exakt, men den därigenom uppkommande felaktigheten är i själfva verket försvinnande liten.

För att på ett särskildt exempel tillämpa de nu härledda formlerna, vill jag söka bestämma måttet för vitaliteten inom Sverige under decenniet 1881—1890. De olika tal, som äro behöfliga för beräkningen af storheterna  $\overline{M}_1$  och  $\overline{M}_0$ , återfinnas i följande tre tabeller.

I tab. 1 innehåller kol. 2 talen  $F_{10}, F_9, \dots, F_1$ , kol. 3 talen  $L'_0, L'_1, \dots, L'_9$  och kol. 5 bråken

$$\frac{L'_0}{F_{10}}, \frac{L'_1}{F_9}, \dots, \frac{L'_9}{F_1}.$$

Genom att multiplicera dessa bråk med 100,000 hafva talen i kol. 6 erhållits; dessa representera således antalet i olika ettårsklasser inom landet vid samma tidpunkt kvarlevande utaf 100,000 lefvande födda barn.

Tab. 1.

1	2	3	4	5	6
Kalender- år = $t$	Antalet levande födda barn under ka- lenderåret $t$	Antalet kvar- levande vid 1890 års slut bland dem, som blifvit födda under kalenderåret $t$	Lefnadsåldern vid 1890 års slut för dem, som blifvit födda under kalenderåret $t$  = $x/x + 1$ år	Proportionen mellan antalet under kalender- året $t$ födda barn och antalet vid 1890 års slut kvarlevande af samma kull, hvilken då inne- hade åldern $x/x + 1$ år	Antalet inom landet kvar- levande vid slutet af kalenderåret $t + x$ bland 100,000 under året $t$ levande födda barn
1890	133,597	121,835	0—1	0·91196	91,196
1889	132,069	114,759	1—2	0·86893	86,893
1888	136,451	115,965	2—3	0·84987	84,987
1887	140,169	116,794	3—4	0·83324	83,324
1886	139,882	113,252	4—5	0·80963	80,963
1885	137,308	109,714	5—6	0·79904	79,904
1884	138,745	109,010	6—7	0·78568	78,568
1883	132,875	103,503	7—8	0·77895	77,895
1882	134,300	101,675	8—9	0·75534	75,534
1881	132,804	99,189	9—10	0·74688	74,688

I tab. 2 innehåller kol. 2 talen  $L_0, L_1, \dots, L_{\omega-9}$ , kol. 3 talen  $L'_{10}, L'_{11}, \dots, L'_{\omega+1}$ , och kol. 5 bräken

$$\frac{L'_{10}}{L_0}, \frac{L'_{11}}{L_1}, \dots, \frac{L'_{\omega+1}}{L_{\omega-9}}.$$

Dessa bråk angifva omedelbart proportionen mellan antalet kvarlevande inom olika kullar vid slutet af de två åren 1880 och 1890. Då emellertid dessa kvarlevande 1880 befunno sig i åldern 0—1, 1—2, o. s. v. år, samt 1890 i åldern 10—11, 11—12, o. s. v. år, så kunna talen i kol. 5 äfven anses utmärka sannolikheterna för individer i en ålder af 0—1, 1—2, o. s. v. år att kvarleva inom landet efter 10 års förlopp. Någon utjämning af talen har jag icke ansett vara för här ifrågavarande ändamål behöflig.



Tab. 2.

1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Kalenderår = t	Antalet kvarlevande vid 1880 års slut bland dem, som föddes under året t	Antalet kvarlevande vid 1890 års slut bland dem, som föddes under året t	Antalet kvarlevande vid 1890 års slut bland dem, som föddes under året t	Proportionen mellan kvarlevande vid 1890 och 1880 års slut bland dem, som föddes under året t	Kalenderår = t	Antalet kvarlevande vid 1880 års slut bland dem, som föddes under året t	Antalet kvarlevande vid 1890 års slut bland dem, som föddes under året t	Antalet kvarlevande vid 1890 års slut för dem, som föddes under året t	Proportionen mellan kvarlevande vid 1890 och 1880 års slut bland dem, som föddes under året t
1880	120,749	98,705	0—1	0·81744	1851	61,485	53,450	29—30	0·86932
1879	118,279	100,947	1—2	0·85346	1850	61,378	53,571	30—31	0·87280
1878	109,529	95,883	2—3	0·87541	1849	62,676	55,006	31—32	0·87762
1877	110,153	98,156	3—4	0·89109	1848	57,365	50,532	32—33	0·88089
1876	103,994	93,929	4—5	0·90822	1847	54,122	47,701	33—34	0·88136
1875	101,887	92,582	5—6	0·91079	1846	52,641	46,453	34—35	0·88245
1874	97,251	88,240	6—7	0·90734	1845	55,171	48,891	35—36	0·88617
1873	96,835	87,112	7—8	0·89959	1844	57,599	51,010	36—37	0·88561
1872	93,858	82,624	8—9	0·88031	1843	54,069	47,875	37—38	0·88544
1871	96,285	82,201	9—10	0·85373	1842	54,601	48,275	38—39	0·88414
1870	89,724	73,743	10—11	0·82189	1841	51,524	45,594	39—40	0·88491
1869	86,881	70,319	11—12	0·80937	1840	53,113	46,831	40—41	0·88173
1868	78,608	61,913	12—13	0·78762	1839	48,935	42,901	41—42	0·87669
1867	88,188	68,533	13—14	0·77712	1838	46,763	41,251	42—43	0·88213
1866	96,023	74,277	14—15	0·77353	1837	48,244	42,362	43—44	0·87808
1865	94,325	72,458	15—16	0·76817	1836	49,823	43,499	44—45	0·87307
1864	94,287	72,537	16—17	0·76932	1835	51,270	44,588	45—46	0·86967
1863	92,842	70,918	17—18	0·76386	1834	51,747	44,716	46—47	0·86413
1862	88,316	67,718	18—19	0·76677	1833	51,012	43,930	47—48	0·86117
1861	83,129	63,499	19—20	0·77316	1832	45,742	39,086	48—49	0·85449
1860	85,598	67,152	20—21	0·78450	1831	42,298	35,960	49—50	0·85016
1859	84,277	67,170	21—22	0·79701	1830	45,102	37,857	50—51	0·83936
1858	81,364	65,976	22—23	0·81087	1829	46,412	38,614	51—52	0·83198
1857	73,004	59,726	23—24	0·81812	1828	43,734	35,891	52—53	0·82067
1856	68,875	57,304	24—25	0·83200	1827	40,384	32,750	53—54	0·81096
1855	68,036	57,058	25—26	0·83864	1826	44,619	35,781	54—55	0·80192
1854	71,138	60,550	26—27	0·85116	1825	45,540	35,822	55—56	0·78660
1853	63,846	54,745	27—28	0·85746	1824	42,113	32,693	56—57	0·77632
1852	59,184	51,197	28—29	0·86505	1823	43,409	33,327	57—58	0·76774

Tab. 2 (forts.).

1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Kalenderår = t	Antalet kvarlevande vid 1880 års slut bland dem, som föddes under året t	Antalet kvarlevande vid 1890 års slut bland dem, som föddes under året t	Lefnadsåldern vid 1880 års slut för dem, som föddes under året t	Proportionen mellan kvarlevande vid 1890 och 1880 års slut bland dem, som föddes under året t	Kalenderår = t	Antalet kvarlevande vid 1880 års slut bland dem, som föddes under året t	Antalet kvarlevande vid 1890 års slut bland dem, som föddes under året t	Lefnadsåldern vid 1880 års slut för dem, som föddes under året t	Proportionen mellan kvarlevande vid 1890 och 1880 års slut bland dem, som föddes under året t
1822	40,827	30,535	58—59	0.74791	1803	9,571	1,982	77—78	0.20708
1821	38,526	28,272	59—60	0.73384	1802	8,898	1,454	78—79	0.16341
1820	34,643	24,600	60—61	0.71010	1801	6,773	984	79—80	0.14528
1819	32,340	22,346	61—62	0.69097	1800	5,449	623	80—81	0.11433
1818	31,897	21,051	62—63	0.65875	1799	5,247	516	81—82	0.09834
1817	29,749	18,997	63—64	0.63858	1798	4,582	329	82—83	0.07359
1816	30,110	18,739	64—65	0.62235	1797	3,814	246	83—84	0.06450
1815	28,214	16,740	65—66	0.59332	1796	3,183	163	84—85	0.05121
1814	24,224	13,635	66—67	0.56287	1795	2,417	81	85—86	0.03351
1813	20,215	10,739	67—68	0.53124	1794	1,882	68	86—87	0.03613
1812	22,122	11,082	68—69	0.50093	1793	1,464	25	87—88	0.01708
1811	21,672	10,204	69—70	0.47084	1792	1,168	20	88—89	0.01712
1810	18,944	8,306	70—71	0.43845	1791	795	11	89—90	0.01384
1809	14,069	5,626	71—72	0.40081	1790	536	8	90—91	0.01493
1808	13,963	5,045	72—73	0.36131	1789	334	3	91—92	0.00898
1807	13,936	4,480	73—74	0.32321	1788	238	3	92—93	0.01260
1806	12,385	3,564	74—75	0.28777	1787	167	1	93—94	0.00599
1805	11,742	2,946	75—76	0.25089	1786	92	1	94—95	0.01087
1804	10,835	2,471	76—77	0.22806	1785	57	0	95—96	0.00000

I tab. 3 innehåller kol. 2 samma tal som kol. 5 i tab. 2, och i de 10 första raderna af kol. 3 samma tal som kol. 6 i tab. 1. Öfriga tal i kol. 3 hafva erhållits på det sätt, som formlerna för  $l_{10,11}$ ,  $l_{11,12}$ , o. s. v. å sid. 486 angifva; så har t. ex. talet 74,547, som svarar mot åldern 10—11 år, erhållits genom att multiplicera relativa antalet kvarlevande i åldern 0—1 år med sannolikheten för en individ i åldern 0—1 år att kvarleva

inom landet efter 10 år. Att talen i kol. 3 icke stadigt falla, beror naturligtvis därpå, att inom olika årskullar dödlighet- och emigrationsförhållandena under decenniet 1881—1890 icke varit fullt likartade. Vill man begagna tabellen för lifränteberäkningar, är det nödvändigt att först verkställa en utjämning, men för här ifrågasvarande ändamål kan tabellen äfven utan en sådan utjämning användas.

Tab. 3.

1	2	3	1	2	3
Ålder = $x/x+1$ år	Sannolik- heten för en individ i ål- dern $x/x+1$ år att kvar- leva inom landet efter 10 år	Antalet inom landet vid slutet af året $t+x$ kvar- levande i åldern $x/x+1$ år utaf 100,000 under året $t$ levande födde	Ålder = $x/x+1$ år	Sannolik- heten för en individ i ål- dern $x/x+1$ år att kvar- leva inom landet efter 10 år	Antalet inom landet vid slutet af året $t+x$ kvar- levande i åldern $x/x+1$ år utaf 100,000 under året $t$ levande födde
0—1	0·81744	91,196	22—23	0·81087	58,597
1—2	0·85346	86,893	23—24	0·81812	57,700
2—3	0·87541	84,987	24—25	0·83200	56,566
3—4	0·89109	83,324	25—26	0·83864	55,904
4—5	0·90322	80,963	26—27	0·85116	54,844
5—6	0·91079	79,904	27—28	0·85746	53,526
6—7	0·90734	78,568	28—29	0·86505	50,985
7—8	0·89959	77,895	29—30	0·86932	49,299
8—9	0·88031	75,534	30—31	0·87280	48,066
9—10	0·85373	74,688	31—32	0·87762	47,840
10—11	0·82189	74,547	32—33	0·88089	47,515
11—12	0·80937	74,160	33—34	0·88136	47,206
12—13	0·78762	74,398	34—35	0·88245	47,063
13—14	0·77712	74,249	35—36	0·88617	46,884
14—15	0·77353	73,127	36—37	0·88561	46,681
15—16	0·76817	72,775	37—38	0·88544	45,896
16—17	0·76932	71,285	38—39	0·88414	44,104
17—18	0·76386	70,074	39—40	0·88491	42,857
18—19	0·76677	66,493	40—41	0·88172	41,952
19—20	0·77316	63,763	41—42	0·87669	41,985
20—21	0·78450	61,269	42—43	0·88213	41,855
21—22	0·79701	60,023	43—44	0·87808	41,605

Tab. 3 (forts.).

1	2	3	1	2	3
Ålder = $x/x+1$ år	Sannolik- heten för en individ i ål- dern $x/x+1$ år att kvar- leva inom landet efter 10 år.	Antalet inom landet vid slutet af året $t+x$ kvar- levande i åldern $x/x+1$ år utaf 100,000 under året $t$ levande födde	Ålder = $x/x+1$ år	Sannolik- heten för en individ i ål- dern $x/x+1$ år att kvar- leva inom landet efter 10 år	Antalet inom landet vid slutet af året $t+x$ kvar- levande i åldern $x/x+1$ år utaf 100,000 under året $t$ levande födde.
44—45	0.87307	41,531	75—76	0.25089	16,868
45—46	0.86967	41,547	76—77	0.23806	15,610
46—47	0.86413	41,341	77—78	0.20708	14,274
47—48	0.86117	40,639	78—79	0.16841	12,484
48—49	0.85449	38,995	79—80	0.14528	11,140
49—50	0.85016	37,923	80—81	0.11438	9,667
50—51	0.83936	36,990	81—82	0.09884	8,481
51—52	0.83198	36,808	82—83	0.07259	7,209
52—53	0.82067	36,922	83—84	0.06450	6,095
53—54	0.81096	36,533	84—85	0.05121	5,196
54—55	0.80192	36,259	85—86	0.03851	4,231
55—56	0.78660	36,132	86—87	0.03613	3,560
56—57	0.77632	35,724	87—88	0.01708	2,956
57—58	0.76774	34,997	88—89	0.01712	2,040
58—59	0.74791	33,320	89—90	0.01384	1,618
59—60	0.73384	32,241	90—91	0.01493	1,105
60—61	0.71010	31,048	91—92	0.00898	834
61—62	0.69097	30,624	92—93	0.01260	523
62—63	0.65845	30,300	93—94	0.00599	394
63—64	0.63858	29,627	94—95	0.01087	267
64—65	0.62235	29,077	95—96	0.00000	142
65—66	0.59332	28,422	96—97	0.00000	129
66—67	0.56237	27,733	97—98	0.00000	51
67—68	0.53124	26,869	98—99	0.00000	35
68—69	0.50095	24,921	99—100	0.00000	22
69—70	0.47084	23,660	100—101	0.00000	16
70—71	0.43845	22,047	101—102	0.00000	7
71—72	0.40081	21,160	102—103	0.00000	7
72—73	0.36131	19,951	103—104	0.00000	1
73—74	0.32221	18,963	104—105	0.00000	3
74—75	0.28777	18,096			

För att erhålla värdena af  $\bar{M}_1$  och  $\bar{M}_0$  behöfver man i enlighet med det föregående blott summera talen i kol. 3 af tab. 3 dels från och med  $x = 15$  till och med  $x = 69$ , dels från och med  $x = 0$  till och med  $x = 104$ , samt dividera dessa summor med 100,000. Då nu de nämnda summorna befinnas vara i ordning 2,414,795 och 3,824,405, blir alltså

$$\bar{M}_1 = 24.15 \text{ och } \bar{M}_0 = 38.24$$

hvadän

$$V = (k + u)24.15 - u.38.24 = 24.15k - 14.09u.$$

Det återstår ännu att bestämma värdena för  $k$  och  $u$ . För detta ändamål skulle man kunna draga nytta af de undersökningar angående människans ekonomiska värde, hvilka af flere författare blifvit utförda. Så skulle t. ex. enligt BECKER för en tysk arbetare värdet af  $k$  kunna sättas ungefär lika med 200 mark,<sup>1)</sup> och enligt WITTSTEIN skulle man likaledes för en arbetare kunna sätta  $u = 450$  mark.<sup>2)</sup> Då emellertid några verkligt tillförlitliga data för bestämmande särskildt af storheten  $k$  ännu icke föreligga, har jag afstått från försöket att för  $V$  erhålla ett absolut tal. Om man får antaga, att i allmänhet storheterna  $k$  och  $u$  äro ungefär lika stora för alla land, så är ett sådant försök icke håller alldeles oundgängligt för här ifrågasvarande undersökning. Vill man nämligen med ledning af den nu angifna metoden jämföra vitaliteten inom något annat land med vitaliteten inom Sverige, har man att beräkna storheterna  $\bar{M}_1$  och  $\bar{M}_0$ ; visar det sig därvid, att för endera landet båda kvantiteterna äro ungefär lika stora, kan man betrakta båda folken såsom ungefär lika lifskraftiga. Eljes är det folket lifskraftigare där  $\bar{M}_1$  är större, åtminstone såvida ej samtidigt äfven  $\bar{M}_0 - \bar{M}_1$  är proportionsvis mycket stort.

<sup>1)</sup> Jfr A. N. KJÆR, *Om menneskets økonomiske værdi* (Statsøkonomisk tidsskrift [Christiania] 1892, sid. 35).

<sup>2)</sup> WITTSTEIN, *anf. arb.* sid. 49—53. — Egentligen motavvar enligt WITTSTEIN den angifna summan understödskostnaden för en arbetsför man.

Om befolkningen i ett land får betraktas såsom stationär, kan man, med bibehållande af grundtanken i den nu angifna metoden, erhålla ett mycket enkelt mått för vitaliteten. För detta ändamål bör man observera, att under ofvan gjorda antagande måste i hvarje ögonblick finnas  $l_{0/1}$  individer i åldern 0—1 år,  $l_{1/2}$  individer i åldern 1—2 år, o. s. v., så att under hvarje kalenderår genomlefas af samtliga individer tillsammans  $l_{0/1} + l_{1/2} + \dots + l_{\omega/\omega+1}$  år och af samtliga arbetsföra individer  $l_{15/16} + l_{16/17} + \dots + l_{69/70}$  år. Men nu är det klart, att ett folk måste vara lifskraftigare, ju större den senare storheten, som är just  $a\bar{M}_1$ , utfaller i förhållande till den förra, som är  $a\bar{M}_0$ , och såsom mått för vitaliteten inom en stationär befolkning kan man därför välja storheten  $\frac{\bar{M}_1}{\bar{M}_0}$ . Insätter man här exempel-

vis de ofvan för Sverige härledda värdena, erhåller man 0·6314.

Ur tab. 3 kan man äfven få en föreställning om det stora inflytande, emigrationen utöfvar på befolkningens numerär. Det framgår nämligen af tabellen, att, bland 100,000 lefvande födda, vid fyllda 29 år kvarlefva inom Sverige blott omkring 50,000, så att hälften redan vid denna ålder antingen dött eller emigrerat. Men enligt den lifslängdstabell, som Statistiska Centralbyrån utarbetat för decenniet 1871—1880, kvarlefde, af 100,000 lefvande födde, vid fyllda 29 år 68,004, och på grund af den förbättring, de sanitära förhållandena sedan dess ernått, torde man få antaga, att för decenniet 1881—1890 det nyss angifna talet kan höjas till omkring 75,000. Emigrationen har således redan vid åldern 29 år decimerat årskullarna med 25 %, och af ett antal födda barn kvarlefver följaktligen vid fyllda 29 år icke mindre än en fjärdedel utom Sveriges gränser.

# Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 472.)

**Kjöbenhavn.** *Kgl. danske Videnskabernes Selskab.*

Skrifter. Naturvidensk. og math. Afd. (6)7: 7. 1892. 4:o.

» Hist. og filos. Afd. (6)1: 2; 4: 1. 1893. 4:o.

Oversigt over Forhandlinger. 1892: N:o 3; 1893: 1. 8:o.

— *Universitetets zoologiske Museum.*

E Museo Lundii. Bd 2: H. 1. 1893. 4:o.

**Krakau.** *Akademia umiejtnosci.*

Rozprawy. Wydział matemat.-prz. (2) T. 4. 1893. 8:o.

» » filolog. (2) T. 2—3. 1893. 8:o.

Zbiór wiadomości do antropologii Krajowej. T. 16. 1892. 8:o.

Rocznik zarządu. Rok 1890; 1891/92. 8:o.

Acta rectoralia almæ universitatis Cracoviensis. T. 1: Fasc. 1. 1893. 8:o.

Biblioteka pisarzy Polskich. 23—24. 1892—93. 8:o.

RAMULT, S., Słownik języka Pomorskiego czyli Kaszubskiego. 1893. 4:o.

TEICHMANN, L., Naczynia limfatyczne w sloniowacinie (Elephantiasis Arabum). Text & Atlas. 1892. 4:o & Fol.

Bulletin international. 1893: 1—6. 8:o.

**Königsberg.** *Physikalisch-Oekonomische Gesellschaft.*

Schriften. Jahrg. 33(1892). 4:o.

**Lausanne.** *Société Vaudoise des sciences naturelles.*

Bulletin. (3) Vol. 29: N:o 111. 1893. 8:o.

**Leipzig.** *K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften.*

Abhandlungen. Philol.-hist. Cl. Bd 13: N:o 7. 1893. 8:o

» Math.-phys. Cl. Bd 20: N:o 1. 1893. 8:o.

Berichte über die Verhandlungen. Philol.-hist. Cl. 1893: 1. 8:o.

» » » » Math.-phys. Cl. 1893: 2—3. 8:o.

— *Astronomische Gesellschaft.*

Vierteljahrsschrift. Jahrg. 28(1893): H. 1—2. 8:o.

— *Verein für Erdkunde.*

Mitteilungen. 1892. 8:o.

**Lima.** *Sociedad geográfica.*

Boletín. T. 2: Cuad. 4. 1893. 8:o.

**London.** *Geologists' association.*

Proceedings. Vol. 13(1893): P. 1—3. 8:o.

— *Royal society.*

Proceedings. Vol. 53(1893): N:o 321—325. 8:o.

— *Linnean society.*

Transactions. (2) Zoology. Vol. 5: P. 8—10. 1892—93. 4:o.

» » Botany. Vol. 3: P. 8. 1893. 4:o.

Journal. Zoology. Vol. 24: N:o 152—154. 1892—93. 8:o.

» Botany. Vol. 29: N:o 202—204. 1892—93. 8:o.

List. 1892/93. 8:o.

**London.** *Anthropological institute.*

Journal. Vol. 20: N:o 4; 22: N:o 3-4. 1891-93. 8:o.

— *R. Astronomical society.*

Monthly notices. Vol. 53(1892/93): N:o 1-8. 8:o.

— *Chemical society.*

Journal. Vol. 63-64(1893): 1-9. 8:o.

Proceedings. N:o 118-122, 124-127. 1892-93. 8:o.

— *Geological society.*

Quarterly journal. Vol. 49(1893): P. 2-3. 8:o.

— *R. Microscopical society.*

Journal. 1893: P. 3-4. 8:o.

— *Zoological society.*

Transactions. Vol. 13: P. 6. 1893. 4:o.

Proceedings. 1893: P. 1. 8:o.

— *Royal gardens, Kew.*

Bulletin of miscellaneous information. 1893: N:o 73-80 & Appendix 1-2. 8:o.

**Lübeck.** *Geographische Gesellschaft und Naturhistorisches Museum.*

Mitteilungen. (2) H. 3. 1891. 8:o.

**Luxemburg.** »Fauna». *Verein Luxemburger Naturfreunde.*

Mittheilungen. Jahrg. 1893: N:o 3. 8:o.

**Madison.** *Washburn observatory.*

Publications. Vol. 6: P. 3-4. 1892. 4:o.

**Madras.** *Government observatory.*

Results of observations of the fixed stars. Vol. 6. 1893. 4:o.

**Madrid.** *Comision del mapa geológico de España.*

Memorias: ADÁN DE YARZA, R., Descripción de la provincia de Vizcaya. 1892. 8:o.

**Meriden.** *Scientific association.*

Annual address. 1892. 8:o.

**Mexico.** *Sociedad científica »Antonio Alzate.»*

Memorias y revista. T. 6(1892/93): N:o 1-10. 8:o.

**Milano.** *Società Italiana di scienze naturali.*

Atti. Vol. 34: Fasc. 1-3. 1892-93. 8:o.

**Montreal.** *Natural history society.*

The Canadian record of science. Vol. 5: N:o 2-5. 1892. 8:o.

**Moscou.** *Société Imp. des naturalistes.*

Bulletin. 1892: N:o 3-4; 1893: 1. 8:o.

**München.** *K. Bayerische Akademie der Wissenschaften.*

Abhandlungen. Hist. Cl. Bd 20: Abth. 2. 1893. 4:o.

Sitzungsberichte. Math.-physikal. Cl. 1893: H. 1-2. 8:o.

Philos.-philol. und hist. Cl. 1893: H. 1-2. 8:o.

**Napoli.** *Accademia delle scienze fisiche e matematiche.*

Rendiconto. (2) Vol. 7(1893): Fasc. 1-7. 4:o.

Atti. (2) Vol. 5. 1893. 4:o.

**New York.** *Academy of sciences.*

Annals. Vol. 7: N:o 1-5. 1893. 8:o.



**New York.** *American museum of natural history.*

Annual report. 1892. 8:o.

— *Microscopical society.*

Journal. Vol. 9(1893): N:o 1-3. 8:o.

**Ottawa.** *Field-naturalists' club.*

The Ottawa naturalist. Vol. 6(1892/93): N:o 9-10; 7(1893/94): 2-6. 8:o.

**Paris.** *Société de géographie.*

Bulletin. (7) T. 13(1892): Trim. 4. 8:o.

Comptes rendus des séances. 1893: N:o 1-13. 8:o.

— *Société géologique de France.*

Bulletin. (3) T. 20(1892): N:o 6; 21(1893): 1. 8:o.

— *Société zoologique de France.*

Mémoires. T. 5(1892): N:o 5. 8:o.

Bulletin. T. 17(1892): N:o 7-8; 18(1893): 1-2. 8:o.

— *Rédaction du Feuille des jeunes naturalistes.*

Feuille des jeunes naturalistes. Année 23(1892/93): N:o 265-276. 8:o.

Catalogue de la bibliothèque. Fasc. 16. 1893. 8:o.

**Philadelphia.** *Academy of natural sciences.*

Proceedings. 1893: P. 1. 8:o.

— *American philosophical society.*

Transactions. N. S. Vol. 17: P. 3; 18: 1. 1893. 4:o.

Proceedings. Vol. 31(1893): N:o 140-141. 8:o.

— *Geographical club.*

Bulletin. Vol. 1: N:o 1. 1893. 8:o.

**Prag.** *Ceska akademie cisare Frantiska Josefa.*

Rozpravy. Trida 2: Rocnik 1: cislo 1-23, 25-46. 1891-92. 8:o & 4:o.

» » 3: » 1 » 1-7. 1892-92. 8:o & 4:o.

Almanach. R. 1(1891)-3(1893). 16:o.

STROUHAL, V., O zivote a pusobeni D:ra A. Seydlera. 1892. 8:o.

**Roma.** *R. Accademia dei Lincei.*

Memorie. Cl. di scienze morali, storiche e filolog. (4) Vol. 10: P. 2 (1892): 1-12 & Indice; (5) Vol. 1: P. 2(1893): 1-3. 4:o.

Rendiconti. Cl. di scienze morali . . . (5) Vol. 2(1893): Fasc. 1-6. 8:o.

» Cl. di scienze fisiche . . . (4) Vol. 2(1893): Sem. 1: Fasc. 1-12; Sem. 2: 1-3. 4:o.

Rendiconto dell' adunanza solenne del 4 Giugno 1893. 4:o.

Annuario 1893. 12:o.

— *R. Comitato geologico d'Italia.*

Bollettino. Vol. 23(1892): N. 1-4. 8:o.

— *R. Istituto botanico di Roma.*

Annuario. Anno 5(1892): Fasc. 1. 4:o.

**Salem.** *Essex institute.*

Bulletin. Vol. 23(1891): N:o 1-12; 24(1892): 1-12. 8:o.

WILLSON, E. B., Henry Wheatland, M. D. 1893. 8:o.

**St. Louis.** *Missouri botanical garden.*

Report. 4. 1893. 8:o.

- San Francisco.** *California academy of sciences.*  
Occasional papers. 3. 1893. 8:o.  
*Zoe*, a biological journal. Vol. 1(1890): N:o 1-12; 2(1891): 1-4. 8:o.
- Santiago.** *Museo nacional de Chile.*  
Anales. Secc. 2: 1-5. 1892. 4:o.  
— *Deutscher wissenschaftlicher Verein.*  
Verhandlungen. Bd 2: H. 5-6. 1893. 8:o.
- St. Petersburg.** *Académie Imp. des sciences.*  
Wissenschaftliche Resultate der von N. M. PRZEWALSKI nach Central-Asien unternommenen Reisen. Zoologischer Theil. Bd 1: Lief. 1-4; 2: 1-2; 3: Abth. 2: 1-3. 1888-91. 4:o.  
— *Russkoe geografiskoe obschestvo.*  
Isvjestija. T. 29(1893): V. 1-4. 8:o.  
Otschet. 1892. 8:o.  
— *Comité géologique.*  
Carte géologique de la Russie d'Europe. 6 feuilles avec Note explicative. 1893. Fol. & 8:o.
- Stettin.** *Entomologischer Verein.*  
Entomologische Zeitung. Jahrg. 53(1892): N:o 1-12; 54(1893): 1-3. 8:o.
- Stuttgart.** *Verein für vaterländische Naturkunde in Württemberg.*  
Jahreshefte. Jahrg. 49. 1893. 8:o.
- Sydney.** *Department of mines and agriculture.*  
Annual report. 1892. Fol.  
Records of the Geological survey of New South Wales. Vol. 2: P. 2; 3: 2-3. 1890-93. 4:o.  
Memoirs of the Geological survey. Palæontology. N:o 7. 1890. 4:o.  
— *Australian museum.*  
Report of the trustees. 1892. Fol.  
Catalogue. N:o 15. 1893. 8:o.
- Tokyo.** *Imp. University, College of science.*  
Journal. Vol. 5: P. 4; 6: 2. 1893. 4:o.
- Torino.** *R. Accademia delle scienze.*  
Atti. Vol. 28(1892/93): Disp. 1-8 & Titel. 8:o.
- Venezia.** *Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti.*  
Temi di premio 1893. 8:o.
- Washington.** *Smithsonian institution.*  
Contributions to knowledge. Vol. 29: N:o 842. 1892. 4:o.  
Miscellaneous collections. Vol. 35: N:o 844. 1893. 8:o.  
Annual report. 1889/90. 8:o.  
— *U. S. National museum.*  
Bulletin. N:o 39: A-G; 40-42. 1891-92. 8:o.  
Proceedings. Vol. 14(1891). 8:o.  
— *Department of agriculture, Div. of ornithology and mammalogy.*  
Bulletin. N:o 3. 1893. 8:o.  
North American fauna. N:o 7. 1893. 8:o.

**Washington. U. S. Fish commission.**

Bulletin. Vol. 10(1890). 4:o.

— **U. S. Geological survey.**

Bulletin. N:o 82—86, 90—96. 1891—92. 8:o.

Mineral resources of the United States. 1891. 8:o.

Monographs. 17—18, 20 & Atlas. 4:o & Fol.

**Wellington. New Zealand institute.**

Transactions and proceedings. Vol. 25(1892). 8:o.

— **Colonial museum and geological survey of New Zealand.**

Annual report. 27(1891/92). 8:o.

**Wien. K. Akademie der Wissenschaften.**

Denkschriften. Math. Nat.-wiss. Cl. Bd 59. 1892. 4:o.

Sitzungsberichte. Philos.-hist. Cl. Bd 127(1892)—128(1893). 8:o.

» Math.-naturw. Cl. 1892. 8:o.

Abth. 1: Bd 101: H. 7—10.

» 2a. Bd 101: H. 6—10.

» 2b. Bd 101: H. 6—10.

» 3: Bd 101: H. 6—10.

Register. 13: Bd 97—100.

Monumenta conciliorum generalium seculi XV. Concil. Basil. script.

T. 3: P. 2. 1892. 4:o.

— **Zoologisch-botanische Gesellschaft.**

Verhandlungen. Bd 43(1893): Qu. 1—2. 8:o.

— **Verein zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse.**

Schriften. Bd 32(1891/92) & Nachtrag; 33(1892/93). 8:o.

— **K. K. Geologische Reichsanstalt.**

Jahrbuch. Bd 43(1893): H. 1. 8:o.

Verhandlungen. 1893: N:o 2—10. 8:o.

**Zürich. Naturforschende Gesellschaft.**

Vierteljahrschrift. Jahrg. 37(1892): H. 1—4; 38(1893): H. 1. 8:o.

**Utgifvaren.**

Acta mathematica red. G. MITTAG-LEFFLER. 17: 1—2. 1893. 4:o.

**Författarne.**

ANDERSSON, G., Om de växtgeografiska och växtpaleontologiska stödes för antagandet af klimatväxlingar under kvartärtiden. 1892. 8:o.

— Bland högfjällens växtvärld. Sthlm 1893. 8:o.

— Småskrifter. 2 st.

BERGENDAL, D., Einiges über den Uterus der Tricladen. Lpz. 1892. 4:o.

— Polypostia similis N. G. N. Sp. Lund 1893. 4:o.

— Einige Bemerkungen über Cryptocelides Lovéni. Lund 1893. 4:o.

LINDBERG, G. A., Rhipsalis puniceodiscus. Berlin 1893. 8:o.

LINDVALL, C. A., Supplement till brochyren Glacialperioden. Sthlm 1893. 8:o.

NILSON, L. F., Undersökning af svenska foder- och betesväxter. 2. Sthlm 1893. 8:o.

TRYBOM, F., Fiskevård och fiskodling. Sthlm 1893. 8:o.

**Författarne.**

- ABBE, C., The mechanics of the earths atmosphere. Wash. 1891. 8:o.  
 BONDORFF, A., Mesures des bases de Moloskovitzi et de Poulkovo  
 exécutées en 1888 avec l'appareil de Jäderin. Hfors 1892. 8:o.  
 LUCIO, R. DE, Gran revolución científica y filosófica. Madrid 1893. 8:o.  
 MUELLER, F. VON, Descriptive notes on Papuan plants. 4—9. 8:o.  
 MUYBRIDGE, E., Descriptive zoopraxography. Philad. 1893. 8:o.  
 NEHRING, A., Über angebliche Bastarden von Rehen. Neudamm 1893.  
 8:o.  
 STEENSTRUP, J., Det store Sølvfund ved Gundestrup i Jylland i 1891.  
 Khvn 1893. 8:o.  
 UPHAM, W., Eskers near Rochester. Rochester 1893. 8:o.  
 VOGEL, E., The atomic weights are, under atmospheric pressure, not  
 identical with the specific gravities. 1893. 8:o.  
 WINKLER, C., Anleitung zur chemischen Untersuchung der Industrie-  
 Gase. Abth. 1—2. Freiberg 1876—77. 8:o.  
 — Praktische Übungen in der Maassanalyse. Freib. 1888. 8:o.  
 — Lehrbuch der technischen Gasanalyse. Freib. 1892. 8:o.  
 WOLFF, Recherches sur les Aryas. Maçon. 8:o.



# ÖFVERSIGT

AF

## KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 50.

1893.

N<sup>o</sup> 8.

Onsdagen den 11 Oktober.

### INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar.....	sid. 503.
RYDBERG, Contributions à la connaissance des spectres linéaires.....	> 506.
ANDERSSON, Ueber die jüngsten Untersilurschichten der Insel Oeland....	> 521.
ENESTRÖM, Om en metod att vid matematiskt-statistiska undersökningar fördela en följd af femårsklasser i ettårsklasser .....	> 541.
Skänker till Akademiens bibliotek.....	sid. 504, 556.

Tillkännagafs, att Akademiens inländske ledamot, f. d. Professorn vid Karolinska Mediko-kirurgiska Institutet och Öfverläkaren vid Allmänna Barnhusinrättningen HJALMAR AUGUST ABELIN med döden afgått.

På grund af Kongl. Maj:ts derom meddelade uppdrag utsåg Akademien Professorerna OTTO PETTERSON och AUG. WIJKANDER samt Hr GUSTAF EKMAN i Göteborg till ledare af de med statsmedel bekostade, fortsatta hydrografiska undersökningarne af de Sverige omgifvande hafven.

Hr HASSELBERG redogjorde dels för de undersökningar, som af Lektor C. A. MEBIUS blifvit med understöd från Edlundska donationsfonden utförda öfver elektricitetens fortplantning genom förtunnade gaser, och dels för en uppsats af Docenten J. R. RYDBERG: »Contributions à la connaissance des spectres linéaires».\*

Hr PETTERSSON redogjorde för vissa delar af de vid 1877 års hydrografiska expedition under Prof. F. L. EKMANS ledning erhållna resultaten.

Hr Friherre NORDENSKIÖLD förevisade en i Finland funnen sten, som möjligen vore af meteoriskt ursprung.

Hr LINDSTRÖM meddelade en uppsats af studeranden J. G. ANDERSSON: »Ueber Blöcke aus dem jüngeren Untersilur der Insel Oeland vorkommend», samt redogjorde för densammas hufvudsakliga innehåll.\*

Hr MITTAG-LEFFLER redogjorde för några af honom utförda undersökningar om differentialeqvationer af andra ordningen med entydiga integraler. Densamme meddelade en uppsats af läraren vid Stockholms Högskola V. BJERKNES: »Dämpfungskonstanten des Hertzschen Oscillators und Resonators aus Resonanz-Erscheinungen».

Sekreteraren öfverlemnade på författarens vägnar en uppsats af Amanuens G. ENESTRÖM: »Om en metod att vid matematiskt-statistiska undersökningar fördela en följd af femårsklasser i ettårsklasser.»\*

Följande skänker anmälades:

### Till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

**Stockholm.** *Statistiska Centralbyrån.*

Bidrag till Sveriges officiella statistik. 4 häften. 4:o.

RODRIGUES, J. B., Plantas novas cultivadas no jardim botânico do Rio de Janeiro. 1891. 4:o.

CRULS, L., Instruções para as commissões Brasileiras que têm de observar a passagem de Venus pelo disco do sol, 1882. Rio de Janeiro 1882. 4:o.

— *Svenska trädgårdsföreningen.*

Tidskrift. 1893: N:o 1—9. 8:o.

— *Geologiska föreningen.*

Berlin. K. Preussische geolog. Landesanstalt.

Jahrbuch. Bd 12(1891). 8:o.

Strassburg. Geologische Landesanstalt von Elsass-Lothringen.

Mittheilungen. Bd 4: H. 2. 1893. 8:o.

Abhandlungen zur geolog. Spezialkarte von Elsass-Lothringen. Bd 5: H. 2. 1893. 8:o.

(Forts. å sid. 556.)

## Contributions à la connaissance des spectres linéaires.

Par J. R. RYDBERG.

[Communiqué le 11 octobre 1893 par B. HASSELBERG.]

Sous ce titre commun, nous allons publier une série de petits mémoires sur l'analyse spectrale. Les premiers se réfèrent principalement aux déterminations de M.M. KAYSER et RUNGE (Über die Spectren der Elemente, Abhandl. der Akad. der Wissensch. zu Berlin, 1888—92).<sup>1)</sup> Ils ont pour but d'évaluer ces matériaux d'une manière plus complète qu'on ne l'a fait jusqu'ici. Je profiterai en même temps de l'occasion pour répondre à quelques objections qui m'ont été adressées par M.M. KAYSER et RUNGE au sujet de mes travaux précédents dans ce domaine et de corriger quelques erreurs qu'ont commises ces savants dans l'arrangement des raies.

### I. Sur une nouvelle série du spectre du Magnésium.

Par mes recherches précédentes sur les spectres linéaires des éléments<sup>2)</sup> j'ai eu l'occasion de montrer la correspondance parfaite qui existe entre les séries d'espèce différente, qui ont été trouvées jusqu'ici dans les spectres des éléments étudiés. Parmi celles-ci, les séries doubles ou triples que j'ai désignées, d'après

<sup>1)</sup> Ces mémoires seront cités ci-dessous comme K.-R., I—VI.

<sup>2)</sup> Recherches sur la constitution des spectres d'émission des éléments chimiques. K. Svenska Vetensk. Akad. Handl., Bd. 23, N:o 11. Ce mémoire sera cité ci-dessous sous le titre de »Recherches».



leur aspect, par les noms de *groupe nébuleux* et *groupe étroit* se retrouvent dans tous les spectres. En outre les métaux alcalins possèdent un troisième groupe que j'ai nommé *groupe principal*, lié par les relations les plus intimes avec les autres. Outre ces séries il ne manque pas d'indications d'autres groupes, lesquels appartiennent probablement aux espèces sur lesquelles j'ai attiré l'attention à l'endroit cité (Recherches, pag. 139). Dans tous les cas il y a parmi les raies spectrales qu'on a mesurées un grand nombre de la relation desquelles entre elles ou avec les séries déjà connues nous n'avons pas d'idée.

Il doit donc être d'un intérêt tout particulier d'apprendre qu'on est en état d'indiquer avec certitude chez Mg une série de nouvelle espèce, laquelle est formée en outre de raies d'une intensité considérable. Voici les longueurs d'onde ( $\lambda$ ) et les nombres d'onde ( $n$ ) d'après M.M. KAYSER et RUNGE avec les différences  $\Delta n$  des nombres d'onde des termes consécutifs de la série. Les intensités ( $i$ ) sont données d'après les mêmes déterminations (échelle de 1 à 6 en tombant) et d'après WATTS, Index of spectra (échelle de 1 à 10 en montant, déterminations de M.M. LIVEING et DEWAR);  $m$  est le numéro d'ordre des termes dans la série.

m	i			$\lambda$	n	$\Delta n$
	étin- celle. WATTS.	arc voltaïque.				
		WATTS.	K.-R.			
3	8	6	3	5528.75	18087.27	3174.26
4	8	8	2	4703.33	21261.53	1715.46
5	4	8	2	4352.18	22976.99	1016.42
6	4	8	6	4167.81	23993.41	646.54
7	4	4	5	4058.45	24639.95	441.06
8	—	—	5	3987.08	25081.01	

En comparant ces valeurs de  $\Delta n$  avec le tableau des séries (Recherches, pag. 48—51), nous voyons tout de suite que les écarts sont très considérables de manière que la nouvelle série ne pourrait être représentée par la formule  $n = n_0 - N_0(m + \mu)^{-2}$

qu'avec une approximation très insuffisante. On ne peut non plus se servir de la formule de M.M. KAYSER et RUNGE  $n = a - bm^{-2} - cm^{-4}$ , à moins qu'on ne supprime le premier terme de la série en question. En variant aussi la constante  $N_0$  dans la première formule, on trouve un accord plus parfait. Mais l'accord ne devient complètement satisfaisant qu'après l'introduction d'une constante de plus, de manière qu'on fait usage de l'équation

$$10^8 \cdot \lambda^{-1} = n = a - b(m + \mu)^{-2} - c(m + \mu)^{-4},$$

qui est une combinaison des deux formules précédentes.

Les quatre premières raies nous donnent comme valeurs des constantes

$$10^8 \cdot \lambda^{-1} = n = 26631.44 - 111856.92(m + 0.406)^{-2} + 147764.05(m + 0.406)^{-4}.$$

Nous en trouvons les valeurs suivantes des longueurs d'onde des deux raies qui n'entrent pas dans le calcul.

$m$	$\lambda$ obs.	$\lambda$ calc.	diff.	limites des erreurs.
7	4058.45	4058.25	- 0.20	1.00
8	3987.08	3987.56	+ 0.48	1.00

Les limites d'erreurs dans les déterminations de M.M. KAYSER et RUNGE des autres raies ( $m = 3, 4, 5, 6$ ) sont resp. 0.10, 0.05, 0.05, 0.10.

Comme nous le voyons, un calcul plus précis n'est pas nécessaire, les écarts entre les valeurs calculées et observées des deux dernières raies étant situés dans les limites données des erreurs.

Cependant, malgré l'accord très satisfaisant, il est assez certain qu'une extrapolation pour des valeurs plus basses de  $m$  ne peut donner des résultats bien exacts. Il n'est donc pas possible de décider pour le moment si une raie observée par M. H. BECQUEREL,<sup>1)</sup> la longueur d'onde de laquelle il estime à

<sup>1)</sup> C. R., 99, pag. 374—376. 1884.

8990, se confond avec le terme  $m=2$  de la série précédente, laquelle nous donne  $\lambda=8533.85$ .

Les irrégularités que montrent les intensités des raies <sup>1)</sup> (p. ex. la raie 3 plus faible que 4, 6 plus faible que 7 chez K.-R.) dépendent probablement des méthodes de détermination.

## II. Sur le groupe étroit du spectre du Strontium.

En examinant le spectre du Strontium, M.M. KAYSER et RUNGE n'ont trouvé qu'une seule série de triplets, laquelle ils désignent comme la première série secondaire (correspondant à notre groupe nébuleux), tandis que dans tous les autres spectres linéaires qu'on a étudiés il y a aussi un groupe étroit (deuxième série secondaire d'après M.M. KAYSER et RUNGE). Ces savants appellent eux-mêmes l'attention sur cette singularité; ils croient voir dans ce fait une analogie avec les métaux alcalins de grand poids atomique. Qu'ils n'aient pas trouvé aussi le groupe étroit, cela est d'autant plus étonnant qu'ils ont déterminé eux-mêmes trois des termes appartenants comme doublets ou triplets aux mêmes différences des nombres d'onde que les termes du groupe nébuleux. Des trois termes deux ne sont que doubles, le troisième composant, le plus faible, n'est pas observé. Nous donnerons ci-dessous les valeurs de  $10^8 \cdot \lambda^{-1}$  d'après M.M. KAYSER et RUNGE avec leurs différences  $\nu_1$  et  $\nu_2$  et les numéros d'ordre des termes.

$m$	4	5	6	7
$Sr[s_1]$	22531.56	—	27558.69	28533.11
$\nu_1$	394.39		394.18	395.55
$Sr[s_2]$	22925.95	—	27952.87	28928.66
$\nu_2$	186.89			
$Sr[s_3]$	23112.84	—	—	—

<sup>1)</sup> Cfr Recherches, pag. 68.

Pour le calcul des séries je serai usage de la formule de  
M.M. KAYSER et RUNGE

$$10^8 \cdot \lambda^{-1} = a - bm^{-2} - cm^{-4}$$

pour compléter leur table de constantes. Dans un autre mémoire je reviendrai prochainement à la formule des séries et je calculerai de nouveau les séries de *Sr*. En se servant du moyen  $\nu_1 = 394.25$  de tous les triplets exactement mesurés et en donnant le même poids aux nombres d'onde que nous venons de citer, on obtient d'après la formule ci-dessus les équations des trois séries du groupe étroit

$$Sr[S_1] \quad 10^8 \cdot \lambda^{-1} = 31066.16 - 118044 \, m^{-2} - 296136 \, m^{-4}$$

$$Sr[S_2] \quad \quad \quad = 31460.41 - 118044 \, m^{-2} - 296136 \, m^{-4}$$

$$Sr[S_3] \quad \quad \quad = 31647.30 - 118044 \, m^{-2} - 296136 \, m^{-4}$$

Donc les constantes s'accordent avec celles des équations correspondantes du groupe nébuleux

$$Sr[D_1] \quad 10^8 \cdot \lambda^{-1} = 31030.64 - 122328 \, m^{-2} - 837473 \, m^{-4}$$

$$Sr[D_2] \quad \quad \quad = 31424.67 - 122328 \, m^{-2} - 837473 \, m^{-4}$$

$$Sr[D_3] \quad \quad \quad = 31610.58 - 122328 \, m^{-2} - 837473 \, m^{-4}$$

de la même manière que les constantes des éléments voisins *Mg* et *Ca* (K.-R., IV, pag. 55).

Les longueurs d'onde calculées avec les différences obs.—calc. sont

<i>m</i>	4	5	6	7
<i>Sr</i> [ <i>S</i> <sub>1</sub> ]	4438.21 + 0.01	3865.99 —	3628.62 ± 0.00	3504.62 + 0.08
<i>Sr</i> [ <i>S</i> <sub>2</sub> ]	4361.88 — 0.01	3807.87 —	3577.45 ± 0.00	3456.86 — 0.08
<i>Sr</i> [ <i>S</i> <sub>3</sub> ]	4326.61 — 0.01	3780.47 —	3553.69 —	3434.67 —

Le triplet du numéro d'ordre 5 n'est pas observé par M.M. KAYSER et RUNGE, ce qui dépend sans doute de ce qu'il a été caché par la bande forte de *Cy* située dans la même partie du spectre. Il s'ensuit que cela n'est pas accidentel par ce que les domaines des grandes bandes de l'arc voltaïque dans tous les spectres étudiés semblent beaucoup plus pauvres en raies des éléments en question que ne le sont les parties voisines, ce dont on ne saurait d'ailleurs donner de raison.

### III. Sur les triplets composés des éléments bivalents.

1. Dans mon exposé détaillé de la constitution des spectres linéaires j'ai déjà plusieurs fois traité les triplets composés de *Ca*, *Cd* et *Hg* (Recherches, pag. 22, 135—137), qui forment les premiers termes des groupes nébuleux. En même temps j'ai énoncé des suppositions sur la relation des composants (pag. 22) et sur la nature de ces groupes de raies en général (pag. 135—137). Depuis de nouvelles déterminations de ces raies ont été exécutées par M.M. KAYSER et RUNGE <sup>1)</sup> et chez les deux derniers éléments comme chez *Zn* et *Sr* de nouveaux triplets composés ont été découverts. Par cet accroissement des matériaux nous sommes en état d'éclaircir différents points sur lesquels on n'avait auparavant que des conjectures. Mais l'examen de la véritable relation de ces raies nous offre aussi un grand intérêt général pour la connaissance de la constitution des spectres linéaires parce que M.M. KAYSER et RUNGE, sans reconnaître les lois qui ressortent de leurs déterminations, ont mis en doute l'invariabilité des différences des nombres d'onde et adopté des valeurs différentes de ces différences chez les groupes étroits et les groupes nébuleux (l. c. pag. 54). Cependant puisque l'invariabilité des différences forme la base de tout l'arrangement des spectres linéaires, il ne faut pas y renoncer tout simplement, surtout parce que cette propriété des spectres nous fournit le seul moyen connu jusqu'ici de reconnaître avec certitude la liaison des raies. (Cfr Recherches, pag. 24).

2. Les triplets composés de *Ca*, *Sr*, *Zn*, *Cd*, à en juger par les déterminations disponibles, semblent formés de la même manière. Les triplets correspondants de *Hg* suivent une autre règle. Comme exemple de la première espèce nous citerons les nombres d'onde d'un des triplets de *Cd* avec les intensités correspondantes des raies (d'après M.M. KAYSER et RUNGE) et les indices adoptés.

<sup>1)</sup> Über die Spectren der Elemente, IV, Abhandl. der Akad. der Wissensch. zu Berlin, 1891.

*Cd*[*D*, 2]

index	<i>i</i>	<i>n</i>	index	<i>i</i>	<i>n</i>	index	<i>i</i>	<i>n</i>
13	4	27665.73	23	2	28837.06	33	1	29379.45
12	2	27677.52	22	1	28848.96			
11	1	27695.77						

Nous avons d'abord une raie triple qui correspond à la première raie des triplets simples. Des trois composants, que j'ai désignés par 11, 12, 13, le plus réfrangible est toujours le plus fort, le moins réfrangible le plus faible. La deuxième raie des triplets simples est représentée par une raie double, dont les composants sont désignés par 22 et 23; la raie la plus réfrangible est aussi la plus forte. En dernier lieu une raie simple, 33, correspond à la troisième raie des triplets simples.

De ces triplets qui sont connus le plus complètement il n'y a jusqu'ici que quatre, savoir un seul chez chacun des éléments *Ca*, *Sr*, *Zn*, *Cd*. En outre on connaît par les déterminations de M.M. KAYSER et RUNGE chez *Sr* et *Cd* deux triplets dans lesquels on n'a pas vu la raie 13. Dans un autre triplet de *Cd* la deuxième raie (22 et 23) a été vue double, mais les composants n'ont pas été mesurés séparément. Qu'on ait le droit de se servir dans ces groupes incomplets des mêmes désignations des raies spéciales que dans les précédents, c'est ce qui ressortira sans doute des relations que nous allons énoncer ci-dessous.

3. Pour établir ces relations il nous faudra des valeurs définitives des différences  $\nu_1$  et  $\nu_2$  des nombres d'onde. C'est pourquoi nous commencerons par la détermination de ces nombres, en nous servant de toutes les différences de  $\nu_1$  et  $\nu_2$  qui n'appartiennent pas aux séries nébuleuses. Or il y a outre le groupe étroit chez *Ca* et *Sr* quelques autres triplets qui possèdent sans doute des différences de la même grandeur que les autres.<sup>1)</sup> Cependant les moyennes qu'on en obtient ne peuvent être con-

<sup>1)</sup> Nous reviendrons dans un autre mémoire à ces groupes de raies.

sidérées comme des valeurs définitives parce que les mêmes différences, comme nous le verrons, se trouveront aussi dans les groupes nébuleux. Les valeurs qui seront calculées de toutes les différences déterminées avec certitude seront données à la fin de ce mémoire (n:o 8).

*Ca.*

1	$\nu_1$	2	$\nu_2$	3
(10) 16227.29	106.01	(5) 16333.80	52.11	(5) 16385.41
(3) 23154.58	105.89	(3) 23260.47	52.21	(3) 23312.68
(3) 23241.33	105.92	(3) 23347.25	—	—
(5) 25164.26	105.94	(5) 25270.20	52.09	(5) 25322.29
(5) 28671.70	105.44	(5) 28777.14	52.27	(5) 28829.41
(10) 30429.72	105.75	(10) 30535.47	52.02	(10) 30587.49
(5) 33256.29	105.78	(5) 33362.02	—	—
—	—	(10) 33336.00	52.31	(5) 33388.31

Moyennes  $\nu_1 = 105.81 \pm 0.05$ . $\nu_2 = 52.17 \pm 0.08$ .*Sr.*

(3) 20507.14	393.99	(5) 20901.13	186.71	(3) 21087.84
(3) 20781.34	394.24	(3) 21175.58	—	—
(3) 22531.56	394.39	(3) 22925.95	186.89	(3) 23112.84
(10) 27558.69	394.18	(10) 27952.87	—	—
(3) 29705.06	394.39	(3) 30099.45	186.97	(5) 30286.42
(5) 29838.72	394.32	(5) 30233.04	—	—

Moyennes  $\nu_1 = 394.25 \pm 0.04$ . $\nu_2 = 186.86 \pm 0.05$ .*Zn.*

(3) 20786.95	389.85	(5) 21176.30	189.49	(5) 21365.79
(5) 32550.07	388.77	(5) 32938.84	190.20	(5) 33129.04
(5) 36865.00	388.80	(5) 37253.80	189.99	(5) 37443.79
(10) 38940.96	389.94	(10) 39330.90	189.48	(10) 39520.38
(15) 40101.54	388.88	(15) 40490.42	—	—

Moyennes  $\nu_1 = 389.15 \pm 0.15$ . $\nu_2 = 189.79 \pm 0.12$ .

*Cd.*

1	$\nu_1$	2	$\nu_2$	3
(5) 19661.58	1171.36	(5) 20832.94	542.03	(5) 21374.97
(3) 27399.21	1171.48	(5) 28570.69	—	—
(5) 30744.35	1170.98	(20) 31915.33	541.35	(10) 32456.68
(20) 33272.00	1172.28	(50) 34444.28	—	—
(15) 33765.08	1171.13	(10) 34936.21	541.64	(10) 35477.85
(3) 34863.25	1171.62	(3) 36034.87	541.97	(5) 36576.84
(5) 36864.32	1170.79	(10) 38035.11	543.05	(10) 38578.16
(10) 37989.73	1170.52	(20) 39160.25	—	—
(5) 42930.43	1170.42	(10) 44100.85	543.40	(5) 44644.25

Moyennes  $\nu_1 = 1171.18 \pm 0.18$ . $\nu_2 = 542.24 \pm 0.22$ .

Les moyennes ont été calculées en donnant le même poids à toutes les déterminations. Car comme on peut en juger par les limites des écarts des longueurs d'onde qui sont données (en 100-ièmes d'une unité d'ÅNGSTRÖM) à côté des nombres d'onde, aucune relation ne se fait voir entre l'incertitude des déterminations, et les écarts des moyennes de  $\nu$ .

Des triplets plus faibles chez lesquels les écarts des nombres d'onde s'élèvent à plusieurs unités quelques-uns ont été supprimés.

4. Maintenant nous reviendrons aux triplets composés et nous citerons dans le même ordre qu'auparavant toutes les déterminations disponibles des spectres différents. Les nombres en parenthèses ont été calculés en se servant des valeurs définitives de  $\nu_1$  et  $\nu_2$  (n:o 8).

*Ca.*

Jusqu'ici on n'a mesuré qu'un seul triplet de l'espèce en question.

n	$\nu_1$	n	$\nu_2$	n
13 22437.57	105.97	23 22543.54	52.21	33 22595.75
diff. 3.68		diff. 3.71		
12 22441.25	106.00	22 22547.25		
diff. 5.59				
11 22446.84				

Moyennes  $\nu_1 = 105.99$ . $\nu_2 = 52.21$ .



## Sr.

Trois triplets sont connus, à 6, 5 et 4 raies resp.

$n$	$\nu_1$	$n$	$\nu_2$	$n$
13 20113.23 diff. 15.15	393.91	23 20507.14 15.53	187.24	33 20694.38
12 20128.88 diff. 22.96	394.29	22 20522.67		
11 20151.84				
13 (24793.75) diff. (4.70)	(394.21)	23 25187.96 4.64	186.89	33 25374.85
12 24798.45 diff. 12.68	394.15	22 25192.60		
11 24811.13				
13 (26973.81) diff. (4.34)	(394.21)	23 27368.02 4.34	186.64	33 27554.66
12 (26978.15) diff. (5.99)	(394.21)	22 27372.36		
11 26984.14				

Moyennes  $\nu_1 = 394.12$ . $\nu_2 = 186.92$ .

## Zn.

Deux triplets composés sont connus. L'un d'eux n'a cependant que quatre raies.

13 29886.07 diff. 3.76	389.16	23 30275.23 3.30	190.10	33 30465.33
12 29889.88 diff. 4.37	388.70	22 30278.53		
11 29894.20				
13 (35698.31) diff. (1.43)	(389.09)	23 36087.40 1.43	190.09	33 36277.49
12 (35699.74) diff. (1.79)	(389.09)	22 36088.83		
11 35701.53				

Moyennes  $\nu_1 = 388.98$ . $\nu_2 = 190.10$ .

*Cd.*

Comme chez *Sr* il y a aussi chez *Cd* trois triplets mesurés à resp. 6, 5 et 4 raies.

"		$\nu_1$	"		$\nu_2$	"	
13	27665.78	1171.33	23	28837.06	542.39	33	29379.45
diff.	11.79			11.90			
12	27677.52	1171.44	22	28848.96			
diff.	18.25						
11	27695.77						
13	(33534.92)	(1171.15)	23	34706.07	542.31	33	35248.38
diff.	(5.69)			5.55			
12	33540.61	1171.01	22	34711.62			
diff.	7.99						
11	33548.60						
13	(36170.68)	(1171.15)	23	(37341.88)	(542.27)	33	37884.10
diff.	(4.97)			(4.35)			
12	36175.65	1170.58	22	37346.18			
diff.	3.93						
11	36179.58						

Moyennes  $\nu_1 = 1171.08$ . $\nu_2 = 542.35$ .

D'après l'arrangement choisi des composants le deuxième indice ( $p$ ) de chaque ligne horizontale est constant. Il est toujours égal au premier ou plus grand.

Les différences des raies de la même ligne horizontale comme leurs moyennes pour chaque élément sont données à leurs places, de même que les différences des colonnes verticales.

5. En comparant ces moyennes données sous  $\nu_1$  et  $\nu_2$  aux moyennes correspondantes de  $\nu_1$  et  $\nu_2$  des autres triplets que nous venons de trouver (n:o 3), nous voyons tout de suite qu'elles s'accordent entre elles avec la plus grande exactitude. Voici les écarts des nombres.

	<i>Ca</i>	<i>Sr</i>	<i>Zn</i>	<i>Cd</i>
$\nu_1$	+ 0.18	— 0.18	— 0.22	— 0.10
$\nu_2$	+ 0.04	+ 0.06	+ 0.31	+ 0.11

Vu le nombre restreint des déterminations, on ne pourrait attendre un accord plus parfait. Nous sommes donc en droit d'établir la règle suivante comme applicable aux éléments examinés :

*dans les triplets composés du groupe nébuleux les différences des nombres d'onde des composants du même indice p sont constantes et identiques aux différences correspondantes du groupe étroit*

ou, si nous désignons les différences diverses de la manière dont p. ex. la différence entre les raies 23 et 13 est désignée par  $\nu_{13}^{23}$ ,

$$\nu_{13}^{23} = \nu_{12}^{22} = \nu_1, \quad \nu_{23}^{33} = \nu_2.$$

Il s'ensuit de cela que dans le même triplet on a aussi

$$\nu_{13}^{12} = \nu_{23}^{22}.$$

Il n'y a donc que les raies 13, 23, 33 qui forment des triplets complets à des valeurs de  $\nu_1$  et  $\nu_2$  lesquelles s'accordent avec celles du groupe étroit. Les raies 12 et 22 donnent des doublets à la même valeur de  $\nu_1$ . La dernière raie 11, la plus forte de toutes, reste seule sans être accompagnée d'aucune raie à constante différence de vibration.

6. En passant maintenant aux différences des colonnes verticales, nous voyons que la différence  $\nu_{12}^{11}$  est plus grande que  $\nu_{13}^{12}$  dans le même triplet. L'écart du triplet Cd[4] dépend sans doute de l'inexactitude des déterminations.

	Ca.	Sr.			Zn.		Cd.		
	2	2	3	4	2	3	2	3	4
$\nu_{12}^{11}$	5,59	22,96	12,68	(5,99)	4,37	(1,79)	18,25	7,99	3,93
$\nu_{13}^{12}$	3,70	15,84	4,64	4,34	3,53	1,43	11,85	5,55	(4,66)

Les nombres en parenthèses sont calculés en faisant usage des moyennes de  $\nu_1$  et  $\nu_2$ . Il est naturel que les plus petites de ces différences soient très douteuses.

Dans le tableau ci-dessus les numéros d'ordre des triplets dans leurs séries sont donnés pour les éléments différents. Nous voyons que  $\nu_{12}^{11}$  de même que  $\nu_{13}^{12}$  diminuent à l'accroissement du numéro d'ordre tout comme nous l'avons trouvé précédemment (Recherches, pag. 64, 65) dans la série secondaire de *Tl*. Nous pouvons en conclure que la constitution de ces groupes de raies est en effet la même, de sorte que nous avons par exemple à désigner de la manière suivante les composants de la première raie double de *Tl* du groupe nébuleux

<i>n</i>		$\nu$	<i>n</i>	
12	28332.0	7795.6	22	36127.6
diff.	82.0			
11	28414.0			

La parfaite analogie des spectres de tous les éléments étudiés nous a déjà conduits à l'hypothèse que les doublets de même que les triplets ne sont que les termes initiaux de séries régulières (Recherches, pag. 135).

7. Jusqu'ici nous avons négligé complètement les triplets composés de *Hg*, parce que leur constitution ne s'accorde pas avec celle des autres éléments bivalents. Nous les traiterons maintenant dans le même ordre que nous avons suivi auparavant.

Nous chercherons donc d'abord à déterminer les valeurs de  $\nu_1$  et  $\nu_2$  en faisant usage de toutes les autres raies doubles. Voici les nombres qu'on connaît à présent:

1	$\nu_1$	2	$\nu_2$	3
18811.77	4631.59	22943.86	1767.64	24711.00
27168.60	4631.85	31800.45	—	—
29924.89	4633.30	34558.19	1767.00	36325.19
32780.65	4633.72	37414.37	—	—
33209.68	4630.41	37840.09	1767.01	39607.10
34182.07	4633.13	38815.20	1766.75	40581.95
35717.35	4636.81	40353.66	1767.56	42121.22
36234.12	4632.91	40867.08	1769.44	42636.47

Moyennes  $\nu_1 = 4632.90$ .

$\nu_2 = 1767.57$ .

Deux triplets composés sont connus. Je les ai disposés comme il suit :

$n$	$\nu_1$	$n$	$n$	$\nu_2$	$n$
13 27298.16	4630.93	23 <i>a</i> 31929.09	23 <i>b</i> 31931.74	1768.14	33 33699.88
diff. 62.07		62.92			
12 27360.28	4631.78	22 31992.01			
diff. 34.70					
11 27394.93					
13 33029.24	4631.43	23 <i>a</i> 37660.67	23 <i>b</i> 37680.54	1768.90	33 39449.44
diff. 42.71		43.88			
12 33071.95	4632.60	22 37704.55			
diff. 22.66					
11 33094.61					

Moyennes  $\nu_1 = 4631.69$ .

$\nu_2 = 1768.52$ .

De la même manière que chez les triplets traités ci-dessus nous trouvons ici les mêmes valeurs de  $\nu_1$  et  $\nu_2$  qu'auparavant. Les écarts ne dépassent pas les limites des erreurs des déterminations. Mais à cela se réduit l'accord. Les différences des trois raies 11, 12 et 13 vont en croissant avec les valeurs des indices au lieu de diminuer. A la raie 23, qui dans le cas précédent formait avec la raie 13 une différence  $\nu_1$ , avec 33 une différence  $\nu_2$ , correspondent deux raies que j'ai désignées par 23 *a* et 23 *b*. D'un autre côté les différences correspondantes des colonnes verticales semblent diminuer comme dans l'autre cas avec le numéro d'ordre croissant des triplets.

Il en résulte qu'il faut de nouvelles déterminations pour arriver à des connaissances plus exactes sur les triplets de  $H\alpha$ , surtout si l'on considère que plusieurs des raies en question n'ont pas été mesurées auparavant.

8. Après ces recherches spéciales sur la constitution des triplets composés, il nous reste encore à examiner de plus près les conséquences générales qu'on peut en tirer.

D'abord nous sommes arrivés au résultat important que les valeurs de  $\nu_1$  et  $\nu_2$ , autant qu'on peut en juger par les

déterminations de M.M. KAYSER et RUNGE, *sont constantes chez les éléments bivalents,*

*ou plutôt*

*les déterminations de M.M. KAYSER et RUNGE ne donnent pas lieu à douter de la constance des différences  $\nu_1$  et  $\nu_2$ .*

Il nous faut donc rejeter les valeurs doubles de  $\nu_1$  et  $\nu_2$  données par M.M. KAYSER et RUNGE de même que leur combinaison à peu près arbitraire des composants (IV, pag. 19 (Ca), 27 (Zn), 32 (Sr), 39 (Cd), 52 (Hg), 54). En égard à toutes les déterminations sûres (voir ci-dessus n:os 3, 4 et 7) on obtient les suivantes valeurs définitives des différences et de leurs quotients.

	Ca.	Sr.	Zn.	Cd.	Hg.
$\nu_1$	105.85	394.21	389.09	1171.15	4632.50
$\nu_2$	52.17	186.89	189.89	542.27	1767.81
$\frac{\nu_1}{\nu_2}$	2.029	2.109	2.049	2.160	2.620.

De plus la constance de nouveau confirmée de ces différences nous a servi de guide pour déterminer avec certitude quelles raies se correspondent dans les triplets composés. En faisant abstraction du spectre de Hg, tout porte à croire que les raies 11, 12, 13 forment les termes initiaux d'une série, tout comme je l'ai déjà supposé (Recherches, pag. 135), quand on n'avait pas encore observé de troisième terme. Alors il nous faut aussi supposer qu'il y a d'autres raies plus faibles qui accompagnent les composants 22 et 23 et de même que la raie 33 est le premier terme d'une série spéciale. Par les déterminations de M.M. KAYSER et RUNGE il a été décidé que ces séries ne sont pas égales entre elles, comme je croyais pouvoir conclure par les déterminations antérieures, mais que chaque raie possède un terme de moins que la série précédente.

Or, s'il est vrai, comme nous venons de le trouver, que les différences  $\nu_{12}^{22} = \nu_{13}^{23}$  et aussi que  $\nu_{13}^{12} = \nu_{23}^{22}$  et si nous supposons que ces séries soient convergentes, il est nécessaire qu'elles soient

parallèles et que leurs asymptotes diffèrent entre elles de  $r_1$ , resp.  $r_2$ . Si les composants ne présentent que de petites différences, un triplet composé doit donc avoir l'apparence d'un triplet simple, si ce n'est que les raies sont nébuleuses vers le rouge. C'est aussi l'aspect réel que nous offrent les raies correspondantes de *Li* et *Na* p. ex., les raies des triplets étroits de ces éléments étant répandues d'une manière égale des deux côtés.

Il ne nous est pas possible de déterminer à présent avec certitude si les triplets du groupe étroit sont aussi composés. Il semble très vraisemblable que toutes ces raies ne sont que les termes initiaux les plus forts de séries de la même espèce que nous venons de décrire, si ce n'est que les composants sont plus resserrés. C'est ce que rend probable le fait que les raies nommées étroites sont aussi répandues du côté rouge dans les spectres où les composants des triplets nébuleux sont plus éloignés l'un de l'autre.

---

## Ueber Blöcke aus dem jüngeren Untersilur auf der Insel Öland vorkommend.

Von JOH. GUNNAR ANDERSSON.

[Mitgetheilt den 11. Oktober 1893 durch G. LINDSTRÖM.]

Schon von A. SJÖGREN, dem Gründer unsrer Kenntniss der Silurgeologie Ölands, wurde ein als lose Blöcke vorzugsweise an der Südostküste der Insel auftretender Kalkstein beschrieben, der von ihm ganz richtig als jünger als alle bis dahin bekannten öländischen Silurschichten gedeutet wurde. Beiträge zur Kenntniss der Verbreitung und Fauna dieses Kalksteines, des s. g. Macrouruskalkes sind in späterer Zeit von HOLM, TULLBERG u. A. geliefert worden. Ueber das Vorkommen in dem westbaltischen Gebiete von Schichten, welche dem jüngsten Untersilur angehören, kennt man dagegen bisher fast nichts; in der Literatur sind in der That nur zwei Angaben davon zu finden, unter denen die eine mit Gewissheit, die andere sehr wahrscheinlich das Vorhandensein von Schichten jünger als der Macrouruskalk im genannten Gebiete andeuten.

Von Prof. G. LINDSTRÖM wurde im J. 1880 der Fund von *Plasmopora conferta* E. H. bei Triberga unweit Hulterstad erwähnt.<sup>1)</sup>

Nach einer Angabe von Prof. REMELÉ hat LINDSTRÖM ihm mitgetheilt, dass der betreffende Fossilienfund in losen Blöc-

<sup>1)</sup> ANGELIN und LINDSTRÖM: *Fragmenta Silurica*. Stockholm, 1880, p. 33.



ken gemacht ist, und daher vernuthet REMELÉ, dass die bei Triberga gefundene *Plasmopora conferta* vielleicht der Fauna des Macrouruskalkes zugehörig sei.<sup>1)</sup> Indessen hat mir Prof. LINDSTRÖM schon vor dem Beginnen meines Suchens nach jüngsten untersilurischen Blöcken auf Öland mitgetheilt, dass die bei Triberga gefundene *Plasmopora conferta* ganz gewiss aus Gesteinen, welche mit den estländischen Lyckholmer und Borkholmer Schichten gleichaltrig sind, herrührt. Diese Behauptung ist nun dadurch bestätigt worden, dass *Plasmopora conferta* mehrmals in den mit den erwähnten, ostbaltischen Schichten gleichaltrigen, unten zu beschreibenden Kalksteinen gefunden worden ist, während ich sie nimmer in dem öländischen Macrouruskalke beobachtet habe, obgleich beträchtliche Fossiliensammlungen gemacht worden sind.

Im Berichte über seine, in der Gegend von Hulterstad ausgeführten Untersuchungen über »den jüngsten, öländischen Kalk« sagt G. HOLM:<sup>2)</sup> »Die jüngsten, beobachteten, unzweifelhaft anstehenden Schichten sind einige röthlich braune, schiefrige, und darauf grüngraue, ebenfalls schiefrige Mergelschichten, reich an Crinoïdengliedern, Brachiopoden und einigen Korallen, *Halysites*, *Streptelasma*, *Heliolites* etc.«

Da Arten der von HOLM erwähnten Korallengattungen für die von mir gefundenen jüngsten untersilurischen Bildungen bezeichnend sind, kommt es mir sehr wahrscheinlich vor, dass HOLM wirklich im J. 1882 hierher gehörende Gesteine beobachtet habe. Die von ihm beschriebenen Gebilde zeigen doch eine ganz andere petrographische Ausbildung als die von mir untersuchten, mit dem Leptænakalke Dalekarliens und der ostbaltischen Lyckholmer Schicht sicher gleichaltrigen Blöcke.

Durch die Mittheilung des Prof. LINDSTRÖM über das Alter der bei Triberga gefundenen *Plasmopora conferta* wurde mein

---

<sup>1)</sup> A. REMELÉ: Untersuchungen über die versteinierungsführenden Diluvialgeschiebe des norddeutschen Flachlandes. Berlin, 1883, p. 122, erste Note.

<sup>2)</sup> G. HOLM: Om de viktigaste resultaten från en sammaren 1882 utförd geologisk-palæontologisk resa på Öland.

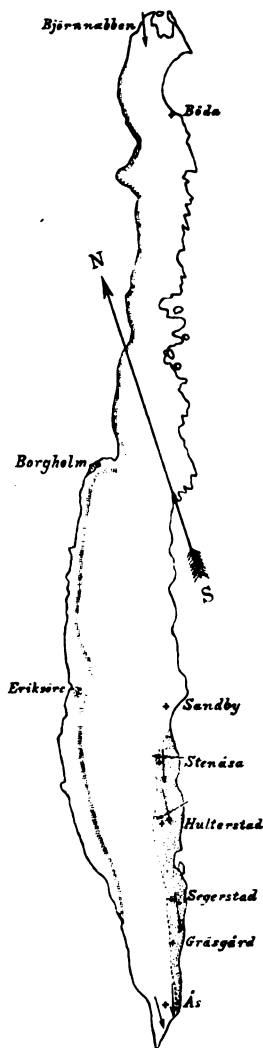
Öfvers. af Vet.-Akad. Förh. 1882, No 7, p. 70.

Interesse für das Suchen nach jüngsten untersilurischen Blöcken auf Öland erregt. Ueber eine solche Untersuchung, die ich in diesem Sommer auf Kosten der Akademie der Wissenschaften ausgeführt habe, wird im Folgenden ein vorläufiger Bericht mitgetheilt.

### Verbreitung und Ursprung der jüngeren untersilurischen Blöcke.

An der Südostküste Ölands von der Gegend zwischen Sandby und Stenåsa im N. bis Näsby im S. kommen massenhaft jüngere untersilurische Blöcke vor. (Siehe die Kartenskizze). Bei letzterwähntem Orte, das nahe an dem Südende der Insel liegt, biegt sich das Ufer nach S.W. Die betreffenden Blöcke sind daher wahrscheinlich auf dem Meeresboden noch weiter nach Süden zu finden. Diese Blöcke, welche überall in Äckern und Steinmauern angetroffen werden, stammen aus der von grösstentheils jüngeren untersilurischen Gesteinen, besonders dem Macrouruskalke gebildeten Moränenschicht, welche die Oberfläche der Insel auf grossen Strecken bedeckt.

Da der feste Untergrund der Moränenmassen aus verschiedenen Zonen des oberen rothen und des oberen grauen Asaphidenkalke, das heisst aus Gesteinen, die bedeutend älter sind als die Hauptbestandtheile der Moränendecke, besteht, ist es wahrscheinlich, dass die betreffenden Moränenmaterialien aus



Schrammenkarte der Insel Öland. Die punktierten Flächen deuten die Gebiete an, wo jüngere untersilurische Blöcke häufig vorkommen.

östlicher belegenen Gegenden stammen, wo man in Folge des schwach östlichen Fallens der öländischen Schichten erwarten kann, jüngere untersilurische Bildungen auf dem Meeresboden anstehend zu finden. Um eine bessere Kenntniss der Richtung des diesen Transport vermittelnden Eisstromes zu erhalten suchte ich nach Gelegenheit Schrammenobservationen anzustellen. Ehe das Ergebniss dieses Suchens mitgetheilt wird, soll eine Uebersicht der mir bekannten Beobachtungen über die auf Öland vorherrschende, wahrscheinlich ältere Schrammenrichtung geliefert werden.<sup>1)</sup>

Von L. P. HOLMSTRÖM sind auf dem südöstlichen Öland folgende Schrammenrichtungen beobachtet worden:<sup>2)</sup>

Segerstad, O. von dem Gasthofe (deutliche, mit einander	
parallele Schrammen).	N. 9° O.
»    unweit des Ufers.	N. 9° O.
»    unweit der Kirche	N. 9° O.
Stenåsa (undeutliche, grobe Schrammen).	N. 13° O.

<sup>1)</sup> Ausser den hier erwähnten Beobachtungen findet man in der Literatur Andeutungen über einige andere. So schreibt TULLBERG 1882: »Schrammen sind auf dem südlichen Theile der Ostküste beobachtet worden. Sie sind da oft besonders deutlich, mit der Richtung 10 à 15° N.O. oder fast N.»

Sveriges Geol. Unders. Ser. C., N:o 53, 1882, p. 19.

Von Prof. O. TORELL wurde 1892 das Vorkommen einer N.W.-S.O.-lichen Eisstromrichtung auf dem nördlichen Öland erwähnt.

Forhandlingerne ved de skandinaviske naturforskere 14. møde. Kjøbenhavn, 1892, p. 428.

Neuerdings hat Dr. N. O. HOLST folgende Mittheilung über öländische Schrammen geliefert: »Auf Öland sind Schrammen auf dem Sandsteine bei Mörbylänga, aber sonst fast nur auf dem Kalksteine beobachtet worden. Auf dem südlichen Theile laufen sie mit der Längachse der Insel ungefähr parallel. Die Richtung wechselt hier zwischen N.N.O. und mehr N. Auf dem nördlichen Theile der Section »Kalmar« und weiter nordwärts ist sie aber überhaupt N.N.W.—N.W.»

S. G. U. Ser. C., N:o 130, 1893, p. 8.

<sup>2)</sup> Iakttagelser öfver istiden i södra Sverige. Lund, 1867.

Die Declination der Magnetsadel war nach HOLMSTRÖM 11,5° (hier 12°).

Die Correction der von Dr. H. MUNTHE und mir gemachten Observationen ist ausgeführt nach Angaben über die jetzige Grösse und jährliche Abnahme der magnetischen Declination, welche gütigst von Prof. P. G. ROSÉN mitgetheilt worden sind. Bei den von MUNTHE angestellten Observationen (1888) ist sie etwa 9°, bei den meinigen (1893) 8°.

An demselben Orte ausserdem feine, unter einander wenig parallele Ritzen, deren Richtung sich zwischen N. 32° W. und N. 52° W. verändert. Die Mittelzahl ist N. 37° W.

In Betreff der letzterwähnten Observationen sagt HOLMSTRÖM p. 30, dass die glaciale Natur der Ritzen zweifelhaft sei. Sie sind daher im Folgenden unberücksichtigt gelassen.

Docent Dr. H. MUNTHE hat mir gütigst folgende von ihm i. J. 1888 auf Öland angestellte Schrammenobservationen mitgetheilt:

»Im Kirchspiel Ås, S. von Näsby, in einem dem Gehöft N:o 7 gehörigen Acker, in Graben S. von einem kleinen Wege, unter Moränenmergel, auf glatt gescheuertem Kalksteinbette zahlreiche parallele Ritzen und feine Schrammen von N. 14—15° O. Dies System wurde auch in einem südlicher belegenen Graben beobachtet.

Etwa 0,6 Kilometer W.N.W. von der Kirche zu Ås, in einem nordsüdlichen, breiten Graben, auf von Moränenmergel überlagerten Kalksteine lange, schöne Schrammen und Ritzen von N. 4—5° O. Eine tiefe Schramme war 19 Meter lang. In einem anderen, ostwestlichen Graben Schrammen und Ritzen von N. 13° O. Die Kalksteinschichten fallen hier etwa 1—1,5° S.»

Auf dem oberen rothen Asaphidenkalke unter einer 0,3—0,4 Meter mächtigen Moränenschicht am Boden des grossen Entwässerungsgrabens S.S.W. von dem Südende des Dorfes Trib erga wurde in diesem Sommer ein System sehr langer und grober Schrammen mit der Richtung N. 7° O. beobachtet.

Auf der nordwestlichen Spitze der Insel, N. von Björnabben sah ich auf Asaphidenkalkschichten, fallend 13° in der Richtung S. 7° W. zahlreiche Schrammen von N. 8—17° O. Die beste Mittelzahl ist N. 13° O.

Hier wird eine Uebersicht der obenerwähnten Beobachtungen geliefert. (Siehe die Kartenskizze.)

1. N. von Björnabben . . . . . N. 13° O.
2. Stenåsa . . . . . N. 13° O.
3. S.S.W. von Trib erga . . . . . N. 7° O.

4. Segerstad, O. von dem Gasthofe . . . . . N. 9° O.
5.     »     , unweit des Ufers . . . . . N. 9° O.
6.     »     , unweit der Kirche . . . . . N. 9° O.
7. S. von Näsby . . . . . N. 14—15° O.
8. 0,6 Km. W.N.W. von der Kirche zu Ås . . . N. 4—5° O.

Alle diese Schrammenrichtungen stimmen mit einander sehr wohl überein, denn die Extreme sind N. 4° O. und N. 15° O. Die Mittelzahl N. 10° O. Mit Gewissheit haben sie alle ihren Ursprung von einem Eisstrom, der die Insel von N. 10° O. überschritten hat.

Auf demselben Bette von oberem rothem Asaphidenkalke in dem Entwässerungsgraben S.S.W. von dem Südende des Dorfes Triberga, wo die obenerwähnten grossen Schrammen beobachtet wurden, fanden sich auch zahlreiche, feine, die anderen überquerende Ritzen und Schrammen. Umständlichere Observationen über dieses System werden hier unten mitgetheilt:

1. 2 Decimeter lange, deutliche Schramme . . . . . O. 20° N.
2. 1,5     »     »     »     »     » . . . . . O. 8° N.
3. 2     »     »     »     »     » . . . . . O. 14° N.
4. 3     »     »     »     »     » . . . . . O. 19° N.
5. 13     »     »     , 0,5 Cm. breite, sehr deutl. Schr. O. 12° N.

15 M. von dieser Stelle auf einer anderen, fest anstehenden Kalksteinplatte:

6. 2 Dm. lange, deutliche Schramme. . . . . O. 25° N.
7. 5     »     »     »     , schwach bogenförmige Schr. O. 5° N.
8. 1     »     »     »     Schr. . . . . O. 12° N.
9. 1,5     »     »     »     »     » . . . . . O. 22° N.

Die Extreme sind hier O. 25° N. und O. 8° S. Mittelzahl O. 13° N.

N.W. von Stora Brunnby im Kirchspiel Stenåsa etwa 8 Km. von dem Orte S.S.W. von Triberga, wo die oben beschriebenen Beobachtungen gemacht wurden, fand ich in dem seit einigen Jahren gegrabenen Entwässerungskanale folgende Schrammen.

Auf einer fest anstehenden Kalksteinplatte in der Wand des Kanales:

1. 0,6 Dm. lange, scharfe Schramme . . . . . O. 7° S.
2. 1,2 » » » . . . . . O. 16° S.
3. 0,9 » » , feine, aber sehr deutliche Schr. . . O. 11° S.

Einige Meter von dieser Stelle auf dem Grunde des Kanals:

4. 3 Dm. lange, feine, aber sehr scharfe Schr. . . . . O. 30° S.
5. 3 » » , sehr grobe Schr. . . . . O. 25° S.

Die Extreme sind O. 7° S. und O. 30° S.; die Mittelzahl O. 18° S.

Die Differenzen sowohl zwischen den verschiedenen Schrammenrichtungen an demselben Orte als zwischen den Mittelzahlen der zwei Lokalitäten sind ziemlich bedeutend. Da aber die Oberfläche des betreffenden Theils der Insel völlig eben ist, ohne Thäler und Höhenstrecken, welche die Entstehung abweichender Eisstromrichtungen hätten veranlassen können, ist es höchst wahrscheinlich, dass die oben beschriebenen Schrammen von einem und demselben ostwestlichen Eisstrom herrühren. Dass die Richtung wirklich ostwestlich, nicht eine Umgekehrte war, zeigt das Vorhandensein im genannten Gebiete von Moränenmassen, in denen man häufig Gesteine findet, die das entschiedene Gepräge eines östlichen Ursprungs tragen.

In einem früheren Aufsatze bin ich der von HOLM und TULLBERG, in späterer Zeit auch von MOBERG ausgesprochenen Ansicht, dass der Macrouruskalk an der Südostküste der Insel auf einigen Lokalitäten am Ufer fest anstehend zu finden sei, beigetreten.<sup>1)</sup> Aber die Kenntniss von einer rein östlichen Transportrichtung der in diesen Gegenden vorkommenden jüngeren untersilurischen Geschiebe hat mich zu einer anderen Auffassung geführt. Es ist nämlich offenbar, dass der Weg des Transports in der That viel kürzer ist, als wenn die Richtung von N.N.O. gewesen wäre, wie ich früher infolge der älteren Schrammenobservationen annahm. Hierdurch wird es leichter verständlich, dass das Eis grosse zusammenhängende, obgleich sehr

<sup>1)</sup> Ueber das Alter der *Isoschilina canaliculata*-Fauna. Öfvers. af Kongl Vet.-Akad. Förh. 1893, N:o 2, p. 125—129.

zerbröckelte Partien von Macrouruskalke wegschleifen und auf einen viel älteren Untergrund von Asaphidenkalke hat abladen können. Dass das Inlandeis wirklich grosse zusammenhängende Massen silurischer Materialien wenigstens kürzere Wegestücke hat fortbringen können, lässt sich oft in Nerike beobachten.<sup>1)</sup>

Ausserhalb des oben beschriebenen Moränengebietes findet man jüngste untersilurische Blöcke nur in einem auf dem »Alfvar»<sup>2)</sup> W. von Hulterstad, einige hundert Meter W. von der Westgrenze der Moränendecke als eine nordsüdliche Reihe von niedrigen Hügeln auftretenden Uferwall. Die in demselben häufig vorkommenden, wohl abgerundeten Blöcke jüngerer untersilurischer Gesteine sind ganz gewiss vom Meere von der östlicher und niedriger gelegenen Moräne aufgeworfen. W. von diesem Uferwalle auf dem »Alfvar» sind gar keine jüngeren untersilurischen Blöcke gefunden. Hieraus ergibt sich, dass der östliche Eisstrom nur den Theil der Insel überzog, welcher von der betreffenden Moräne bedeckt ist. Wenn diese Annahme richtig ist, bleibt noch übrig das eigenthümliche Vorkommen zahlreicher Blöcke von Macrouruskalk zu erklären, die W. von dem Dorfe Eriksöre und bei der Schwimmbadeanstalt zu Borgholm an der Westküste in Gebieten mit einer Länge von nur einigen hundert Metern liegen. Ausserhalb derselben mangeln solche Blöcke völlig.

Nach der obigen Darstellung finden sich auf Öland wenigstens zwei verschiedene Schrammenrichtungen, welche Andeutung geben theils von einem nördlichen Eisstrome, der wahrscheinlich ganz Öland überzog, theils von einem östlichen, welcher nur einen schmalen Küstenstreifen innerhalb des südöstlichen Theiles der Insel bedeckte.

Dass dieser jünger als jener ist, ergibt sich daraus, dass S.S.W. vom Dorfe Triberga, wo Schrammen, die den beiden Systemen angehören, zusammen vorkommen, das nördliche System

<sup>1)</sup> Siehe J. G. ANDERSSON: Note on the occurrence of the *Paradoxides ölandicus*-zone in Nerike. Bull. of the Geol. Instit. of Upsala 1892, N:o 1, Vol. 1, p. 83.

<sup>2)</sup> Mit diesem Namen bezeichnen die Eingebornen die ebene, oft völlig nackte, öde Felswüste im centralen Theil der Insel.

nur von groben, tiefen Schrammen repräsentirt ist, während zahlreiche, feine Ritzen und Schrammen die östliche Richtung vertreten. Ueberdies sind innerhalb des Verbreitungsgebietes des östlichen Eisstromes Moränenmaterialien östlichen Ursprungs ganz vorherrschend, während die aus nördlicheren Gegenden stammenden Blöcke, die hier vorkommen, am besten als Reste der Moräne des älteren, nördlichen Eisstroms zu deuten wären.

Dass der von DE GEER beschriebene, jüngere, baltische Eisstrom zur Zeit seiner grössten Ausdehnung die ganze Insel in Gestalt einer zusammenhängenden Decke überzog, ist wohl ganz gewiss. Während dieser Zeit wurde wenigstens die Mehrzahl der N.N.O.-lichen Schrammen gebildet.

Als das Abschmelzen des Eises so weit fortgeschritten, dass Öland wenigstens grösstentheils eisfrei war, vielleicht als ein »Nunatakk« in der Eisdecke liegend, entstand in der Gegend S.O. oder S. von der Südspitze der Insel, wo die Richtung des Hauptstroms von N.N.O. zu O. und S.O. verändert wurde, in den Eismassen ein gewaltiges Pressen, das eine Schwenkung gegen W. des östlich von der Insel heranschreitenden Eises veranlasste. Dies dürfte die annehmbarste Deutung der oben beschriebenen, östlichen Stromrichtung sein.

### Trinucleusführender Kalk und Schiefer.

In dem während der zwei letztverflossenen Jahre gegrabenen Entwässerungskanäle W. von den Dörfern Triberga und Hulterstad sind W. von dem Pfarrhaus und der Kirche zu Hulterstad mächtige Moränenmassen durchstoßen worden, die fast ausschliesslich aus jüngerem untersilurischem Material bestehen. Nebst äussert zahlreichen Blöcken von Macrouruskalk kommen auch massenhafte Geschiebe von grünlich grauem und rothbraunem, lockerem und mergeligem Kalk und zusammen mit diesen grössere und kleinere, häufig zerquetschte und zerknietete Partien von grauem und rothbraunem, lockerem, kalkhaltigem Schieferthon oder Mergel vor. Mehrere Kalkblöcke haben die Form schöner,



regelmässiger, 1—2 Dm. langer Ellipsoiden, an deren Oberfläche Partien von Schieferthon offenbar in ursprünglicher Lage befestigt sind. Aus diesem Grunde scheint es unzweifelhaft, dass alle oben beschriebenen Gesteine aus zerstörten Schichten von grüngrauem und rothbraunem Schieferthon mit eingelagerten, ebenso gefärbten Kalkellipsoiden stammen. Da fast keine Farbenübergänge zwischen den graugrünen und den rothbraunen Gesteinen beobachtet worden sind, kommt es mir wahrscheinlich vor, dass sie aus zwei verschiedenen Betten herrühren. In einigen Blöcken, die grössentheils aus graugrünem Kalk bestanden, wurden Partien eines weissen, harten Kalksteins wahrgenommen, der einer dem Macrouruskalk an Alter sehr nahestehenden Kalksteinform überaus ähnlich war.

Der oben beschriebene grüngraue Trinucleuskalk ist ausser an dem oben angegebenen Lokale auch zwischen dem Dorfe Hulterstad und dem Ufer angetroffen worden und zwar als losliegende Blöcke.

Während eines flüchtigen Besuches, den ich dem Dorfe Stora Brunnby in der Gemeinde Stenåsa abstattete, sah ich ausserdem in den Moränenmassen, welche im Kanale N.W. vom Dorfe durchstoßen waren, Gesteine, welche sowohl an den grüngrauen als an den rothbraunen Trinucleuskalk erinnerten.

In dem rothen Kalke waren keine bestimmbarcn Fossilien, in dem rothen Schiefer nur *Trinucleus* sp. zu finden. Im grüngrauen Schiefer sind *Orthis* sp. und *Leptæna* sp. beobachtet worden. Im grüngrauen Kalke sind die bei weitem zahlreichsten Fossilien eingesammelt worden. Darin wurden angetroffen:

*Trinucleus seticornis* HIS. *Illænus* sp., dem *I. parvulus* HOLM nahestehend. *Entomis* 2 sp. *Primitia* 2 sp. und 2 unbestimmte Ostrakoden. *Acrotreta* 2 bis 3 Arten. Von diesen kommen am häufigsten Ventralschalen einer kleinen, ziemlich niedrigen Form mit fast quadratischem Umkreis vor. Uebrigens sind eine Ventralschale einer kleinen, sehr hohen und schmalen Art, sowie zwei grosse Dorsalschalen, die vielleicht zu einer dritten Form gehören, gefunden worden. *Orthis* sp. *Leptæna* sp. Zwei unbestimmte Brachiopoden und *Annelidenkiefer*.

Um das Verhältniss zwischen der Zahl der Individuen innerhalb der verschiedenen Gruppen zu ermitteln, wurde unter 281 Exemplaren, welche aus 21 Blöcken von grüngrauem Kalk herrührten, eine Zählung mit folgendem Resultat unternommen:<sup>1)</sup>

Trilobiten	4,6 %	} <i>Trinucleus seticornis</i> HIS. . . . . 1,8 % <i>Illænus</i> sp. . . . . 1,8 %
Ostrakoden	84,3 ».	
Brachiopoden	10,7 ».	darunter <i>Acrotreta</i> . . . . . 9,3 ».
Annelidenkiefer	0,4 ».	
	100,0 %.	

Die Zählung zeigt den überaus grossen Individuenreichtum der Ostrakoden, die Seltenheit der Trilobiten und die unter den Brachiopoden dominierende Stellung der *Acrotreta*-formen.

Die in dieser Schicht angetroffenen Exemplare von *Trinucleus* weichen in mehrfacher Hinsicht beträchtlich von den Figuren des *Trinucleus seticornis* HIS. ab, welche von LOVÉN und ANGELIN geliefert worden sind und sich auf stark plattgedrückte, aus dem schwarzen Trinucleusschiefer Dalekarliens stammende Exemplare gründen. Am meisten stimmen sie mit denjenigen Figuren einer Form, Namens *Trinucleus seticornis* var. *Bucklandi* BARR. überein, welche von NICHOLSON und ETHERIDGE in »A monograph of the Silurian fossils of the Girvan district in Ayrshire«, Vol. 1, 1878—80, Pl. XIII, Fig. 13—20 mitgetheilt sind. Ich glaubte lange, dass sie einer neuen Form gehörten, welche durch die starke Neigung des Saumes und die Kugelform des Vordertheils der Glabella charakterisiert sei, bis eine nähere Untersuchung des im Reichsmuseum aufbewahrten, sehr vollständigen Materiales von *T. seticornis* aus Dalekarlien ihre Zusammenhörigkeit mit dieser Art zeigte. In dieser Sammlung finden sich unter einer Menge plattgedrückter Exemplare zwei Kopfschilder, welche, obgleich durch Druck entstellt, dennoch

<sup>1)</sup> Bei dieser Zählung sind die Maximalzahlen für die verschiedenen Formen bestimmt worden. So z. B. sind bei den Trilobiten Kopfschilder und Pygidien, bei den Ostrakoden sowohl die linke als die rechte Schale, bei den Brachiopoden sowohl die ventrale als die dorsale Schale gezählt worden.

einen bestimmten Aufschluss über die ursprüngliche Lage des Randsaumes und die thatsächliche Form der Stirn liefern. Da es unmöglich sein dürfte Exemplare der westbaltischen, in Kalk aufbewahrten Form in Ermangelung eines reichlichen Vergleichungsmaterials nur mit Hülfe schon vorliegender Beschreibungen und Abbildungen zu bestimmen, werden hier solche mitgeteilt, die sich auf das aus der Insel Öland stammende Material gründen.

### **Trinucleus seticornis His.**

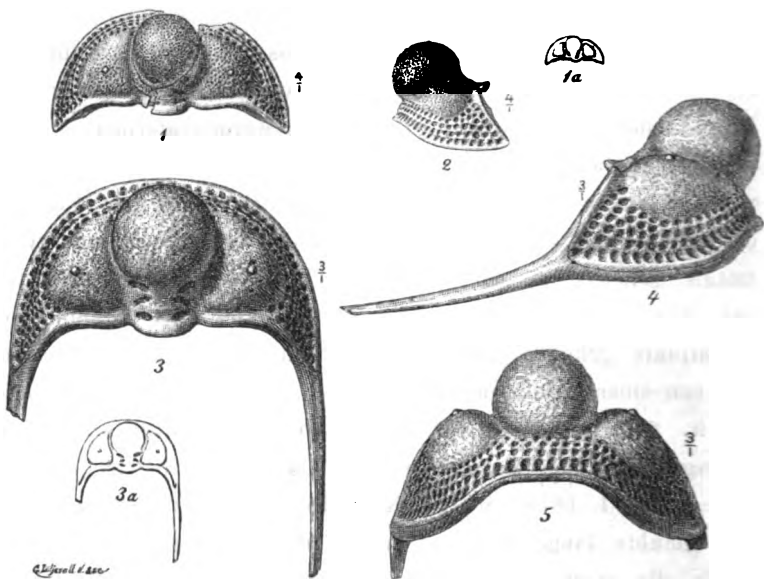


Fig. 1. Kopfschild eines jungen Exemplares, von oben gesehen, Vergrößerung 4.

1a. Dasselbe, natürliche Grösse.

2. Dasselbe, seitliche Ansicht, Vergr. 4.

3. Kopfschild eines grossen, wahrscheinlich ausgewachsenen Exemplares, von oben gesehen, Vergr. 3.

3a. Dasselbe, nat. Gr.

4. Dasselbe, seitliche Ansicht, Vergr. 3.

5. Dasselbe, Vorderansicht, Vergr. 3.

Sechs Exemplare liegen vor, nur Kopfschilder oder Bruchstücke von solchen. Das eine der beiden abgebildeten Kopfschilder, welches einem jungen Exemplare angehört hat, ist vorn

etwas beschädigt, übrigens ist die rechte Hälfte von einer Spalte an, die, aus dem linken Theil des Nackenringes entspringend, die rechte Seite der Glabella durchkreuzt, schräg nach hinten und nach unten verschoben. Bei dem anderen, grösseren Kopfschilde ist die untere Schalenlamelle mit den Wangenstacheln erhalten.

Der Kopf ist überaus stark gewölbt und zwar sowohl nach vorn als gegen die Seiten hin. Dessen Vorderrand, von oben gesehen, schwach und gleichförmig gerundet; von vorn hat er das Aussehen eines aufwärts gerichteten, in der Mitte abgeplatteten Bogens. Der Seitenumriss hat die Form eines schräg nach aussen und unten gerichteten Bogens, welcher im Vordertheil nahe an der Grenze des Vorderrandes seine stärkste Biegung hat und nach einer schwachen, an der Basis des Wangenstachels befindlichen, schräg nach oben und innen verlaufenden Einbiegung durch den soeben erwähnten Stachel nach hinten in fast geradliniger Weise verlängert wird.

Die Wangenstacheln sind demnach fast gerade, nach aussen und unten nur äusserst schwach convex, mit einander fast parallel verlaufend und schwach nach unten gerichtet. Der hintere Umriss des Kopfes fast geradlinig, nur an der Mitte durch den Nackenring schwach zurückgebogen. Unmittelbar innerhalb der inneren Ecke des durchlöcherten Randsaumes macht er eine plötzliche Biegung und verläuft dann in fast geradliniger Richtung schräg nach unten bis zur Ecke des Kopfes. Hier bilden der äussere und der innere Umriss mit einander einen Winkel von etwa 60°.

Sowohl an dem vorderen Rand als an dem Seitenrand entlang erstreckt sich eine etwas angeschwollene Leiste, die folglich den durchlöcherten Randsaum nach aussen begrenzt. Dieselbe Leiste findet sich auch am Hinterrand wieder, wo sie sich von der hinteren Ecke an bis zur Dorsalfurche erstreckt und die Fortsetzung des Nackenringes nach den Seiten hin bildet. Von der Hinterecke an bis zur inneren Ecke des durchlöcherten Randsaumes hat sie ungefähr dieselbe Dicke wie an dem Aussenrand des Kopfschildes; von der inneren Ecke des perforierten Rand-

saumes an bis zu der Dorsalfurche ist sie dünner. Dieser innere Theil wird nach vorn von einer ziemlich tiefen Furche (Occipitalfurche), der seitlichen Fortsetzung der Nackenfurche, begrenzt.

Der Nackenring ist sehr deutlich, schräg nach oben gerichtet.

Sowohl längs dem Vorder- als den Seitenrändern des Kopfschildes verläuft die Gesichtsnaht im oberen Theil der Aussenseite der eben beschriebenen Leiste. Demnach spaltet sie die Leiste in einen oberen, dünneren, der oberen Schalenlamelle gehörigen Theil und einen unteren, doppelt gröberen, welcher der unteren Schalenlamelle angehört. Nachdem die Naht die Hinterecke der oberen Schalenlamelle von dem Wangenstachel getrennt hat, erscheint sie am Hinterrande des Kopfschildes im oberen Theil der Leiste, verläuft aber schräg an der Aussenseite, so dass sie unmittelbar unter der winkligen Biegung auf der Unterseite verschwindet.

Die Dorsalfurchen sind tief, schwach convex auswärts, nach vorn divergirend. In ihrem Vordertheil, nahe an dem durchlochten Randsaume befindet sich ein sehr seichtes Grübchen. Analoge, wenn auch tiefere und deutlichere Gruben sind auch bei mehreren anderen *Trinucleus*-Arten beobachtet worden.

Der vordere, grössere Theil der Glabella ist sehr stark angeschwollen, so dass er etwas mehr als eine Halbkugel ausmacht. Von oben gesehen zeigt er einen völlig kreisförmigen Umriss. Auf seinem höchsten Theil findet sich ein sehr kleiner Höcker. Der hintere, viel niedrigere, halsförmige Theil, dessen Länge nur ein Fünftel derjenigen des vorderen Theils beträgt, ist nach hinten zu gegen die Nackenfurche durch eine kleine, auf seinem hintersten Theil gelegene, transversale Leiste ziemlich scharf begrenzt. Er trägt zwei Paare länglicher Seitenfurchen. Die vordersten, welche unter dem hinteren, steilen Abhang der Stirn liegen, so dass sie, wenn das Kopfschild von oben betrachtet wird, von ihr theilweise versteckt werden, sind schräg nach vorn gerichtet. Die dem zweiten Paare gehörigen, schief nach hinten gerichteten Furchen liegen mitten auf dem halsförmigen Theil

der Glabella. Ein drittes Paar von kleineren, fast transversalen Seitenfurchen liegt in der ziemlich flachen Nackenfurche.

Die Wangen sind dreieckig. Der convexe Aussenrand der Wange ist der grösste; der Innen- und der Hinterrand sind etwa gleich gross. Der innere und der hintere Theil sind schwach geneigt, der Äussere ist sehr stark nach unten gebogen. Der höchste Theil der Wange trägt einen kleinen Höcker. Der Abstand dieses Höckers von der Dorsalfurche ist halb so gross als der Abstand von dem Aussenrand der Wange und ein wenig kleiner als eine Linie, die von dem Höcker gerade nach hinten zur Occipitalfurche gezogen wird.

Der durchlochte Randsaum ist auf dem vorderen Theil des Kopfschildes überall ungefähr gleich breit; auf dem hinteren Theil breitet er sich zwischen der Wange und dem Occipitalring keilförmig aus.

Vor der Stirn ist das Fallen des Randsaumes etwa 70°, auf den Seiten noch stärker. Im vorderen Theil des Saumes finden sich vier concentrische Löcherreihen; ausserdem ist vor den Dorsalfurchen durch einige Löcher eine fünfte Reihe angedeutet. In dem Hintertheil des Saumes kommt zwischen den grossen Reihen entweder ein einziges Loch oder eine kurze Reihe hinzu, so dass die Zahl der Löcher vor dem Occipitalring 8 oder 9 beträgt. Die Scheidewand zwischen einem der äussersten Reihe gehörigen Loche und dem zunächst nach innen zu gelegenen, welches der zweiten Reihe gehört, ist oft so niedrig, dass die beiden Löcher zusammen die Gestalt einer länglichen Grube annehmen. Dies ist eine schwache Andeutung von der radialen Gruppierung der Löcher, welche bei einigen *Trinucleus*-Arten ganz vorherrschend ist. Umgekehrt ordnen sich die Scheidewände zwischen den Löcherreihen hie und da zu concentrischen Leisten.

Die Stirn des kleinen Exemplares, dessen Schale am besten erhalten ist, zeigt eine fein grubige Oberfläche. Auch die Wangen sind, besonders hinter den Höckern, mit etwas grösseren, obgleich weniger deutlichen Gruben versehen.

Die Oberfläche der Wangenstacheln ist glatt. Auf der Oberseite des Stachels verläuft eine schwache, rinnenförmige Ausbuchtung.

Folgende Zahlen sind in Projection gemessen:

	Länge,	Breite des Kopfschildes.
Das kleine Ex.	3,50 mm.	7,75 mm.
» grosse »	6,75 »	13,75 »

Kleinere Verschiedenheiten zwischen der öländischen und der in Dalekarlien gefundenen Form sind vorhanden. So z. B. ist vielleicht die Stirn der letzteren etwas niedriger als die der ersteren. Ausserdem hat die öländische Form vor dem Occipitalring 8—9 Löcher, die aus Dalekarlien stammende am öftesten 6—7; doch findet sich im Reichsmuseum ein Exemplar mit zehn Löchern. Die erwähnten Verschiedenheiten dürfen demnach nicht einmal zur Gründung einer neuen Varietät Anlass geben.

### Kalksteine mit *Leptæna Schmidtii* Tqt.<sup>1)</sup>

Die unter der obigen Benennung zusammengefassten Gesteine sind als lose Geschiebe an der westlichen Grenze des oben geschilderten Moränengebietes in kleinen Äckern neben dem »Alfvar» innerhalb eines nur sehr beschränkten Raumes gefunden worden, der nur einige wenige hundert Meter breit ist und von Lunden N.W. von der Kirche zu Hulterstad im N. bis W. von einem Punkte mitten zwischen den Dörfern Hulterstad und Skärölöf im S. eine nordsüdliche Längsausdehnung hat. Innerhalb dieses Gebietes kommen sie recht häufig vor; näher an dem Dorfe Hulterstad, sowie zwischen diesem Dorfe und dem Ufer scheinen sie hingegen vollständig zu fehlen.

Unter den hierhergehörenden Blöcken herrscht eine sehr grosse petrographische Schwankung. Als Typus dürfte ein dichter, grauer, kieselhaltiger Kalkstein zu bezeichnen sein. Zwischen

<sup>1)</sup> Der Name nur ein vorläufiger. Am meisten charakteristisch für die betreffenden Gebilde ist »*Streptelasma europæum*» ROEM.

diesem und einem fast reinen, buntgefärbten, rothen, grauen und weissen Feuerstein finden sich alle Uebergänge. Eine Varietät des grauen Kalkes ist mit weissen Bruchstücken von Crinoïden-gliedern erfüllt. Ziemlich isolirt, ohne Uebergänge zu den anderen Gesteinen steht ein rother, weissflammiger, wahrscheinlich kiesel-freier Kalk, der einem sehr fossilienreichen, zur gotländischen Schicht *a* gehörenden Kalkstein, welcher häufig als lose Blöcke am Ufer nahe bei Wisby angetroffen wird, sehr ähnlich ist.

Anfänglich kommt es als höchst unwahrscheinlich vor, dass alle diese verschiedenen Gesteintypen eine faunistische Einheit bilden. Eine nähere Untersuchung der in den Blöcken gefundenen Fossilien zeigt jedoch, dass die meisten Arten sich in den verschiedenen Gesteinen wiederfinden, obgleich das Verhältniss zwischen dem Individuenreichthum der verschiedenen Formen wohl erheblich schwankt.

In den frischen, nicht verwitterten Partien der kieselhaltigen Kalksteinformen wird die paläontologische Ausbeute eine besonders dürftige, weil wegen der grossen Sprödigkeit des Gesteines die Fossilien in einem nur äusserst fragmentarischen Zustande zu gewinnen sind; nur die Ostrakoden geben eine befriedigende Ausbeute. Durch einen Umwandlungsvorgang, der wahrscheinlich demjenigen völlig analog ist, welcher nach der von KIESOW jüngst gelieferten Darstellung die Entstehung des sog. Backsteinkalkes veranlasst hat, der sowohl petrographisch als an Alter unserem *L. Schmidt*-führenden Kalk sehr nahe steht <sup>1)</sup> hat sich in den meisten Fällen in dem äusseren Theil der Geschiebe eine 1—2 Cm. dicke, sehr lockere, poröse, braune, gelbe bis weisse Verwitterungskruste gebildet. Aus dieser lassen sich sehr leicht vorzugsweise Brachiopoden in überaus gut erhaltenem Zustande herauspräparieren, und zwar theils vollständige Exemplare, theils lose, völlig freie Schalen, die feinsten ornamentalen Einzelheiten aufweisend.

<sup>1)</sup> J. KIESOW: Die Coelosphäridiengesteine und Backsteinkalke des westpreussischen Diluviums, ihre Versteinerungen und ihr geologisches Alter. Sonder-Abdruck aus den Schriften der Naturforschenden Gesellschaft zu Danzig. N. F., Bd. VIII, Heft 3, 1893, p. 8.



Die Fauna ist eine sehr reiche, obgleich bisher nur wenig erörtert und grossentheils aus unbeschriebenen Arten bestehend. Die wichtigsten sind die formenreichen Brachiopoden und die Korallen, von denen die letzteren hier zum erstenmal innerhalb des westbaltischen Gebietes eine mehr bedeutende Stellung einnehmen. Die Trilobiten sind zwar durch mehrere Arten repräsentiert, aber die Individuenzahl ist äusserst gering.

Prof. G. LINDSTRÖM hat gütigst die Untersuchung und Bestimmung der eingesammelten Korallen ausgeführt. Von den übrigen Gruppen werden im nachstehenden Verzeichniss der hierhergehörigen Fossilien nur die wichtigsten Formen erwähnt: *Sphærexochus* sp. *Lichas* sp. *Ilænus* sp. *Primitien* und einige andere Ostrakodenformen. *Athyris Portlockiana* DAV.? *Camerella* sp. Nach Exemplaren im Reichsmuseum kommt dieselbe Form in dem Leptænakalk Dalekarliens vor. *Leptæna Schmidtii* TQT, sehr häufig. Die Exemplare scheinen durchgängig etwas kleiner und gewölbter als die aus Dalekarlien stammenden zu sein. *Orthis Actoniæ* SOW. *Orthis* sp., nahe verwandt mit *O. biloba* L., sowie mehrere andere *Orthis*-Arten. *Orthisina*, mehrere Arten. *Strophomena rhomboidalis* WILKENS. Am häufigsten ist eine sehr kleine Form. *Lingula* sp. *Acrotreta* sp., grosse Form. *Halysites catenularius* L. *Plasmopora conferta* E. H. *Heliolithes dubius* FR. SCHMIDT. *Heliolithes intricatus* LM. var. *lamellosus* LM. »*Streptelasma europæum*» ROEM. (*Streptelasma* nicht selbständige Gattung.) *Aulocopium* sp. Ein Exemplar, losliegend gefunden. Dessen Zusammenhörigkeit mit der Fauna demnach nicht völlig gewiss.

### Zusammenfassung und Schlussfolgerungen.

Das älteste Glied derjenigen Schichtenserie, die hier hauptsächlich aus praktischen Gründen unter dem Namen eines jüngeren Untersilurs zusammengefasst worden, ist der Macrouruskalk. An diesen schliessen sich einige weisse, fossilienarme Kalke und ein am häufigsten dunkelgrauer, kieselhaltiger Kalkstein innig an.

Zunächst jünger als der Macrouruskalk ist der grüngraue Kalk und der Mergelschiefer mit *Trinucleus seticornis* HIS. Dass sie keine gleichzeitigen Gebilde aus verschiedenen Theilen des baltischen Gebietes sind, sondern dass die letzteren auf den ersteren abgelagert worden, wird dadurch angedeutet, dass massenhafte Blöcke der beiden Gesteine in der Moräne W. von der Kirche zu Hulterstad zusammen vorkommen.

*T. seticornis* wird auf dem Festlande Skandinaviens nur innerhalb der älteren Zonen der *Trinucleus*-führenden Schichten angetroffen, welche erstere also ungefähr der westbaltischen, *T. seticornis* führenden Schicht entsprechen dürften. Ein Vergleich mit einer bestimmten Trinucleuszone des Festlandes wird erst dann ermöglicht, wenn die Untersuchungen der für die unter-silurische Stratigraphie so wichtigen Ostrakoden sich bis auf diese Schichten haben ausstrecken können.

Im Obigen ist erwähnt worden, dass zusammen mit den grün-grauen Trinucleusführenden Gesteinen reichliche Blöcke roth-braunen Kalkes und Mergelschiefers vorkommen, in denen nur ein unbestimmbares *Trinucleus*-Fragment angetroffen wurde. Es ist auch hervorgehoben worden, dass, da man fast keine Farben-übergänge beobachtet hat, die grüngrauen und die rothbraunen Gesteine wahrscheinlich aus zwei verschiedenen Schichten stammen. Da nichts dafür zu sprechen scheint, dass sich eine Schicht zwischen dem Macrouruskalk mit dessen Abarten einerseits und der grüngrauen Trinucleusschicht anderseits findet, dürfte das rothbraune Bett als das jüngere aufzufassen sein. Wenn diese Annahme eine richtige ist, lässt sich letzteres mit dem rothen Schiefer vergleichen, der in Dalekarlien, Wester- und Östergötland die obere Hälfte der Trinucleusregion ausmacht.

Jünger als die Trinucleusschichten sind die *Leptæna Schmidt*-führenden Kalksteine, welche mit den Lyck- und Borkholmer Schichten in Estland, mit dem Leptænakalk Dalekariens und dem Gasteropodenkalk des südlichen Norwegens an Alter übereinstimmen. Dass diese Kalke nicht aus Estland transportiert worden, sondern in der That westbaltische Gebilde sind, erhellt

daraus, dass man keine estländischen Gesteine auf Gotland angetroffen hat, wohin sie jedoch leichter als nach Öland hätten gelangen können. Ausserdem weist die bisher nur wenig bekannte Fauna der westbaltischen *L. Schmidt*-führenden Kalke eine ziemlich selbständige Ausbildung auf.

Die bisher bekannten jüngeren untersilurischen, westbaltischen Schichten dürften nach der oben gelieferten Darstellung im nachstehenden Altersverhältniss unter einander stehen:

1. *Leptæna Schmidt*-führender Kalk.
2. a. Rother Mergelschiefer und Kalk mit *Trinucleus* sp.  
    b. Graugrüner Mergelschiefer und Kalk mit *Trinucleus seticornis* HIs.
3. Macrouruskalk.

Die älteste und die jüngste dieser Schichten zeigen ein völlig ostbaltisches Gepräge, während die mittleren Betten dieselbe Faciesausbildung darstellen wie die Hauptmasse der *Trinucleus*-führenden Schichten des skandinavischen Festlandes.

Es bleibt vorläufig eine offene Frage, ob sich innerhalb des westbaltischen Gebietes irgend ein Gebilde findet, dessen Alter zwischen dem der *Leptæna Schmidt*-führenden Kalke und dem des ältesten, rothen, gotländischen Mergelschiefers liegt. Indessen deuten einige Umstände darauf hin, dass sich wenigstens gewisse Theile der *L. Schmidt*-führenden Gesteine während des allerletzten Abschnittes der untersilurischen Zeit gebildet haben.

Om en metod att vid matematiskt-statistiska undersökningar fördela en följd af femårsklasser  
i ettårsklasser.

Af G. ENESTRÖM.

[Meddeladt den 11 Oktober 1893 genom D. G. LINDHAGEN.]

För att minska besväret vid insamlande af statistiska primäruppgifter rörande åldersfördelningen för en viss grupp personer, eller vid den direkta bearbetningen af sådana uppgifter, inskränker man sig stundom till att söka erhålla kännedom om gruppens fördelning efter femårsklasser. Det kan dock sedermera lätt inträffa, att man för någon särskild undersökning äfven behöfver känna personernas fördelning i ettårsklasser; man antager då ofta, att antalen personer i olika ettårsklasser af en femårsklass kunna representeras genom ordinaterna till en parabolisk kurva af formen  $y = a + bx + cx^2$  och bestämmer denna kurvas tre konstanter så, att icke blott summan af ordinaterna inom den femårsklass, hvarom fråga är, utan äfven summan af ordinaterna inom hvar och en af de två närgränsande femårsklasserna exakt öfverensstämmer med det genom direkt observation gifna antalet.

Betecknar man nu med  $L_{x/x+5}$  det gifna antalet personer i den femårsklass  $x/x+5$  är, som bör fördelas i ettårsklasser, samt med  $L_{x-5/x}$  och  $L_{x+5/x+10}$  antalen i den närmast yngre och den närmast äldre femårsklassen; låter man vidare  $l_{x+n/x+n+1}$  utmärka det obekanta antalet personer i ettårsklassen  $x+n/x+n+1$  är, och antager man ekvationen för den paraboliska kurvan vara

$$l_{x+n/x+n+1} = a_x + (n-2)b_x + (n-2)^2c_x, \dots (1)$$

där  $n$  representerar abskissan, så bör man enligt det föregående bestämma de tre konstanterna  $a_x$ ,  $b_x$ ,  $c_x$  på sådant sätt, att

$$\sum_{n=0}^{n=4} l_{x+n/x+n+1} = L_{x/5}, \quad \sum_{n=-5}^{n=-1} l_{x+n/x+n+1} = L_{x-5/x},$$

$$\sum_{n=5}^{n=9} l_{x+n/x+n+1} = L_{x+5/x+10}.$$

Insätter man i dessa tre ekvationer  $a_x + (n-2)b_x + (n-2)^2c_x$  i stället för  $l_{x+n/x+n+1}$ , och utför man summationerna i afseende på  $n$ , framkomma de tre ekvationerna

$$\begin{aligned} 5a_x + 10c_x &= L_{x/5}, \\ 5a_x - 25b_x + 135c_x &= L_{x-5/x}, \\ 5a_x + 25b_x + 135c_x &= L_{x+5/x+10}; \end{aligned}$$

härur erhåller man lätt

$$\left. \begin{aligned} c_x &= \frac{1}{135} (L_{x+5/x+10} - 2L_{x/x+5} + L_{x-5/x}), \\ b_x &= \frac{1}{30} (L_{x+5/x+10} - L_{x-5/x}), \\ a_x &= \frac{1}{5} L_{x/x+5} - 2c_x. \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

Låter man nu i ekv. (1)  $n$  successivt antaga värdena 0, 1, 2, 3, 4, blir

$$\left. \begin{aligned} l_{x/x+1} &= a_x - 2b_x + 4c_x, \\ l_{x+1/x+2} &= a_x - b_x + c_x, \\ l_{x+2/x+3} &= a_x, \\ l_{x+3/x+4} &= a_x + b_x + c_x, \\ l_{x+4/x+5} &= a_x + 2b_x + 4c_x, \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

och då alla tre storheterna  $a_x$ ,  $b_x$ ,  $c_x$  genom ekv. (2) äro uttryckta i de gifna talen  $L_{x-5/x}$ ,  $L_{x/x+5}$ ,  $L_{x+5/x+10}$ , så äro härmed de  $L_{x/x+5}$  personerna i femårsklassen  $x/x+5$  år fördelade i ettårsklasser.<sup>1)</sup>

Klart är, att den nu angifna metoden bör kunna med fördel användas, då fråga är om hela befolkningen inom ett land,

<sup>1)</sup> Det är mig ej bekant, hvem som först angifvit denna metod för fördelningen i ettårsklasser. Metoden har blifvit framställd bl. a. af A. NOVELLIS i uppsatsen: *Di un metodo d'interpolazione per passare dalle classi quinquennali di popolazione alle classi annali* (Annali di statistica 12, 1880, 17-23).

där ungefär lika många barn årligen födas, och där inga stora förändringar i afseende på mortalitet eller emigration och immigration förekomma. Under sådana förhållanden är nämligen  $c_x$  en mycket obetydlig storhet, och äfven  $b_x$  är ganska liten i förhållande till  $a_x$ . De olika parabelbågarna böra därför, om man bortser från de älsta åldersklasserna — för de fem yngsta årsklasserna är metoden tydligen icke i sin ursprungliga form användbar — hafva en svag böjning och ansluta sig ganska nära till hvarandra, så att de tillsammans bilda en linie med något så när jämn krökning. Skulle under något år ett ovanligt stort eller ovanligt ringa antal barn födas, blir visserligen metoden ej fullt så tillfredsställande, men någon betydlig oriktighet bör dock endast för enstaka årsklasser uppstå genom dess användande.

För att visa, huru förhållandena i ett särskildt fall ställa sig, har jag å följande sida för åldrarna 15/16—29/30 år dels angifvit, huru stor befolkningen var i Sverige vid 1890 års slut, dels beräknat, huru stor den skulle hafva varit, om den ofvan angifna metoden varit fullt riktig, och om man i enlighet med verkliga förhållandet antagit, att i femårsklasserna 10—15, 15—20, 20—25, 25—30, 30—35 år funnit respektive 487,620, 432,759, 348,785, 347,130 och 317,328 personer.<sup>1)</sup> Beräkningen har utförts med tillhjälp af följande värden å de tre konstanterna  $a_x$ ,  $b_x$ ,  $c_x$ :

	$x = 15.$	$x = 20.$	$x = 25.$
$a_x$	86,784·704	69,098·448	69,651·176
$b_x$	— 2,776·7	— 1,712·68	— 629·14
$c_x$	— 116·452	+ 329·276	— 112·588

För att underlätta jämförelsen mellan de två talserierna, har jag i särskilda kolumner angifvit differensen mellan det verkliga och det beräknade antalet dels i absolut tal, dels i procent af sistnämnda antal.

<sup>1)</sup> Se *Bidrag till Sveriges officiella statistik. A) Befolkningsstatistik*. Ny följd. XXXII: 1 (Stockholm 1892), sid. 20.

Ålders- klass, år.	Verkliga	Beräknade	Skillnaden mellan det verkliga och det beräknade antalet	
			i absolut tal.	i procent af det beräk- nade antalet.
15—16	92,582	91,872	+ 710	+ 0·8
16—17	88,240	89,445	— 1,205	— 1·3
17—18	87,112	86,785	+ 327	+ 0·4
18—19	82,624	83,892	— 1,268	— 1·5
19—20	82,201	80,765	+ 1,436	+ 1·8
20—21	73,743	73,841	— 98	— 0·1
21—22	70,319	71,130	— 811	— 1·1
22—23	61,913	69,099	— 7,186	— 10·4
23—24	68,533	67,715	+ 818	+ 1·2
24—25	74,277	67,000	+ 7,277	+ 10·9
25—26	72,458	70,459	+ 1,999	+ 2·8
26—27	72,537	70,168	+ 2,369	+ 3·4
27—28	70,918	69,651	+ 1,267	+ 1·8
28—29	67,718	68,909	— 1,191	— 1·7
29—30	63,499	67,943	— 4,444	— 6·5

Af tabellen framgår, att de verkliga antalen i allmänhet skilja sig från de beräknade med mindre än 2 %; blott i fem fall har skillnaden öfverstigit 2 % och blott i två af dessa fall uppgått till 10 %. Dessa senare hafva sin förklaringsgrund däri, att under år 1868 ett ovanligt litet och under år 1866 ett ovanligt stort antal barn föddes (respektive 114,955 och 136,989).

Men om sålunda den nu ifrågavarande metoden kan i regeln användas med hänsyn till en hel befolkning, där ändringen från en femårsklass till den närmast följande är jämförelsevis ganska obetydlig och försiggår tämligen likformigt, så blir förhållandet väsentligen olika, då man har att göra med sådana grupper af personer, inom hvilka ändringen i sammansättningen försiggår vida hastigare och mindre regelbundet. Särskildt gäller detta om grupper, som samtidigt dels minskas genom afgang, dels i betydlig mån ökas genom inträde af nya individer, och i all synnerhet om sådana grupper, där inga individer *under* en viss ålder kunna förefinnas. För grupper af sistnämnda slag blir

nämligen en modifikation nödvändig åtminstone i fråga om fördelningen af den yngsta åldersklassen. Ty om denna klass tillhör åldern  $t/t + 5$  är, så är det klart, att  $L_{t-5/t} = 0$ , men då inga negativa antal individer kunna förekomma, är denna ekvation liktydig med de fem ekvationerna

$l_{t-1/t} = 0$ ,  $l_{t-2/t-1} = 0$ ,  $l_{t-3/t-2} = 0$ ,  $l_{t-4/t-3} = 0$ ,  $l_{t-5/t-4} = 0$ , och den paraboliska kurvan skulle därför gå genom fem punkter på abscissaxeln, hvilket naturligtvis är orimligt. För den lägsta femårsklassen måste man således modifiera metoden, och detta synes mig lämpligast kunna ske så, att man i stället för ekvationen

$$\sum_{n=-4}^{n=-1} l_{t+n/t+n+1} = L_{t-5/t}$$

inför ekvationen

$$l_{t-1/t} = 0,$$

d. v. s. låter parabeln bestämmas genom villkoret, att inga individer inom gruppen finnas i åldern  $t - 1/t$  år. På detta sätt erhåller man för beräkning af  $a_t$ ,  $b_t$ ,  $c_t$  de tre ekvationerna

$$\begin{aligned} 5a_t + 10c_t &= L_{t/t+5}, \\ a_t - 3b_t + 9c_t &= 0, \\ 5a_t + 25b_t + 135c_t &= L_{t+5/t+10} \end{aligned}$$

hvarur

$$\begin{aligned} a_t &= \frac{1}{350} (126L_{t/t+5} - 6L_{t+5/t+10}), \\ b_t &= \frac{1}{350} (18L_{t/t+5} + 7L_{t+5/t+10}), \\ c_t &= \frac{1}{350} (-8L_{t/t+5} + 3L_{t+5/t+10}). \end{aligned}$$

Exempel på grupper af det slag, hvarom nu talats, hafva vi bland andra i antalet gifta personer inom ett land. En femårsklass af gifta män eller kvinnor minskas å ena sidan därigenom, att gifta män eller kvinnor afida, blifva enklingar (enkor) eller emigrera, men ökas å andra sidan därigenom att ogifta män eller kvinnor ingå äktenskap, och ökningen är särskildt för de yngsta femårsklasserna proportionsvis högst betydlig samt ganska oregelbunden. Under sådana förhållanden blir  $c_x$  en relativt stor kvantitet, och äfven  $b_x$  kan erhålla ett högt värde i förhållande till  $a_x$ . De förutsättningar, hvilka ur-



sprungligen legat till grund för formlernas härledning, äga således här icke giltighet, och det är blott på erfarenhetens väg man kan afgöra, om metoden är användbar eller ej. För detta ändamål har jag tillämpat den på fördelningen i ettårsklasser af Sveriges gifta befolkning vid 1880 års slut i åldrarna 15/16—34/35 år. Därvid har jag dock för enkelhetens skull till årsklassen 20—21 år öfverflyttat de 23 gifta männen i åldern 19—20 år och de 3 gifta männen i åldern 18—19 år. För männen blifva då antalen gifta i de fyra femårsklasserna 20—25, 25—30, 30—35 och 35—40 år respektive 14,786, 62,579, 90,928 och 101,135. För kvinnorna åter blifva antalen gifta i de fem femårsklasserna 15—20, 20—25, 25—30, 30—35 och 35—40 år respektive 2,420, 35,120, 79,637, 98,511 och 104,423.<sup>1)</sup>

Med ledning af dessa uppgifter har jag först beräknat de tre hjälpkvantiteterna  $a_x$ ,  $b_x$ ,  $c_x$  och för dem erhållit följande värden:

	M ä n.			K v i n n o r.			
	$x = 20.$	$x = 25.$	$x = 30.$	$x = 15.$	$x = 20.$	$x = 25.$	$x = 30.$
$a_x$	2,704·66	12,671·852	18,330·786	171·27	6,929·464	16,132·544	19,805·896
$b_x$	1,280·85	1,522·84	771·04	526·18	1,544·84	1,267·82	495·72
$c_x$	+ 126·26	— 77·776	— 72·568	+ 156·36	+ 47·268	— 102·572	— 51·848

Man ser här genast, att för de gifta kvinnorna i åldern 15—20 år  $c_x$  är nästan lika stor som  $a_x$ , och  $b_x$  mer än tre gånger  $a_x$ ; det är alltså på förhand antagligt, att metoden för denna femårsklass skall lämna ett mindre tillfredsställande resultat.

Sedan hjälpkvantiteterna sålunda blifvit beräknade, har jag verkställt själfva fördelningen i ettårsklasser och meddelar i följande tabell dels de verkliga, dels de beräknade antalen gifta män och kvinnor i åldrarna 15/16—34/35 år, äfvensom skillnaden mellan de verkliga och de beräknade antalen dels i absoluta tal, dels i procent af sistnämnda antal.

<sup>1)</sup> De här angifna talen, äfvensom de verkliga antalen gifta män och kvinnor i åldrarna 15/16—34/35 år, äro hämtade ur *Bidrag till Sveriges officiella statistik. A) Befolkningsstatistik*. Ny följd XXII: 3 (Stockholm 1886) sid. 15.

Ålder, år.	Verk- liga	Beräk- nade	Skillnaden mellan det verkliga och det beräknade antalet		Verk- liga	Beräk- nade	Skillnaden mellan det verkliga och det beräknade antalet	
	antalet gifta män vid 1880 års slut.		i absolut tal.	i procent af det be- räknade antalet.	antalet gifta kvinnor vid 1880 års slut.		i absolut tal.	i procent af det be- räknade antalet.
15—16	—	—	—	—	10	— 256	+ 266	+ 103·9
16—17	—	—	—	—	62	— 199	+ 261	+ 131·2
17—18	—	—	—	—	215	171	+ 44	+ 25·7
18—19	—	—	—	—	666	855	— 189	— 22·1
19—20	—	—	—	—	1,467	1,849	— 382	— 20·7
20—21	<sup>1)</sup> 100	649	— 549	— 84·6	2,977	4,080	— 1,053	— 26·1
21—22	1,094	1,551	— 457	— 29·5	5,159	5,433	— 274	— 5·0
22—23	2,776	2,705	+ 71	+ 2·6	7,255	6,929	+ 326	+ 4·7
23—24	4,477	4,111	+ 366	+ 8·9	8,989	8,521	+ 468	+ 5·6
24—25	6,339	5,770	+ 569	+ 9·9	10,740	10,207	+ 533	+ 5·2
25—26	8,876	9,315	— 439	— 4·7	12,945	13,186	— 241	— 1·8
26—27	11,650	11,071	+ 579	+ 5·2	15,988	14,762	+ 1,226	+ 8·3
27—28	12,498	12,671	— 173	— 1·4	15,927	16,133	— 206	— 1·3
28—29	13,617	14,116	— 499	— 3·5	16,503	17,298	— 795	— 4·6
29—30	15,938	15,406	+ 532	+ 3·5	18,274	18,258	+ 16	+ 0·1
30—31	17,152	16,598	+ 554	+ 3·3	19,414	18,607	+ 807	+ 4·3
31—32	19,006	17,487	+ 1,519	+ 8·7	20,812	19,258	+ 1,554	+ 8·1
32—33	18,257	18,331	— 74	— 0·4	19,875	19,806	+ 69	+ 0·3
33—34	18,066	19,029	— 963	— 5·1	19,249	20,250	— 1,001	— 4·9
34—35	18,447	19,483	— 1,036	— 5·3	19,161	20,590	— 1,429	— 6·9

Af tabellen synes, att metoden för de yngsta femårsklasserna gifver väsentligen oriktiga resultat; i fråga om kvinnorna blifva talen för de två lägsta åldrarna till och med negativa. Men äfven för de högre åldersklasserna förekomma ej obetydliga differenser mellan det verkliga och det beräknade antalet; så t. ex. uppgår denna differens för åldern 20—21 år bland kvinnorna till mer än 26 % af det beräknade värdet. För öfrigt må framhållas, att serien af de beräknade antalen stundom företer vida större ojämnheter än serien af de verkliga antalen (jämför t. ex. åldrarna 24—25 och 25—26 år för gifta män samt åldrarna 19—20 och 20—21 år för gifta kvinnor).

<sup>1)</sup> 26 gifta män öfverflyttade hit från närmast föregående årsklasser (se föreg. sida).

För att ytterligare pröfva metodens användbarhet i fråga om grupper af personer, där både utträde och inträde förekommer, har jag verkställt fördelning i ettårsklasser dels af de småskol-lärare och lärarinnor, hvilka funnos vid 1889 års slut, dels af de barnmorskor, som praktiserade vid 1892 års slut.

Bland de förra funnos vid 1889 års slut <sup>1)</sup> i åldersklasserna 15—20, 20—25, 25—30 och 30—35 respektive 470, 1,980, 1,686 och 1,132 personer. Medelst dessa tal har jag för de tre hjälpkvantiteterna erhållit följande värden:

	$x = 15.$	$x = 20.$	$x = 25.$
$a_x$	86.07	410.432	339.28
$b_x$	+ 40.58	+ 24.32	— 16.96
$c_x$	+ 3.96	— 7.216	— 1.04

Småskollärarnes verkliga och beräknade fördelning i ettårsklasser inom åldrarna 15/16—29/30 år, samt skillnaden mellan de verkliga och de beräknade antalen framgår af följande tabell:

Ålder, år.	Verkliga	Beräknade	Skillnaden mellan det verkliga och det beräknade antalet	
			i absolut tal.	i procent af det beräk- nade antalet.
15—16	1	21	— 20	— 95.2
16—17	8	50	— 42	— 84.0
17—18	46	86	— 40	— 46.5
18—19	141	130	+ 11	+ 8.5
19—20	274	183	+ 91	+ 49.7
20—21	386	333	+ 53	+ 15.9
21—22	380	379	+ 1	+ 0.3
22—23	412	410	+ 2	+ 0.5
23—24	429	427	+ 2	+ 0.5
24—25	373	431	— 58	— 13.5
25—26	368	369	— 1	— 0.3
26—27	400	355	+ 45	+ 12.7
27—28	343	339	+ 4	+ 1.2
28—29	285	322	— 37	— 11.5
29—30	290	301	— 11	— 3.7

<sup>1)</sup> Uppgifterna om småskollärarnes antal äro tagna ur min utredning *Om åldersdomsunderstöd åt lärare och lärarinnor vid småskolor* (Sthlm 1889), sid. 141.

Äfven här äro de beräknade antalen för den yngsta femårsklassen väsentligen oriktiga; för de öfriga åldersklasserna uppgår skillnaden mellan det verkliga och det beräknade antalet i fyra fall till mer än 11 % af sistnämnda antal. Ett annat tecken till metodens olämplighet är, att i serien af de beräknade antalen dels en betydlig ojämnhet utan fog förefinnes vid öfvergången mellan 19—20 och 20—21 år, dels maximum blifvit godtyckligt förlagdt till 24—25 år i stället för 23—24 år.

Af barnmorskorna funnos vid 1892 års slut<sup>1)</sup> i åldrarna 23—28, 28—33, 33—38, 38—43 år respektive 94, 310, 451 och 361 personer. De tre hjälpkvantiteterna få alltså följande värden:

	$x = 23.$	$x = 28.$	$x = 33.$
$a_x$	18.15	62.6	92.048
$b_x$	7.02	7.14	1.02
$c_x$	+ 0.32	— 0.3	— 0.924

Det verkliga och det beräknade antalet barnmorskor i olika ettårsklasser inom åldrarna 23/24—37/38 år, samt skillnaden mellan dessa antal framgår af följande tabell:

Ålder, år.	Verkliga	Beräknade	Skillnaden mellan det verkliga och det beräknade antalet	
			i absolut tal.	i procent af det beräk- nade antalet.
23—24	2	5	— 3	— 60.0
24—25	2	11	— 9	— 81.8
25—26	17	18	— 1	— 5.6
26—27	29	26	+ 3	+ 11.5
27—28	44	34	+ 10	+ 29.4
28—29	44	47	— 3	— 6.4
29—30	63	55	+ 8	+ 14.5
30—31	68	63	+ 5	+ 7.9
31—32	58	69	— 11	— 15.9
32—33	77	76	+ 1	+ 1.3
33—34	92	86	+ 6	+ 7.0
34—35	101	90	+ 11	+ 12.2
35—36	99	92	+ 7	+ 7.6
36—37	83	92	— 9	— 9.8
37—38	76	91	— 15	— 16.5

<sup>1)</sup> De här anförda uppgifterna om barnmorskornas antal äro hämtade ur mitt *Betänkande om barnmorskekårens pensionering* (Sthlm 1893), sid. 172—173.

Liksom då fråga var om småskollärarne, ser man äfven här, att metoden är föga lämplig för den yngsta femårsklassen; för de öfriga åldrarna är skillnaden mellan det verkliga och det beräknade antalet i allmänhet relativt stor (blott i ett fall mindre än 6 % af sistnämnda antal). Olämplig är metoden äfven så till vida, att i serien af de beräknade antalen det absoluta maximum för 34—35 år alldeles försvunnit, och att äfven andra obefogade ändringar af verkliga förhållandena kommit till stånd. Till försvar för metoden skulle dock här kunna anföras, att de tal, som förekomma, äro ganska små, och att således serien af de verkliga antalen kan vara mer eller mindre påverkad af tillfälliga störande orsaker.

Af det föregående framgår, att metoden gifver felaktigt resultat i synnerhet för den yngsta femårsklassen, och då just för denna klass vidtagits en modifikation af det ursprungliga förfaringssättet, så innebär detta en maning att undersöka, om icke möjligen någon annan modifikation skulle gifva bättre resultat. Utmärka vi fortfarande med  $t/t + 5$  år åldern för den yngsta förekommande femårsklassen, så ligger det då utan tvifvel närmast till hands att försöka, om icke den parabel, som användes för fördelningen af femårsklassen  $t + 5/t + 10$  år, äfven kan begagnas för fördelningen af femårsklassen  $t/t + 5$  år; i själfva verket äro ju denna parabels konstanter så bestämda, att summan af dess ordinator inom femårsklassen  $t/t + 5$  år just är lika med  $L_{t/t+5}$ . Då nu ekvationen för den nämnda parabeln är

$$l_{t+n+5/t+n+5} = a_{t+5} + (n-2)b_{t+5} + (n-2)^2c_{t+5},$$

så erhåller man omedelbart de sökta antalen individer inom de fem åldrarna  $t/t+1$  år,  $t+1/t+2$  år,  $t+2/t+3$  år,  $t+3/t+4$  år och  $t+4/t+5$  år genom att successivt sätta  $-5$ ,  $-4$ ,  $-3$ ,  $-2$ ,  $-1$  i stället för  $n$ ; alltså blifva formlerna för de sökta talen

$$l_{t/t+1} = a_{t+5} - 7b_{t+5} + 49c_{t+5},$$

$$l_{t+1/t+2} = a_{t+5} - 6b_{t+5} + 36c_{t+5},$$

$$l_{t+2/t+3} = a_{t+5} - 5b_{t+5} + 25c_{t+5},$$

$$l_{t+3/t+4} = a_{t+5} - 4b_{t+5} + 16c_{t+5},$$

$$l_{t+4/t+5} = a_{t+5} - 3b_{t+5} + 9c_{t+5}.$$

För att pröfva lämpligheten af denna modifikation, hvilken jag för korthetens skull kallar »andra metoden», under det jag med »första metoden» utmärker det förut använda tillvägagåendet, har jag utfört de behöfliga räkningarna med hänsyn till gifta män i åldern 20—25 år, gifta kvinnor i åldern 15—20 år, småskollärare i åldern 15—20 år och barnmorskor i åldern 23—28 år, samt meddelar resultaten i följande tabell. I tabellen har jag äfven för jämförelsens skull insatt dels de verkliga, dels de förut beräknade antalen individer i de olika åttårsklasserna.

Ålder. år.	Gifta män.			Gifta kvinnor.			Småskollärare.			Barnmorskor.		
	Verkliga antalet.	Beräknade antalet enligt		Verkliga antalet.	Beräknade antalet enligt		Verkliga antalet.	Beräknade antalet enligt		Verkliga antalet.	Beräknade antalet enligt	
		första	andra		första	andra		första	andra		första	andra
		metoden.			metoden.			metoden.			metoden.	
t+1	100	649	1,800	10	256	1,565	1	21	114	2	5	2
+1/t+2	1,094	1,551	734	62	199	635	8	50	5	2	11	9
+2/t+3	2,776	2,705	3,113	215	171	390	46	86	108	17	18	19
+3/t+4	4,477	4,111	5,336	666	855	1,508	141	130	198	29	26	29
+4/t+5	6,339	5,770	7,403	1,467	1,849	2,722	274	183	273	44	34	39

Granska vi närmare denna tabell, finna vi, att fördelningen enligt den andra metoden gifver bättre resultat blott för en åldersklass af de gifta männen, två åldersklasser af småskollärarne och tre åldersklasser af barnmorskorna. Synnerligen olämplig visar den sig i fråga om fördelningen af de gifta kvinnorna; för den sista åldersklassen (19—20 år) ensam angifver den ett större antal än det verkliga antalet (2,420) inom hela femårsklassen 15—20 år.

Vill man såsom mått på resultatets riktighet använda summan af felens kvadrater, samt beräknar man för hvarje grupp och för hvardera metoden denna summa, erhåller man följande värden:

	Gifta män.	Gifta kvinnor.	Småskollärare.	Barnmorskor.
Summan af felens kvadrater.				
Enligt första metoden	973,008	322,458	12,166	200
» andra »	5,723,146	5,281,048	20,328	94

För de två första grupperna är således felkvadratsumman mångdubbelt större och för den tredje gruppen nära dubbelt större enligt den andra metoden; för den fjärde gruppen är däremot förhållandet motsatt. Med afseende på den sistnämnda omständigheten bör dock äfven här påminnas därom, att antalen individer i olika femårsklasser af denna grupp äro ganska små, och att därför det påpekade förhållandet ej har någon större beviskraft.

Af det nu anförda synes mig följa, att i regeln den andra metoden åtminstone icke lämnar bättre resultat än den första, utan snarare tvärtom. Men då likväl af det föregående visar sig, att den andra metoden *kan* i ett enskildt fall vara att föredraga, så framställer sig den frågan, huruvida det icke är möjligt att uppställa något kriterium, medelst hvilket man förmår afgöra, om för en gifven grupp denna metod helst bör användas. Något sådant kriterium torde emellertid svårligen finnas; ty äfven om det kan med hänsyn till öfriga femårsklasser visas, att den parabel, som gäller för femårsklassen  $x + 5/x + 10$  är tämligen nära sammanfaller med den parabel, som gäller för femårsklassen  $x/x + 5$  år, så får man däraf icke draga den slutsatsen, att ett liknande förhållande måste äga rum äfven för den yngsta femårsklassen. Enligt min åsikt är det därför bäst att verkställa fördelningen efter båda metoderna och sedermera, på grund af den särskilda kännedom man kan äga om gruppen, söka afgöra, hvilkendera fördelningen är sannolikast. Såsom exempel väljer jag en grupp af män, som behandlas i den s. k. nya arbetareförsäkringskomiténs statistiska undersökningar, och hvilken grupp omfattar de män, hvilka enligt komiténs förslag skulle på grund af sin anställning vara underkastade försäkringsplikt, dock så att denna plikt skulle blifva aktuell först sedan personen i fråga fyllt 18 år. Enligt komiténs undersökningar skulle vid 1890 års slut hafva funnits i åldrarna 15—20 och 20—25 år respektive 56,870 och 68,939 män i sådan anställning;<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Se A. LINDSTEDT, *Statistiska undersökningar och kostnadsberäkningar*. (Nya arbetareförsäkringskomiténs betänkande. II. Stockholm 1893), sid. 12.

fördelar man nu det förra antalet i olika ettårsklasser enligt hvardera metoden, erhåller man följande resultat:

	Antalet män i åldern					Summa.
	15—16 år.	16—17 år.	17—18 år.	18—19 år.	19—20 år.	
Enligt första metoden.....	4,994	9,087	12,276	14,564	15,949	56,870
»    andra    »	9,823	10,696	11,472	12,149	12,730	56,870

Enligt min åsikt är den första metoden här att föredraga, enär det synes mig föga sannolikt, att redan vid 15—16 års ålder ett relativt taget så stort antal ynglingar, skulle inträda i försäkringspliktig anställning,<sup>1)</sup> och att så få skulle ytterligare tillkomma i åldrarna 16—20 år, som den andra metodens tal angifva. Man skulle visserligen kunna invända, att den första metoden här knappast är användbar, då den för åldern 19—20 år gifver såsom resultat 15,949 män; fördelar man nämligen på vanligt sätt i ettårsklasser de 68,939 männen i åldern 20—25 år, finner man, att till åldern 20—21 år höra blott 13,212 män i försäkringspliktig anställning. Denna invändning synes mig dock icke vara af afgörande vikt. Det är nämligen först att märka, att den femårskull af män, som vid 1890 års slut befann sig i åldern 20—25 år, var relativt fåtalig; den bestod nämligen fem år tidigare, d. v. s. då den befann sig i åldern 15—20 år, blott af 210,811 individer, under det att vid 1890 års slut funnos 219,308 män i åldern 15—20 år. Mot ett antal af 15,949 försäkringspliktige män i åldern 19—20 år vid 1890 års slut svara således, äfven om fördelningen af femårsklassen 20—25 år godkännes, icke 13,212 utan  $13,212 \cdot \frac{219,308}{210,811} = 13,776$  män i åldern 20—21 år. Vidare är emigrationen just omkring åldern 20 år för närvarande enormt stor; under år 1890 utgjorde nämligen

Herr LINDSTEDT har vid fördelningen af den yngsta femårsklassen användt den andra metoden.

<sup>1)</sup> Att något afsevärdt antal ynglingar skulle kunna inträda i försäkringspliktig anställning vid en ålder af 14—15 år eller ännu tidigare, lär väl icke vara antagligt.



emigrantöfverskottet bland män i åldern 19—20 och 20—21 är respektive 2,406 och 2,599, medan vid årets slut funnos i dessa åldrar respektive 41,309 och 36,410 män. Häraf följer, att en grupp af män i åldern 19—20 år kan genom emigrationen minskas med ända till 7 %, innan den uppnår åldern 20—21 år. Slutligen må framhållas, att den verkställda fördelningen af femårsklassen 20—25 i ettårsklasser icke är oomtvistlig, och att därför talet 13,212 mycket väl kan vara för lågt.

Af detta exempel ser man emellertid också, huru osäker hela den nu ifrågavarande metoden i själfva verket är. Men alldeles detsamma gäller äfven med afseende på hvarje annan dylik metod, så snart fråga är om en grupp af personer, hvilkens sammansättning i betydlig mån och oregelbundet ändras från en femårsklass till en annan. Vill man hafva något så när exakta uppgifter om en sådan grupps fördelning i ettårsklasser, är det följaktligen nödvändigt att direkt ur det statistiska materialet skaffa sig kännedom därom, där sådant är möjligt, eller också insamla nya primäruppgifter. Naturligtvis blir bearbetningen under sådana förhållanden ej obetydligt mödosammare, men genom att utföra den medelst lösa lappar, kan den förvandlas till rent mekaniskt skrif- och sorteringsarbete.

I det föregående har jag behandlat frågan om metodens användbarhet ur rent statistisk synpunkt. Stundom är denna synpunkt dock af underordnad betydelse, t. ex. vid vissa försäkringstekniska undersökningar, där det blott gäller att utföra en kostnadsberäkning för pensionering af ett visst antal personer, hvilkas fördelning i femårsklasser är känd. I sådana fall kan metoden ofta utan olägenhet användas, enär felet i slutsumman blir mycket litet. Vore det t. ex. fråga om, att åt de 35,120 gifta kvinnor, hvilka vid 1890 års slut befunno sig i åldern 20—25, bereda en pension af 200 kronor vid fyllda 55 år, och lägger man till grund för beräkningen Statistiska centralbyråns mortalitetstabell för kvinnor 1871—1880 samt en räntefot af 4 %, finner man, att hela kostnaden i rundt tal skulle uppgå till 18,860,000 kronor. Blefve däremot de 35,120 kvinnorna

fördelade i ettårsklasser enligt den här behandlade metoden, så skulle kostnadsberäkningen sluta på en summa af 18,770,000 kronor; skillnaden belöper sig således blott till 90,000 kronor, d. v. s. mindre än  $\frac{1}{2}$  %. Däremot kunna andra försäkrings-tekniska undersökningar förekomma, där kännedomen om fördelningen i ettårsklasser är af större betydelse, t. ex. då fråga är om afgångsförhållanden inom en grupp försäkrade. I sådana fall bör alltså metoden endast med stor försiktighet användas.

---

# Skänker till Vetenskaps-Akademins Bibliotek.

(Forts. från sid. 504.)

- Stockholm.** *Statistiska Centralbyrån.*  
Förteckning öfver skandinavisk . . . geologisk, mineralogisk och paleontologisk litteratur 1892. Stockholm 1893. 8:o.
- Berlin.** *K. Preussische Akademie der Wissenschaften.*  
Sitzungsberichte. 1893: 26—38. 8:o.
- Boston.** *American academy of arts and sciences.*  
Memoirs. Vol. 12: N:o 1. 1893. 4:o.  
Proceedings. Vol. 27(1891/92). 8:o.
- Bruxelles.** *Académie R. des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.*  
Bulletin. (3) T. 26(1893): N:o 8. 8:o.
- Buenos Aires.** *Sociedad científica Argentina.*  
Anales. T. 35(1893): Entr. 4—5. 8:o.
- Calcutta.** *Asiatic society of Bengal.*  
Journal. Vol. 62(1893): P. 1: N:o 1; P. 2: 1. 8:o.  
Proceedings. 1893: N:o 2—6. 8:o.
- Campinas.** *Instituto agronomico do estado de São Paulo.*  
Relatorio annual. 1892. 4:o.
- Charlottesville.** *Leander McCormick Observatory.*  
Publications. Vol. 1: P. 6. 1893. 8:o.
- Coimbra.** *Sociedade Broteriana*  
Boletim. 10(1892). 8:o.
- Graz.** *Naturwissenschaftlicher Verein für Steiermark.*  
Mittheilungen. Jahrg. 1892. 8:o.
- Halifax.** *Nova Scotian institute of science.*  
Proceedings and transactions. (2) Vol. 1: P. 2. 1892. 8:o.
- Heidelberg.** *Universitäts-Bibliothek.*  
Akademische Schriften. 1892/93. 102 st.
- Helsingfors.** *Finska vetenskaps-societeten.*  
Öfversigt. 34(1891—92). 8:o.  
Bidrag till kännedom af Finlands natur och folk. H. 51. 1892. 8:o.
- Innsbruck.** *Ferdinandum für Tirol und Vorarlberg.*  
Zeitschrift. (3) H. 37. 1893. 8:o.
- Krakau.** *Académie des sciences.*  
Bulletin international. 1893: 7. 8:o.
- Kristiania.** *Videnskabs-Selskabet.*  
Forhandlinger. 1892: N:o 1—18 & Oversigt af møder. 8:o.  
— *Universitets-Bibliotheket.*  
Norsk Bogfortegnelse. 1891. 8:o.
- Lausanne.** *Société Vaudoise des sciences naturelles.*  
Bulletin. (3) Vol. 29: N:o 112. 1893. 8:o.
- Leiden.** *Nederlandsche botanische Vereeniging.*  
Nederlandsch kruidkundig archief. D. 6: St. 2. 1893. 8:o.

**Leipzig.** *K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften.*

Abhandlungen. Philol.-hist. Cl. Bd 14: N:o 1. 1893. 8:o.

» Math.-phys. Cl. Bd 20: N:o 2. 1893. 8:o.

**Linz.** *Museum Francisco-Carolinum.*

Bericht. 51. 1893. 8:o.

**London.** *Royal Society.*

Proceedings. Vol. 54(1893): N:o 326. 8:o.

— *Royal gardens, Kew.*

Bulletin of miscellaneous information. 1893: N:o 81. 8:o.

**Lübeck.** *Geographische Gesellschaft und naturhistorisches Museum.*

Mitteilungen. (2) H. 4—6. 1892—93. 8:o.

**Luxemburg.** »*Fauna*. *Verein Luxemburger Naturfreunde.*

Mittheilungen. Jahrg. 1893: N:o 4. 8:o.

**Minneapolis.** *Geological and natural history survey of Minnesota.*

Bulletin. N:o 7—8. 1892—93. 8:o.

Annual report. 20(1891). 8:o.

**Montreal.** *Natural history society.*

The Canadian record of science. Vol. 5: N:o 6. 1893. 8:o.

**Nürnberg.** *Naturhistorische Gesellschaft.*

Abhandlungen. Bd 10: H. 1. 1893. 8:o.

**Ottawa.** *Royal Society of Canada.*

Proceedings and transactions. Vol. 10(1892). 4:o.

Summary of the original articles which have appeared in the Canadian Naturalist. 8:o.

**Paris.** *Société de géographie.*

Bulletin. (7) T. 14(1893): Trim. 1. 8:o.

Comptes rendus des séances. 1893: N:o 14. 8:o.

— *Société géologique de France.*

Bulletin. (3) T. 20(1892): N:o 7. 8:o.

**Potsdam.** *Centralbureau der internationalen Erdmessung.*

Verhandlungen der 1892 in Brüssel abgehaltenen 10. allgemeinen Conferenz. Berl. 1893. 4:o.

FERRERO, A., Rapport sur les triangulations. 1893. 4:o.

**Rochester.** *Academy of science.*

Proceedings. Vol. 2: Brochure 2. 1893. 8:o.

**Roma.** *R. Accademia dei Lincei.*

Memorie. Cl. di scienze morali, storiche e filolog. (5) Vol. 1: P. 2 (1893): 4. 4:o.

Rendiconti. Cl. di scienze morali . . . (5) Vol. 2(1893): Fasc. 7. 8:o.

» Cl. di scienze fisiche . . . (5) Vol. 2(1893): Sem. 2: Fasc. 4—6. 8:o.

**Rostock.** *Universität.*

Academische Schriften. 1892/93. 25 st.

**St. Louis.** *Academy of science.*

Transactions. Vol. 6: N:o 2—8. 1892—93. 8:o.

**Sydney.** *Linnean society of New South Wales.*

Proceedings. (2) Vol. 7(1892): P. 3—4. 8:o.

— *Sydney observatory.*

Observations of the transit of Venus, 9 Dec. 1874. Sydney 1892. 4:o.

**Sydney.** *New South Wales government.*

Historical records of New South Wales. Vol. 1: P. 1 & Maps. 1893.  
8:o & 4:o.

**Torino.** *R. Accademia delle scienze.*

Atti. Vol. 28(1892/93): Disp. 9—15. 8:o.

**Washington.** *Smithsonian Institution.*

Miscellaneous collections. Vol. 34: Art. 2, 5, 10; 36. 1888—93. 8:o.

— *U. S. Geological survey.*

Annual report. 11(1889/90): P. 1—2. 4:o.

— *Bureau of education.*

Circular of information. 1893: N:o 4. 8:o.

**Wellington.** *New Zealand Institute.*

BROUN, TH., Manual of the New Zealand Coleoptera. P. 5—7. 1893.  
8:o.

**Wien.** *Österreichische Gradmessungs-Commission.*

Verhandlungen. 1893. 8:o.

**Zürich.** *Naturforschende Gesellschaft.*

Vierteljahrschrift. Jahrg. 38(1893): H. 2. 8:o.

**Af Albert I, prince de Monaco.**

Résultats scientifiques accomplies sur son yacht. Fasc. 5—6. Monaco  
1893. 4:o.

**Af Dr. Th. O. B. N. Krok.**

Botaniska småskrifter. 8 st.

**Af Dr. Johan Leffler.**

6 småskrifter af Fr. Crépin om Rosaceer.

**Af herr A. Löfgren.**

DERBY, O. A., Limites entre São Paulo e Minas-Geraes. S. Paul  
1893. 8:o.

**Författarne.**

APPELLÖF, A., Zur Kenntniss der Edwardsien. Bergen. 8:o.

— Teuthologische Beiträge. Bergen 1892. 8:o.

ARNELL, H. W., S. F. Gray's lefvermoss-släkten. Lund 1893. 8:o.

HENSCHEN, S. E., Om synbanans anatomi ur diagnostisk synpunkt  
Ups. 1893. 8:o.

KROK, TH. O. B. N., & ALMQUIST, S., Svensk flora för skolor. 5:e  
uppl. Sthlm 1893. 8:o.

FLÜCKIGER, F. A., Bernische Beiträge zur Geschichte der Pharmacie.  
Zürich 1893. 8:o.

FOSLIE, M., The Norwegian forms of Ceramium. Trondhjem 1893. 8:o.

MUELLEB, F. VON, Descriptive notes on Papuan plants. 1—3. Mel-  
bourne 1875. 8:o.

— The native plants of Victoria, succinctly defined. P. 1. Melbourne  
1879. 8:o.

PHIL, O. A. L., On occulting micrometres and their value as applied  
to exact astronomical measurements. Chra 1893. 4:o.

SARAUW, G. F. L., Rødsymbiose og Mykorrhizer særlig hos Skov-  
træerne. Khvn 1893. 8:o.

# ÖFVERSIGT

AF

## KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 50.

1893.

Nº 9.

Onsdagen den 8 November.

### INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar .....	sid. 559.
LINDMAN, Bevis för några matematiska satser .....	» 563.
BLADIN, Om oxidation af azimidotoluol .....	» 571.
BERGENDAL, Einige Bemerkungen über die Rotiferengattungen Gastro- schiza Bergendal und Anapus Bergendal .....	» 589.
BENDIXSON, Sur le calcul des intégrales d'un système d'équations différen- tielles par des approximations successives .....	» 599.
PETRINI, Om trådkurvor .....	» 613.
ENESTRÖM, Om sättet att på matematiskt-statistisk väg bestämma ålders- fördelningen för en grupp gifta kvinnor, då man känner åldersfördel- ningen för deras män .....	» 623.
Skänker till Akademiens bibliotek .....	sidd. 562, 570, 650.

Tillkännagafs, att Akademiens utländske ledamot, Professorn  
vid Tekniska Högskolan i Karlsruhe FRANZ GRASHOF med döden  
afgått.

Herrar WITTROCK och NATHORST afgåfvo infor dradt ut-  
låtande med anledning af en hemställan af Kongl. Landtbruks-  
styrelsen om Akademiens yttrande öfver en genom samma Sty-  
relses försorg uppgjord förteckning öfver svenska växtnamn.

Reseberättelser hade blifvit afgifna dels af Ingeniören ALFR.  
LARSSON, som med understöd från Wallmarska fonden utfört  
resor till Tyskland, Frankrike, England, Österrike och Belgien,  
för att taga närmare kännedom af nyare metoder för fabrika-

tion af soda, natron m. m., och dels af Docenten D. BERGENDAL, som i egenskap af Letterstedtsk stipendiat besökt Medelhafstrakter för studium af detta hafs djurverld.

Hr. WITTRÖCK redogjorde för innehållet af den reseberättelse, omfattande resans andra halfär, som inkommit från Akademiens Regnellska stipendiater Lektorn C. A. M. LINDMAN och Doktor G. MALME, af hvilken berättelse framgick, att stipendiaterne under sistlidne Juni månad avslutat sina undersökningar i Brasiliens sydligaste provins Rio Grande do Sul och derefter öfver Buenos Ayres begifvit sig till Paraguay. Derjemte lemnade Hr. WITTRÖCK meddelande om en särdeles dyrbar gåfva, som af Akademiens ledamot Baron FERD. VON MUELLER i Melbourne blifvit förärad till Akademiens botaniska trädgård Bergielund, bestående i ett jettestort exemplar af den trädartade ormbunken *Todea barbara*.

Hr. HASSELBERG förevisade några från Lickobservatorium i Norra Amerika meddelade fotogrammer af solförmörkelsen den 16 sistlidne Augusti.

Hr. PETTERSSON meddelade, att det från svensk sida uppgjorda förslaget till en internationel undersökning af Östersjöns och Nordsjöns hydrografi erhållit anslutning i vidsträckt mån, i det att under innevarande månad fem expeditioner utsändts, nämligen från England, Tyskland, Sverige, Norge och Danmark för samarbete vid dessa hafsundersökningar.

Hr. MITTAG-LEFFLER öfverlemnade till offentliggörande en uppsats af Docenten vid Stockholms Högskola I. BENDIXSON med titel: »Sur le calcul des intégrales d'un système d'équations différentielles par des approximations successives».\*

Sekreteraren öfverlemnade för intagande i Akademiens skrifter följande insända uppsatser: 1) »Bevis för några matematiska satsar», af Lektor C. F. LINDMAN;\* 2) »Om oxidation af azimidotoluol», af Docenten J. A. BLADIN;\* 3) »Einige Bemerkungen über die Rotiferengattungen *Gastroschiza* Bergendal och *Anapus* Bergendal», af Docenten D. BERGENDAL;\* 4) »Om trådkurvor», af Docenten H. PETRINI;\* 5) »Om sättet att på matematiskt-

statistisk väg bestämma åldersfördelningen för en grupp gifta kvinnor, då man känner åldersfördelningen för deras män», af Amanuensen G. ENESTRÖM.\*

Årsräntan af *Wallmarkska* donationen skulle, fördelad i två lika lotter, såsom understöd tilldelas dels Doktorerna S. ARRHENIUS och N. EKHOLM gemensamt för undersökningar rörande inverkan på luftelektriciteten af månens höjd öfver horisonten, och dels Docenten J. R. RYDBERG för fortsatta spektralanalytiska undersökningar.

Utaf *Regnells* zoologiska gåfvomedel anvisades:

till Professoren HJ. THÉELS förfogande 600 kronor till bestridande af kostnaderna för åtskilliga anordningar vid Kristinebergs zoologiska station;

till Professoren CHR. AURIVILLII förfogande 500 kronor för bearbetning af de från Kamerun hemförda, Riksmusei entomologiska afdelning tillhöriga insektsamlingar;

åt Läroverksadjunkten C. O. VON PORAT 500 kronor för idkande af studier i zoologiska museum i St. Petersburg rörande der befintliga typexemplar af myriopoder;

åt Filos. Kandidaten O. M. FLODERUS 300 kronor för fortsatta undersökningar af Sveriges Tunicatfauna; och

åt Docenten A. HENNIG 200 kronor för fortsatta undersökningar af skånska kritlagrens bryozoer.

Det *Letterstedtska slägtstipendiet* anvisades åt Testators dotterson YVES HENRI GABRIEL LOPPIN LETTERSTEDT DE MONTMORT, son af Vicomte I. DE MONTMORT och LYDIA CORINNE LETTERSTEDT.

Genom anställda val kallades: till inländsk ledamot Laboratorn i experimentel Fysik vid Upsala universitet Doktor KNUT ÅNGSTRÖM, samt till utländska ledamöter Ryske Geheimerådet och ledamoten af Vetenskaps Akademien i St. Petersburg PAFNUTIJ TSCHEBYSCHEW och Professorn i Botanik vid universitetet i Berlin SIMON SCHWENDENER.

Följande skänker anmälades:



### Till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

**Stockholm.** *Civildepartementet.*

JÖRGENSEN, K. E., Lamnefjordens Törlægning, 1872—92. Khvu 1892. 8:o.

— *Statistiska Centralbyrån.*

Bidrag till Sveriges officiella statistik. 2 häften. 4:o.

**Halmstad.** *Hallands läns hushållningssällskap.*

Handlingar för 1892: H. 3. 8:o.

**Uppsala.** *Universitetsbiblioteket.*

Uppsala universitets Årsskrift. 1892. 8:o.

Akademiska afhandlingar. 3 st. 8:o & 4:o.

— *K. Vetenskaps-Societeten.*

Nova acta R. Societatis scientiarum Upsaliensis. (3) Vol. 16. 1893. 4:o.

— *Studentkårens bibliotek.*

Uppsala universitets katalog för höstterminen 1893. 8:o.

**Östersund.** *Jämtlands läns fornminnesförening.*

Tidskrift. Bd 1: H. 1—3. 1889—93. 8:o.

**Belgrad.** *Académie R. de Serbie.*

Spomenik (Mémoires). 22. 1893. 4:o.

SCHUJOVITSCH, J. M., Geologija Srbije. 1893. 4:o.

**Bergen.** *Museum.*

Aarboeg for 1892. 1893. 8:o.

**Berlin.** *K. Preussische geologische Landesanstalt u. Bergakademie.*

Jahrbuch. Bd 12(1891). 8:o.

Abhandlungen zur geologischen Spezialkarte von Preussen und den Thüringischen Staaten. Bd 9: H. 3 & Atlas, 4; 10: 1—5. 1889—93. 8:o & 4:o.

Abhandlungen. N. F. H. 1, 3 & Atlas, 5—8, 11—13, 15. 1889—93. 8:o & 4:o.

— *Deutsche geologische Gesellschaft.*

Zeitschrift. Bd 45(1893): H. 2. 8:o.

— *Gesellschaft für Erdkunde.*

Verhandlungen. Bd 20(1893): N:o 7. 8:o.

**Bern.** *Naturforschende Gesellschaft.*

Mittheilungen. Jahrg. 1892. 8:o.

— *Allgemeine schweizerische Gesellschaft für die gesammten Naturwissenschaften.*

Neue Denkschriften. Bd 33: Abth. 1. 1893. 4:o.

Verhandlungen. Jahresversamml. 75(1892). Basel. 8:o.

Compte rendu des travaux. Session 75(1892). Bâle. 8:o.

**Braunschweig.** *Verein für Naturwissenschaft.*

Jahresbericht. 7(1889/91). 8:o.

**Bruxelles.** *Société Belge de microscopie.*

Bulletin. Année 19(1892/93): N:o 10. 8:o.

(Forts. i sid. 570.)

## Bevis för några matematiska satser.

Af C. F. LINDMAN.

[Meddeladt den 8 November 1893.]

Uti Tidskrift för Matematik utgifven af Tychsen (årg. 1869) finnes följande sats:

»Naar  $y$  är en Funktion af  $x$  bestemt ved Ligningen

$$\alpha^{2n} = (y - nx)^{n+\beta} \cdot (y + nx)^{n-\beta}, \quad . . . . . (1)$$

så skall man vise, at

$$\int_0^x \frac{dx}{y + \beta x} = \int_\alpha^y \frac{dy}{\beta y + n^2 x} = \frac{1}{n + \beta} \log \frac{y + nx}{\alpha}.$$

Beviset för denna sats lemnades af Prof. STEEN i årgången 1873 sid. 86, livarest satsen framgår såsom ett enskildt fall af integralen till en differential-equation. Det har syns mig ej sakna allt intresse att försöka direkt härleda satsen, hvilket skett på följande sätt.

Först antages

$$\alpha = \alpha^{n-\beta}, \quad y = nx + z^{n-\beta}$$

och genom deras införande i eqv. (1) fås

$$\alpha^{2n(n-\beta)} = z^{(n+\beta)(n-\beta)} \cdot (2nx + z^{n-\beta})^{n-\beta}$$

eller

$$\alpha^{2n} = z^{n+\beta} (2nx + z^{n-\beta}),$$

som ger

$$x = \frac{a^{2n} - z^{2n}}{2nz^n + \beta}.$$

Genom differentiation finner man häraf

$$dx = - \frac{(n - \beta)z^{2n} + (n + \beta)a^{2n}}{2nz^n + \beta + 1} dz.$$

Vidare erhålles genom insättning  $y = \frac{a^{2n} + z^{2n}}{2z^n + \beta}$

samt genom differentiation

$$dy = \frac{(n - \beta)z^{2n} - (n + \beta)a^{2n}}{2z^n + \beta + 1} dz.$$

Till följd häraf blir

$$y + \beta x = \frac{(n - \beta)z^{2n} + (n + \beta)a^{2n}}{2nz^n + \beta},$$

$$\beta y + n^2 x = \frac{(n + \beta)a^{2n} - (n - \beta)z^{2n}}{2z^n + \beta}.$$

Om nu  $dx$  divideras med  $y + \beta x$ , fås

$$\int_0^x \frac{dx}{y + \beta x} = - \int_a^z \frac{dz}{z} = l \frac{a}{z},$$

emedan  $z$  är  $= a$  för  $x = 0$ . Af en föregående eqvation följer,

$$\text{att det allmänna värdet på } z \text{ är } = (y - nx)^{\frac{1}{n-\beta}} = \frac{a^{\frac{2n}{n-\beta}}}{(y + nx)^{\frac{1}{n+\beta}}}.$$

Genom införande deraf finner man

$$\int_0^x \frac{dx}{y + \beta x} = l \frac{(y + nx)^{\frac{1}{n+\beta}}}{a^{\frac{n-\beta}{n+\beta}}} = \frac{1}{n + \beta} l \frac{y + nx}{a},$$

eftersom  $a^{n-\beta} = a$ .

Genom ett dylikt förfarande finner man ock

$$\int_a^y \frac{dy}{\beta y + n^2 x} = \frac{1}{n + \beta} l \frac{y + nx}{a}.$$

H. s. b.

Om man i integralen

$$I = \int_0^1 \frac{x^a dx}{\sqrt{1-x}}, \quad a = \text{helt tal},$$

sättes  $1 - x = y^2$ , så finnes

$$I = 2 \int_0^1 (1 - y^2)^a dy$$

samt efter utveckling enligt binomial-teoremet

$$I = 2 \sum_{\nu=0}^{r=a} (-1)^\nu a_\nu \int_0^1 y^{2\nu} dy = 2 \sum_{\nu=1}^{r=a} \frac{(-1)^\nu a_\nu}{2\nu+1}.$$

Gör man deremot  $x = \sin^2 \varphi$ , så fås

$$I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2a+1} \varphi dy = \frac{2 \cdot 2^{a^2}}{3^{a^2}}.$$

Genom jämförelse af dessa två resultat finner man

$$\sum_{\nu=0}^{r=a} \frac{(-1)^\nu \cdot a_\nu}{2\nu+1} = \frac{2^{a^2}}{3^{a^2}}.$$

Bevisa, att

$$s_1 = \sum_{\nu=1}^{r=r} \frac{\nu}{(4a^2 + 4\nu^2 + 1)^2 - (4\nu)^2} = \frac{r(r+1)}{2(4a^2 + 1)(4a^2 + (2r+1)^2)}.$$

Genom att sönderdela bräket under summations-tecknet finner man

$$s_1 = \frac{1}{2} \left[ \sum_{\nu=1}^{r=r} \frac{1}{4a^2 + (2\nu-1)^2} - \sum_{\nu=1}^{r=r} \frac{1}{4a^2 + (2\nu+1)^2} \right].$$

Om man i den förra summan insätter  $\nu+1$  i stället för  $\nu$ , så får man

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{1}{2} \left[ \sum_{\nu=0}^{r=r-1} \frac{1}{4a^2 + (2\nu+1)^2} - \sum_{\nu=1}^{r=r} \frac{1}{4a^2 + (2\nu+1)^2} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{4a^2 + 1} - \frac{1}{4a^2 + (2r+1)^2} \right]. \end{aligned}$$

emedan alla de mellanliggande termerna taga ut hvarandra. Genom reduktion till ett enda bråk fås slutligen

$$s_1 = \sum_{\nu=1}^{r=r} \frac{\nu}{(4a^2 + 4\nu^2 + 1)^2 - (4\nu)^2} = \frac{r(r+1)}{2(4a^2 + 1)(4a^2 + (2r+1)^2)}.$$

Kor. 1. Om man här gör  $a=0$ , fås

$$s_2 = \sum_{\nu=1}^{r=r} \frac{\nu}{(4\nu^2 + 1)^2 - (4\nu)^2} = \frac{r(r+1)}{2(2r+1)^2}.$$

Kor. 2. Om man i  $s_1$  gör  $r=\infty$ , så finnes

$$s_3 = \sum_{\nu=1}^{r=\infty} \frac{\nu}{(4a^2 + (2\nu-1)^2)(4a^2 + (2\nu+1)^2)} = \frac{1}{8(4a^2 + 1)}.$$

Kor. 3. Om man i  $s_2$  gör  $r=\infty$ , erhålles

$$s_4 = \sum_{\nu=1}^{r=\infty} \frac{\nu}{(4\nu^2 + 1)^2 - (4\nu)^2} = \frac{1}{8}.$$

Bevisa, att

$$\begin{aligned} s &= \sum_{\nu=1}^{r=r} \frac{2b\nu + 1}{(a^2 + b(2\nu-1) + 1^2)(a^2 + b(2\nu+1) + 1^2)} \\ &= \frac{r(br + b + 1)}{(a^2 + (b+1)^2)(a^2 + b(2r+1) + 1^2)}. \end{aligned}$$

Då bråket under summations-tecknet sönderdelas, finner man

$$s = \frac{1}{4b} \left[ \sum_{\nu=1}^{r=r} \frac{1}{a^2 + b(2\nu-1) + 1^2} - \sum_{\nu=1}^{r=r} \frac{1}{a^2 + b(2\nu+1) + 1^2} \right]$$

och om man i den förra summan inför  $\nu+1$  i stället för  $\nu$ , så finnes

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{4b} \left[ \sum_{\nu=0}^{r=r-1} \frac{1}{a^2 + b(2\nu+1) + 1^2} - \sum_{\nu=1}^{r=r} \frac{1}{a^2 + b(2\nu+1) + 1^2} \right] \\ &= \frac{1}{4b} \left[ \frac{1}{a^2 + (b+1)^2} - \frac{1}{a^2 + b(2r+1) + 1^2} \right], \end{aligned}$$

emedan alla de andra termerna försvinna. Reduceras bråkens skillnad till ett bråk, erhålles det förut angifna värdet.

I Grunerts Archiv, Th. XLV, sid. 219 framställes af ALESSANDRO DORNA formeln

$$\frac{n}{2} + (n-1) \cos x + (n-2) \cos 2x + \dots + 1 \cdot \cos (n-1)x = \frac{\sin \frac{2nx}{2}}{2 \sin \frac{x}{2}}.$$

För att bevisa denna utgå vi från formeln

$$\sigma = n \sum_{\nu=1}^{\nu=n-1} e^{\nu x} = \frac{ne^x(1 - e^{(n-1)x})}{1 - e^x},$$

som lätt fås, såsom varande en geometrisk progression. Vidare sättes

$$\sigma_1 = \sum_{\nu=1}^{\nu=n-1} \nu e^{\nu x},$$

som, om man multiplicerar med  $dx$  och integrerar, ger

$$\int \sigma_1 dx = \sum_{\nu=1}^{\nu=n-1} e^{\nu x} = \frac{e^x(1 - e^{(n-1)x})}{1 - e^x}.$$

Genom differentiation fås sedan

$$\sigma_1 = \frac{e^x - ne^{nx} + (n-1)e^{(n+1)x}}{(1 - e^x)^2}$$

samt genom subtraktion

$$\sigma - \sigma_1 = \sum_{\nu=1}^{\nu=n-1} (n - \nu) e^{\nu x} = \frac{(n-1)e^x - ne^{2x} + e^{(n+1)x}}{(1 - e^x)^2}.$$

Om man här insätter  $xi$  och  $-xi$  i stället för  $x$ , så finnes

$$\sum_{\nu=1}^{\nu=n-1} (n - \nu) e^{\nu xi} = \frac{(n-1)e^{xi} - ne^{2xi} + e^{(n+1)xi}}{(1 - e^{xi})^2},$$

$$\sum_{\nu=1}^{\nu=n-1} (n - \nu) e^{-\nu xi} = \frac{(n-1)e^{-xi} - ne^{-2xi} + e^{-(n+1)xi}}{(1 - e^{-xi})^2}.$$

Då man här tillämpar den kända formeln

$$e^{\pm axi} = \cos ax \pm i \sin ax$$

samt betänker, att man har

$$\begin{aligned}(1 - e^{xi})^2 &= -2(1 - \cos x)(\cos x + i \sin x), \\ (1 - e^{-xi})^2 &= -2(1 - \cos x)(\cos x - i \sin x),\end{aligned}$$

så finner man

$$\begin{aligned}& \sum_{r=1}^{r=n-1} (n-r)(\cos rx + i \sin rx) = \\ &= \frac{(n-1)(\cos x + i \sin x) - n(\cos 2x + i \sin 2x) + \cos(n+1)x + i \sin(n+1)x}{2(1 - \cos x)(\cos x + i \sin x)} \\ &= \frac{n-1 - n(\cos x + i \sin x) + \cos nx + i \sin nx}{2(1 - \cos x)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}& \sum_{r=1}^{r=n-1} (n-r)(\cos rx - i \sin rx) = \\ &= \frac{(n-1)(\cos x - i \sin x) - n(\cos 2x - i \sin 2x) + \cos(n+1)x - i \sin(n+1)x}{2(1 - \cos x)(\cos x - i \sin x)} \\ &= \frac{n-1 - n(\cos x - i \sin x) + \cos nx - i \sin nx}{2(1 - \cos x)}.\end{aligned}$$

Om dessa formler adderas och summan divideras med 2, så fås efter liten reduktion

$$\sum_{r=1}^{r=n-1} (n-r) \cos rx = -\frac{n}{2} + \frac{\sin \frac{1}{2} nx}{2 \sin \frac{1}{2} x}.$$

Detta är just den framställda formeln. Om de samma formlerna subtraheras och skillnaden divideras med 2i, så fås

$$\sum_{r=1}^{r=n-1} (n-r) \sin rx = \frac{n \sin x - \sin nx}{4 \sin \frac{1}{2} x}.$$

Prof. BELTRAMI har i Grunerts Archiv, Th. XLVII, sid. 362 gifvit formeln

$$\sum_{r=1}^{r=\infty} \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{2}{r^2} = \frac{3\pi}{4}.$$

Om man i eqvationen

$$\text{Arc tg } \frac{1}{m-1} - \text{Arc tg } \frac{1}{m+1} = \text{Arc tg } \frac{2}{m^2}$$

gör  $m=2, 3, 4, \dots m$ , så får man

$$\text{Arc tg } \frac{1}{1} - \text{Arc tg } \frac{1}{3} = \text{Arc tg } \frac{2}{2^2}$$

$$\text{Arc tg } \frac{1}{2} - \text{Arc tg } \frac{1}{4} = \text{Arc tg } \frac{2}{3^2}$$

$$\text{Arc tg } \frac{1}{3} - \text{Arc tg } \frac{1}{5} = \text{Arc tg } \frac{2}{4^2}$$

. . . . .

$$\text{Arc tg } \frac{1}{m-2} - \text{Arc tg } \frac{1}{m} = \text{Arc tg } \frac{2}{(m-1)^2}$$

$$\text{Arc tg } \frac{1}{m-1} - \text{Arc tg } \frac{1}{m+1} = \text{Arc tg } \frac{2}{m^2}.$$

Genom addition finner man

$$\text{Arc tg } \frac{1}{1} + \text{Arc tg } \frac{1}{2} - \text{Arc tg } \frac{1}{m} - \text{Arc tg } \frac{1}{m+1} = \sum_{r=2}^{r=m} \text{Arc tg } \frac{2}{r^2};$$

men nu är

$$\text{Arc tg } \frac{1}{1} + \text{Arc tg } \frac{1}{2} = \text{Arc tg } 3,$$

$$\text{Arc tg } \frac{1}{m} + \text{Arc tg } \frac{1}{m+1} = \text{Arc tg } \frac{2m+1}{m^2+m-1}.$$

alltså blir

$$\sum_{r=2}^{r=m} \text{Arc tg } \frac{2}{r^2} = \text{Arc tg } 3 - \text{Arc tg } \frac{2m+1}{m^2+m-1}.$$

Om man på båda sidor tillägger  $\text{Arc tg } \frac{2}{1^2}$ , samt öfvergår till lim. för  $m=\infty$ , så fås

$$\sum_{r=1}^{r=\infty} \text{Arc tg } \frac{2}{r^2} = \text{Arc tg } (-1) = \frac{3\pi}{4}.$$



**Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.**

(Forts. från sid. 562.)

- Budapest.** *K. Ungarische geologische Anstalt.*  
 Jahresbericht für 1891. 8:o.  
 Mittheilungen aus dem Jahrbuche. Bd 10: H. 3. 1892. 8:o.  
 Földtani közlöny (Geologische Mittheilungen). Kötet 22(1892): F. 11—12; 23(1893): 1—8. 8:o.
- Buitenzorg.** *'s Lands plantentuin.*  
 Mededeelingen. 10. 1893. 8:o.
- Calcutta.** *Asiatic society of Bengal.*  
 Journal. Vol. 61(1892): P. 1: Title & index; 62(1893): P. 1: 2; 2: 2. 8:o.  
 Proceedings. 1893: N:o 7. 8:o.  
 — *Geological survey of India.*  
 Records. Vol. 26(1893): P. 3. 8:o.
- Cambridge, Mass.** *Museum of comparative zoology.*  
 Bulletin. Vol. 16: N:o 14; 25: 1. 8:o.
- Danmark.** *Forstanderen for den danske biologiske Station.*  
 Beretning. 3(1892). 8:o.
- Dublin.** *R. Irish academy.*  
 Proceedings. (3) Vol. 2: N:o 4—5. 1893. 8:o.
- Dudley.** *Dudley and Midland geological and scientific society and field club.*  
 Proceedings. Vol. 4: N:o 3. 1893. 8:o.
- Frankfurt a. M.** *Senckenbergische naturforschende Gesellschaft.*  
 Bericht. Jahr 1892/93. 8:o.  
 BOETTGER, O., Katalog der Reptilien-Sammlung. T. 1. 1893. 8:o.
- Greifswald.** *K. Universitäts-Bibliothek.*  
 Akademische Schriften. 1892/93. 103 st. 8:o & 4:o.
- Göttingen.** *K. Gesellschaft der Wissenschaften.*  
 Nachrichten. 1893: N:o 11—14. 8:o.
- Hamburg.** *Naturhistorisches Museum.*  
 Mittheilungen. Jahrg. 10(1892): H. 2. 8:o.
- Helsingfors.** *Finlands statistiska centralbyrå.*  
 Bidrag till Finlands officiella statistik. 1: 10. 1893. 4:o.
- Jena.** *Medizinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft.*  
 Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft. Bd 28(1893): H. 1. 8:o.
- Kasan.** *Kejsarl. universitetet.*  
 Utschenija sapiski. G. 60(1893): N:o 3—4. 8:o.  
 Dissertationer. 1893. 5 st. 8:o.
- Karlsruhe.** *Centralbureau für Meteorologie und Hydrographie.*  
 Beiträge zur Hydrographie des Grossherzogthums Baden. H. 8. 1893. 4:o.
- Kiel.** *Universität.*  
 Akademische Schriften. 1892/93. 72 st. 8:o & 4:o.
- Krakau.** *Académie des sciences.*  
 Rozprawy. Wydział matem.-prz. (2) T. 5. 1893. 8:o.

(Forts. å sid. 650.)

Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

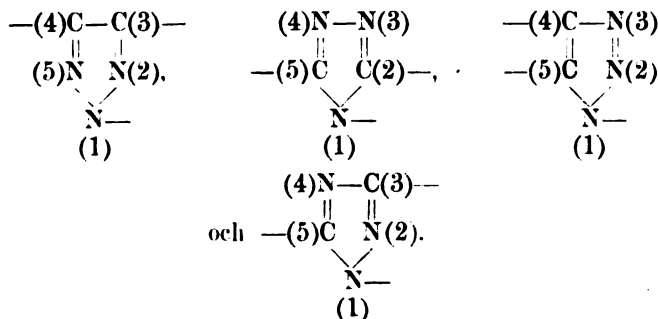
## 224. Om oxidation af azimidotoluol.

Af J. A. BLADIN.

[Meddeladt den 8 November 1893 genom P. T. CLEVE.]

De undersökningar, för hvilka jag i det följande skall redogöra, företog jag i afsigt att söka framkomma till en ny serie triazolföreningar och om möjligt äfven framställa den triazol sjelf. ur hvilken dessa borde derivera.<sup>1)</sup>

Af triazolföreningar äro fyra serier teoretiskt möjliga, nämligen sådana, som derivera från någon af följande kärnor:



Af dessa känner man för närvarande derivat af (1.2.5)- och (1.2.4)-triazol, hvilka af mig,<sup>2)</sup> H. V. PECHMANN,<sup>3)</sup> A. ANDREOCCI<sup>4)</sup> och EUG. BAMBERGER & PAUL DE GRUYTER<sup>5)</sup>

<sup>1)</sup> Ett förelöpande meddelande har jag redan förut lemnat i Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXVI, 545 (1893).

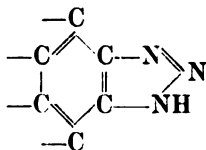
<sup>2)</sup> »Ueber Triazol- und Tetrazolverbindungen», Nova Acta Reg. Soc. Sc. Ups. Ser. III, 1893.

<sup>3)</sup> Ann. Chem. 262, 265 (1891).

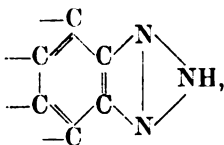
<sup>4)</sup> Regia Univ. degli Studi di Roma. Istituto chimico. Ricerche eseguite nell' Anno scolastico 1890—1891, sid. 496.

<sup>5)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXVI, 2385 (1893).

och andra <sup>1)</sup> blifvit utförligt studerade. Det har ock, som bekant, lyckats att framställa modersubstanserna sjelfva, nämligen (1.2.5)- och (1.2.4)-triazol. Derivat af de bägge andra triazolkärnorna, (1.3.4) och (1.2.3), äro däremot ännu okända. Man känner emellertid föreningar, som stå nära (1.2.3)-triazolföreningarna, nämligen de länge bekanta s. k. azimidoföreningarna, hvilka, som bekant, bildas genom inverkan af salpetersyrighet på aromatiska ortodiaminer. Dessa stå till (1.2.3)-triazolföreningarna i samma förhållande som t. ex. naftalin till benzol eller kinolin till pyridin; detta dock under den förutsättningen, att azimidoföreningarna ega den af KEKULÉ uppställda formeln,<sup>2)</sup>



och icke den af P. GRIESS föreslagna,<sup>3)</sup>



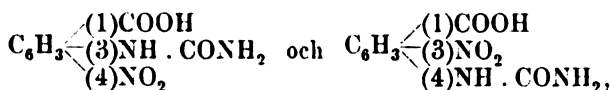
d. v. s. att den sekundära kväfvæatomen står direkt bunden vid en kolatom i »benzolkärnan» och ej skild från den samma.

P. GRIESS kom genom sina undersökningar öfver azimido-benzoësyror till det resultat, att azimidoföreningarna ej kunna hafva den af KEKULÉ för dem uppställda formeln, utan måste ega den af honom antagna. Han har nämligen ur de bägge isomera nitrouramidobenzoësyror,

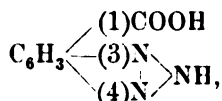
<sup>1)</sup> KARL AUWERS & VICTOR MEYER, Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXI, 2806 (1888); E. BAMBERGER & J. LORENZEN, Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXV, 3542 (1892); O. VIDMAN, »Ueber asymmetrische, secundäre Phenylhydrazine», Nova Acta Reg. Soc. Sc. Ups. Ser. III, 1893.

<sup>2)</sup> Lehrbuch d. org. Chemie II, 739.

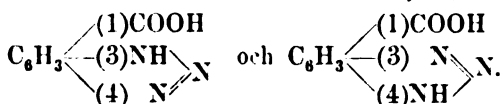
<sup>3)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XV, 1878 (1882).



genom kokning med kalilut erhållit en och samma azimido-benzoësya, hvilket endast kan förklaras därigenom, att denna har formeln,



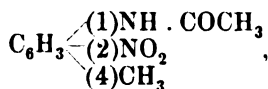
ty om azimidoföreningarna egde den andra formeln (KEKULÉ'S), skulle man ur dessa uramidobenzoësyror erhålla icke en och samma, utan tvänne isomera azimidobenzoësyror,



Nu är emellertid förhållandet det, att GRIESS ej lemnat något som helst bevis för, att de bägge af honom på nämnda sätt erhållna azimidobenzoësyror äro identiska; hans uppgifter härom äro ytterst knapphändiga. Betänker man emellertid, att skilnaden i egenskaper hos dessa bägge syror måste vara obetydlig (skilnaden i deras konstitution beror ju blott på karboxylgruppens olika ställning), och att de af honom erhållna azimido-benzoësyror, hvilka enligt hans åsigt äro identiska, icke äga några mera karakteristiska egenskaper (de äro svårslösliga eller olösliga, smälta vid hög temperatur etc.; några derivat af dem har han ej undersökt), så måste man anse deras identitet ej på något sätt bevisad.

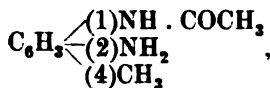
Man eger emellertid fakta, som otvetydigt tala för KEKULÉ'S formel.

P. BÖSSNECK <sup>1)</sup> har ur acetnitrotoluid,

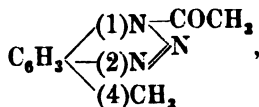


genom reduktion förmedels järnfilspån och ättiksyra erhållit acetoluylendiamin,

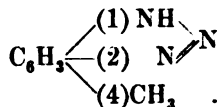
<sup>1)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XIX, 1757 (1886).



som genom inverkan af salpetersyrilighet ger acetazimidotoluol.



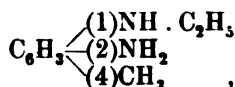
hvilken lätt saponifieras till azimidotoluol,



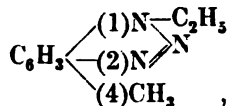
På analogt sätt hafva TH. ZINCKE & H. ARZBERGER<sup>1)</sup> ur bromnitroacetanilid framställt bromazimidobenzol.

Som vi se tillåta dessa reaktioner ingen annan tolkning af reaktionsförloppet än den ofvan angifna,<sup>2)</sup> om man ej vill antaga en molekylär omlagring genom vandring af acetylgruppen resp. väteatomen från den ena kväfveatomen till den andra.

Vidare hafva E. NÖLTING & A. ABT<sup>3)</sup> ur etyltoluylendiamin,



och ur azimidotoluol erhållit samma etylazimidotoluol, hvilken enligt sitt bildningssätt ur etyltoluylendiamin bör hafva formeln.



hvarför azimidotoluol sjelf bör ega den af KEKULÉ uppställda formeln.

Ett indirekt bevis för KEKULÉ'S formel har TH. ZINCKE lemnat. Denne<sup>4)</sup> har genom oxidation af ortoamidoazoföreningar. t. ex. ortoamidoazotoluol, erhållit föreningar, som hålla två atomer

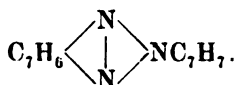
<sup>1)</sup> Ann. Chem. 249, 360 (1888).

<sup>2)</sup> Egendomligt nog har BÖSSNECK adopterat GRIESS' formel.

<sup>3)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XX, 2999 (1887).

<sup>4)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XVIII, 3132 (1885).

väte mindre. Den ur ortoamidoazotoluol på detta sätt erhållna föreningen bör därför ega formeln,<sup>1)</sup>



Till följd af sitt bildningssätt böra således dessa oxidationsprodukter otvifvelaktigt hafva samma formler, som GRIESS tillskrifver azimidoföreningarna, och böra därför vara verkliga sådana. Genom TH. ZINCKE'S & A. TH. LAWSON'S<sup>2)</sup> undersökningar har det emellertid visat sig, att dessa oxidationsprodukter i flera hänseenden visa andra reaktionsförhållanden än de ur ortodiaminer framställda azimidoföreningarna. De anse därför, att de bägge serierna icke äro analogt sammansatta, utan att oxidationsprodukterna derivera från de af GRIESS för azimidoföreningarna uppställda formlerna, under det att de ur ortodiaminer genom inverkan af salpetersyrlighet bildade föreningarna härledas ur KEKULÉ'S formler.

På frågans nuvarande ståndpunkt måste man därför anse, att de ur ortodiaminerna bildade azimidoföreningarna verkligen äro sammansatta enligt KEKULÉ'S formel.<sup>3)</sup>

Kunde nu i dessa azimidoföreningar »benzolkärnan» genom oxidation sprängas, utan att triazolkärnan angrepes, borde man erhålla en triazoldikarbonsyra. Att detta verkligen skulle låta sig göra, var med den kännedom jag hade om andra triazolföreningars motståndskraft mot oxidationsmedel högst sannolikt. Om man sedan ur den så erhållna dikarbonsyran kunde aflägsna de bägge karboxylgrupperna och ersätta dem med väte, skulle man erhålla en triazol. Denna borde, om GRIESS' formler för azimidoföreningarna vore rigtiga, vara identisk med den af O. BALTZER & H. V. PECHMANN framställda (1. 2. 5)-triazol (s. k.

<sup>1)</sup> Samma förening hafva TH. ZINCKE & A. TH. LAWSON erhållit genom upphettning af ortoamidoazotoluols diazoimid, hvarvid denna afgif kväfgas (Ber d. deutsch. chem. Ges. XIX, 1452 (1886)).

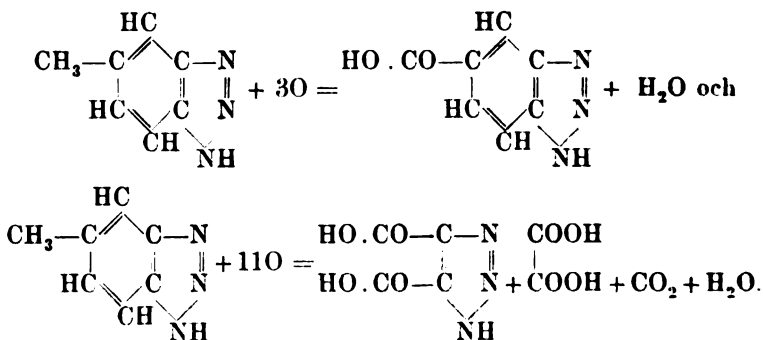
<sup>2)</sup> Ann. Chem. 240, 110 (1887).

<sup>3)</sup> Jfr för öfrigt de s. k. benzimidazolernas konstitution (E. BAMBERGER & J. LORENZEN, Ann. Chem. 273, 269 (1893)).

osotriazol);<sup>1)</sup> äro åter azimidoföreningarna sammansatta enligt KEKULÉ'S formler, bör den erhållna triazolen vara en ny, hittills ej framställd sådan, nämligen (1. 2. 3)-triazol.

I detta syfte har jag låtit kaliumpermanganat i alkalisk lösning inverka på azimidotoluol, såsom varande den lättast tillgängliga af dylika föreningar.

Azimidotoluol oxideras i sjelfva verket af kaliumpermanganat i varm alkalisk lösning öfverraskande lätt, hvarvid dels endast metylgruppen angripes och oxideras till karboxyl, dels spränges »benzolkärnan», utan att triazolkärnan angripes; man erhåller därför såsom oxidationsprodukter azimidobenzoësyra, triazoldikarbonsyra och oxalsyra. Azimidobenzoësyran kan emellertid vidare oxideras af permanganatet till triazoldikarbonsyra, om ock trögt. Man kan anse, att oxidationen försiggår enligt ekvationerna:



Den bildade triazoldikarbonsyran kan, såsom väntadt var, sedan genom torrdestillering öfverföras i motsvarande triazol, om ock med stor förlust af material.

Den därvid erhållna triazolen skulle möjligen, som ofvan är nämnt, kunna vara identisk med v. PECHMANN'S osotriazol ((1. 2. 5)-triazol),<sup>1)</sup> men detta synes ej vara fallet. Visserligen tyckas deras egenskaper (kokpunkt, löslighet etc.) öfverensstämma, men benzoylderivatet äro skilda; så smälter osotriazols benzoylderivat vid 100° C., under det att den nya triazolens smälter vid 111—111,5° C. Kvicksilfverföreningarnas (C<sub>2</sub>H<sub>2</sub>N<sub>2</sub>HgCl) egen-

<sup>1)</sup> Ann. Chem. 262, 320 (1891).

skaper tyckas också ej öfverensstämma. Nämda förening af oso-triazol kan omkristalliseras ur vatten och bildar glänsande nålar, under det motsvarande förening af den nya triazolen bildar ett tungt, i vatten nästan olösligt pulver. På grund häraf tvekar jag ej att anse den af mig erhållna föreningen vara en ny triazol, nämligen (1.2.3)-triazol. Det må emellertid vara lemnadt åt fortsatta undersökningar att lemna full klarhet i saken.

Innan jag öfvergår till oxidationsförsöken, vill jag förutskicka några ord om framställningen af azimidotoluol. Denna framställdes enligt BÖSSNECK's metod <sup>1)</sup> med snärre modifikation. Portioner af 20 g ren, ur alkohol omkristalliserad acet-nitro-p-toluid lösas i en porslinskål i 800 ccm. vatten och 200 ccm. alkohol, och till lösningen sättes järnfilspån i öfverskott och 10 ccm. isättika, hvarpå lösningen uppvärms till nära kokning. Efter cirka 10 minuter har reduktionen försiggått. Lösningen filtreras därpå varm, och det olösta tvättas med varmt vatten. Den samma håller nu monoacetdiamidotoluol. För att erhålla acetazimidotoluolen behöfver man ej bortskaffa järnet ur lösningen och afskilja monoacetdiamidotoluolen, såsom BÖSSNECK gjort, utan man kan lämpligen till den järnhaltiga lösningen direkt efter afsvälning och surgöring med saltsyra tillsätta natriumnitritlösning. Därvid faller acetazimidotoluolen ut i svagt rödfärgade nålar, hvilka efter affiltrering och torkning omkristalliseras ur 100 ccm. alkohol. Utbytet af rå acetazimidotoluol är i det närmaste det teoretiska; efter omkristallisering ur alkohol erhålles 75—80 % af beräknad mängd. Acetylföreningen saponifieras sedan genom kokning medels utspädd saltsyra, hvarpå lösningen neutraliseras med kaliumbikarbonat och azimidotoluolen utskakas med eter, efter hvilkens afdunstning den samma kvarblir i form af en olja, som vid rifning med en glasstaf mer eller mindre lätt stelnar. Utbytet kvantitativt. Den så erhållna azimidotoluolen renades ej vidare, utan användes sådan den var för oxidationsförsöken.

<sup>1)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XIX, 1757 (1886).



Vid oxidationen af azimidotoluol förfäres på följande sätt.

Portioner af 5 g azimidotoluol lösas i 20 ccm. vanlig natronlut (10-procentig), utspädd med lika mycket vatten, och till den varma lösningen sättes i mindre portioner en nästan kokhet, koncentrerad kaliumpermanganatlösning. Permanganatet reduceras därvid genast till mangansuperoxid under värmeutveckling. Man måste, i synnerhet i början af oxidationen, tillsätta permanganatlösningen försigtigt, ty i annat fall blir reaktionen så våldsam, att vätskan häftigt sprutar ur kolfven, hvori oxidationen företages. Sedan så mycket af permanganatlösningen blifvit tillsatt, att den samma efter en stunds stående icke vidare affärgas, förstöres öfverskottet af permanganat medels litet alkohol. Mot slutet af oxidationen kännes lukt af ammoniak, hvilket häntyder på en mer djupgående sönderdelning (triazolkärnans sprängning), hvarför man ej får vänta allt för länge med förstörandet af öfverskottet af permanganat. Mangansuperoxiden afsuges därpå och tvättas några gånger med varmt vatten.<sup>1)</sup> Filtratet jämte tvättvattnet surgöres därpå med salpetersyra<sup>2)</sup> och koncentreras på vattenbad. Redan i värme börja gulaktiga, kristalliniska gytttringar afskilja sig, hvilka tilltaga i mängd vid lösningens afsvauning, då därjämte stora kristaller af salpeter utkristallisera, hvilka affiltreras. De afskilda kristalliniska gytttringarna utgöra azimidobenzoësyras (från salpetern kan syran lätt befrias genom behandling med varmt vatten), under det att triazoldikarbon-syran, såsom varande löslig, befinner sig i lösningen. Om den så erhållna azimidobenzoësyras se nedan.

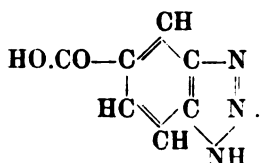
Filtratet, hvilket innehåller triazoldikarbonsyran, utspädes därpå med vatten och försättes med en fjärdedels volym salpetersyra, hvarpå silfvernitratlösning tillsättes, så länge fällning upp-

<sup>1)</sup> För att efterse, huruvida möjligen någon olöslig förening förefans bland den affiltrerade mangansuperoxiden, löstes en del af den samma i svafvelsyrlighetsvatten, men någon olöslig återstod kvarblef ej därvid.

<sup>2)</sup> Vill man påvisa, att vid oxidationen oxalsyra bildats, kan man försätta den med salpetersyra surgjorda lösningen med ammoniak till avagt alkalisk reaktion, surgöra därpå lösningen med ättiksyra och tillsätta kalciumnitratlösning. Vid ett af mig på detta sätt företaget prof på oxalsyra erhöles en ej obetydlig fällning af kalciumoxalat.

står. Därvid faller triazoldikarbonsyrans silfversalt ut, under det att oxalsyran stannar i lösningen. Silfverfällningen affiltreras och uttvättas noga med vatten. Denna operation går emellertid mycket långsamt till följd af silfversaltets slemmiga konsistens, men det är af vigt, att uttvättningen blir så fullständig som möjligt, hvarom se nedan sid. 584. Sedan saltet blifvit så noga som möjligt uttvättadt, nedspolas det samma i en porslinsskål och försättes med saltsyra och uppvärmes, hvarvid klorsilfver bildas, hvilket affiltreras. Filtratet koncentreras därpå, och vid afsva-ning utkristalliserar triazoldikarbonsyran i stora, välutbildade kristaller. Genom moderlutens ytterligare koncentrerung kan ofta en ny kvantitet af syran erhållas. Vid slutlig afdunstning till torrhet på vattenbad återstår en svagt gulfärgad, smörlik massa, hvilken tyckes hålla åtminstone tvänne andra föreningar, hvilka jag emellertid ej vidare undersökt. Hufvudprodukten vid oxidationen utgöres alltid af triazoldikarbonsyran, under det att azimidobenzoësyran och de smörjiga produkterna bildas i blott underordnad mängd.

### Azimidobenzoësyra.



Syran fås fullkomligt ren genom en omkristallisering ur is-ättika. Ur detta lösningsmedel kristalliserar den samma i små färglösa, glänsande blad, som hålla en molekyl ättiksyra, hvilken småningom bortgår vid liggande i luft, lätt och fullständigt vid 120° C.

Analysen på vid 120° C. torkad substans:

1. 0,1488 g gaf vid förbränning i syrgas 0,2817 g CO<sub>2</sub> (motsv. 0,07683 g C) och 0,0424 g H<sub>2</sub>O (motsv. 0,00471 g H).

2. 0,1038 g gaf vid förbränning med kopparoxid 22,4 ccm. N-gas, mätt öfver koncentrerad kalilut vid 765 mm. bar. tr. och 13,8° C.

Beräknadt.			Funnet.	
			1.	2.
C <sub>7</sub>	84	51,5	51,6	—
H <sub>3</sub>	5	3,1	3,2	—
N <sub>3</sub>	42	25,8	—	26,0
O <sub>2</sub>	32	19,6	—	—
	163	100,0.		

Ättiksyrebestämningarna gäfvö:

1. 0,4182 g utpressad substans förlorade vid 120° C. 0,1118 g.

2. 0,3960 g utpressad substans förlorade vid 120° C. 0,1062 g.

Beräknadt		Funnet.	
för C <sub>7</sub> H <sub>3</sub> N <sub>3</sub> O <sub>2</sub> + CH <sub>3</sub> · CO <sub>2</sub> H.		1.	2.
CH <sub>3</sub> · CO <sub>2</sub> H	26,9	26,7	26,8.

Föreningen är tämligen löslig i kokande isättika, svårslöslig i kall och kristalliserar därur i små glänsande blad, som ännu ej smälta vid 270° C.; mycket svårslöslig i vatten, hvarur den samma kristalliserar i små gyttringar, som under mikroskop visa sig bestå af nålar; svårslöslig i alkohol. Den löses lätt i ammoniak och alkalier; äfven lätt i syror och visar sig därigenom äfven ega basiska egenskaper. Upphettad på platinableck, smälter föreningen under sönderdelning och kvarlemnar ett volyminöst kol. Denna syra har antagligen förut blifvit framställd af P. GRIESS, men hans uppgifter äro allt för knapphändiga, för att identiteten med någon af hans syror skulle kunna ådagaläggas.

#### *Salter af azimidobenzoësyran.*

*Silfversaltet* bildar en slemmig, volyminös fällning; lättlös-  
ligt i ammoniak och vanlig salpetersyra, svårslösligt i mera ut-  
spädd. Upphettadt på platinableck, förbrinner saltet under  
gnisterkastning.

**Kalciumsaltet**,  $(C_7H_4N_3O_2)_2Ca + 4 H_2O$ , erhöles genom tillsats af klorkalciumlösning till en varm lösning af ammoniumsaltet, beredd genom lösning af syran i mycket utspädd ammoniak och afdunstning af öfverskott däraf; småningom afskilde sig små, vårtformiga, hårda kristallaggregat. Tvättades med vatten, lufttorkades och afvägdes.

**Analys:**

1. 0,2187 g förlorade vid  $160^\circ C$ . 0,0367 g och gaf vid afrykning med svafvelsyra 0,0654 g  $CaSO_4$  (motsv. 0,01924 g Ca).
2. 0,1521 g förlorade vid  $160^\circ C$ . 0,0258 g och gaf 0,0453 g  $CaSO_4$  (motsv. 0,01332 g Ca).
3. 0,2067 g förlorade vid  $160^\circ C$ . 0,0356 g och gaf 0,0635 g  $CaSO_4$  (motsv. 0,01868 g Ca).

Beräknadt på $(C_7H_4N_3O_2)_2Ca + 4 H_2O$ .		Funnet		
		1.	2.	3.
Ca	9,2	8,8	8,8	9,0
4 $H_2O$	16,7	16,8	17,0	17,2.

**Bariumsaltet**,  $(C_7H_4N_3O_2)_2Ba + 7 H_2O$ , erhöles på samma sätt som kalciumsaltet. Ur lösningen afskilde det sig långsamt i ytterst fina, hvita nålar. Lufttorkadt håller det samma 7 molekyler kristallvatten, som bortgå vid  $160^\circ C$ .; vattenfritt salt är hygroskopiskt, hvarför vattenbestämningen i första analysen utföll något för lågt.

**Analys på lufttorkadt salt:**

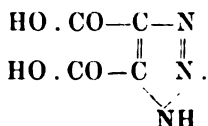
1. 0,2352 g förlorade vid  $160^\circ C$ . 0,0496 g och gaf vid afrykning med svafvelsyra 0,0941 g  $BaSO_4$  (motsv. 0,05533 g Ba).
2. 0,2534 g förlorade vid  $160^\circ C$ . 0,0539 g och gaf 0,0994 g  $BaSO_4$  (motsv. 0,05845 g Ba).
3. 0,2103 g förlorade vid  $160^\circ C$ . 0,0452 g och gaf 0,0836 g  $BaSO_4$  (motsv. 0,04916 g Ba).

Beräknadt på $(C_7H_4N_3O_2)_2Ba + 7 H_2O$ .		Funnet		
		1.	2.	3.
Ba	23,3	23,5	23,1	23,4
7 $H_2O$	21,5	21,1	21,3	21,5.

P. GRIESS har framställt bariumsaltet <sup>1)</sup> af en azimidobenzoësyra, som borde vara identisk med den af mig erhållna, men enligt hans uppgifter kristalliserar saltet med 4 mol. vatten.

*Kopparsaltet* bildar en slemmig, blå fällning, som är lättlöslig i ammoniak.

### (1.2.3)-Triazol-(4.5)-dikarbonsyra.



För rening af syran löses den samma i litet varmt vatten; därvid stannar ofta ett olöst pulver kvar, som utgöres af azimidobenzoësyra, och som affiltreras. Ur lösningen kristalliserar sedan triazoldikarbonsyran ut i stora välutbildade kristaller, hvilka hålla 2 molekyler kristallvatten, som bortgå vid 120° C.

Analysen på vid 120° C. torkad substans:

1. 0,2160 g förbrändes med blykromat i slutet rör och gaf 0,2454 g CO<sub>2</sub> (motsv. 0,06693 g C).

2. 0,1393 g förbrändes i syrgas och gaf 0,1576 g CO<sub>2</sub> (motsv. 0,04298 g C) och 0,0254 g H<sub>2</sub>O (motsv. 0,00282 g H).

3. 0,1265 g gaf vid förbränning med kopparoxid 28,0 ccm. N-gas, mätt öfver koncentrerad kalilut vid 763,5 mm. bar. tr. och 10,8° C.

4. 0,1013 g gaf på samma sätt 22,3 ccm. N-gas, mätt öfver koncentrerad kalilut vid 765 mm. bar. tr. och 10,0° C.

Beräknadt.			Funnet.			
			1.	2.	3.	4.
C <sub>4</sub>	48	30,6	31,0	30,9	—	—
H <sub>3</sub>	3	1,9	—	2,0	—	—
N <sub>3</sub>	42	26,7	—	—	26,9	26,9
O <sub>4</sub>	64	40,8	—	—	—	—
	157	100,0.				

<sup>1)</sup> Journ. pr. Chem. [2] 5, 239 (1872).

## Vattenbestämningarna gåfvo:

1. 0,4884 g förlorade vid 120° C. 0,0907 g.
2. 0,2117 g förlorade vid 120° C. 0,0394 g.
3. 0,3238 g förlorade vid 120° C. 0,0602 g.

	Beräknadt för $C_4H_3N_3O_4 + 2 H_2O$ .	1.	Funnet 2.	3.
$2 H_2O$	18,7	18,6	18,6	18,6.

Föreningen är löslig i vatten, alkohol, träsprit och aceton, olöslig eller mycket svåröslig i benzol, kloroform och gasolja, tämligen lös i eter. Smälter vid 201° C. under sönderdelning. Ur vatten kristalliserar den samma i stora, något gulaktiga kristaller, hvilka herr C. MORTON godhetsfullt på härvarande mineralogiska institution kristallografiskt undersökt, hvarom han meddelat följande:

»Kristallsystem: *monosymmetriskt*.

Axelförhållandet:  $a : b : c = 0,81911 : 1 : 0,38787$ .

$$\beta = 85^\circ 22'.$$

Kombinationer:  $\infty \bar{P} \infty$ ,  $\infty \bar{P} \infty$ ,  $\bar{P} \infty$ .

Kristallerna äro utdragna efter vertikalaxeln och något tafvelförmiga efter  $\infty \bar{P} \infty$ , samt lätt klyfbara efter  $\bar{P} \infty$ .

Triazoldikarbonsyra är en stark tvåbasisk syra. En vattenlösning reagerar starkt surt mot lakmus och utdrifver kolsyra ur karbonat. Den eger äfven svagt basiska egenskaper, all den stund den kristalliserar ur rykande saltsyra, hvari den samma är löslig, i blad, som äro klorvätehaltiga, men som lätt afgifva allt klorväte vid 120° C. Den ger med salpetersyrighet ingen nitrosoförening. Upphettas syran tillsammans med klorzink och resorcin, erhålles en röd smälta, som löses i ammoniak med intensivt grön fluorescens; den ger således med resorcin en fluoresceïn, hvilket ock var att vänta, då de bägge karboxylgrupperna stå vid närgränsande kolatomer. Någon anhydrid har det emellertid ej lyckats mig att framställa.

*Salter af (1. 2. 3)-triazol-(4. 5)-dikarbonsyran.*

De *neutrala kalium-* och *natriumsalterna* äro lösliga.

Det *sura kaliumsaltet*,  $C_2HN_3 \cdot (CO_2)_2HK + H_2O$ , kan framställas dels genom tillsats af saltsyra till det neutrala kaliumsaltet (analys 1), dels genom tillsats af beräknad mängd kaliumhydrat till en vattenlösning af syran (1 mol. af hvardera) (analys 2). Det bildar fullkomligt färglösa nålar, som äro tämligen svårlösliga i kallt vatten, lösliga i varmt. Det håller 1 mol. kristallvatten, som bortgår vid  $120^\circ C$ . Det kan utan att sönderdelas omkristalliseras ur rykande saltsyra; åtminstone sker ej sönderdelningen fullständigt.

Detta är orsaken till, att man vid framställningen af syran måste noga uttvätta silfversaltet (se sid. 579) från alkalialterna, ty i annat fall får man efter sönderdelningen af silfversaltet medels saltsyra, en blandning af fri syra och surt kaliumsalt (eller natriumsalt), hvilka senare det är förbundet med svårigheter att bortskaffa.

## Analyser:

1. 0,1022 g utpressadt salt förlorade vid  $120^\circ C$ . 0,0086 g och gaf vid afrykning med svafvelsyra 0,0414 g  $K_2SO_4$  (motsv. 0,01858 g K).

2. 0,5205 g utpressadt salt förlorade vid  $120^\circ C$ . 0,0444 g.

	Beräknadt för $C_4H_2N_3O_4K + H_2O$ .	Funnet	
		1.	2.
K	18,3	18,2	—
H <sub>2</sub> O	8,4	8,4	8,5.

Det *sura natriumsaltet*,  $C_2HN_3 \cdot (CO_2)_2HNa + 2 H_2O$ , kan framställas på samma sätt som det sura kaliumsaltet. Det kristalliserar i fina, färglösa nålar, som smäningsom öfvergå i små prismer. Det är liksom motsvarande kaliumsalt tämligen svårlöst i kallt vatten, lösligt i varmt. Det håller 2 molekyler kristallvatten, hvilka bortgå vid  $120^\circ C$ .

## Analyser:

1. 0,1797 g förlorade vid 120° C. 0,0296 g.
2. 0,1678 g förlorade vid 120° C. 0,0282 g och gaf vid afrykning med svafvelsyra 0,0548 g  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  (motsv. 0,01775 g Na).
3. 0,1130 g gaf vid afrykning med svafvelsyra 0,0369 g  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  (motsv. 0,01195 g Na).

	Beräknadt för $\text{C}_2\text{H}_2\text{N}_3\text{O}_4\text{Na} + 2 \text{H}_2\text{O}$ .		Funnet	
		1.	2.	3.
Na	10,7	--	10,6	10,6
2 $\text{H}_2\text{O}$	16,7	16,5	16,8	—

Det *neutrala bariumsaltet*,  $\text{C}_2\text{HN}_3 \cdot (\text{CO}_2)_2\text{Ba} + \text{H}_2\text{O}$ . En varm vattenlösning af det neutrala ammoniumsaltet försattes med klorbariumlösning, hvarvid en hvit, volyminös fällning uppstod, som vid kokning öfvergick i ett tungt, färglöst pulver, som under mikroskop visade sig bestå af små, runda kristallaggregat. Saltet är nästan olösligt i vatten. Det håller en mol. kristallvatten, som bortgår fullständigt först vid 180° C.

## Analyser:

1. 0,2528 g lufttorkadt salt förlorade vid 180° C. 0,0160 g och gaf vid afrykning med svafvelsyra 0,1877 g  $\text{BaSO}_4$  (motsv. 0,11037 g Ba).
2. 0,2217 g lufttorkadt salt aftog ej i vigt i exsickator öfver svafvelsyra, men förlorade vid 180° C. 0,0140 g; återstoden lemnade vid afrykning med svafvelsyra 0,1648 g  $\text{BaSO}_4$  (motsv. 0,0969 g Ba).

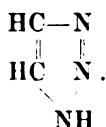
	Beräknadt för $\text{C}_2\text{HN}_3\text{O}_4\text{Ba} + \text{H}_2\text{O}$ .		Funnet	
		1.	2.	
Ba	44,2	43,7	43,7	
$\text{H}_2\text{O}$	5,8	6,3	6,3.	

Det *neutrala kopparsaltet*, framställt genom tillsats af kopparsulfatlösning till en varm lösning af det neutrala ammoniumsaltet, bildar ett fint fördeladt, ljusblått pulver, som under mikroskop visade sig vara otydligt kristalliniskt. Det löses lätt



af ammoniak till en blåviolett vätska; äfven lösligt i mineral-syror. Vid upphettning på platinableck förpuffar det samma häftigt.

### (1.2.3)-Triazol.



Triazoldikarbonsyran smälter under stark gasutveckling och sönderdelas därvid till största delen fullständigt. Om man emellertid upphettar nämnda syra försigtigt i ett kort förbränningsrör i kolsyreström, destillerar en nästan färglös olja öfver, under det att i röret kvarblir betydligt med kol, hvilket nedtrycker utbytet af triazolen. Oljan är ganska hygroskopisk, hvarför vid analysen kolhalten fans något för låg, under det att vätehalten däremot utföll något för hög.

#### Analys:

0,1393 g destillerad olja förbrändes i syrgas och gaf 0,1752 g CO<sub>2</sub> (motsv. 0,04778 g C) och 0,0566 g H<sub>2</sub>O (motsv. 0,00629 g H).

	Beräknadt.		Funnet.
C <sub>2</sub>	24	34,8	34,3
H <sub>3</sub>	3	4,3	4,7
N <sub>3</sub>	42	60,9	--
	69	100,0.	

Denna triazol bildar en nästan färglös olja med svagt alkaloidartad lukt, påminnande om acetamid. Den är löslig i vatten och de fleste öfriga lösningsmedel, olöslig i gasolja. En vattenlösning ger fällningar med metallsalter. Vid kokpunktbestämning enligt SIWOLOBOFF'S <sup>1)</sup> metod befans den samma

<sup>1)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. XIX, 795 (1886).

ligga vid 208—209° C. vid 742 mm. bar. tr.; denna bestämning är emellertid att uppfatta såsom blott approximativ.

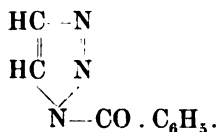
*Kvicksilfverföreningen*,  $C_2H_2N_3HgCl$ , erhöles genom tillsats af kvicksilfverkloridlösning till en ganska utspädd vattenlösning af triazolen såsom ett tungt hvitt pulver, som befans vara i vatten ytterst svårslutligt; af saltsyra åter löses det lätt.

#### Analys:

0,0831 g aftog ej i vikt i exsickator öfver svafvelsyra och gaf efter glödning med kalk 0,0404 g  $AgCl$  (motsv. 0,0999 g  $Cl$ ).

	Beräknadt för $C_2H_2N_3HgCl$ .	Funnet.
Cl	11,7	12,0.

#### (1)-Benzoyl-(1.2.3)-triazol.



0,5 g triazol löstes i 8 ccm. vatten och 3 ccm. 10-procentig natronlut, hvarpå tillsattes 1 g benzoylklorid. Blandningen skakades dugtigt, hvarvid en klabbig, af benzoylklorid starkt luktande kropp afskilde sig i ärtstora bollar. Den utpressades så mycket som möjligt från benzoylklorid, och kvarvarande benzoylklorid bortskaffades genom behandling med litet kall eter. För fullständig rening omkristalliserades återstoden ur eter.

#### Analys:

1. 0,1666 g förbrändes i syrgas och gaf 0,3810 g  $CO_2$  (motsv. 0,10391 g C) och 0,0652 g  $H_2O$  (motsv. 0,00724 g H).

2. 0,1085 g förbrändes med kopparoxid och gaf 22,9 ccm. N-gas, mätt öfver koncentrerad kalilut vid 740,5 mm. bar. tr. och 16,2° C.

	Beräknadt.		Funnet	
			1.	2.
C <sub>9</sub>	108	62,4	62,4	—
H <sub>7</sub>	7	4,0	4,2	—
N <sub>3</sub>	42	24,3	—	24,4
O	16	9,3	—	—
	173	100,0.		

Föreningen är ytterligt löslig i kloroform, tämligen löslig i eter, hvarur den samma kristalliserar i fullkomligt färglösa, långa, spröda prismer. Smältpunkt 111—111,5° C.

## Einige Bemerkungen über die Rotiferengattungen *Gastroschiza* Bergendal und *Anapus* Bergendal.

Von D. BERGENDAL.

[Mitgetheilt den 8. November 1893 durch HJALMAR THÉEL.]

Als ich meine Abhandlung »*Gastroschiza triacantha*, eine neue Gattung und Familie der Räderthiere» zusammenschrieb, musste ich glauben, dass diese Räderthiere sehr seltene Formen waren, da seit EHRENBURG's Arbeit nichts, was mit genügender Sicherheit auf jene Thiere bezogen werden konnte, in der Literatur erwähnt war. Wohl fanden sich einige kurze Notizen von IMHOF über Thiere, die möglicherweise zu dieser Formenreihe gehören konnten. Die von ihm veröffentlichten Notizen erlaubten aber weder über seine Gattung *Gastropus* noch über die zu derselben geführten Arten eine Vorstellung zu bekommen. Nach IMHOF's erster Mittheilung<sup>1)</sup> über eine Form, die er in zahlreichen Exemplaren im Zürichsee gefunden hatte, war es einfach unmöglich zu ahnen, dass etwas ähnliches vorliegen könnte. Da findet er es am zweckmässigsten das Thier in das Genus *Ascomorpha* Perty einzuordnen. »Die Gestalt zeigt uns einen dorso-ventral abgeplatteten durchsichtigen, annähernd elliptischen Beutel, am Rande mit einer nach innen vorspringenden Falte versehen, vermöge welcher der Körper erweitert und contrahirt werden kann. Das Vorderende des Körpers besteht in einer breiten ver-

<sup>1)</sup> Notizen über die pelagische Fauna der Süswasserbecken. Zool. Anz. 1887 s. 577.

schliessbaren Spalte, aus der der Flimmerapparat hervorgestülpt werden kann. Auffällig ist die Farbenpracht der inneren Organe, die ganz an die bunte, violett und röthlich tingirte *Nassula ornata* unter den holotrichen Infusorien erinnert.»

Im folgenden Jahre schreibt IMHOF:<sup>1)</sup> »Neue Untersuchungen ergeben folgende Berichtigungen und Ergänzungen. Der Körper ist bilateral comprimirt. Die Seitenansicht ist eiförmig am spitzen Ende abgestutzt mit welligem Verlauf an der Öffnung für den verstülpbaren Räderapparat. Am ventralen Rande des letzteren ist ein griffelartiger Anhang von beträchtlicher Länge inserirt. Besonders charakteristisch erweist sich die Anheftungsstelle des Fusses nicht ganz in der Hälfte der Länge der Ventralseite, etwas mehr dem vorderen Körperende genähert. Dieses eigenthümliche Verhalten, das auch bei *Euchlanis lynceus* Ehrenberg vorhanden ist, dürfte die Aufstellung einer neuen Gattung vollkommen rechtfertigen, die als *Gastropus* ihre entsprechende Bezeichnung findet. Die EHRENBEGSche Form ist seit ihrer Entdeckung erst durch meine pelagischen Studien wiedergefunden worden, und zwar, wie früher mitgetheilt an weit von einander entlegenen Localitäten.

*Gastropus Ehrenbergi* Imh.

*Gastropus stylifer* Imh. Panzerlänge 0,140 mm., mit ausgestülptem Räderapparat 0,180 mm. Griffellänge 0,048, Griffelbreite 0,003 mm. Körperhöhe 0,112 mm.

Fundorte Zürichsee, Untersee, Comersee.

Und so heisst es schliesslich 1891:<sup>2)</sup> »VERMES, ROTATORIA: *Gastropus Hudsoni* Imh. Das neue Rotatoriengenus *Gastropus* wurde vor zwei Jahren für *Euchlanis lynceus* Ebg und eine neue Art *Gastr. stylifer* Imh. aufgestellt. Diesen zwei Arten ist die genannte aus dem Bergsee anzureihen. *Gastropus Ehrenbergi*, wie ich die von EHRENBEG im Jahre 1834 bei Berlin entdeckte Rotatorie umgetauft habe, ist seither nur aus zwei Süsswasserbecken bekannt: Wallersee bei Salzburg und Lago Maggiore.

<sup>1)</sup> Fauna der Süsswasserbecken. Zool. Anz. 1888 s. 170.

<sup>2)</sup> Über die pelagische Fauna einiger Seen des Schwarzwaldes. Zool. Anz. 1891 s. 37.

Die neue *Gastropus*-species, die ich zu Ehren der classischen Arbeit über die Rotifera nach HUDSON zu benennen mir erlaube, weist eine ansehnliche Grösse auf: 0,32 mm. Länge, 0,20 mm. dorsoventral. Der Panzer zeigt hier nicht die feine polygonale Zeichnung wie bei *Ehrenbergi*, dagegen eine weitmaschige weniger regelmässige reticuläre Structur. Fuss sehr kräftig, etwas vor der halben Länge in einer Einsenkung eingefügt. Die proximale Reihe ist querverringelt, die zwei Endklauen sehr gross. Der Fuss misst 0,172 mm., Klauen 0,08 mm.»

Zu diesen Citaten gebe ich nur die folgenden Bemerkungen. Wenn *Gastropus Ehrenbergi* dasselbe Thier wie EHRENBURG's *Euchlanis lynceus* wäre, so musste dasselbe *Gastropus lynceus* (Ehrbg) IMHOF und nicht *Gastropus Ehrenbergi* heissen, wie auch ZACHARIAS und WIERZEISKI in der gleich anzuführenden Arbeit schon bemerken. Was IMHOF's Art eigentlich ist, lässt sich wohl niemals feststellen. Soviel ist indessen sicher, dass dieselbe mit EHRENBURG's *Euchlanis lynceus* nicht identisch sein kann, denn EHRENBURG's Art besass zwei vordere Hörnchen, wo gegen IMHOF's Thier keiförmig, und am spitzeren Ende abgestutzt mit welligem Verlauf an der Öffnung für den verstülpbaren Räderapparat ist. Am ventralen Rande des letzteren ist ausserdem ein griffelartiger Anhang von beträchtlicher Länge inserirt, wozu der Panzer nicht wie bei EHRENBURG's Art gefurcht ist, sondern eine feine polygonale Zeichnung besitzt. Endlich besitzt das IMHOF'sche Thier die auffällige Farbenpracht, welche dem *Euchlanis lynceus* Ehrenberg ebensowenig wie diese anderen hier zusammengestellten Merkmale zugehört. Die Verschiedenheit der Arten liegt gar zu offen um weitere Ausführungen zu veranlassen.

Ebensowenig kann man eine genügend scharfe Vorstellung über die Umfassung und Merkmale der Gattung *Gastropus* gewinnen. Dieselbe ist niemals charakterisiert worden, obgleich der Autor meint drei dahin zu führende Arten gefunden zu haben. Für diese Behauptung brauche ich wohl nur die Thatsache an-

zuföhren, dass keiner von uns, welche im letzten Jahre mit EHRENBURG's *Euchlanis lynceus* zweifellos nahe verwandte Formen gefunden haben, dieselben zu LMHOF's Gattung hinföhren können hat. Dies bezeugen die gleich anzuföhrenden Arbeiten von JÄGERSKIÖLD, WIERZEISKI und ZACHARIAS, LAUTERBORN und mir ganz einstimmig.

Schon das erste Jahr nach meiner Veröffentlichung einer kurzen Notiz über die von mir gefundene Form haben wir nämlich eine ganze Reihe von ähnlichen Arten kennen gelernt. Ich theile hier die Arbeiten in Ordnung nach dem Veröffentlichungsdatum mit:

92. BERGENDAL, D. EHRENBURG's *Euchlanis Lynceus* wieder-gefunden. Lunds Universitets Årsskrift 1892—1893. Die ersten Separatabdrucke wurden den 21 September 1892 ausgesandt.
92. JÄGERSKIÖLD, L. A. Zwei der *Euchlanis Lynceus* Ehrenberg verwandte neue Rotatorien. Zool. Anz. XV Jahrg. No. 407, 12 Dezember 1892 (bei der Redaction eingegangen d. 13 Okt. 1892).
93. ZACHARIAS, O. Forschungsberichte aus der biol. Station Plön. 1893. I.
93. WIERZEISKI, A., und ZACHARIAS, O. Neue Rotatorien des Süßwassers. Z. f. w. Z. Bd. LVI. Heft. 2. S. 236. 30 Mai 1893. (Nach der Angabe in der Nachschrift bei der Redaction eingereicht d. 25 November 1892.)
93. BERGENDAL, D. *Gastroschiza triacantha*, eine neue Gattung und Familie der Räderthiere. Bihang till Kongl. Sv. Vet.-Akad. Handlingar, Bd. 18, Afd. IV, N:o 4. Stockholm 1893. Anfang Juni. Mitgetheilt d. 14 Sept. 1892.)
93. LAUTERBORN, R. Beiträge zur Rotatorienfauna des Rheins und seiner Altwasser. Spengels Zool. Jahrbücher Abth f. Systematik etc. Bd. 7 s. 254. (Der Aufsatz ist datirt d. 23 Okt. 1892.
93. JÄGERSKIÖLD, L. A. Weiteres über *Gastroschiza* Bergendal. Zool. Anz. XVI Jahrg. No. 429 (25 Sept. 1893).

Da diese Aufsätze zum grossen Theil ungefähr gleichzeitig verfasst worden sind, lässt sich begreifen, wie dieselben Thiere so viele Gattungsnamen erhalten konnten. JÄGERSKIÖLD hat schon (93) darauf hingewiesen dass seine Namen *Gastroschiza foveolata* und *G. flexilis* vor den von WIERZEISKI und ZACHARIAS gegebenen Namen Priorität haben. Dies geht ganz sicher aus der von WIERZEISKI und ZACHARIAS ihrer Abhandlung beigefügten Nachschrift hervor. Dasselbst stützen diese Autoren ihren Prioritätsanspruch darauf, dass ihre Abhandlung d. 25 Nov. 1892 bei der Redaction der Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie eingereicht worden var. Sie scheinen dabei vergessen zu haben, dass JÄGERSKIÖLD's Aufsatz schon den 13 Oktober 1892 bei der Redaction des Zool. Anzeigers eingegangen war. Da indessen auch diese Prioritätsfrage *Gastroschiza triacantha* und *Gastroschiza lynceus* wenigstens für den Gattungsnamen berühren kann, muss ich wenn auch recht ungern die folgenden Thatfachen mittheilen. Zuerst muss auch ich die eben genannte Nachschrift wiedergeben (93 s. 243). »Aus einer Zuschrift des Herrn Dr. JÄGERSKIÖLD (Upsala) an Dr. ZACHARIAS, welche vom 4 Januar 1893 datirt ist, geht hervor, dass es Herrn Dr. BERGENDAL in Lund gleichfalls geglückt ist, *Euchlanis lynceus* oder eine dieser Species sehr nahe stehende Form aufzufinden. Aus derselben Zuschrift des schwedischen Forschers ist zu entnehmen, dass der oben beschriebene Bipalpus vesiculosus (von dem inzwischen eine kurze Beschreibung im Bullet. der Krakauer Akad. der Wissenschaften erschienen war) mit einem Rotatorium identisch ist. welches neuerdings (und ohne, dass wir davon irgend welche Kenntniss hatten) von Dr. BERGENDAL entdeckt und mit dem Namen *Gastroschiza flexilis* bezeichnet worden ist. Desgleichen gab Dr. JÄGERSKIÖLD eine kurze Beschreibung (Zool. Anz. No. 407) von zwei neuen Rotatorien: *Gastroschiza flexilis* und *foveolata*, die allem Anscheine nach mit unserem *Bipalpus vesiculosus* und *Bipalpus lynceus* identisch sind. Es scheint uns angemessen und als das beste Mittel, unliebsamen Prioritätsstreitigkeiten vorzubeugen, wenn wir am Schlusse dieser Abhand-



lung auf das Datum hinweisen, an welchem dieselbe bei Herrn Geheimrath Prof. Dr. Ehlers in Göttingen eingereicht worden ist um in dieser Zeitschrift Aufnahme zu finden. Dies Datum war der 25 November 1892.»

Ich bin selten so erstaunt und unangenehm berührt worden wie bei dem Durchlesen dieser Zeilen und zwar aus folgenden Gründen. Den 4:ten Januar 1893 solle es also dem Herrn Dr. ZACHARIAS durch eine Zuschrift des Herrn Dr. JÄGERSKIÖLD bekannt worden sein, dass es auch mir geglückt sei *Euchlanis lynceus* oder eine dieser Species sehr nahe stehende Form aufzufinden etc. Ich habe schon oben davon erinnert, dass ich meinen Aufsatz »*Euchlanis lynceus* Ehrbg wiedergefunden?» den 21 Sept. 1892 gedruckt erhielt und Separatabdrucke zu versenden anfang. Von diesem Aufsatz wurde auch ein Exemplar dem Director der Plöner Station zugesandt. Welchen Tag es geschah, vermag ich augenblicklich nicht anzugeben, aber ziemlich lange nach dem Absenden erhielt ich einen Brief von Herrn Dr. ZACHARIAS, aus welchem ich das diese Frage berührende mir hier zu wiedergeben erlaube.

»Plön 30 Nov. 1892.

Sehr geehrter Herr Dr.

Ich habe Ihre vorläufige Notiz (*Gastroschiza triacantha* betreffend) erhalten und bitte Sie nur, dass Sie mir **baldigst** auch die ausführliche Schilderung senden. Soeben habe ich nämlich (in Verbindung mit Prof. Wierzeiski) die Beschreibung einer Anzahl von Räderthieren verfasst und es ist möglich, dass wir ihre Species auch aufgefunden haben. — —

Dr. OTTO ZACHARIAS.»

Seitdem ich beantwortet hatte, dass ich eben die vorläufige Mittheilung deshalb geschrieben hatte, weil mein ausführlicher Aufsatz nicht baldigst gedruckt werden konnte, erhielt ich d. 23 Dec. noch einen Brief, in welchem Dr. ZACHARIAS sogar Zeichnungsskizzen von einigen neuen Organismen des Plöner See's freundlichst ausgeführt hatte. Aus der leider in sehr wichtigen

Hinsichten unrichtigen Skizze von *Bipalpus vesiculosus*<sup>1)</sup> war es mir nicht möglich eine sichere Vorstellung über den Bau dieser Form zu gewinnen, und deshalb hatte ich keine Veranlassung weiteres zu schreiben.

Da nicht nur ich selbst von der Prioritätsfrage berührt ist, sondern auch andere Autoren davon interessirt sein dürften, habe ich mich schliesslich entschlossen die obige merkwürdige Tatsache zu veröffentlichen.

Mit meiner Form *Gastroschiza triacantha* war der im Briefe gezeichnete Form unzmöglich identisch, und ebensowenig war daran zu denken dieselbe mit EHRENBURG's *Euchlanis Lynceus* zu identificieren.

Seitdem nun durch verschiedene Autoren viele hieher gehörende Formen bekannt geworden sind, fragt es sich: Können wir über die Stellung dieser Formen jetzt bessere Auskunft geben? Leider scheint diese Frage noch nicht bejaht werden zu können. Eine Sache scheint wohl ziemlich sicher zu sein, diejenige nämlich, dass in diesen Arten wirklich eine neue Formenreihe vorliegt, dass sie also, wenn man die Begrenzung der Rotiferenfamilien in der Weise, wie es in HUDSON's klassischer Arbeit geschieht, aufziehen soll, eine neue Familie bilden müssen. Wo aber diese Familie den anderen schon früher bekannten anzuknüpfen ist, scheint mir noch nicht möglich sicher zu entscheiden. Sowohl WIERZEISKI und ZACHARIAS wie ich haben auf die nahe liegende Ähnlichkeit mit NOTOPS hingewiesen und ausserdem davon erinnert, dass diese Arten in anderen Hinsichten mit den *Brachioniden* verglichen werden können. W. und Z. lassen ihren *Bipalpus vesiculosus* auch mit den *Synchaeten* verwandt sein. Die Gastroschizaden sind insofern besonders interessant als dort gepanzerte und nicht oder sehr schwach gepanzerte Formen sicher zu derselben Entwicklungsserie gehören.

JÄGERSKIÖLD hat schon dargelegt, dass seine *Gastroschiza flexilis* (= *Bipalpus lynceus* Ehrbg nach WIERZEISKI) kaum

<sup>1)</sup> Die Stirnfortsätze (= »Palpi«) sitzen dort nicht auf den Seiten der Stirn sondern auf dem Rücken weit hinter dem Räderorgan.

mit EHRENBURG's Art identisch sein kann. WIERZEISKI sagt selbst (193 s. 24): »Jedoch geschah diese Identificierung nicht ohne Bedenken, da weder die Beschreibung noch die Abbildung EHRENBURG's auf diese Art vollkommen passt.« Mir scheint die Verschiedenheit viel zu gross um an eine Identificierung denken zu können, denn *Gastroschiza flexilis* ist durch so eigenthümliche Charactere ausgezeichnet, dass es völlig unmöglich erscheint, dass EHRENBURG, der ein so gewohnter Beobachter war, eine so entstellende Beschreibung und Abbildung hätte geben können. Die zwei Hörner und der einzelne Taster und die seitlichen Furchen des Panzers der Ehrenburg'schen Form machen nebst der so stark auffallenden Querfurchen und Querleisten des Panzers der *Gastroschiza flexilis* Jägerskiöld meiner Meinung nach sehr ausgezeichnete Unterscheidungsmerkmale zwischen diesen beiden Formen. Ausserdem geben sowohl JÄGERSKIÖLD wie WIERZEISKI das Auge ihrer Form als »dunkel« und »schwarz« an, wogegen EHRENBURG's Art ein rothes Auge besass. Ich halte es demnach nicht nur wahrscheinlich, sondern absolut sicher, dass EHRENBURG's *Euchlanis lynceus* eine bisjetzt noch nicht wiedergefundene Art der Familie *Gastroschizidae* ist. Und dies ist nach den Befunden des letzten Jahres, wie auch JÄGERSKIÖLD mit Recht hervorhebt, ziemlich wahrscheinlich.

Unter den bisjetzt bekannten Formen scheinen mir *Gastroschiza triacantha* Bergendal und *G. Lynceus* (Ehrbg) Bergendal einander recht nahe zu stehen. Mehr verschieden sind dagegen sowohl die weichhäutige *Gastroschiza foveolata* Jägerskiöld wie *Gastroschiza flexilis* Jägerskiöld. Da ich diese Arten nicht aus eigener Anschauung kenne, werde ich nicht darauf eingehen, ob nicht diese Arten, wie schon JÄGERSKIÖLD in seiner ersten Mittheilung andeutete, besser besondere Gattungen bilden sollen. Nach der Diagnose, welche ich meiner Gattung *Gastroschiza* gegeben habe, können sie, wenigstens *G. foveolata*, wohl kaum dahin geführt werden. Ich hatte deshalb in einer Nachschrift, die aber durch irgend ein Unglück auf der Post weggekommen ist, eine Änderung der Diagnose vorgenommen. Jetzt bin ich aber wieder

zweifelnd geworden, ob *G. foveolata* in derselben Gattung wie die übrigen stehen kann, da sie so schwach gepanzert ist und kaum eine Andeutung der ventralen Panzerspalte der anderen Arten besitzt. Ausserdem ist JÄGERSKIÖLD geneigter für die Art *flexilis* eine neue Gattung zu bilden. Ich werde deshalb, umso-mehr als ich über die Stellung der LAUTERBORN'schen Art *Dictyoderma hypopus* noch nicht ganz sicher bin, jetzt keine andere Veränderung der Diagnose machen als diejenige, dass ich die Worte »vorne mit dorsalen Hörnchen« ausschliesse. Vgl. BERGENDAL 93 s. 9. Ist LAUTERBORN's Art mit *G. foveolata* Jägerskiöld auch nicht vollkommen identisch, steht sie doch zweifellos dieser Art ausserordentlich nahe. Hoffentlich können wir hierüber, wie über gewisse Bauverhältnisse der *Gastroschiza triacantha*, die mir wegen der Knappheit des Materials unklar bleiben mussten, von JÄGERSKIÖLD Aufklärung erwarten. Da alle übrigen hieher gehörenden Arten pelagisch leben, dürfte wohl auch *G. triacantha* eine pelagische Form sein, obgleich sie in der Torflache, wo ich sie auffand, nicht an der Oberfläche vorzukommen schien sondern mit Mooszweigen genommen wurde. Da ich aber nur wenige Exemplare fand und die kleine Wasseransammlung beinahe von Vegetation erfüllt war, kann ich keine sichere Auffassung davon begründen. Ich habe auch schon in meiner ausführlicheren Mittheilung Thatsachen angeführt, die für eine pelagische Lebensweise zu sprechen schienen. Im vergangenen Sommer habe ich wegen einer mir aufliegenden Reise im Auslande keine Möglichkeit gehabt, wie ich gewünscht hätte, diese interessante Form gründlicher zu studieren.

---

In meiner Abhandlung über *Gastroschiza* hatte ich auch ein anderes eigenthümliches Räderthier *Anapus ovalis* n. g. n. sp. kurz beschrieben und abgebildet. Dieselbe Art scheint nun auch schon wiedergefunden zu sein. Wenigstens scheint mir die von LAUTERBORN ganz unabhängig an mehreren Stellen im und am

Rhein gefundene und als *Chromogaster testudo* beschriebene (93) Form ziemlich sicher mit meinem *Anapus ovalis* identisch zu sein. Unsere Abbildungen sind ausserordentlich ähnlich, und auch die meisten Angaben lassen sich recht gut vereinen. Immerhin müssen künftige Untersuchungen entscheiden, ob wirklich nur ein Taster vorhanden ist. Ich habe ganz sicher während der ersten Beobachtungszeit zwei solche zu sehen geglaubt.

---

## Sur le calcul des intégrales d'un système d'équations différentielles par des approximations successives.

[Communiqué le 8 novembre 1893 par G. MITTAG-LEFFLER.]

$$\frac{dy_1}{dx} = f_1(x, y_1, \dots, y_n)$$
$$\frac{dy_n}{dx} = f_n(x, y_1, \dots, y_n).$$
$$\frac{\partial f_\nu}{\partial y_\lambda} \quad \begin{matrix} \nu=1, \dots, n \\ \lambda=1, \dots, n \end{matrix}$$
$$a < x < b$$

$$-\infty < y_r < +\infty \quad r=1, \dots, n.$$

Digitized by Google

Le système d'intégrales prenant pour  $x = x_0$  ( $a < x_0 < b$ ) les valeurs finies  $y_{10}, \dots, y_{n0}$ , est déterminé par M. PICARD de la manière suivante.<sup>1)</sup>

On détermine d'abord par des quadratures les fonctions  $y_{11}, \dots, y_{n1}$ , satisfaisant aux équations

$$\frac{dy_{r1}}{dx} = f_r(x, y_{10}, \dots, y_{n0}) \quad r=1, \dots, n$$

de manière qu'elles prennent pour  $x = x_0$  les valeurs  $y_{10}, \dots, y_{n0}$ .

Ayant formé ensuite le système d'équations

$$\frac{dy_{r2}}{dx} = f_r(x, y_{11}, \dots, y_{n1}) \quad r=1, \dots, n$$

on détermine  $y_{12}, \dots, y_{n2}$  par la condition qu'elles prennent pour  $x = x_0$  les valeurs  $y_{10}, \dots, y_{n0}$ .

En continuant ainsi, on déterminera, toujours par des quadratures, les fonctions  $y_{1\lambda}, \dots, y_{n\lambda}$  de manière qu'elles satisfassent aux équations

$$\frac{dy_{r\lambda}}{dx} = f_r(x, y_{1\lambda-1}, \dots, y_{n\lambda-1}) \quad r=1, \dots, n$$

et que  $y_{r\lambda}$  prenne la valeur  $y_{r0}$  pour  $x = x_0$ .

Les séries

$$(2) \quad y_r = y_{r0} + \sum_{\lambda=0}^{\infty} [y_{r\lambda+1} - y_{r\lambda}] \quad r=1, \dots, n$$

représentent alors un système d'intégrales des équations (1), tant que l'on a

$$|x - x_0| < \frac{1}{nN}$$

$x$  étant en outre compris dans l'intervalle  $a \dots b$ .

Pour ces mêmes valeurs de  $x$  les séries (2) sont uniformément convergentes.

En supposant des fonctions  $f_1, \dots, f_n$ , qu'elles soient positives pour toutes les valeurs de  $x, y_1, \dots, y_n$  assujetties aux conditions

<sup>1)</sup> E. PICARD »Traité D'Analyse». Tome II, page 301.

$$a \leq x \leq b$$

$$-\infty < y_r < +\infty \quad r=1, \dots, n$$

et que ces fonctions croissent quand  $y_1, \dots, y_n$  augmentent, M. PICARD fait voir que les séries (2) sont nécessairement convergentes pour chaque valeur de  $x$  dans l'intervalle  $(a, b)$ , mais la question qui s'y rattache intimement, à savoir, si les séries (2) représentent les intégrales des équations (1) pour toutes ces valeurs de  $x$ , n'y est pas résolue par lui que dans le cas où les dérivées  $\frac{\partial f_r}{\partial y_\lambda}$  vont toujours en décroissant, quand l'une des quantités  $y_1, \dots, y_n$  augmente.

Dans le cas, au contraire, où  $f_1, \dots, f_n$  vont en décroissant avec  $y_1, \dots, y_n$ , il démontre que les quantités  $y_{r,2\lambda+1}$  ont une limite  $y'$  et les quantités  $y_{r,2\lambda}$  en ont une  $y''$ ; et son opinion est même que ces deux limites peuvent être distinctes.

Cela n'est pourtant nullement le cas. Dans les pages suivantes je me propose d'établir que les séries (2) sont dans tous les deux cas uniformément convergentes, tant que  $a \leq x \leq b$  et représentent pour toutes ces valeurs de  $x$  les intégrales du système (1).

1. Pour parvenir à ce résultat nous commencerons par démontrer un théorème sur les séries uniformément convergentes qui nous sera utile.

Si  $f_1(x), f_2(x), \dots, f_r(x), \dots$  sont des fonctions continues toujours positives (ou toujours négatives) pour chaque valeur de  $x$  comprise entre  $a$  et  $b$ , et si la série

$$\sum_{r=1}^{\infty} f_r(x)$$

est de plus une fonction continue de  $x$  pour ces mêmes valeurs de la variable, la série est uniformément convergente pour toutes ces valeurs de  $x$ .

Pour fixer les idées nous supposons que les fonctions  $f_r$  soient toutes positives.



Ayant fixé un nombre positif  $\delta$  aussi petit que l'on voudra, on peut toujours y faire correspondre un nombre entier positif  $m(x)$ , tel que

$$\sum_{r=m(x)}^{\infty} f_r(x) \leq \delta < \sum_{r=m(x)-1}^{\infty} f_r(x).$$

Il existe alors une limite supérieure finie ou infinie  $M$  pour les valeurs que prend  $m(x)$ , quand  $x$  varie entre  $a$  et  $b$ . Nous voulons démontrer que  $M$  est nécessairement un nombre positif fini.

On sait en effet qu'il existe au moins une valeur  $\alpha$  comprise entre  $a$  et  $b$ , telle que la limite supérieure de  $m(x)$  pour  $x$  situé entre  $\alpha - \varepsilon$  et  $\alpha + \varepsilon$  est toujours égale à  $M$ ,  $\varepsilon$  étant une quantité positive aussi petite qu'on voudra.

Déterminons alors  $q$  de manière que

$$\sum_{r=q-1}^{\infty} f_r(\alpha) < \frac{\delta}{2}$$

et je dis qu'on aura  $M < q$ .

Car la fonction

$$\sum_{r=q-1}^{\infty} f_r(x)$$

étant une fonction continue, on peut déterminer un nombre positif  $\varepsilon$ , tel que

$$\left| \sum_{r=q-1}^{\infty} f_r(\alpha + h) - \sum_{r=q-1}^{\infty} f_r(\alpha) \right| < \frac{\delta}{2} \quad \text{quand } |h| \leq \varepsilon$$

ce qui nous donne

$$\sum_{r=q-1}^{\infty} f_r(\alpha + h) < \delta$$

pour ces mêmes valeurs de  $h$ .

Le nombre  $q$  est donc plus grand que  $M$ , ce qui établit notre théorème.

2. Ce théorème nous permettra de traiter le premier cas étudié par M. PICARD, où les fonctions  $f_r(x, y_1, \dots, y_n)$  sont finies, continues et positives pour toutes les valeurs de  $x, y_1, \dots, y_n$ , telles que

$$a \leq x \leq b \\ -\infty < y_\nu < +\infty$$

et vont en *croissant*, quand l'une quelconque des quantités  $y_1, \dots, y_n$  augmente. Nous admettons de plus que

$$\left| \frac{\partial f_r}{\partial y_\lambda} \right| < N \quad \begin{matrix} r=1, \dots, n \\ \lambda=1, \dots, n \end{matrix}$$

pour ces mêmes valeurs de  $x, y_1, \dots, y_n$ , mais il n'est pas nécessaire d'admettre, comme le fait l'éminent géomètre, que les dérivées partielles vont en décroissant.

Observons d'abord avec M. PICARD qu'en sachant que les séries (2) sont uniformément convergentes, quand

$$|x - x_0| < \frac{1}{nN},$$

nous pouvons étendre nos intégrales de proche en proche dans tout l'intervalle  $(a, b)$ , ce qui met en évidence que les intégrales, prenant pour  $x = x_0$  les valeurs  $y_{10}, \dots, y_{n0}$ , restent finies et continues dans tout cet intervalle. Désignons ces intégrales par  $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_n(x)$ .

De l'équation

$$\frac{dy_{r1}}{dx} = f_r(x, y_{10}, \dots, y_{n0}) > 0 \quad r=1, \dots, n$$

on conclut que  $y_{r1} > y_{r0}$  pour  $x > x_0$ , ce qui nous donne

$$f_r(x, y_{11}, \dots, y_{n1}) > f_r(x, y_{10}, \dots, y_{n0}).$$

Comme on sait alors que

$$\frac{d(y_{r2} - y_{r1})}{dx} > 0$$

on aura

$$y_{r2} > y_{r1}$$

et en général

$$y_{r0} < y_{r1} < \dots < y_{r\lambda} < \dots \quad \text{pour } x > x_0.$$

Mais quand  $x - x_0 < \frac{1}{n\lambda}$ , la limite des  $y_{r\lambda}$  ( $\lambda = \infty$ ) est égale à  $\varphi_r(x)$ , ce qui nous fait voir que  $\varphi_r(x)$  est alors  $> y_{r0}$ . En continuant de proche en proche, on voit que  $\varphi_r(x)$  reste toujours  $> y_{r0}$  quand  $x > x_0$ .

On aura de la même manière  $\varphi_r(x) < y_{r0}$  pour  $x < x_0$ .

L'équation

$$\frac{d(\varphi_r - y_{r1})}{dx} = f_r(x, \varphi_1(x), \dots, \varphi_n(x)) - f_r(x, y_{10}, \dots, y_{n0}) > 0$$

nous donne  $\varphi_r > y_{r1}$  pour  $x > x_0$ .

En continuant ainsi on aura

$$\varphi_r(x) > y_{r\lambda} \quad \lambda = 1, 2, \dots, \quad x_0 \leq x \leq b.$$

Il est donc évident que les séries (2) sont convergentes.

Nous voulons maintenant prouver que les séries sont uniformément convergentes, tant que l'on a  $x_0 \leq x \leq b$ . D'après le théorème du N° 1 nous n'avons pour ça qu'à prouver qu'elles représentent des fonctions continues pour toutes ces valeurs de  $x$ .

Mettons  $y_{r\lambda} = \varphi_{r\lambda}(x)$ , on sait que

$$\begin{aligned} \sum_{\lambda=0}^m [\varphi_{r\lambda+1}(x+h) - \varphi_{r\lambda}(x+h)] - \sum_{\lambda=0}^m [\varphi_{r\lambda+1}(x) - \varphi_{r\lambda}(x)] &= \\ = h \sum_{\lambda=0}^m [\varphi'_{r\lambda+1}(x+\theta h) - \varphi'_{r\lambda}(x+\theta h)] \quad 0 < \theta < 1 \\ = h \sum_{\lambda=0}^m f_r[x+\theta h, \varphi_{1\lambda}(x+\theta h), \dots, \varphi_{n\lambda}(x+\theta h)] - \\ - f_r[x+\theta h, \varphi_{1\lambda-1}(x+\theta h), \dots, \varphi_{n\lambda-1}(x+\theta h)]. \end{aligned}$$

Mais en observant que  $\varphi_{r\lambda} - \varphi_{r\lambda-1} > 0$ , on aura la valeur absolue du membre droit moindre que

$$|h| \cdot N \sum_{\lambda=0}^m [\varphi_{1\lambda}(x+\theta h) - \varphi_{1\lambda-1}(x+\theta h) + \dots + \varphi_{n\lambda}(x+\theta h) - \varphi_{n\lambda-1}(x+\theta h)],$$

c'est à dire moindre que

$$|h| \cdot N [\varphi_{1m}(x+\theta h) - y_{10} + \dots + \varphi_{nm}(x+\theta h) - y_{n0}]$$

ce qui est enfin moindre que

$$|h| \cdot N[\varphi_1(x + \theta h) - y_{10} + \dots + \varphi_n(x + \theta h) - y_{n0}].$$

Soit maintenant  $G$  un nombre positif fini plus grand que toutes les valeurs que prennent les fonctions  $\varphi_1(x) - y_{10}$ ,  $\varphi_2(x) - y_{20}$ ,  $\dots$ ,  $\varphi_n(x) - y_{n0}$  dans l'intervalle  $x_0 \dots b$ , on aura

$$\left| \sum_{\lambda=0}^m [\varphi_{r\lambda+1}(x+h) - \varphi_{r\lambda}(x+h)] - \sum_{\lambda=0}^m [\varphi_{r\lambda+1}(x) - \varphi_{r\lambda}(x)] \right| < |h| \cdot nNG.$$

Comme cette inégalité subsiste pour chaque valeur de  $m$ , et l'on peut faire le membre droit aussi petit que l'on voudra, en prenant  $h$  suffisamment petit, on conclut que la série

$$\sum_{\lambda=0}^{\infty} [\varphi_{r\lambda+1}(x) - \varphi_{r\lambda}(x)]$$

représente une fonction continue de  $x$  pour  $x_0 \leq x \leq b$ . Elle est donc aussi uniformément convergente pour ces valeurs de  $x$ .

Il nous reste à démontrer que les séries (2) satisfont au système d'équations (1) pour toutes ces valeurs de  $x$ .

A cet effet nous formons la série

$$\begin{aligned} \sum_{\lambda=0}^m \frac{d(y_{r\lambda+1} - y_{r\lambda})}{dx} &= \sum_{\lambda=0}^m f_r(x, y_{1\lambda}, \dots, y_{n\lambda}) - \\ &\quad - f_r(x, y_{1\lambda-1}, \dots, y_{n\lambda-1}) \\ &= f_r(x, y_{1m}, \dots, y_{nm}). \end{aligned}$$

On aura donc

$$\sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{d(y_{r\lambda+1} - y_{r\lambda})}{dx} = f_r(x, y_1, \dots, y_n),$$

et comme  $y_1, \dots, y_n$  sont des fonctions continues de  $x$ , la série du membre gauche est aussi une fonction continue. Mais de l'équation

$$\frac{d(y_{r\lambda+1} - y_{r\lambda})}{dx} = f_r(x, y_{1\lambda}, \dots, y_{n\lambda}) - f_r(x, y_{1\lambda-1}, \dots, y_{n\lambda-1})$$

on conclut que tous les termes de la série sont positifs, ce qui fait voir que

$$\sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{d(y_{\nu\lambda+1} - y_{\nu\lambda})}{dx}$$

est une série uniformément convergente. Elle est donc égale à  $\frac{dy_{\nu}}{dx}$ , ce qui établit l'équation

$$\frac{dy_{\nu}}{dx} = f_{\nu}(x, y_1, \dots, y_n) \quad \text{quand } x_0 \leq x \leq b.$$

D'une manière tout analogue la démonstration se fait quand  $a \leq x \leq x_0$ .

Nous avons donc prouvé que les séries (2) sont uniformément convergentes et représentent les intégrales du système (1), quand  $a \leq x \leq b$ .

Dans l'autre cas traité par M. PICARD, à savoir quand les fonctions  $f_1, \dots, f_n$  vont toujours en *décroissant*, quand  $y_1, y_2, \dots, y_n$  augmentent, on peut parvenir au même résultat par une méthode tout analogue, mais on doit observer que la démonstration se fait alors à l'égard de chacune des séries

$$y_{11} + \sum_{\lambda=0}^{\infty} (y_{\nu 2\lambda+1} - y_{\nu 2\lambda-1}) \quad \text{et} \quad y_{10} + \sum_{\lambda=0}^{\infty} (y_{\nu 2\lambda} - y_{\nu 2\lambda-2}).$$

3. Pour le cas général où nous ne faisons d'autres suppositions à l'égard des fonctions  $f_{\nu}$  que celle de

$$\left| \frac{df_{\nu}}{dy_{\lambda}} \right| < N \quad \begin{array}{l} a \leq x \leq b \\ -\infty < y_{\nu} < +\infty \end{array}$$

les difficultés sont considérables, si l'on veut traiter ce cas d'une manière analogue. On peut pourtant surmonter ces difficultés en ayant recours au procédé employé par CAUCHY et M. WEIERSTRASS, quand les fonctions données  $f_{\nu}$  sont des fonctions analytiques.

On commence par étudier les développements en série des intégrales d'un système spéciale d'équations différentielles, et c'est en y comparant les développements (2) du système général qu'on établit leur convergence.



**Théorème.**

*Étant donné un système d'équations différentielles*

$$\frac{dy_r}{dx} = f_r(x, y_1, \dots, y_n) \quad r=1, \dots, n$$

*où les fonctions  $f_1, \dots, f_n$  sont finies et continues pour toutes les valeurs de  $x, y_1, \dots, y_n$ , assujetties aux conditions*

$$\begin{aligned} a &\leq x \leq b \\ -\infty &< y_r < +\infty \quad r=1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

*et où nous admettons de plus qu'il existe un nombre positif fini  $N$ , tel que*

$$\left| \frac{\partial f_r}{\partial y_\lambda} \right| < N \quad \begin{matrix} r=1, \dots, n \\ \lambda=1, \dots, n \end{matrix}$$

*pour ces mêmes valeurs des variables, les séries*

$$y_r = y_{r0} + \sum_{\lambda=0}^{\infty} [y_{r\lambda+1} - y_{r\lambda}] \quad r=1, \dots, n$$

*sont uniformément convergentes pour les valeurs de  $x$  comprises entre  $a$  et  $b$  et représentent pour ces valeurs un système d'intégrales prenant pour  $x=x_0$  les valeurs  $y_{10}, \dots, y_{n0}$ .*

La démonstration se fait sans aucune difficulté. Comparons en effet les deux systèmes de séries qu'on obtient en appliquant la méthode d'approximations successives de M. PICARD aux deux systèmes d'équations

$$\frac{dy_r}{dx} = f_r(x, y_1, \dots, y_n) \text{ et } \frac{dz_r}{dx} = N(z_1 + z_2 + \dots + z_n) \quad r=1, \dots, n$$

et choisissons les valeurs  $z_{10}, \dots, z_{n0}$  toutes positives et telles que  $N(z_{10} + \dots + z_{n0})$  est plus grande que la limite supérieure de toutes les fonctions  $f_r(x, y_{10}, \dots, y_{n0})$  pour  $a \leq x \leq b$ .

Pour fixer les idées, nous démontrerons d'abord que les séries (2) sont convergentes, quand on aura  $x_0 \leq x \leq b$ , le cas où  $x < x_0$  se traitant de la même manière.

On aura alors

$$\frac{d(y_{r1} - y_{r0})}{dx} = f_r(x, y_{10}, \dots, y_{n0})$$

ce qui nous donne

$$|y_{r1} - y_{r0}| = \left| \int_{x_0}^x f_r(x, y_{10}, \dots, y_{n0}) dx \right| < \int_{x_0}^x N(z_{10} + \dots + z_{n0}) dx = z_{r1} - z_{r0}.$$

Mais

$$\left| \frac{d(y_{r2} - y_{r1})}{dx} \right| = |f_r(x, y_{11}, \dots, y_{n1}) - f_r(x, y_{10}, \dots, y_{n0})| < N(|y_{11} - y_{10}| + \dots + |y_{n1} - y_{n0}|) < N(z_{11} - z_{10} + \dots + z_{n1} - z_{n0}).$$

On aura donc

$$\left| \frac{d(y_{r2} - y_{r1})}{dx} \right| < \frac{d(z_{r2} - z_{r1})}{dx}$$

ce qui nous donne

$$|y_{r2} - y_{r1}| < z_{r2} - z_{r1}.$$

En continuant ainsi on parvient à

$$\left. \begin{array}{l} |y_{r\lambda+1} - y_{r\lambda}| < z_{r\lambda+1} - z_{r\lambda} \\ \left| \frac{d(y_{r\lambda+1} - y_{r\lambda})}{dx} \right| < \frac{d(z_{r\lambda+1} - z_{r\lambda})}{dx} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \lambda = 1, 2, 3, \dots \\ r = 1, 2, 3, \dots \end{array}$$

Les deux séries

$$\sum_{\lambda=0}^{\infty} (y_{r\lambda+1} - y_{r\lambda}), \quad \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{d(y_{r\lambda+1} - y_{r\lambda})}{dx}$$

sont donc absolument et uniformément convergentes, quand  $x_0 \leq x \leq b$  et il s'ensuit que la dernière est la dérivée de la première, ce qui met en évidence que nos séries (2) satisfont au système d'équations (1).

Ce théorème me semble d'une grande utilité, quand il s'agit du calcul des intégrales d'une équation différentielle.

Soit par exemple

$$p_0(x) \frac{d^n y}{dx^n} + p_1(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + p_n(x) y = 0$$

une équation différentielle linéaire où  $p_0(x)$ ,  $p_1(x)$ , ...,  $p_n(x)$  sont des polynômes entiers en  $x$  et où  $p_0(x) = 0$  n'a pas de racine réelle. On sait alors par le théorème prouvé ci-dessus que



chaque intégrale de cette équation peut être développée en une série uniformément convergente dans chaque domaine fini de la variable  $x$ , tandis que les développements en série, procédant suivant les puissances positives de la variable, ne donnent la valeur de l'intégrale que pour un domaine bien limité. Pour s'en assurer on n'a qu'à écrire la dite équation sous la forme suivante

$$\frac{dy_1}{dx} = y_2$$

. . . .

$$\frac{dy_{n-1}}{dx} = y_n$$

$$\frac{dy_n}{dx} = -\frac{p_1(x)y_n + p_2(x)y_{n-1} + \dots + p_n(x)y_1}{p_0(x)}$$

et on voit tout de suite que ce système satisfait aux conditions énoncées dans notre théorème,  $a$  et  $b$  étant ici des nombres réels quelconques. Pour les équations linéaires M. FUCHS est parvenu au même résultat dans son traité «Sur le développement en séries des Intégrales des équations différentielles linéaires» *Annali di Matematica* Série II, T. IV, mais les développements en séries donnés par lui sont tout à fait différents de ceux de M. PICARD.

4. Envisageons enfin un système d'équations différentielles

$$\frac{dy_r}{dx} = f_r(x, y_1, \dots, y_n)$$

où nous ne faisons d'autres suppositions quant aux fonctions  $f_r$ , que celle qu'elles sont, ainsi que leurs dérivées par rapport à  $y_1, \dots, y_n$ , des fonctions continues de  $x, y_1, \dots, y_n$ , tant que

$$a \leq x \leq b$$

$$c_r \leq y_r \leq d_r \quad r=1, 2, \dots, n$$

et soit  $N$  la limite supérieure des fonctions

$$\left| \frac{\partial f_r}{\partial y_\lambda} \right| \quad \begin{array}{l} r=1, \dots, n \\ \lambda=1, \dots, n \end{array}$$

pour ces mêmes valeurs des variables. En comparant les séries (2) aux séries correspondantes du système d'équations (3), on

nous devons poser  $M=N$ , on voit qu'on peut être sûr de la convergence uniforme et absolue des séries pour toute valeur de  $x$  entre  $a$  et  $b$ , telle que

$$c_r \leq y_{r\lambda} \leq d_r \quad \begin{matrix} r=1, \dots, n \\ \lambda=1, \dots, n. \end{matrix}$$

Soit  $G$  la limite supérieure des fonctions

$$|f_r| \quad r=1, 2, \dots, n$$

pour

$$\begin{aligned} & a \leq x \leq b \\ & c_r \leq y_r \leq d_r \end{aligned}$$

on aura

$$\frac{d(y_{r1} - y_{r0})}{dx} = f_r(x, y_{10}, \dots, y_{n0})$$

ce qui nous donne

$$|y_{r1} - y_{r0}| < G |x - x_0|.$$

En prenant  $|x - x_0| < \rho$ , où  $\rho$  est la moindre des quantités

$$(4) \quad x_0 - a, \quad b - x_0, \quad \frac{d_r - y_{r0}}{G}, \quad \frac{y_{r0} - c_r}{G} \quad r=1, 2, \dots, n$$

on sait que

$$c_r < y_{r1} < d_r \quad r=1, \dots, n.$$

De l'équation

$$\frac{d(y_{r2} - y_{r0})}{dx} = f_r(x, y_{11}, \dots, y_{n1})$$

on aura alors

$$|y_{r2} - y_{r0}| < G\rho < \begin{cases} d_r - y_{r0} \\ y_{r0} - c_r \end{cases}$$

c'est-à-dire

$$c_r < y_{r2} < d_r \quad r=1, 2, \dots, n.$$

En continuant ainsi on parvient en général à

$$c_r < y_{r\lambda} < d_r.$$

Ayant donc pris  $\rho$  moindre que chacune des quantités (4), on voit que les séries (2) sont uniformément convergentes, quand  $|x - x_0| < \rho$ .

*Nous voyons donc qu'aussi dans le cas général le domaine de convergence ne dépend pas de  $N$ , ce qui constitue l'avantage de la méthode ici développée sur celle de M. PICARD.*

---

## Om trådkurvor.

Af H. PETRINI.

[Meddeladt den 8 November 1893 genom M. FALK.]

**Definition.** Om man tänker sig en böjlig, otänjbar tråd, lagd öfver en plan sluten kontur och spänd medelst ett stift, som rör sig i en sluten bana, hvilken omger den gifna konturen, så skola vi i det följande kalla denna bana för den gifna konturens *trådkurva*.

Om sådana kurvor har CROFTON<sup>1)</sup> med geometrisk sannolik-hetskalkyl strängt bevisat följande sats:

Betecknas kurvans och trådens längd med  $L$  och  $L$  resp., konturens synvinkel från den rörliga punkten med  $\omega$  samt ett element af planet vid den rörliga punkten med  $\mathcal{A}$ , så är

$$\int \sin \omega. \mathcal{A} = L(L - L)$$

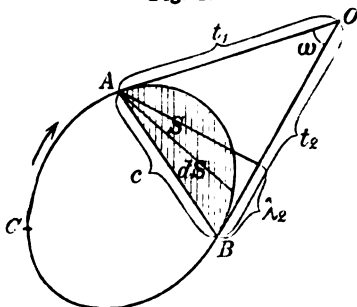
där integrationen utsträcker sig öfver den mellan de båda kurvorna befintliga ringformiga ytan.

Ett analytiskt bevis för satsen synes endast vara gifvet för det fall, att den gifna konturen är en ellips.<sup>2)</sup> I det följande skall satsen analytiskt bevisas i dess allmängiltighet, och på samma gång skall uppvisas, hurusom man på den här inslagna vägen med största lätthet kan härleda äfven andra integral-formler, som äro lika generella som den Croftonska.

<sup>1)</sup> Phil. Trans. 1868, sid. 181—199.

<sup>2)</sup> E. B. ELLIOTT: Educ. Times, bd. 26 sid. 79 ff.

Fig. 1.



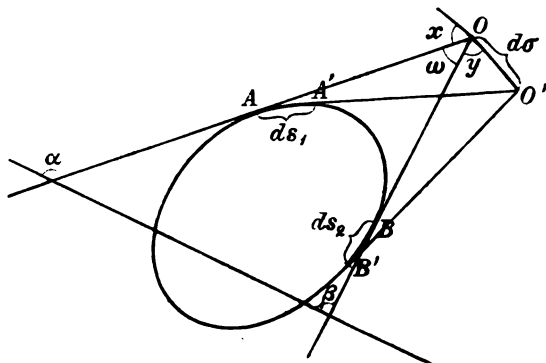
Låt (fig. 1)  $ABC$  vara den gifna konturen,  $C$  en fix punkt på densamma och  $O$  den rörliga punkten. Kalla bågen  $CA$  för  $s_1$ ,  $CAB$  för  $s_2$  och hela konturen för  $L$ . Om nu  $O$  tillhör konturens trådkurva, så är

$$(1) \quad t_1 + t_2 + L + s_1 - s_2 = L$$

där  $L$  är trådens längd samt  $t_1$  och  $t_2$  linjerna  $OA$  och  $OB$  resp.

Om vidare  $\alpha$  och  $\beta$  äro de vinklar, som tangenterna  $t_1$  och  $t_2$  bilda med en fix riktning (fig. 2), så finner man lätt<sup>1</sup> för en godtycklig förflyttning af punkten  $O$

Fig. 2.



$$(2) \quad \begin{cases} \frac{\partial t_1}{\partial \alpha} = -\varrho_1 - t_1 \cot \omega, & \frac{\partial t_1}{\partial \beta} = \frac{t_2}{\sin \omega} \\ \frac{\partial t_2}{\partial \alpha} = -\frac{t_1}{\sin \omega}, & \frac{\partial t_2}{\partial \beta} = \varrho_2 + t_2 \cot \omega \end{cases}$$

där  $\varrho_1$  och  $\varrho_2$  äro krökningsradierna i punkterna  $A$  och  $B$  resp. samt  $\omega$  är vinkeln mellan  $OA$  och  $OB$ , m. a. o.

$$(2:1) \quad \varrho_1 = \frac{ds_1}{d\alpha}, \quad \varrho_2 = \frac{ds_2}{d\beta}, \quad \omega = \alpha - \beta.$$

<sup>1)</sup> Jfr förf:s afhandling: »Om slutna konvexa konturer». Bihang till K. Svenska Vet.-Akad. Handlingar. Band 19. Afd. I. N:o 5. Stockholm 1893.

Af (2) erhålles omedelbart

$$(3) \quad dt_1 + dt_2 = ds_2 - ds_1 + \cot \frac{\omega}{2} (t_2 d\beta - t_1 d\alpha).$$

För en förflyttning längs trådkurvan erhålles alltså enl. (1)

$$t_1 d\alpha = t_2 d\beta.$$

Om  $d\sigma$  betecknar bågelementet till trådkurvan samt  $x$  och  $y$  detta elements vinklar med  $t_1$  och  $t_2$  resp., så är (fig. 1)

$$t_1 d\alpha = d\sigma \sin x$$

$$t_2 d\beta = d\sigma \sin y$$

$$(4) \quad \therefore x = y$$

d. v. s. att *trådkurvan bildar lika vinklar med de resp. tangenterna*, en sats som torde vara allmänt bekant, åtminstone hvad ellipsen beträffar och dess trådkurva. Är åter den gifna konturen en rät linje, så blir trådkurvan en ellips samt  $t_1$  och  $t_2$  dess radii vectores, hvadan den motsvarande satsen för ellipsen kan betraktas såsom ett specialfall af denna. Genom mekaniska betraktelser kan satsen härledas på följande enkla sätt: Låt  $O$  vara en liten ring, som glider utan friktion uteder tråden under invärkan af någon kraft t. ex. tyngdkraften. Vår enda förutsättning är, att ett jämviktsläge alltid måste finnas, i hvilket tråden är spänd. Detta jämviktsläge måste tydligen vara så beskaffadt, att kraften i den punkten är vinkelrät mot trådkurvan samt bildar lika vinklar med  $t_1$  och  $t_2$ , hvadan  $t_1$  och  $t_2$  i den punkten bilda lika vinklar med trådkurvan. Vrides nu vår slutna kontur helt sakta, under det att kraften är oförändrad, så flyttar sig punkten  $O$  oupphörligt till nya jämviktslägen med samma egenskap som det första. Under tiden beskriver  $O$  relativt till konturen dess trådkurva, hvadan satsen är bevisad.

Låter man  $L$  variera, öfvergår man från en trådkurva till en annan, och man inser lätt, att en punkt  $O$  hvilken som helst i planet utanför konturen är till sitt läge fullt bestämd genom kvantiteterna  $\alpha$  och  $L$ . Transformerar ekvationssystemet (2), så

att  $\alpha$  och  $L$  blifva oberoende variabler, erhålles med användning af (1)

$$(5) \quad \begin{cases} L = t_1 + t_2 + s_1 - s_2 + L \\ \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} dL + t_1 d\alpha - t_2 d\beta = 0. \end{cases}$$

$$(6) \quad \begin{cases} \therefore \frac{\partial \beta}{\partial \alpha} = \frac{t_1}{t_2} \\ \frac{\partial \beta}{\partial L} = \frac{1}{t_2} \operatorname{tg} \frac{\omega}{2}. \end{cases}$$

Vidare är

$$(7) \quad \begin{cases} \frac{\partial t_1(\alpha L)}{\partial \alpha} = \frac{\partial t_1(\alpha \beta)}{\partial \alpha} + \frac{\partial t_1(\alpha \beta)}{\partial \beta} \cdot \frac{\partial \beta(\alpha L)}{\partial \alpha} \text{ etc.} \\ \frac{\partial t_1}{\partial \alpha} = -\varrho_1 + t_1 \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} \\ \frac{\partial t_1}{\partial L} = \frac{1}{2 \cos \frac{\omega}{2}} \\ \frac{\partial t_2}{\partial \alpha} = \frac{t_1}{t_2} \varrho_2 - t_1 \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} \\ \frac{\partial t_2}{\partial L} = \frac{\varrho_2}{t_2} \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} + 1 - \frac{1}{2 \cos \frac{\omega}{2}} \end{cases}$$

$$(8) \quad \begin{cases} \omega = \alpha - \beta \\ \frac{\partial \omega}{\partial \alpha} = 1 - \frac{t_1}{t_2} \\ \frac{\partial \omega}{\partial L} = -\frac{1}{t_2} \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} \end{cases}$$

$$(9) \quad \begin{cases} x = y = \frac{\pi}{2} - \frac{\omega}{2} \\ d\sigma = \frac{t_1 d\alpha}{\cos \frac{\omega}{2}} \\ A = t_1 \frac{d\alpha dL}{2 \cos \frac{\omega}{2}}. \end{cases}$$

Då

$$\varrho_2 = \varrho_1(\alpha + \pi - \omega)$$

så är, om  $\frac{d\varrho_1(x)}{dx}$  betecknas med  $\varrho'_1(x)$ ,

$$\frac{\partial \varrho_2}{\partial L} = \varrho'_1 \cdot \frac{1}{t_2} \operatorname{tg} \frac{\omega}{2}$$

$$\frac{\partial \varrho_2}{\partial \alpha} = \varrho'_1 \frac{t_1}{t_2}$$

$$(10) \quad \therefore t_1 \frac{\partial \varrho_2}{\partial L} = \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} \cdot \frac{\partial \varrho_2}{\partial \alpha}.$$

Med användning af dessa relationer kunna åtskilliga intressanta integralformler härledas.

Ex. 1. Som en första tillämpning vilja vi bevisa den Croftonska satsen

$$(11) \quad I \equiv \int \sin \omega \mathcal{A} = L(L - L)$$

där integrationen utsträcker sig öfver den ringformiga ytan mellan  $L$  och  $L$ . Enl. (9) och (7) är

$$\sin \omega \mathcal{A} = t_1 \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} d\alpha dL = \left( \frac{\partial t_1}{\partial \alpha} + \varrho_1 \right) d\alpha dL$$

$$\therefore I = \int_0^{2\pi} d\alpha \int_L^L \left( \frac{\partial t_1}{\partial \alpha} + \varrho_1 \right) dL = \int_L^L dL \int_0^{2\pi} \frac{\partial t_1}{\partial \alpha} d\alpha + \int_0^{2\pi} \varrho_1 d\alpha \int_L^L dL = L(L - L).$$

Hade man integrerat mellan tvänne trädkurvor  $L_1$  och  $L_2$  hvilka som helst, så hade man erhållit

$$(11: 1) \quad I = L(L_2 - L_1).$$

Ex. 2.

$$(12) \quad I \equiv \int_0^{2\pi} d\alpha \int_L^L \frac{t_1 dL}{2 \cos \frac{\omega}{2}} = \theta$$

där  $\theta$  är den ringformiga arean mellan kurvorna  $L$  och  $L$ . Ty enl. (9) är

$$\frac{t_1}{2 \cos \frac{\omega}{2}} d\alpha dL = \mathcal{A}.$$



Ex. 3.

$$(13) \quad I \equiv \int_L^{t_1} ds_2 = L.$$

Ty enl. (7) är

$$\frac{t_1}{t_2} \varrho_2 = \frac{\partial t_1}{\partial \alpha} + \frac{\partial t_2}{\partial \alpha} + \varrho_1$$

$$\therefore I = \int_0^{2\pi} \left( \frac{\partial t_1}{\partial \alpha} + \frac{\partial t_2}{\partial \alpha} \right) d\alpha + \int_0^{2\pi} \varrho_1 d\alpha = \int_0^{2\pi} (t_1 + t_2) + \int_L^{t_1} ds_1 = L.$$

Ex. 4.

$$(14) \quad I \equiv \int 2 \cos \frac{\omega}{2} \frac{\varrho_2}{t_2} A = I(L - L).$$

Ty enl. (9) och (7) är

$$2 \cos \frac{\omega}{2} \frac{\varrho_2}{t_2} A = \left( \frac{\partial t_1}{\partial \alpha} + \frac{\partial t_2}{\partial \alpha} + \varrho_1 \right) d\alpha dL$$

$$\therefore I = \int_L^L dL \int_0^{2\pi} \frac{\partial(t_1 + t_2)}{\partial \alpha} d\alpha + \int_0^{2\pi} \varrho_1 d\alpha \int_L^L dL = I(L - L).$$

Ex. 5.

$$(15) \quad I \equiv \int_0^{2\pi} \frac{t_1}{t_2} d\alpha = 2\pi.$$

Ty enl. (8) är

$$\frac{t_1}{t_2} = 1 - \frac{\partial \omega}{\partial \alpha}$$

hvaraf ekv. (15) omedelbart framgår.

Ex. 6.

$$(16) \quad I \equiv \int \cos \frac{\omega}{2} \frac{A}{t_2} = \pi(L - L)$$

hvilken ekv. omedelbart härflyter ur (9) och (15).

Ex. 7.

$$(17) \quad I \equiv \int \sin \omega \frac{A}{t_1 t_2} = 2\pi^2 - \int_0^{2\pi} \omega d\alpha.$$

Enl. (9) och (8) är nämligen:

$$\sin \omega \cdot \frac{\mathcal{A}}{t_1 t_2} = - \frac{\partial \omega}{\partial L} d\alpha dL$$

$$\therefore I = - \int_0^{2\pi} d\alpha \int_L^L \frac{\partial \omega}{\partial L} dL = \int_0^{2\pi} (\pi - \omega) d\alpha.$$

*Anm.* Utsträcket integrationen öfver hela planet utanför konturen  $L$ , blir undre gränsen för  $\omega$  lika med noll, och den Croftonska satsen <sup>1)</sup>

$$(17: 1) \quad \int \sin \omega \frac{\mathcal{A}}{t_1 t_2} = 2\pi^2$$

erhålles.

Ex. 8.

$$(18) \quad I \equiv \int \frac{\varrho_1 \varrho_2}{t_1 t_2} \sin \omega \mathcal{A} = \int_L L_1 ds_1$$

där  $L_1$  är bågen  $AB$  (fig. 1).

Enl. (9) och (7) är

$$\frac{\varrho_1 \varrho_2}{t_1 t_2} \sin \omega \mathcal{A} = \varrho_1 \frac{\varrho_2}{t_2} \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} d\alpha dL = \varrho_1 \left[ \frac{\partial t_1}{\partial L} + \frac{\partial t_2}{\partial L} - 1 \right] d\alpha dL$$

$$\therefore I = \int_0^{2\pi} \varrho_1 d\alpha \int_L^L \frac{\partial(t_1 + t_2)}{\partial L} dL - \int_0^{2\pi} \varrho_1 d\alpha \int_L^L dL = \int_0^{2\pi} (t_1 + t_2 - L + L) \varrho_1 d\alpha.$$

Men enl. (1) är

$$t_1 + t_2 - L + L = s_2 - s_1 = L_1$$

hvaraf ekv. (18) omedelbart följer.

*Anm.* För  $L = \infty$  blifva  $t_1$  och  $t_2$  parallela och

$$\int_L L_1 ds_1 = \frac{1}{2} L^2.$$

Om således integrationen utsträcket öfver hela planet, erhålles den af CZUBER framställda satsen <sup>2)</sup>

$$(18: 1) \quad \int \frac{\varrho_1 \varrho_2}{t_1 t_2} \sin \omega \mathcal{A} = \frac{1}{2} L^2.$$

<sup>1)</sup> Anf. st. Jfr äfven förf:s afh. »Om slutna konvexa konturer», sid. 7 ekv. (1), hvarur satsen omedelbart erhålles.

<sup>2)</sup> E. CZUBER: »Geometrische Wahrscheinlichkeiten», Leipzig 1884, sid. 153—4.

Ex. 9.

$$(19) \quad I \equiv \int_0^{2\pi} \left( \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right) \varrho_2 \cot \frac{\omega}{2} d\alpha = \int_0^{2\pi} \varrho_2 \cot \frac{\omega}{2} t_1 d\alpha.$$

Af (10) erhålles

$$\frac{\partial \varrho_2}{\partial \alpha} = t_1 \frac{\partial \varrho_2}{\partial L} \cot \frac{\omega}{2}$$

$$\therefore \int_0^{2\pi} d\alpha \int_L^L t_1 \cot \frac{\omega}{2} \frac{\partial \varrho_2}{\partial L} dL = \int_L^L \frac{dL}{\varrho_2} \int_0^{2\pi} = 0$$

och genom integration per partes fås häraf med användning af (7) och (8)

$$\int_0^{2\pi} t_1 \cot \frac{\omega}{2} \varrho_2 d\alpha = \int_0^{2\pi} d\alpha \int_L^L \frac{\varrho_2}{\sin \omega} \left( 1 + \frac{t_1}{t_2} \right) dL$$

hvaraf enl. (9) ekv. (19) erhålles.

Ex. 10. Generellare formler kunna erhållas på följande sätt: enl. (7) och (8) är

$$\frac{dF(\alpha\omega t_1 t_2)}{d\alpha} = \frac{\partial F}{\partial \alpha} + \frac{\partial F}{\partial \omega} \left( 1 - \frac{t_1}{t_2} \right) + \frac{\partial F}{\partial t_1} \left( t_1 \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} - \varrho_1 \right) + \frac{\partial F}{\partial t_2} \left( \frac{t_1 \varrho_2}{t_2} - t_1 \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} \right)$$

$$\frac{dF(\alpha\omega t_1 t_2)}{dL} = -\frac{\partial F}{\partial \omega} \frac{1}{t_2} \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} + \frac{\partial F}{\partial t_1} \frac{1}{2 \cos \frac{\omega}{2}} + \frac{\partial F}{\partial t_2} \left( \frac{\varrho_2}{t_2} \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} + 1 - \frac{1}{2 \cos \frac{\omega}{2}} \right)$$

hvaraf fås genom integration

$$(20) \quad \left\{ \begin{aligned} & \int_0^{2\pi} d\alpha \int_L^L \left[ \frac{\partial F}{\partial \alpha} + \frac{\partial F}{\partial \omega} \left( 1 - \frac{t_1}{t_2} \right) + \frac{\partial F}{\partial t_1} \left( t_1 \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} - \varrho_1 \right) + \right. \\ & \qquad \qquad \qquad \left. + \frac{\partial F}{\partial t_2} \left( \frac{t_1 \varrho_2}{t_2} - t_1 \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} \right) \right] dL = \int_L^{L'} F d\alpha \\ & \int_0^{2\pi} d\alpha \int_L^L \left[ -\frac{\partial F}{\partial \omega} \frac{1}{t_2} \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} + \frac{\partial F}{\partial t_1} \frac{1}{2 \cos \frac{\omega}{2}} + \right. \\ & \qquad \qquad \qquad \left. + \frac{\partial F}{\partial t_2} \left( \frac{\varrho_2}{t_2} \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} + 1 - \frac{1}{2 \cos \frac{\omega}{2}} \right) \right] dL = \int_0^{2\pi} F d\alpha \end{aligned} \right.$$

hvilka ekvationer i sig innefatta de förut härledda formlerna. I stället för att uppsöka ytterligare specialfall, där man enl. (20) kan reducera dubbelintegraler till enkla eller helt och hållet utföra integrationen, skola vi härleda några integralformler, där andra beroende variabler än de hittills använda förekomma.

Ex. 11. Kallas kordan  $AB$  (fig. 1) för  $c$ , så är

$$c^2 = t_1^2 + t_2^2 - 2t_1t_2 \cos \omega.$$

Sättes

$$\lambda_1 = t_1 - t_2 \cos \omega, \quad \lambda_2 = t_2 - t_1 \cos \omega$$

fås enl. (7) och (8)

$$\begin{aligned} c \frac{\partial c}{\partial \alpha} &= \frac{t_1}{t_2} \lambda_2 \varrho_2 - \lambda_1 \varrho_1 \\ c \frac{\partial c}{\partial L} &= \frac{\varrho_2}{t_2} \lambda_2 \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} \\ \therefore \int_L^{t_1} \lambda_2 ds_2 &= \int_L \lambda_1 ds_1 \end{aligned} \quad (21)$$

$$\int_L^L \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} \frac{\lambda_2}{t_2} \varrho_2 dL = \frac{1}{2} c^2. \quad (22)$$

Ex. 12. Kallas den yta, som befinner sig mellan bågen  $AB$  och kordan  $AB$  (fig. 1) för  $S$ , så är

$$dS = \frac{1}{2} t_1 \sin \omega \varrho_2 \frac{\partial \beta}{\partial L} dL$$

$\therefore$  enl. (6)

$$\begin{aligned} dS &= \frac{t_1}{t_2} \varrho_2 \sin^2 \frac{\omega}{2} dL \\ \therefore \int_L^{t_1} \varrho_2 \sin^2 \frac{\omega}{2} dL &= S. \end{aligned} \quad (23)$$

Enl. (9) fås

$$\begin{aligned} d\alpha dS &= \frac{1}{2} \frac{\varrho_2}{t_2} \sin^2 \omega d\alpha \\ \therefore \int \frac{\varrho_2}{t_2} \sin^2 \omega d\alpha &= 2 \int_0^{2\pi} S d\alpha. \end{aligned} \quad (24)$$

*Ann.* För  $L = \infty$  fås tydligen

$$\int_0^{2\pi} S d\alpha = \pi Y$$

där  $Y$  är den af konturen omslutna arean

$$(24:1) \quad \therefore \int_{t_2}^{t_2} \sin^2 \omega A = 2\pi Y$$

en integralformel, som är identisk med den sista af de i ekv. (131) af förf. anf. st. framställda.

**Ex. 13.** Slutligen vilja vi anföra följande ur ekv. (9) omedelbart härledda sats:

$$(25) \quad \int_0^{2\pi} t_1 \frac{d\alpha}{\cos \frac{\omega}{2}} = \sigma$$

där  $\sigma$  är längden af trådkurvan. Här af erhålles enl. (9)

$$(25^*) \quad \int \cos \frac{\omega}{2} A = \frac{1}{2} \int_L^L \sigma dL.$$

Om sättet att på matematiskt-statistisk väg bestämma åldersfördelningen för en grupp gifta kvinnor, då man känner åldersfördelningen för deras män.

Af G. ENESTRÖM.

[Meddeladt den 8 november 1893 genom D. G. LINDHAGEN.]

Under den sista tiden hafva åtskilliga värdefulla matematiskt-statistiska undersökningar rörande de inbördes åldersförhållandena bland gifta män och kvinnor blifvit utförda, särskildt af PEROZZO <sup>1)</sup> och KÜTTNER. <sup>2)</sup> Ett mera speciellt hithörande problem, som därvid icke, så vidt mig bekant är, blifvit ur matematiskt-statistisk synpunkt behandlad, är frågan om sättet att bestämma åldersfördelningen för en grupp gifta kvinnor, då man känner åldersfördelningen för deras män, och då denna fråga kan äga en viss praktisk betydelse, torde en undersökning af densamma ej vara utan intresse.

Vid flyktigt påseende förefaller det, som om åldersfördelningen för en grupp gifta kvinnor lätt skulle kunna bestämmas, åtminstone med den grad af noggrannhet, som kan ernås utan tillgång till alldeles speciella primäruppgifter, om man känner dels ålders-

<sup>1)</sup> L. PEROZZO. *Nuove applicazioni del calcolo delle probabilità allo studio dei fenomeni statistici e distribuzione dei matrimoni secondo l'età degli sposi* (Roma 1882). — Tysk öfversättning med titel: *Neue Anwendungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung in der Statistik insbesondere bei der Vertheilung der Ehen nach dem Lebensalter der Ehegatten. Deutsch bearbeitet von O. ELB* (Dresden 1883).

<sup>2)</sup> W. KÜTTNER. *Die Eheschliessungen im Königreich Sachsen mit besonderer Berücksichtigung des Bergmannstandes. Ein Beitrag zur mathematischen Statistik.* Zeitschr. des sächsischen statistischen Bureaus (Dresder.) 31, 1885; Beilage 15—81.

Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1893. Årg. 50. N:o 9.

fördelningen för männen, dels medelåldersdifferensen mellan man och hustru inom det land, till hvilket den ifrågavarande gruppen hör. Vet man t. ex., att denna differens är  $d$  år, och betecknar man med  $A_x$  antalet gifta män inom gruppen i åldern  $x/x+1$  år, så synes det, som om  $A_x$  äfven skulle vara ett approximativt uttryck för antalet hustrur i åldern  $x - d/x - d + 1$  år, och således antalet hustrur i åldern  $x/x+1$  kunna uttryckas helt enkelt genom  $A_{x+d}$ . För Sverige var vid 1870 års slut medelåldern för de gifta männen 45.55 år och för de gifta kvinnorna 43.54 år; medelåldersdifferensen var sålunda 2.01 år. Vid 1880 års slut voro motsvarande medelåldrar 46.52 och 44.17 år; medelåldersdifferensen var alltså 2.35 år. Man bör således för Sverige kunna i rundt tal sätta  $d=2$ , hvadan antalet gifta kvinnor i åldern  $x/x+1$  år enligt detta betraktelsesätt skulle approximativt vara lika med  $A_{x+2}$ .

Mot ett sådant tillvägagående kunna emellertid ur statistisk synpunkt grundade anmärkningar framställas. Tager man nämligen i betraktande de  $A_x$  kvinnor, hvilkas män äro i åldern  $x/x+1$  år, så äro dessa kvinnor visserligen enligt antagandet i *medeltal*  $x - d/x - d + 1$  år gamla, men endast en relativt ringa del af dem befinner sig just i denna ålder, under det att flertalet är antingen äldre eller yngre. Är det fråga om en grupp män, hvilka alla befinna sig i åldern  $x/x+1$  år, blir resultatet alltså väsentligen oriktigt. Omfattar åter gruppen af män ett större antal årsklasser, t. ex. från och med åldern 30/31 år till och med åldern 60/61 år, så inträder visserligen en utjämning i fråga om de mellersta åldersklasserna bland hustrurna, men för de yngsta och de äldsta åldersklasserna blir resultatet fortfarande i väsentlig mån oriktigt. Enligt beräkningen skulle nämligen de  $A_{30}$  yngsta hustrurna vara 28/29 år och de  $A_{60}$  äldsta 58/59 år gamla, under det att i verkligheten ganska många äro yngre än 28 år eller äldre än 59 år, samt antalen hustrur i åldrarna 28/29 och 58/59 år betydligt skilja sig från respektive  $A_{30}$  och  $A_{60}$ . Skulle så vara, att gruppen innehåller män i alla giftasvuxna åldersklasser, blir utjämningen visserligen någorlunda nöjaktig uppåt, men i fråga

om de yngsta åldersklasserna bland kvinnorna blir fördelningen fortfarande oriktig. Detta sistnämnda förhållande beror därpå, att antalet gifta män i åldrarna före 25 år är relativt mycket ringa; därför äro t. ex. de hustrur i åldern 18—19 år, hvilka icke äro gifta med män i åldern 20—21 år, ojämförligt mycket talrikare än de män i åldern 20—21 år, hvilkas hustrur icke äro 18—19 år, och ju större skillnaden mellan dessa två grupper är, dess oriktigare blir tydligen kvinnornas åldersfördelning, om den verkställes på det sätt, hvarom nu är fråga. Exempelvis må nämnas, att vid 1880 års slut funnos i Sverige 74 gifta män i åldern 20—21 år, under det att antalet gifta kvinnor, som voro två år yngre, utgjorde icke 74 utan 666.

För att gifva en föreställning om metodens användbarhet äfven för de äldre åldersklasserna, sammanställer jag här nedan antalet gifta män inom Sverige i olika femårsklasser intill åldern 65/70 år, dels vid 1870, dels vid 1880 års slut, samt motsvarande antal gifta kvinnor i femårsklasser, hvilkas ålderstal äro två enheter lägre än männens. Jag bifogar äfven uppgift om skillnaden mellan antalet personer i sammanhörande grupper, uttryckt i procent af männens antal.

Ålder	Vid 1870 års slut be- fintliga gifta		Differensen i procent af antalet gifva män.	Vid 1880 års slut be- fintliga gifta		Differensen i procent af antalet gifva män.
	män i åldern $x/x+5$ år	kv. i åldern $x-2/x+3$ år.		män i åldern $x/x+5$ år	kv. i åldern $x-2/x+3$ år.	
15—20	21	273	+1200·0	26	287	+1003·8
20—25	10,127	12,575	+ 24·2	14,760	17,524	+ 18·7
25—30	53,966	54,144	+ 0·3	62,579	64,589	+ 3·2
30—35	84,624	86,180	+ 1·8	90,928	94,878	+ 4·3
35—40	101,709	103,317	+ 1·6	101,135	101,513	+ 0·4
40—45	99,711	97,231	— 2·5	96,568	99,031	+ 2·6
45—50	100,022	95,822	— 4·2	97,190	97,586	+ 0·4
50—55	77,144	79,597	+ 3·2	87,190	83,427	— 4·3
55—60	58,131	58,986	+ 1·5	80,739	75,676	— 6·3
60—65	39,009	41,096	+ 5·4	56,365	56,448	+ 0·1
65—70	27,728	26,938	— 2·8	36,063	35,940	— 0·3



Af tabellen framgår, att metoden icke blott är alldeles o användbar för femårsklassen 15—20 år, utan äfven gifver väsentligen oriktigt resultat för femårsklassen 20—25 år, där korrek tionen uppgår till 18—24 %. För de öfriga åldersklasserna skulle den visserligen i brist på bättre kunna användas, då fråga är om en hel befolkning, ehuru korrek tionerna i flere fall belöpa sig till omkring 5 %. I några fall bero nog de stora korrektio nerna därpå, att olika årskullar haft olika styrka, och skulle således något minskas, om man reducerade alla åldersklasser i förhållande till deras styrka t. ex. vid 15 års ålder.

I det föregående har blifvit antaget såsom riktigt, att om medelåldersdifferensen är  $d$ , denna differens är approximativt giltig för hvarje åldersklass  $x/x+1$  år bland männen. Detta antagande är emellertid icke exakt för de yngre åldersgrupperna. För olika äktenskapsåldrar bland männen är nämligen medelåldersdifferensen mellan kontrahenterna ganska olika; i Oldenburg var den t. ex. under decenniet 1855/1864 för åldrarna 22, 26, 30 och 35 år i ordning — 3·0, 0·2, 3·3 och 7·3 år, samt enligt KÜTTNER's undersökningar voro motsvarande tal för Sachsen 0·2, 2·0, 4·0 och 5·8 år. Antagligen gäller äfven för andra land ett likartadt förhållande. För de yngre åldrarna visar sig således denna differens vara ungefär lika med noll eller till oeh med negativ, samt blir för äldre äktenskapsåldrar allt större och större. Men om medelåldersdifferensen sålunda är beroende af männens äktenskapsålder, så följer däraf också, att denna differens är för en yngre grupp af gifta män beroende af gruppens lefnadsålder. Välja vi t. ex. två grupper af gifta män, bland hvilka den ena omfattar blott sådana, som innehafva åldern 22/23 år, den andra åter blott sådana, som innehafva åldern 52/53 år, under det att för öfrigt männen äro valda på måfå, så är det klart, att alla, som tillhöra den förra gruppen, måste hafva ingått äktenskap i någon af åldrarna 18/19, 19/20, . . ., 22/23 år, för hvilka åldrar differensen är en mycket liten positiv storhet eller möjligen ne gativ, hvadan medelåldersdifferensen för den första gruppen bör vara en ganska liten positiv storhet eller kanske negativ. De,

som tillhöra den andra gruppen, hafva däremot kunnat ingå äktenskap i någon af åldrarna 18/19, 19/20, . . . , 52/53 år, och medelåldersdifferensen för dem bör således vara ungefär densamma som medelåldersdifferensen för hela befolkningen. Ur rent statistisk synpunkt borde man således, om antalet gifta kvinnor i åldern  $x/x+1$  år öfverhufvud skall representeras genom ett uttryck af formen  $A_{x+d}$ , för de yngre åldersklasserna i stället för  $d$  insätta en funktion af  $x$ . Någon väsentlig förbättring af metoden skulle emellertid icke härigenom ernås, och man bör därför helst helt och hållet öfvergifva densamma.

Skulle inom den grupp, med hvilken man har att göra, männen vara fördelade på olika åldrar ungefär på samma sätt som landets hela gifta manliga befolkning, bör det vara tillätet antaga, att äfven hustrurna äro fördelade på olika åldrar på samma sätt som landets hela gifta kvinnliga befolkning, och under sådana förhållanden är problemet mycket lätt löst. Är åter åldersfördelningen för männen väsentligen en annan, blir det af nöden att söka erhålla en allmän metod för fördelningen.

För detta ändamål antaga vi, att hela antalet män i den gifna gruppen är  $A$ , och att af dessa män  $A_x$  individer tillhöra åldern  $x/x+1$  år; den lägsta och den högsta faktiskt förekommande lefnadsåldern inom gruppen låta vi vara respektive  $x_1/x_1+1$  år och  $x_2/x_2+1$  år.

Taga vi nu i betraktande de  $A_x$  gifta män, som äro  $x/x+1$  år gamla, och beteckna vi med  $\alpha_y^{(x)}$  sannolikheten, att en man inom gruppen, som nu är i åldern  $x/x+1$  år, gift sig, då han var  $y/y+1$  år gammal, d. v. s. i medeltal för  $x-y$  år sedan, om  $x > y$ , och för  $\frac{1}{2}$  år sedan,<sup>1)</sup> om  $x=y$ , så blir antalet män inom gruppen, som nu äro  $x/x+1$  år gamla, och som gift sig vid  $y/y+1$  års ålder, tydligen

$$\alpha_y^{(x)} A_x.$$

<sup>1)</sup> Att för  $x=y$  detta medeltal ej är 0, utan kan sättas lika  $\frac{1}{2}$ , framgår däraf, att de, som befinna sig i åldern  $x/x+1$ , kunna anses vara i genomsnitt  $x+\frac{1}{2}$  år, och därför, om de gifta sig i åldern  $x/x+1$  år, i medeltal torde få förutsättas ingå äktenskap vid  $x+\frac{1}{2}$  års ålder.

Beteckna vi vidare med  $\beta_v^{(x,y)}$  sannolikheten, att en nu  $x/x+1$ -årig man inom gruppen, som gift sig i åldern  $y/y+1$  år, ingått äktenskap med en då  $v/v+1$ -årig kvinna, och observera vi, att om kvinnan nu är  $u/u+1$  år gammal, hon vid äktenskapets ingående bör hafva varit i genomsnitt  $u - (x-y)/u - (x-y) + 1$  år gammal, så bör det vara tillåtet att genom uttrycket

$$\beta_{u-(x-y)}^{(x,y)} \alpha_y^{(x)} A_x$$

representera antalet nu  $u/u+1$ -åriga hustrur, hvilkas män gift sig i åldern  $y/y+1$  år och nu äro  $x/x+1$  år gamla. Utmärker man med  $t/t+1$  den lägsta ålder, vid hvilken män ingå äktenskap, så erhåller man tydligen hela antalet nu  $u/u+1$ -åriga hustrur genom att i ofvanstående uttryck först insätta  $y=t$ ,  $y=t+1, \dots, y=x$ , sedermera i hvarje sådant uttryck successivt sätta  $x_1, x_1+1, \dots, x_2$  i stället för  $x$ , samt slutligen summera alla storheterna. Kalla vi antalet hustrur i åldern  $u/u+1$  år för  $B_u$ , blir således

$$B_u = \sum_{x=x_1}^{x=x_2} \sum_{y=t}^{y=x} \beta_{u-(x-y)}^{(x,y)} \alpha_y^{(x)} A_x \dots \dots \dots (1)$$

Det följer nu i ordningen att söka uttrycka storheterna  $\alpha$  och  $\beta$  i tal, som kunna på statistisk väg utan alltför stor svårighet erhållas. Vi antaga därvid först, att inom en generation af män  $a_t$  individer ingå äktenskap vid  $t/t+1$  års ålder,  $a_{t+1}$  individer vid  $t+1/t+2$  års ålder, o. s. v., så att relativa antalet män inom en generation, hvilka gifta sig i åldern  $y/y+1$  år, är  $a_y$ ; vidare låta vi  $\varphi_y^{(x)}$  utmärka sannolikheten, att en man, som ingått gifte vid  $y/y+1$  års ålder, fortfarande är gift och tillhör gruppen, då han är  $x/x+1$  år gammal,<sup>1)</sup> d. v. s. i medeltal efter  $x-y$  år eller  $\frac{1}{2}$  år, allt efter som  $x > y$  eller  $x = y$ . Båda storheterna  $a_x$  och  $\varphi_y^{(x)}$  böra kunna medelst direkta observationer beräknas, om man har tillräckligt statistiskt material att tillgå.

<sup>1)</sup> Då denna sannolikhet tydligen är en funktion äfven af hustruns ålder vid äktenskapets ingående, får man vid beräknande af  $\varphi_y^{(x)}$  välja ett medeltal af de olika värdena för hustruns äktenskapsålder; i själfva verket ändras värdet af  $\varphi_y^{(x)}$  obetydligt, om man tager detta medeltal ett par enheter högre eller lägre.

Det är nu klart, att om vi sätta

$$L_x = \varphi_i^{(x)} a_i + \varphi_{i+1}^{(x)} a_{i+1} + \dots + \varphi_{x-1}^{(x)} a_{x-1} + \frac{1}{2} \varphi_x^{(x)} a_x,$$

så kan  $L_x$  anses utmärka antalet män inom en generation, hvilka vid  $x/x+1$  års ålder lefva gifta och tillhöra gruppen, samt  $\varphi_y^{(x)} a_y$  antalet män inom samma generation, hvilka gift sig vid  $y/y+1$  års ålder och lefva gifta inom gruppen vid  $x/x+1$  års ålder. Att härvid den sista termen i  $L_x$  bör vara  $\frac{1}{2} \varphi_x^{(x)} a_x$  och icke  $\varphi_x^{(x)} a_x$ , beror därpå, att de, som tillhöra åldern  $x/x+1$  år, i medeltal kunna anses vara  $x + \frac{1}{2}$  år, och att vid sistnämnda ålder endast hälften af de individer, som ingå äktenskap i åldern  $x/x+1$  år, hunnit gifta sig. Sannolikheten, att en man inom gruppen, som nu är  $x/x+1$  år gammal, gift sig, då han var  $y/y+1$  år gammal, är nu kvoten mellan dessa två storheter och man har följaktligen

$$\alpha_y^{(x)} = \frac{\varphi_y^{(x)} a_y}{L_x} \dots \dots \dots (2)$$

För  $x=y$  förändras formeln tydligen till

$$\alpha_x^{(x)} = \frac{\frac{1}{2} \varphi_x^{(x)} a_x}{L_x}.$$

På ungefär samma sätt kan man erhålla ett enkelt uttryck för storheterna  $\beta$ . För detta ändamål antaga vi, att bland de  $a_y$  kvinnor, hvilka gifta sig med  $a_y$  män, då dessa äro  $y/y+1$  år gamla,  $\delta_v^{(y)}$  vid äktenskapets ingående äro  $v/v+1$  år gamla, och beteckna med  $\psi_v^{(u)}$  sannolikheten, att en  $v/v+1$ -årig hustru lefver kvar vid  $u/u+1$  års ålder, samt med  $\delta_y^{(x)}$  sannolikheten, att en kvinna, som vid  $v/v+1$  års ålder gift sig med en man i åldern  $y/y+1$  år, icke inom  $x-y$  år utträdt ur gruppen genom något mannens åtgörande (t. ex. därigenom, att denne afdit eller af någon anledning upphört att, ehuru fortfarande gift, vara medlem af gruppen); denna sista sannolikhet kan tydligen anses oberoende af  $v$ . Låta vi slutligen  $\tau/\tau+1$  år vara den lägsta och  $\omega/\omega+1$  år den högsta ålder, inom hvilken kvinnor ingå äktenskap, samt sätta vi

$$L'_{x-y} = \psi_{\tau}^{(\tau+x-y)} b_{\tau}^{(y)} + \psi_{\tau+1}^{(\tau+x-y+1)} b_{\tau+1}^{(y)} + \dots + \psi_{\omega}^{(\omega+x-y)} b_{\omega}^{(y)},$$

så inser man lätt, att hela antalet kvinnor inom gruppen, hvilkas män nu äro  $x/x+1$  år gamla och gift sig i åldern  $y/y+1$  år, är  $\delta_y^{(x)} L'_{x-y}$ , samt att bland dessa kvinnor  $\delta_y^{(x)} \psi_y^{(v+x-y)} b_v^{(y)}$  gift sig i åldern  $v/v+1$  år. Sannolikheten, att en kvinna, hvilken nu tillhör gruppen såsom gift med en  $x/x+1$ -årig man, ingick äktenskap, då hon var  $v/v+1$  år och mannen  $y/y+1$  år, är därför

$$\frac{\delta_y^{(x)} \psi_y^{(v+x-y)} b_v^{(y)}}{\delta_y^{(x)} L'_{x-y}} = \frac{\psi_y^{(v+x-y)} b_v^{(y)}}{L'_{x-y}},$$

och då denna storhet är identisk med  $\beta_{u-(x-y)}^{(x,y)}$ , så blir

$$\beta_{u-(x-y)}^{(x,y)} = \frac{\psi_{u-(x-y)}^{(u)} b_{u-(x-y)}^{(y)}}{L'_{x-y}} \dots \dots \dots (3)$$

De i högra ledet af denna ekvation ingående två slagen af storheter och  $\psi$  och  $b$  äro lätta att beräkna, om tillräckligt statistiskt material finnes tillgängligt; den förra kan i själfva verket erhållas ur en mortalitetstabell för gifta kvinnor.

Genom de tre ekvationerna (1), (2) och (3) är således det föreliggande problemet löst. Emellertid gäller här liksom vid lösningen af flere andra likartade frågor, att tillämpningen af de allmänna formlerna på ett särskilt fall kan erfordra vida större skarpsinnighet än själfva härledningen af desamma. Ty ehuru för beräkningen af de fyra slagen af storheter  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $a$ ,  $b$  inga svårigheter möta, om fullständigt statistiskt material är på förhand gifvet, så blir förhållandet väsentligen olika, om, såsom i regeln torde vara fallet, materialet är i ett eller annat afseende ofullständigt. Och äfven om det statistiska materialet fullständigt föreläge, så att alla behöfliga värden  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $a$  och  $b$  kunde erhållas, så skulle de numeriska kalkylerna enligt ekv. (1) blifva så besvärliga, att de borde ifrågakomma, endast då synnerligen stor noggrannhet vore af nöden. I vanliga fall däremot torde man kunna åtnöja sig med att beräkna värdena af  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $a$  och  $b$

för femårsklasser i stället för ettårsklasser, samt i sammanhang därmed äfven hopslå de gifta männen i femårsklasser 20—25 år, 25—30 år, o. s. v.; kvinnornas åldersfördelning erhålles under sådana förhållanden också blott för femårsklasser. I de ofvan härledda formlerna utmärker då  $a_x$  antalet män, som gifta sig i åldern  $x/x+5$  år, och indices till de öfriga storheterna  $\alpha$ ,  $b$ ,  $\beta$  få liknande betydelse, samt i uttrycken för  $L$  och  $L'$  ökas indices öfverallt med 5 i stället för 1.

Genom en sådan sammanslagning blir emellertid en liten modifikation nödvändig i fråga om ett antagande, som gjorts under formlernas härledning. Beteckna vi nämligen med  $A_x^{(y)}$  antalet män, som nu äro  $x/x+5$  år gamla och gift sig i åldern  $y/y+5$  år, så få vi icke vidare antaga, att dessa hafva gift sig i genomsnitt för  $\frac{1}{4}$  år sedan, om  $x=y$ , d. v. s. om de nu tillhöra samma femårsklass, som då de gifte sig. För att i detta fall finna, hvilket tal man bör sätta i stället för  $\frac{1}{4}$ , kunna vi använda följande betraktelsesätt. De  $A_x^{(y)}$  männen äro nu i medeltal  $x+2/x+3$  år gamla, och då de, om de alla varit  $x+2/x+3$  år gamla, kunnat gifta sig någon af åldrarna  $x/x+1$  år,  $x+1/x+2$  år,  $x+2/x+3$  år, bör det vara tillåtet antaga, att de i genomsnitt gift sig i åldern  $x+1/x+2$  år, d. v. s. för ett år sedan, hvadan alltså  $\frac{1}{4}$  bör ersättas med 1.

För att visa, huru den nu framställda metoden tager sig ut i tillämpningen, vill jag med dess tillhjälp söka bestämna åldersfördelningen för hustrurna till de gifta män, hvilka, enligt nya arbetareförsäkringskomiténs beräkning, vid 1890 års slut innehade sådan anställning, att de, om den af komitén föreslagna försäkringslagen då börjat gälla, skulle varit pliktiga att ingå i försäkringen. Antalet af dessa män utgjorde<sup>1)</sup> tillsammans 171,490 och deras åldersfördelning angifves i följande tabell.

<sup>1)</sup> Nya arbetareförsäkringskomiténs betänkande. II. Statistiska undersökningar och kostnadsberäkningar, efter uppdrag af komitén verkställda af A. LINDSTEDT (Stockholm 1893), sid. 13. — Enligt komiténs förslag skulle försäkringen till en början ej omfatta de män, som redan fyllt 56 år.

Beräknadt antal gifta försäkringspliktiga män i åldern								Summa
15—20 år	20—25 år	25—30 år	30—35 år	35—40 år	40—45 år	45—50 år	50—55 år	
84	6,760	28,010	35,872	32,415	27,598	22,713	18,038	171,490

Innan jag öfvergår till behandlingen af detta fall, anser jag mig böra göra en liten ändring på ett ställe i den nu anförda tabellen. Enligt densamma skulle vid 1890 års slut hafva funnits 84 försäkringspliktiga gifta män i åldern 15—20 år; då emellertid vid samma tidpunkt funnos inom hela landet tillsammans blott 42 gifta män i nämnda ålder, så är det klart, att talet 84 måste vara felaktigt. Det rätta talet är naturligtvis mindre än 42, men då utan tvifvel de flesta af dessa gifta män voro mycket nära 20 år gamla, har jag för enkelhetens skull öfverflyttat alla de 84 gifta männen till åldern 20—25 år, och således till grund för de följande beräkningarna lagt nedanstående tabell.

Antalet gifta försäkringspliktiga män i åldern							Summa
20—25 år	25—30 år	30—35 år	35—40 år	40—45 år	45—50 år	50—55 år	
6,844	28,010	35,872	32,415	27,598	22,713	18,038	171,490

Då beträffande dessa mäns äktenskapsålder inga statistiska uppgifter föreligga, antager jag, att de vid äktenskapets ingående voro fördelade på olika åldersklasser hufvudsakligen på samma sätt som Sveriges manliga befolkning i allmänhet. Nu vigdes under åren 1881—1890 i åldersklasserna: under 20 år, 20—25 år, 25—30 år, 30—35 år, 35—40 år, 40—45 år, 45—50 år och 50—55 år respektive 384, 80,553, 104,772, 51,326, 23,446, 12,341, 7,562 och 4,798 män;<sup>1)</sup> dessa hörde naturligtvis icke alla till samma generation eller ens till lika starka årskullar, men man bör utan nämnvärdt fel kunna antaga, att inom en viss genera-

<sup>1)</sup> Bidrag till Sveriges officiella statistik. A) Befolkningsstatistik. Ny följd XXXII: 1 (Stockholm 1892), Bihang, sid. 7.

tion antalet vigda män inom olika åldersklasser varit ungefär proportionellt mot ofvanstående tal; öfverflytta vi äfven här för enkelhetens skull till åldern 20—25' år de få män, som ingått gifte före fyllda 20 år, så blir det första talet i serien, hvilket alltså svarar mot åldern 20—25 år, 80,937. Enligt antagandet borde dessa tal äfven angifva relativa antalen försäkringspliktiga män inom en generation, hvilka ingå äktenskap vid olika åldrar; emellertid torde talen, innan de användas för här i fråga varande ändamål, böra något korrigeras. Det synes mig nämligen sannolikt, att i regeln äktenskapen ingås först sedan männen inträdt i försäkringspliktig anställning, och att detta särskildt gäller för giften inom de högre lefnadsåldrarna, där endast få försäkringspliktiga tillkomma. Men under sådana förhållanden, och då antalen individer i de högre lefnadsåldrarna äro proportionsvis mycket mindre bland de försäkringspliktiga männen än bland Sveriges manliga befolkning i allmänhet, måste giftermålen i dessa högre lefnadsåldrar blifva relativt taget sällsyntare. Den häraf betingade korrektionen har jag utfört så, att jag för hvarje femårs-klass multiplicerat relativa antalet vigda män med kvoten mellan antalet försäkringspliktiga män och medelfolkmängden under decenniet 1881—1890 inom samma femårs-klass. Antalet försäkringspliktiga män har jag hämtat ur den citerade delen af nya arbetareförsäkringskomiténs betänkande (sid. 12), medelfolkmängden åter ur det anförda häftet af *Bidrag till Sveriges officiella statistik* (Bihanget, sid. 4). På detta sätt har jag erhållit följande värden för storheterna  $a$ :

$$a_{20} = 35,765; a_{25} = 55,004; a_{30} = 25,283; a_{35} = 9,839; \\ a_{40} = 4,461; a_{45} = 2,325; a_{50} = 1,251.$$

Det följer nu i ordningen att söka bestämma storheterna  $\varphi$ , d. v. s. sannolikheterna, att en man, som ingått äktenskap i åldern  $y/y + 5$  år, fortfarande är gift och försäkringspliktig, då han uppnått åldern  $x/x + 5$  år. För detta ändamål vill jag först söka beräkna sannolikheten, att en *arbetsför* man, som gift sig i åldern  $y/y + 5$  år, finnes kvar inom Sverige samt är gift och



arbetsför, då han uppnått åldern  $x/x+5$  år. Denna sannolikhet kan anses bestå af tre faktorer, nämligen: 1) sannolikheten, att mannen finnes kvar i Sverige; 2) sannolikheten, att han fortfarande är gift; 3) sannolikheten, att han fortfarande är arbetsför.

För att erhålla den första faktorn använder jag den tabell öfver relativa antalet i Sverige kvarlevande personer i olika åldrar, hvilken jag i en föregående uppsats härledt.<sup>1)</sup> För att undvika onödigt vidlyftiga numeriska kalkyler, antager jag därvid, att i regeln de, som ingå i gifte i åldern  $y/y+5$  år, då äro i medeltal  $y+2/y+3$  år gamla, och att de, som befinna sig i åldern  $x/x+5$  år ( $x > y$ ), äro i medeltal  $x+2/x+3$  år gamla; för  $x=y$  antager jag dock, att männen voro vid giftet  $x+1/x+2$  år och nu i medeltal äro  $x+2/x+3$  år gamla. Vill man t. ex. bestämma sannolikheten, att de, som gifta sig i åldern 20—25 år, finnas kvar i Sverige, då de uppnått åldern 25—30 år, så blir denna sannolikhet alltså enligt det föregående  $\frac{53,526}{58,597}$ .

För att kunna angifva den andra faktorn, hvilken egentligen är sannolikheten, att hustrun lefver kvar, borde man känna hustruns ålder vid äktenskapets ingående; men eftersom dels denna faktor endast långsamt ändras, då hustruns äktenskapsålder växer, dels en liten felaktighet i densamma jämförelsevis litet inverkar på slutresultatet, har jag, för att äfven här så mycket som möjligt inskränka de numeriska kalkylerna, antagit, att hustrurna till de  $y/y+5$ -åriga männen voro vid giftet  $y+2$  år gamla och till de  $x/x+5$ -åriga männen ( $x > y$ ) äro  $x+2$  år gamla, samt att för dem gäller den mortalitetstabell för Sveriges kvinnor, hvilken Statistiska centralbyrån härledt för decenniet 1871—1880. Sålunda blir t. ex. sannolikheten, att en man, som gift sig vid 20—25 års ålder och lefver kvar i Sverige vid 25—30 års ålder, då ännu är gift, lika med  $\frac{70,391}{72,532}$ . För  $x=y$  har jag antagit, att hustrurna vid giftet voro  $x+1$  i stället för  $x+2$  år gamla.

<sup>1)</sup> ENESTRÖM. *En matematiskt-statistisk metod för bestämmande af vitaliteten inom en hel befolkning*; Öfversigt af Vetenskapsakad. förhandl. 1893, sid. 492—498.

Den tredje faktorn har jag beräknat med tillhjälp af den aktivitetstabell, som af herr LINDSTEDT blifvit härledd för nya arbetareförsäkringskomiténs utredningar;<sup>1)</sup> i detta fall har jag antagit, att de  $y/y+5$ -åriga männen voro i medeltal  $y+2$  år gamla, och att de  $x/x+5$ -åriga äro i medeltal  $x+2$  eller  $x+3$  år gamla, allt efter som  $x > y$  eller  $x = y$ . På detta sätt blir t. ex. sannolikheten, att en man, som gift sig i åldern 20—25 år och som vid åldern 25—30 år såsom gift kvarlefver i Sverige, då ännu är arbetsför, lika med  $\frac{68,337}{68,980} \cdot \frac{71,101}{71,308}$ .

Genom att multiplicera de tre faktorer, om hvilka här varit fråga, har jag erhållit sannolikheten, att en arbetsför man, som gift sig i åldern  $y/y+5$  år, finnes kvar inom Sverige samt är gift och arbetsför, då han befinner sig i åldern  $x/x+5$  år. Kalla vi denna sannolikhet  $\chi_y^{(x)}$  blir således exempelvis

$$\chi_{20}^{(25)} = \frac{53,526}{58,597} \cdot \frac{70,391}{72,532} \cdot \frac{68,337}{68,980} \cdot \frac{71,101}{71,308}.$$

För att erhålla storheterna  $\varphi$ , behöfver man nu ytterligare för olika femårsklasser känna förhållandet mellan antalet arbetsföra försäkringspliktiga män och hela antalet arbetsföra män. Detta förhållande skulle lätt kunna beräknas, om man för hvarje ålder kände sannolikheten, att en försäkringspliktig man inom ett år utträder ur försäkringen genom att öfvergå till icke försäkringspliktigt yrke. Denna sannolikhet har nya arbetareförsäkringskomitén vid sin kostnadsberäkning funnit vara 0.016 för åldrarna 25—55 år.<sup>2)</sup> Emellertid synes mig det sätt, hvarpå detta tal blifvit härleddt, ur statistisk synpunkt otillfredsställande. Dels har nämligen komitén reducerat de olika femårsklasserna i proportion till antalet födda inom motsvarande femårskull, ehuru det är tämligen tydligt, att man bort utföra reduktionen stegvis, sedan man för hvarje femårsklass tagit hänsyn till proportionen mellan motsvarande femårskulls styrka fem år tidigare, d. v. s. vid

<sup>1)</sup> Nya arbetareförsäkringskomiténs betänkande II, sid. 29—30.

<sup>2)</sup> Nya arbetareförsäkringskomiténs betänkande II, sid. 59.

1885 års slut, och den närmast yngre femårskullens styrka vid 1890 års slut. I stället för de af komitén använda reduktionstalen<sup>1)</sup>

0·9329, 0·9842, 1·0925, 1·1797, 1·2262, 1·3112, 1·2967, 1·3024,  
1·2921

borde man därför egentligen hafva använt de väsentligen olika talen<sup>2)</sup>

0·8600, 0·8547, 0·9182, 0·9478, 0·9382, 0·9810, 0·9445, 0·9759,  
0·9426.

Dels har komitén vid beräkningen af den ifrågavarande sannolikheten antagit, att efter fyllda 25 år inga nya försäkrade inträda<sup>3)</sup>, icke ens genom gifte med män i försäkringspliktig anställning, hvilket betyder, att alla försäkringspliktiga män, som ingå äktenskap med mer än 25-åriga kvinnor, gifta sig med försäkringspliktiga ogifta kvinnor eller undantagsvis med nyblifna enkör efter försäkringspliktiga män. Då nu å ena sidan bland de 292,642 män, som i Sverige under decenniet 1881—1890 ingingo äktenskap, 164,745, d. v. s. 56 %, gifte sig med mer än 25-åriga kvinnor, å andra sidan bland de försäkringspliktiga ogifta kvinnorna i åldern öfver 25 år omkring 86 % beräknats vara tjänstehjon, förefaller komiténs antagande föga sannolikt. Då dessutom i de af komitén härledda sannolikheterna måste ingå äfven sannolikheten, att en man emigrerar utan att ersättas af någon immigrant i samma åldersklass, hvilken sistnämnda sannolikhet ensam kan uppgå till 0·016 för vissa åldrar öfver 25 år, så har jag ej ansett mig böra använda det af komitén härledda talet vid här ifrågavarande beräkningar. Å andra sidan har jag ansett olämpligt att på måfå välja något annat tal, och icke håller jag funnit saken för här ifrågavarande ändamål vara af sådan vikt, att jag bort utföra de ej obetydliga numeriska kalkyler, som

<sup>1)</sup> Nya arbetareförsäkringskomiténs betänkande II, sid. 57.

<sup>2)</sup> Att reduktionstalen äro genomgående mindre än 1, oaktadt antalet födda inom de femårskullar, till hvilka de äldre generationerna höra, är mindre, än inom den femårskull, till hvilken åldersklassen 20—25 år hör, beror utan tvifvel på den växande emigrationen.

<sup>3)</sup> Nya arbetareförsäkringskomiténs betänkande II, sid. 44.

fordras för att på matematiskt-statistisk väg härleda sannolikheten för utträde ur försäkringen, hållet för en sådan härledning ett ändamålsenligare statistiskt material egentligen borde vara att tillgå. Jag lämnar därför utan afseende den afgång till icke-försäkringspliktigt yrke, som tilläfventyrs kan äga rum, d. v. s. jag antager, att inom alla åldersklasser förhållandet mellan arbetsföra försäkringspliktiga män och alla arbetsföra män är konstant. Härigenom torde visserligen antalen män, hvilka gift sig i de äldre åldersklasserna, komma att beräknas något för högt, men detta torde i någon mån motvägas af den omständigheten, att de å sid. 632 angifna talen antagligen äro relativt taget något för låga just för dessa åldersklasser, enär de män, som under åren 1881—1890 ingingo äktenskap vid mera framskriden ålder, tillhörde äldre och därför i allmänhet svagare årskullar.

Enligt det föregående bör man således erhålla  $\varphi_y^{(x)}$  genom att multiplicera  $\chi_y^{(x)}$  med en konstant. Då emellertid vid beräkningen af  $\alpha_y^{(x)}$  denna konstant ingår såsom faktor både i täljaren och nämnaren samt följaktligen öfverallt kan bortdivideras, behöfver man icke känna dess storlek, utan kan vid alla här förekommande kalkyler sätta den = 1, så att man öfverallt åt  $\varphi_y^{(x)}$  gifver värdet  $\chi_y^{(x)}$ , hvilket värde kan med ledning af det föregående bestämmas. På detta sätt erhåller man efter utförande af de numeriska räkningarna följande tabell för  $\varphi_y^{(x)}$ .

y	V ä r d e t a f $\varphi_y^{(x)}$ f ö r						
	x = 20	x = 25	x = 30	x = 35	x = 40	x = 45	x = 50
20	0.96971	0.88079	0.75114	0.69508	0.60108	0.54560	0.44893
25	—	0.96817	0.85280	0.78916	0.68243	0.61944	0.50969
30	—	—	0.98467	0.92537	0.80023	0.72636	0.59767
35	—	—	—	0.97346	0.86476	0.78494	0.64587
40	—	—	—	—	0.98396	0.90769	0.74687
45	—	—	—	—	—	0.96585	0.82283
50	—	—	—	—	—	—	0.97503

Att talen i denna tabell på vissa ställen förete ojämnheter, beror nog delvis på verkliga förhållanden, men delvis äfven därpå, att den tabell, ur hvilken första faktorn beräknats, egentligen bort på vissa ställen utjämnas. I sak torde emellertid genom en sådan utjämning föga hafva vunnits, och jag har därför underlåtit att företaga densamma.

Sedan sålunda storheterna  $\alpha$  och  $\varphi$  blifvit bestämda, kunna storheterna  $\alpha_y^{(x)}$  erhållas genom enkla numeriska kalkyler, med tillhjälp af ekv. (2); härefter beräknas lätt de olika värdena af  $\alpha_y^{(x)} A_x$ , där storheterna  $A_x$  äro gifna genom den andra tabellen å sid. 632. Man erhåller därvid såsom resultat följande tabell.

Lefnads- ålder vid slutet af år 1890	Antalet försäkringspliktiga män, hvilka vid 1890 års slut be- funno sig i motsäende ålder och ingått äktenskap i en ålder af							Summa
	20—25 år	25—30 år	30—35 år	35—40 år	40—45 år	45—50 år	50—55 år	
20—25	6,844	—	—	—	—	—	—	6,844
25—30	15,180	12,880	—	—	—	—	—	28,010
30—35	11,178	19,516	5,178	—	—	—	—	35,872
35—40	8,355	14,588	7,863	1,609	—	—	—	32,415
40—45	6,595	11,514	6,206	2,610	673	—	—	27,598
45—50	5,223	9,121	4,916	2,067	1,086	300	—	22,713
50—55	4,036	7,047	3,887	1,597	837	481	153	18,038

Det följer nu i ordningen att bestämma storheterna  $b$ . Då jag icke har någon anledning förutsätta, att de inbördes åldersförhållandena mellan man och hustru ställa sig väsentligen annorlunda inom försäkringspliktiga yrken, än för Sveriges befolkning i allmänhet, antager jag för storheterna  $b$  följande värden, hvilka gällde för nämnda befolkning under decenniet 1881—1890;<sup>1)</sup> äfven här har jag dock till åldersklassen 20—25 år öfverflyttat de 384 män, som ingingo äktenskap före fyllda 20 år.

<sup>1)</sup> Bidrag till Sveriges officiella statistik A) Ny följd XXXII: 1 (Bihang, sid. 7).

y =	V ä r d e t a f $\delta_v^{(y)}$ f ö r <sup>1)</sup>											
	v=15	v=20	v=25	v=30	v=35	v=40	v=45	v=50	v=55	v=60	v=65	v=70
20	8,465	41,535	22,809	6,083	1,489	443	86	20	5	2	—	—
25	7,281	43,484	36,763	12,406	3,528	993	258	49	4	3	2	1
30	2,343	15,756	17,880	9,818	3,706	1,273	415	105	21	7	2	—
35	725	5,060	6,956	5,394	3,206	1,423	510	125	39	5	3	—
40	217	1,721	2,828	2,856	2,219	1,479	713	231	66	9	2	—
45	83	680	1,288	1,521	1,483	1,206	879	302	90	27	2	1
50	38	255	499	766	904	951	760	447	139	32	5	2

Denna tabell är användbar vid bestämmande af åldern för hustrurna till alla män, som ingått äktenskap, då de befunno sig i en lägre femårsklass än den, hvilken de tillhörde vid 1890 års slut. Ty om man genom räkningarna funnit, att t. ex. 100 kvinnor gift sig i åldern 15—20 år med 25—30-åriga män, hvilka vid 1890 års slut voro 45—50 år gamla, så vet man att i genomsnitt 20 år förflutit efter giftermålet, och att de 100 kvinnorna således kunna anses hafva vid 1890 års slut tillhört åldersklassen 35—40 år; man får således alla hustrurna fortfarande grupperade i samma slags femårsklasser. Ville man däremot använda tabellen äfven för de män, som gift sig inom den femårsklass, hvilken de tillhörde vid 1890 års slut, skulle man erhålla en annan gruppering af kvinnorna. Vi hafva nämligen i det föregående antagit, att dessa män vid 1890 års slut varit gifta i genomsnitt ett år; har man nu genom räkningarna funnit, att 100 af deras hustrur vid äktenskapets ingående voro 20—25 år gamla, så skulle dessa vid 1890 års slut vara ett år äldre, d. v. s. 21—26 år gamla, och dessa 100 kvinnor kunde således icke omedelbart adderas till något af de förut funna antalen. För att undvika denna olägenhet är det af nöden att konstruera en tabell af samma slag som den här ofvan angifna, men där de olika kolum-

<sup>1)</sup> Egentligen skulle hvarje tal i denna tabell multipliceras med en viss, i afseende på  $v$  konstant storhet, men vid alla här ifrågakommande räkningar försvinner denna storhet genom förkortning, och den kan därför öfverallt sättas = 1.  
Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1893. Årg. 50. N:o 9. 6

nerna innehålla åldersklasserna 15—19 år, 20—24 år, . . . , 64—69 år, äldre än 69 år. Emellertid finnes i den officiella statistiken specificerad uppgift blott om antalet kvinnor, som gift sig i den första af dessa åldersklasser; för att erhålla de öfriga talen har jag gått tillväga på följande sätt. Enligt föregående tabell viges 41,535 kvinnor i åldern 20—25 år med män i åldern 20—25 år; då nu enligt den officiella statistiken <sup>1)</sup> bland 108,420 kvinnor, som under decenniet 1881—1890 ingingo sitt första gifte i åldern 20—25 år, 24,380 voro 24—25 år gamla, så kan man antaga, att af de 41,535 kvinnorna  $\frac{24,380}{108,420} \cdot 41,535$  voro i åldern 24—25 år, då de gifte sig, och  $41,535 - \frac{24,380}{108,420} \cdot 41,535$  i åldern 20—24 år. Läger man nu till det senare talet de 4,511 kvinnor, hvilka enligt den officiella statistiken gifte sig vid 19—20 års ålder med män i åldern 20—25 år, bör man erhålla ett approximativt värde för hela antalet kvinnor, som vid 19—24 års ålder gift sig med män i åldern 20—25 år. Förfar man på samma sätt i öfriga fall <sup>2)</sup>, erhåller man följande tabell.<sup>3)</sup>

Männens äkten- skaps- ålder	Beräknadt antal kvinnor i nedanstående ålder, hvilka ingått gifte med män i motsäende ålder											
	15—19 år	19—24 år	24—29 år	29—34 år	34—39 år	39—44 år	44—49 år	49—54 år	54—59 år	59—64 år	64—69 år	69 år mer
20—25	3,964	36,701	28,873	8,555	2,087	592	136	29	7	3	—	—
25—30	3,357	37,624	41,258	16,045	4,678	1,354	362	77	10	4	2	1
30—35	1,075	13,479	18,853	11,084	4,486	1,621	537	147	32	9	3	—
35—40	315	4,381	7,094	5,678	3,468	1,679	640	177	51	9	4	—
40—45	97	1,454	2,808	2,883	2,284	1,587	824	296	88	17	3	—
45—50	40	572	1,254	1,504	1,475	1,247	929	380	119	35	6	1
50—55	16	220	484	736	881	943	790	490	180	47	8	3

<sup>1)</sup> Bidrag till Sveriges officiella statistik. A) Ny följd XXXII: 1, Bihanget, sid. 7.

<sup>2)</sup> För fördelningen af femårsklasserna öfver 50 år finnas i den officiella statistiken icke de behöfliga uppgifterna; jag har, därför antagit, att för dessa femårsklasser gälla samma förhållanden som för femårsklassen 45—50 år, d. v. s. att 13½ % tillhöra den äldsta ettårsklassen och 86½ % de fyra lägsta ettårsklasserna.

<sup>3)</sup> Vid beräkningen af talen i denna tabell har jag för tids vinnande på vissa ställen använt några aritmetiska genvägar; de stora talen kunna därför möjligen skilja sig med några enheter från det resultat, som man genom exakt kalkyl skulle erhållit.

Det återstår nu blott att beräkna storheterna  $\psi$ . För detta ändamål har jag antagit mortaliteten bland de här ifrågasvarande hustrurna vara densamma som för Sveriges kvinnliga befolkning i allmänhet under decenniet 1871—1880, och förutsatt, att de kvinnor, som gift sig i åldern  $v/v+5$  år, då voro i medeltal  $v+2$  år gamla; om nu deras män gift sig vid  $y/y+5$  års ålder och vid 1890 års slut tillhörde åldern  $x/x+5$  år ( $x > y$ ), voro enligt det föregående dessa kvinnor vid 1890 års slut i genomsnitt  $x-y$  år äldre, d. v. s.  $v+2+x-y$  år. Utför man de numeriska kalkylerna för alla värden af  $v$ ,  $x$  och  $y$ , hvilka här kunna komma i fråga, erhåller man nedanstående tabell.

Kvinnans ålder, år	Sannolikheten, att en kvinna i motsstående ålder kvarlefter efter					
	5 år	10 år	15 år	20 år	25 år	30 år
15—20	0.97610	0.94729	0.91504	0.88098	0.84358	0.80553
20—25	0.97089	0.93745	0.90255	0.86424	0.82525	0.78188
25—30	0.96596	0.93001	0.89058	0.85085	0.80514	0.74936
30—35	0.96278	0.92191	0.88081	0.83352	0.77576	0.70008
35—40	0.95755	0.91485	0.86574	0.80576	0.72715	0.62179
40—45	0.95489	0.90412	0.84148	0.75928	0.64936	0.50865
45—50	0.94684	0.88123	0.79526	0.68004	0.53269	0.36017
50—55	0.93071	0.83991	0.71822	0.56259	0.38089	0.20505
55—60	0.90244	0.77169	0.60448	0.40871	0.23029	0.08311
60—65	0.85511	0.66982	0.45290	0.24411	0.09210	0.01844
65—70	0.78832	0.52964	0.28547	0.10770	0.02157	0.00224
mer än 70	0.67615	0.36443	0.13749	0.02754	0.00285	0.00009

Egentligen borde man beräkna en liknande tabell äfven för hustrurna till de män, hvilka gift sig inom samma femårsklass som den, hvilken de tillhörde vid 1890 års slut, men för att äfven här inskränka de numeriska kalkylerna, antager jag, att mortaliteten bland dessa kvinnor varit approximativt lika stor för alla lefnadsåldrar; i själfva verket blir felet här obetydligt, då frågan gäller blott dödligheten för ett år. Genom detta antagande försvinna under loppet af beräkningen alla storheterna  $\psi$



medelst förkortning, och man kan alltså för dem alla sätta värdet 1.

Genom det föregående hafva de för beräkningen af storheterna  $\beta$  behöfliga talen blifvit bestämda, och det återstår därför blott att utföra de numeriska kalkylerna. Emellertid är det icke i och för sig af något särskildt intresse att känna storheterna  $\beta$ , enär de blott ingå som faktorer i de tal, genom hvilkas summering  $B_x$  erhålles; jag har därför direkt verkställt beräkningen af dessa tal, d. v. s. talen

$$\beta_v^{(x,y)} \alpha_y^{(x)} A_x,$$

där  $v$  antager värdena 15, 20, ..., 70 för  $x > y$ , och värdena 15,

### Åldersfördelningen för hustrurna till

Hustrurnas lefnadsålder vid 1890 års slut, år	Beräknadt antal hustrur i motsstående ålder											
	$A_{20}^{(30)}$	$A_{25}^{(35)}$	$A_{30}^{(40)}$	$A_{35}^{(45)}$	$A_{40}^{(50)}$	$A_{45}^{(55)}$	$A_{50}^{(60)}$	$A_{20}^{(25)}$	$A_{25}^{(30)}$	$A_{30}^{(35)}$	$A_{35}^{(40)}$	$A_{40}^{(45)}$
15—20	334	411	108	22	5	2	1	—	—	—	—	—
20—25	3,103	4,607	1,860	297	79	23	7	1,599	1,368	962	82	20
25—30	2,442	5,052	1,903	487	153	50	15	7,803	8,122	2,425	563	153
30—35	723	1,965	1,118	390	157	59	24	4,265	6,836	2,739	788	250
35—40	177	573	453	238	125	58	28	1,134	2,299	1,499	596	252
40—45	50	166	163	115	87	50	30	276	650	563	353	194
45—50	12	46	54	44	45	37	25	82	183	193	155	129
50—55	2	9	15	12	16	15	16	16	48	62	55	62
55—60	1	1	3	4	5	5	6	4	9	16	14	20
60—65	—	—	1	—	1	1	1	1	1	3	3	5
65—70	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	1
mer än 70	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Summa	6,844	12,830	5,178	1,609	673	300	153	15,180	19,516	7,863	2,610	1,086

19, ..., 69 för  $x=y$ . Härigenom har jag för hvarje förekommande värde af  $x$  och  $y$  fått veta hustrurnas åldersfördelning vid äktenskapets ingående. För att erhålla hustrurnas åldersfördelning vid 1890 års slut har man nu blott att uppflytta de  $v/v+5$ -åriga kvinnorna i femårsklassen  $v+x-y/v+x-y+5$  år eller  $v+1/v+6$  år, allteftersom  $x>y$  eller  $x=y$ . På detta sätt erhåller man följande tabell, där kolumnen  $A_y^{(x)}$  angifver åldersfördelningen vid 1890 års slut för de kvinnor, hvilkas män vid giftermålet voro i åldern  $y/y+5$  år och vid 1890 års slut tillhörde åldersklassen  $x/x+5$  år. I sista kolumnen har jag infört summorna af de olika horisontalraderna, hvilka summor just angifva hela antalet gifta kvinnor i olika femårsklasser.

öringspliktiga män vid 1890 års slut.

lika män tillhörde nedanstående grupp														Beräknadt antal hustrur i denna åldersklass
$A_{25}^{(35)}$	$A_{30}^{(40)}$	$A_{35}^{(45)}$	$A_{40}^{(50)}$	$A_{20}^{(35)}$	$A_{25}^{(40)}$	$A_{30}^{(45)}$	$A_{35}^{(50)}$	$A_{20}^{(40)}$	$A_{25}^{(45)}$	$A_{30}^{(50)}$	$A_{20}^{(45)}$	$A_{25}^{(50)}$	$A_{20}^{(50)}$	
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	883
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	12,912
027	288	65	15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	31,792
070	1,922	452	119	891	819	231	41	—	—	—	—	—	—	35,696
093	2,164	617	195	4,312	4,822	1,532	355	707	654	185	—	—	—	31,300
743	1,178	474	195	2,337	4,023	1,715	482	3,415	3,834	1,220	564	513	—	25,311
481	441	279	150	615	1,341	931	368	1,841	3,190	1,363	2,715	2,988	445	18,432
134	150	123	99	148	376	347	216	481	1,056	733	1,455	2,465	2,119	10,346
34	48	43	46	43	103	115	93	113	290	268	374	801	1,116	3,605
6	12	11	14	7	25	35	32	32	77	86	86	213	279	940
—	2	3	3	2	5	9	8	5	18	25	23	54	61	223
—	1	—	1	—	—	1	2	1	2	7	6	13	16	50
588	6,206	2,067	837	8,355	11,514	4,916	1,597	6,595	9,121	3,887	5,223	7,047	4,036	171,490

Riktigheten af den fördelning, som sålunda blifvit verkställd, kan i någon mån kontrolleras genom en jämförelse med åldersfördelningen för Sveriges hela gifta kvinnliga befolkning vid 1890 års slut. Det är nämligen lätt att inse, att de yngsta femårsklasserna skola vara, i proportion till hvarandra inbördes, ungefär lika starkt representerade inom hela befolkningen som inom den grupp, hvarom här varit fråga, men att däremot för de äldre åldrarna antalet gifta kvinnor inom hela befolkningen skall vara proportionsvis något större. Nu funnos vid 1890 års slut i Sverige 2,321 hustrur i åldern 15—20 år, 32,655 i åldern 20—25 år, 84,916 i åldern 25—30 år, 107,375 i åldern 30—35 år och 104,177 i åldern 35—40 år. Reducerar man alla dessa tal i proportionen  $\frac{12,912}{32,655}$ , d. v. s. så, att inom femårsklassen 20—25 år finnas 12,912 hustrur, och sammanställer man de sålunda reducerade talen med de ofvan härledda, erhåller man följande tabell.

	Relativa antalet hustrur i ålderna				
	15—20 år	20—25 år	25—30 år	30—35 år	35—40 år
Hustrur i allmänhet.....	918	12,912	33,581	42,457	41,192
Hustrur till försäkringsplik- tiga män .....	883	12,912	31,792	35,696	31,300

Man ser således, att hustrurna äro ungefär på samma sätt fördelade i fråga om de två yngsta femårsklasserna, men att däremot de följande femårsklasserna äro svagare representerade bland hustrurna till försäkringspliktiga män, och att resultatet af den ofvan verkställda fördelningen följaktligen är, så vidt genom den nu omförmälda kontrollen utrönas kan, sådant, som det borde vara.

Det kan utan tvifvel också vara af intresse att jämföra den här verkställda fördelningen med den fördelning, som lagts till grund för nya arbetareförsäkringskomiténs kostnadsberäkning.

Denna fördelning har utförts så,<sup>1)</sup> att man först antagit kvinnorna vara i genomsnitt 2 år yngre än männen; på detta sätt har man omedelbart fått de gifta kvinnornas antal i åldersklasserna 15—18, 18—23, ..., 48—53 år. Därefter hafva dessa femårsklasser fördelats i ettårsklasser enligt den metod, med hvilken jag i en föregående uppsats sysselsatt mig.<sup>2)</sup> Sammanslår man nu dessa ettårsklasser i femårsklasser med samma gruppering som den af mig använda, erhåller man följande tabell, i hvilken jag äfven för jämförelsens skull infört den ofvan af mig härledda fördelningen.

	Antalet gifta kvinnor i åldern						
	15—20 år	20—25 år	25—30 år	30—35 år	35—40 år	40—45 år	45—50 år
Enligt komitén ...	1,171	15,076	32,646	35,290	30,579	25,636	20,761
» min metod	888	12,912	31,792	35,696	31,800	25,811	18,482

	Antalet gifta kvinnor i åldern					Summa
	50—55 år	55—60 år	60—65 år	65—70 år	mer än 70 år	
Enligt komitén...	10,331	0	0	0	0	171,490
» min metod	10,346	3,606	940	223	50	171,490

För åldrarna 30—35, 40—45 år och 50—55 år gifva således båda fördelningarna ungefär samma resultat; äfven för åldrarna 25—30 år och 35—40 år äro afvikelserna ej alltför betydliga. Relativt större äro däremot skiljaktigheterna för åldrarna 15—20, 20—25 år och 45—50 år, hvarjämte på grund af själfva metoden åldrarna öfver 55 helt och hållet saknas i komiténs fördelning. I ett afseende måste jämförelsen mellan de två fördelningarna vid

<sup>1)</sup> Nya arbetareföreningars komiténs betänkande II, sid. 15—16.

<sup>2)</sup> ENESTRÖM. Om en metod att vid matematiskt-statistiska undersökningar fördela en följd af femårsklasser i ettårsklasser; Öfversigt af vetenskapsakad. förh. 1898, sid. 541—555.

första påseendet framkalla en viss förvåning, nämligen i fråga om talen för den lägsta femårsklassen. Då nämligen af tabellen å sid. 625 synes framgå, att den af komitén använda metoden borde gifva alltför *små* värden för antalet hustrur inom de båda åldersklasserna 15—18 och 18—23 år, så förefaller det egendomligt, att jag ändock för åldern 15—20 år erhållit ett *mindre* antal än komitén. Detta förhållande beror emellertid på komiténs metod för fördelningen af femårsklassen 18—23 år i ettårsklasser. Genom denna metod hafva nämligen, bland 6,760 gifta kvinnor i åldrarna 18—23 år, 1,087, d. v. s. omkring 16 %, blifvit förda till åldrarna 18—20 år. Då nu enligt antagandet dessa skulle vara gifta med män i åldern 20—22 år, så borde de gifta männen i åldern 20—22 år utgöra omkring 16 % af de gifta männen i hela femårsklassen 20—25 år. Men vid 1880 års slut funnos i Sverige <sup>1)</sup> tillsammans 14,760 gifta män i åldern 20—25, af hvilka 1,168, d. v. s. blott 8 %, tillhörde åldern 20—22 år. Häraf synes, att om hustrurna antagas i medeltal två år yngre än männen, blott omkring 8 % af de gifta kvinnor, som äro 18—23 år gamla, borde höra till åldern 18—20 år. I stället för det af komitén angifna talet 1,087 torde man således böra sätta blott ungefär hälften eller omkring 544. Hela antalet gifta kvinnor i åldern 15—20 år skulle alltså enligt komiténs metod blifva blott omkring 628, d. v. s. betydligt mindre än enligt min metod, och den skenbara motsägelsen är härmed förklarad.

Af det nu meddelade exemplet, genom hvilket jag sökt visa, huru min metod tager sig ut i tillämpningen, framgår, att i flera fall vissa ej fullt exakta antaganden måst göras, vare sig af brist på statistiskt material eller för att så mycket som möjligt begränsa de numeriska kalkylerna; på ett par ställen hafva också sådana antaganden gjorts, utan att jag ansett mig behöfva uttryckligen påpeka förhållandet. Det är således klart, att själfva åldersfördelningen ej kan göra anspråk på att vara fullt exakt; emellertid synes den mig ur statistisk synpunkt vara att föredraga

<sup>1)</sup> Bidrag till Sveriges officiella statistik. A) Ny följd XXII: 3, sid. 15.

framför resultatet af den metod, hvilken i denna uppsats inledningsvis omnämnts. Vill man hafva en *fullt* exakt fördelning, finnes utan tvifvel intet annat sätt, än att direkt — d. v. s. genom insamlande af fullt detaljerade primäruppgifter och deras bearbetande — verkställa fördelningen.

Ehuru den nu verkställda undersökningen utförts i rent statistiskt syfte, torde det icke kunna anses olämpligt att här beröra den frågan, i hvad mån resultaten af försäkringstekniska beräkningar, grundade på olika metoder för åldersfördelningen, kunna skilja sig från hvarandra. För att i det ofvan behandlade speciella fallet erhålla ett svar på denna fråga har jag beräknat kapitalvärdet af rätten till en pension å 50 kronor för de här ifrågasvarande gifta kvinnorna, under förutsättning, att det utaf arbetarförsäkringskomitén framlagda förslaget börjat tillämpas vid 1890 års slut, och funnit, att detta kapitalvärde skulle i rundt tal utgöra 24,025,000 kronor. Vid denna beräkning hafva naturligtvis de mer än 55-åriga kvinnorna i enlighet med komiténs förslag ansetts uteslagna från pensionsrätten. För att erhålla den extra kostnaden för hustrupensioneringen bör man emellertid från den ofvan beräknade summan afdraga 5 %, enär enligt komiténs antagande 5 % af de gifta kvinnorna innehafva försäkringspliktig anställning och således själfva erlägga behöriga pensionsavgifter. Den extra kostnaden för en hustrupension å 50 kronor åt de vid 1890 års slut befintliga gifta kvinnorna skulle således enligt min åldersfördelningsmetod blifva 22,825,000 kronor. Då å andra sidan den extra kostnaden enligt komiténs beräkning borde utgöra 24,635,000 kronor, så skulle häraf följa, att enligt min beräkning kostnaden för hustrupensioneringen blefve 1,810,000 kronor eller nära 8 % lägre än enligt komiténs beräkning. Emellertid blir differensen mellan de båda kostnadsberäkningarna i verkligheten något mindre; komitén har nämligen upptagit såsom pensionsberättigade äfven hustrur i åldern 53—55 år. Då nu dessa hustrur nödvändigt måste anses vara gifta med män öfver 55 års ålder, enär i annat fall 6,183 män under 55 års ålder skulle blifva försedda med två hustrur, och då hustrurna till de män,

hvilka vid pensioneringens början fyllt 55 år, enligt komiténs eget förslag, hvilket jag vid denna beräkning följt, skulle vara utslutna från pensionsrätt, så bör man rätteligen från den af komitén beräknade kostnaden frändraga kostnaden för hustrurna i åldern 53—55 år. Härigenom minskas differensen mellan de båda kostnadsberäkningarna, så att den belöper sig till föga mer än 2 %.

Huru den af komitén utförda kostnadsberäkningen med hänsyn till den *variabla* delen af den föreslagna hustrupensionen skulle modifieras, om hustrurnas åldersfördelning bestämdes efter det af mig angifna förfarandet, har jag icke beräknat, enär jag icke haft tillfälle att närmare undersöka, i hvad mån det af komitén använda beräkningsättet kan anses nöjaktigt;<sup>1)</sup> det har nämligen synts mig af föga intresse att pröfva, hvilken inverkan den afvikande åldersfördelningen kan hafva på ett beräkningsätt, som till äfventyrs i och för sig är ur teoretisk synpunkt mindre tillfredsställande. Af samma anledning<sup>2)</sup> har jag ej under-

<sup>1)</sup> Komitén har antagit, att den växande pensionens kapitalvärde skulle kunna beräknas på samma sätt för en gift kvinna som för en försäkringspliktig man. Men en försäkringspliktig man har enligt komiténs förslag rätt till förhöjning för hvarje år, under hvilket han innehaft försäkringspliktig anställning, då däremot hustrun till en försäkringspliktig man får rätt till förhöjning blott så länge hon både är gift med man i försäkringspliktig tjänst och själf är aktiv. Det torde därför vara möjligt, att det matematiska värdet af den här ifrågavarande pensionsrätten är ej obetydligt lägre för en hustru, än för en försäkringspliktig man. Åtminstone synes det förhålla sig så för de äldre åldersklasserna. Antaga vi t. ex., att en man inträdt i försäkringen nys före fyllda 53 år, och bortse vi från föreskriften om karenstiden, skulle för honom kapitalvärdet af en pension, som för hvarje försäkringsår ökas med 1 krona, enligt komiténs beräkning vara (se sid. 38 af betänkandet) 48'608 kronor. Enligt den beräkning, jag utfört, borde å andra sidan motsvarande kapitalvärde för en hustru, som inträdt i försäkringen nys före fyllda 53 år och är gift med en två år äldre man, vara, äfven om komiténs invaliditetstabell anses giltig för hustrur utan försäkringspliktig anställning, blott 38'084 kronor, således mer än 20 % lägre.

<sup>2)</sup> Vid beräkningen af kostnaden för pensionering af framtida hustrur till försäkringspliktiga män, synes komitén hafva utgått från den tyska förutsättningen att *alla* sådana hustrur en gång innehaft försäkringspliktig anställning (se härledningen af *gm* å sid. 70 samt det första stycket å sid. 72 af det förut citerade betänkandet). Måhända får man dock ej fatta komiténs uttalanden

sökt, i hvilken mån kostnaden för pensioneringen af de kvinnor, som framdeles genom gifte inträda i försäkringen, skulle skilja sig från den af komitén beräknade, om min åldersfördelning af hustrurna vore den riktiga.

---

efter bokstafven, utan tolka dem så, att beräkningen kan utföras som om nämnda förutsättning ägde bestånd. I alla händelser torde det vara tvifvelaktigt, om beräkningsättet kan anses lämpligt med hänsyn till den konstanta delen af de framtida hustrurnas pensioner.

---



# Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 570.)

- Lansing.** *Michigan mining school.*  
Reports of the director. 1890—92. 8:o.
- La Plata.** *Observatorio.*  
Anuario. Año 1893. 12:o.
- Lisboa.** *Academia R. das sciencias.*  
Jornal de sciencias mathematicas, physicas e naturaes. (2) T. 3(1893):  
N. 9—10. 8:o.
- Liverpool.** *Biological society.*  
Proceedings and transactions. Vol. 7(1890/93). 8:o.
- London.** *Geologists' association.*  
Proceedings. Vol. 13(1893): P. 4—5. 8:o.
- *Royal society.*  
Philosophical transactions. Vol. 183(1892): A—B. 4:o.  
Proceedings. Vol. 54(1893): N:o 327. 8:o.  
List. 1892 <sup>30</sup>/<sub>11</sub>.
- *R. Astronomical society.*  
Monthly notices. Vol. 53(1893): N:o 9. 8:o.
- *Chemical society.*  
Journal. Vol. 63—64(1893): 10—11. 8:o.
- *Geological society.*  
Quarterly journal. Vol. 49(1893): P. 4. 8:o.  
List. 1893 <sup>1</sup>/<sub>11</sub>. 8:o.
- *R. Microscopical society.*  
Journal. 1893: P. 5. 8:o.
- *Zoological society.*  
Transactions. Vol. 13: P. 7. 1893. 4:o.  
Proceedings. 1893: P. 2—3. 8:o.
- *British museum.*  
Catalogue of birds. Vol. 21. 1893. 8:o.  
    >     > snakes. Vol. 1. 1893. 8:o.  
    >     > Madreporarian corals. Vol. 1. 1893. 4:o.
- Manchester.** *Literary and philosophical society.*  
Memoirs and proceedings. Vol. 7(1892—93): N:o 2—3. 8:o.
- Mexico.** *Sociedad científica »Antonio Alzate».*  
Memorias y revista. T. 6(1892/93): N:o 11—12. 8:o.
- Montreal.** *Natural history society.*  
The Canadian record of science. Vol. 5: N:o 7. 1893. 8:o.
- München.** *K. Bayerische Akademie der Wissenschaften.*  
Abhandlungen. Math.-phys. Cl. Bd 18: Abth. 1. 1893. 4:o.  
Sitzungsberichte. Philos.-philol. u. hist. Cl. 1893: H. 3. 8:o.  
GOEBEL, K., Gedächtnisrede auf Karl von Nägeli. 1893. 4:o.  
CARRIÈRE, M., Erkennen Erleben Erschliessen. Festrede. 1893. 4:o.
- Ottawa.** *Geological survey of Canada.*  
HOFFMANN, G. C., Catalogue of section one of the museum. 1893. 8:o.

**Palermo. Circolo matematico.**

Rendiconti. T. 7(1893): Fasc. 1—5. 8:o.

**Paris. Société de géographie.**

Bulletin. (7) T. 14(1893): Trim. 2. 8:o.

**Roma. Ministero della istruzione pubblica.**

GALILEI, G., Le opere. Ed. nazionale. Vol. 3: P. 1. Firenze 1892. 4:o.

— **R. Accademia dei Lincei.**

Rendiconti. Cl. di scienze fisiche . . . (5) Vol. 2(1893): Sem. 2: Fasc. 7—8. 8:o.

**St. Petersburg. Societas entomologica Rossica.**

Horn. T. 27(1892/93). 8:o.

**Sydney. Australasian association for the advancement of science.**

Report. Meeting 4(1892). Hobart. 8:o.

**Washington. U. S. Department of agriculture, Division of ornithology and mammalogy.**

Bulletin. N:o 4. 1893. 8:o.

**Wiesbaden. Nassauischer Verein für Naturkunde.**

Jahrbücher. Jahrg. 46(1893). 8:o.

**Af Landtbruksinspektören Aug. Lyttkens.**

Årsberättelser för kemiska stationen i Halmstad och frökontrollstationen i Nydala. 1881—92. 8:o.

Förhandlingar vid frökongresser. 1880—83. 8:o.

**Af författarne:**

BLADIN, J. A., Über Triazol- und Tetrazolverbindungen. Upsala 1893. 4:o.

LYTTKENS, A., Om svenska ogräs. Norrköping 1885. 8:o.

— Handledning i frökontroll. Lund 1879. 8:o.

— Några ord om frökontroll och utsädesfrö. Sthlm 1883. 8:o.

MALM, A. H., Berättelse öfver Göteborgs och Bohus läns hafs-fisken. Göteborg 1893. 8:o.

MUNTZE, H., De yngsta skedena af jordens utvecklingshistoria. Upsala 1893. 8:o.

TRYBOM, F., Ringsjön i Malmöhus län, dess naturförhållanden och fiske. Sthlm 1893. 8:o.

TULLBERG, T., Über einige Muriden aus Kamerun. Sthlm 1893. 4:o.

KUHN, M., Über die Beziehung zwischen Druck, Volumen und Temperatur bei Gasen. Wien 1893. 16:o.

MOISSAN, H., Le diamant. Paris 1893. 8:o.

PITTEI, C., Dell' origine, diffusione e perfezionamento del sistema metrico decimale. Firenze 1892. 8:o.

WILLE, N., Forskningsretninger inden den botaniske Videnskab. Kra 1893. 12:o.



# ÖFVERSIGT

AF

## KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

---

Årg. 50.

1893.

Nº 10.

---

Onsdagen den 13 December.

---

### INNEHÅLL:

Öfversigt af sammankomstens förhandlingar.....	sid. 653.
AURIVILLIUS, Zur postembryonalen Entwicklung der Lepadiden.....	» 657.
RYDBERG, Contributions à la connaissance des spectres linéaires. IV.....	» 677.
RYDBERG, En ny metod att bestämma luftens dispersion.....	» 693.
Skänker till Akademiens bibliotek .....	sid. 655, 692, 698.

---

Tillkännagafs, att Akademiens utländske ledamot f. d. Professorn vid Royal Institution i London JOHN TYNDALL med döden afgått.

Med anledning af Kongl. Maj:ts remiss å en genom härvarande Franske Minister på hans Regerings vägnar gjord framställning om Sveriges anslutning till en internationel konvention om stadfästande af internationela enheter för elektriciteten och ljuset afgafvo Hrr: THALÉN, DAHLANDER och HASSELBERG infordradt utlåtande, som af Akademien godkändes.

På tillstyrkan af komiterade antogs till införande i Akademiens Handlingar en afhandling af Fil. Kandidaten Y. SJÖSTEDT med titel: »Zur Ornithologie Kameruns».

Hr THEEL redogjorde dels för en af Docenten D. BERGENDAL afgifven berättelse om den resa denne såsom Letterstedtsk stipendiat utfört för studerande af Medelhafvets djurverld, och dels för de i olika länder inrättade zoologiska stationer samt särskildt för Akademiens egen station Kristineberg i Bohuslän, dess uppkomst och utveckling.

Hr KLASON redogjorde för en af Ingeniören ALFR. LARSSON afgifven berättelse om resor, som han med understöd från *Wallmarkska* donationsfonden utfört i Tyskland, Frankrike och England för att taga närmare kännedom om derstädes använda sätt att tillverka soda, natron, pottaska m. m., med särskildt fäst afseende på möjligheten att åstadkomma en tillverkning af dessa produkter inom Sverige.

Hr HASSELBERG refererade det hufvudsakliga innehållet dels af en af Doktorerne S. ARRHENIUS och N. EKHOLM gemensamt författad afhandling: »Ueber den Einfluss des Mondes auf den elektrischen Zustand der Erde» (se Bihang till K. Vet. Akad. Handl.), och dels af följande två uppsatser af Docenten J. R. RYDBERG: 1) »Contributions à la connaissance des spectres linéaires. IV. Comparaison entre les spectres du calcium et du strontium»\*, 2) »En ny metod att bestämma luftens dispersion»\*.

Öfveringenjör S. ANDRÉE meddelade åtskilliga iakttagelser, som han anställt under sin ballonfärd den 9 sistlidne Augusti.

Hr HILDEBRAND öfverlemnade på författarens, Fil. Kandidaten G. NORDENSKIÖLDs vägnar ett exemplar af dennes nyligen utkomna arbete: »The Cliffdwellers of the Mesa Verde».

Sekreteraren öfverlemnade för införande i Akademiens skrifter följande inlemnade afhandlingar: 1) »Studier öfver stammars skyddsväfnader», af Fil. Licentiaten P. SEGERSTEDT (se Bihang etc.); 2) »Die Bestimmung der Dämpfungskonstanten des Hertz'schen Oscillators und Resonnators aus der Resonnanserscheinung», af Fil. Doktor V. BJERKNES (se Bihang etc.); 3) »Süsswasserchlorophycéen, gesammelt von Dr A. OSW. KIHLMAN im nördlichsten Russland, Gouvernement Archangel», af Fil. Kandidaten O. BORGE (se Bihang etc.); 4) »Zur postembryonalen Entwicklung der Lepadiden», af Docenten C. W. S. AURIVILLIUS.\*

Det *Beskowska* stipendiet tilldelades Docenten C. W. S. AURIVILLIUS, med uppgift att vid Riksmuseum bearbeta dess in- och utländska samlingar af kräftdjur.

Den *Edlundska* belöningen anvisades åt Fil. Licentiaten S. FORSLING för fortsättande vid Akademiens fysiska institution af de af honom redan påbörjade spektroskopiska undersökningarne af absorptionsspectra hos didym, samarium, erbium, terbium, holmium och tulium.

Genom anställda val kallades dels till svensk-norsk ledamot Professorn i medicin vid universitetet i Kristiania Dr HJALMAR HEIBERG, och dels till utländsk ledamot Professorn i patologisk anatomi vid universitetet i Strassburg Dr FRIEDRICH DANIEL VON RECKLINGHAUSEN.

Följande skänker anmäldes:

#### Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

**Stockholm.** *K. Ecklesiastik-Departementet.*

Meddelanden från Riksarkivet. 17(1892). 8:o.

BALTZER, L., Hällristningar från Bohuslän. (2) H. 1. 1891. Fol.

— *K. Statistiska Centralbyrån.*

Bidrag till Sveriges officiella statistik. 5 häften. 4:o.

— *K. Landtbruksstyrelsen.*

Meddelanden. N:o 3—8, 10—13. 1891—93. 8:o.

Berättelser. 1889—91. 8:o.

— *K. vitterhets-, historie- och antikvitetsakademien.*

Handlingar. D. 31. 1893. 8:o.

Månadsblad. Årg. 20(1891). 8:o.

— *Svenska jägareförbundet.*

Ny Tidskrift. Årg. 31(1893): H. 4. 8:o.

— *Svenska trädgårdsföreningen.*

Tidskrift. 1893: N:o 10—11. 8:o.

— *Farmaceutiska föreningen.*

Carl Wilhelm Scheele. Ett minnesblad öfver festligheterna d. 9 dec. 1892. 1893. 8:o.

**Halmstad.** *Hallands läns hushållningssällskap.*

Handlingar. 1893: H. 1. 8:o.

**Batavia.** *K. Natuurkundige vereeniging in Nederlandsch-Indië.*

Natuurkundig tijdschrift. D. 52. 1893. 8:o.

**Berlin.** *K. Sternwarte.*

Astronomische Beobachtungen. (2) Bd 1: Th. 2. 1893. 4:o.

**Brisbane.** *Queensland branch of the R. Geographical society of Australasia.*

Proceedings and transactions. Vol. 8(1892/93). 8:o.

**Bruxelles.** *Académie R. des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.*

Mémoires. T. 48—50: P. 1. 1890—93. 4:o.

Mémoires couronnés et mémoires des savants étrangers. T. 52. 1890—93. 4:o.

Mémoires couronnés et autres mémoires. T. 46. 1892. 8:o.

Bulletin. (3) T. 26(1893): N:o 9—11. 8:o.

**Budapest.** *Académie des sciences de Hongrie.*

Mathematikai és természettudományi értesítő (Mathematischer und naturwissenschaftlicher Anzeiger). Kötet 10: 8—9; 11: 1—5. 1892—93. 8:o.

Értekezések a matematikai tudományok köréből (Mathematische Abhandlungen). Kötet 15: 2—3. 1893. 8:o.

Értekezések a természettudományok köréből (Naturwissenschaftliche Abhandlungen). Kötet 22: 4—8; 23: 1—2. 1892—93. 8:o.

Mathematikai és természettudományi közlemények (Mathematische und naturwissenschaftliche Mittheilungen). Kötet 25: 1—3. 1892—93. 8:o.

Archæologiai értesítő (Archäologisches Bulletin). Kötet 12(1892): 3—5; 13(1893): 1—2. 8:o.

Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn. Bd 10 (1891/92): H. 1—2. 8:o.

Ungarische Revue. Jahrg. 12(1892): H. 6—10; 13(1893): 1—5. 8:o.

Almanach. 1893. 8:o.

Rapport sur les travaux de l'académie. Année 1892. 8:o.

**Caen.** *Société Linnéenne de Normandie.*

Mémoires. Vol. 17: Fasc. 2—3. 1893. 4:o.

**Cambridge.** *Syndics of the Cambridge university library.*

CAYLEY, A., The collected mathematical papers. Vol. 6. 1893. 4:o.

**Cordoba.** *Observatorio nacional Argentino.*

Resultados. Vol. 16. 1892. 4:o.

**Danmark.** *Den danske biologiske Station.*

Det videnskabelige Udbytte af Kanonbaaden »Hauhauch« Togter 1883—86. 5. 1893. 4:o.

**Edinburgh.** *Edinburgh geological society.*

Transactions. Vol. 6: P. 5. 1893. 8:o.

Roll. 1893 <sup>16</sup>/<sub>3</sub>. 8:o.

**Frankfurt a. M.** *Senckenbergische naturforschende Gesellschaft.*

Abhandlungen. Bd 17: H. 1—2. 1884—91. 4:o.

**Freiburg i. B.** *Naturforschende Gesellschaft.*

Berichte. Bd 17: H. 1—2. 1893. 8:o.

**Genève.** *Société de physique et d'histoire naturelle.*

Mémoires. T. 31: P. 2. 1892—1893. 4:o.

**Genova.** *Musei di zoologia e anatomia comparata.*

N:o 8—16. 1893. 8:o.

**'s-Gravenhage.** *Ministerie van binnenlandsche zaken.*

Prodromus floræ Batavæ. Ed. 2. Vol. 2: P. 1. Nijmegen 1893. 8:o.

(Forts. & sid. 692.)

## Zur postembryonalen Entwicklung der Lepadiden.

VON CARL W. S. AURIVILLIUS.

[Mitgetheilt den 13. December 1893 durch HJALMAR THÉRL.]

Mit morphologischen Studien neuer Cirripeden aus den Weltmeeren beschäftigt, wurde ich im vorigen Jahre innerhalb des Capitulum einiger Tiefsee-Scalpellen der Bildungen gewahr, welche zur folgenden Darstellung Anlass gegeben.

In der Stelle nämlich, wo sonst die Eierlamellen der Lepadiden sich finden, d. h. zu beiden Seiten des Körpers, traten bei einigen Scalpulum-Arten Naupliuslarven von sonderlicher Gestaltung, bei anderen Arten Cyprislarven auf, Erscheinungen, die, an und für sich dort auffallend, durch ihren Bau mit dem Wohnort der Mutterthiere zusammen gestellt, ein besonderes Interesse gewähren.

Es leuchtet aber dies erst dann völlig ein, wenn die fraglichen Entwicklungsstadien mit dem gewöhnlichen Entwicklungsgang der Lepadiden sowie den damit verknüpften biologischen Verhältnissen in Vergleich gebracht wird, weshalb diese hier in erster Reihe eine nähere Besprechung finden mögen.

### A. Die gewöhnliche postembryonale Entwicklung der Lepadiden.

Wenn die Entwicklung eines allgemeinen Lepadiden, z. B. einer *Lepas*-Art, des *Conchoderma virgatum* SPENGLER oder des



*Scalpellum vulgare* LEACH gefolgt wird, stellt sich Folgendes heraus:

1:o) Aus dem Eie entschlüpft ein *Nauplius*. Sein Körper ist dorso-ventral abgeplattet; von demselben hebt sich entweder sogleich oder bald nachher ein nach vorne breiterer *Rückenschild* mehr oder weniger scharf ab, nur von den vorderen Seitenecken geht je ein Stirnhorn aus. Der Rückenschild läuft hinten in eine kurze Spitze aus und das Ende des eigentlichen Körpers läuft entweder ebenso in eine kurze, seicht gabelig getheilte Spitze aus — *Conchoderma virgatum* — oder wird dasselbe nur durch ein Paar Dörnchen bezeichnet, die entweder unmittelbar an einander stossen — *Scalpellum vulgare* — oder ein wenig von der Mittellinie abstehen — *Alcippe*. Die *Stirnhörner* sind anfangs wie im Eie nach hinten, dem Körper entlang, gestreckt, richten sich aber später mehr nach aussen vom Körper. Zu jeder Seite und in unmittelbarer Nähe des Auges treten schon jetzt, wenigstens bei *Scalpellum vulgare*, fadenähnliche Anhänge — die *frontalen Sinnesorgane* — auf. Es folgen sodann nach hinten, von der Mittellinie mehr entfernt, *drei Paare Körperanhänge*, deren das vorderste einfach, die hinteren zweiästig sind, sämmtlich in oder gegen die Enden zahlreiche Börstchen tragend. Eine grosse *Oberlippe* ist in der Mitte der Ventralseite merkbar.

2:o) Durch die nächstfolgenden Häutungen treten Veränderungen *erstens* bezüglich des Schildes und des Körpers ein, indem beide nach hinten stachelähnlich verlängert werden und ausserdem noch auf jenem, der eine immer grössere Ausdehnung gewinnt, andere dornähnliche Fortsätze hervortreten können; *zweitens* durch eine mehr, oder weniger ausgeprägte Gliederung der Körperanhänge, sowie durch die weitere Ausbildung deren Börstchen. Es beschränken sich also die auf diesen Stadien Statt findenden Umwandlungen auf eine weitere Entwicklung schon angelegter Körpertheile, weshalb sie alle, obschon das Thier, seiner äusseren Erscheinung nach, dadurch mitunter nicht unerheblich verändert wird, jedoch mit dem ersten Stadium unter dem gemeinsamen Namen *Nauplius* zusammengefasst werden.

3:o) Auf die Naupliusstadien folgt ein *Metanauplius*, jenen gegenüber dadurch kenntlich, dass zu den *Hauptmerkmalen des Nauplius* neue Bildungen hinzu getreten sind und zwar folgende:

a) Hinter dem dritten Paar Körperanhänge ist noch ein *viertes* zum Vorschein gekommen.

b) Weiter nach hinten auf der Ventralseite sind die *sechs Cirrenpaare* sowie die *Furcalanhänge* des Abdomens *angelegt*.

c) Am Ende des drittletzten Segmentes der Körperanhänge des ersten Paares zeigt sich die *Andeutung* der den folgenden Stadien wichtigen *Haftscheibe*; und

d) ist der *Rückenschild* zugleich ein *seitlicher* geworden, indem seine Seitentheile sich mehr oder weniger herabgebogen haben.

Es geht der *Metanauplius* durch Häutung in

4:o) das *Cyprislarvenstadium* über. Der flache *Körperschild* des Nauplius ist hier — durch Vermittelung des Verhaltens bei *Metanauplius* — zu einer *zweiklappigen* ostracodenähnlichen *Schale* geworden, welche den ganzen Körper, die Haftantennen ausgenommen, birgt, und deren Klappen durch einen Schliessmuskel zusammengezogen werden. Die *Körperanhänge* des Nauplius' haben folgende Umwandlungen erlitten:

Von den Stirnhörnern finden sich höchstens — bei *Lepas* — ein wenig hervorragender Höcker und zwar an der Grenze der Vorderseite gegen die ventrale zurück. Das *einfache vorderste Gliedmaassenpaar* ist zu den *Haftantennen* geworden, indem die beim *Metanauplius* angelegte Haftscheibe sich herausgebildet hat und funktionirt. Das *erste zweiästige Paar* ist entweder ganz zurückgetreten oder findet sich später in den *Palpen* der Oberlippe wieder. Das *zweite zweiästige Paar* ist durch die *Mandibeln* vertreten und die *hintersten* rudimentären *Anhänge* des *Metanauplius* sind wahrscheinlicherweise zu den vorderen *Maxillen* geworden. Die *Anlagen der sechs Cirrenpaare* sind zu *zweiästigen Gliedmaassen* differenzirt, deren Proto-, sowie Exo- und Endopodit aus je zwei Segmenten bestehen, die Äste mit reichem Börstchenbesatz ausgestattet. Auch das die *Furcal-*

anhänge tragende, dem Abdomen entsprechende Körperende ist ebenso gegliedert, jene in je ein langes Börstchen auslaufend.

Wenn endlich diese Cyprislarve, vermittelt der Haftantennen, sich dauernd befestigt hat, tritt das Thier in ein Stadium, welches als

5:o) *Cypris*puppe bezeichnet wird. Unter Suspendirung der Bewegung sowie der Nahrungsaufnahme finden jetzt innerhalb der Cyprisschalen die Umwandlungen Statt, welche den endlichen Übergang in das ausgebildete Cirriped vermitteln. So legen sich dort an gewissen Stellen unter den Puppenschalen die Anlagen der fünf Schalen des künftigen Cirripeden, die sogenannten Primordialplatten, an; es nimmt der Thorax bei der Ausbildung der bleibenden Cirren eine aufgerichtete Stellung gegen den unteren Rand der Puppe ein; im vorderen — einem Halse entsprechenden — Theile des Körpers bilden sich die weiblichen Generationsorgane weiter aus u. s. w.

Wo endlich der vergrößerte Halstheil als »Stiel« zwischen den Vorderrändern der Schalen hinaustritt, bei Streckung das ganze Thier gegen die Unterlage mehr oder weniger senkrecht hinaufrichtend, ist die Entwicklungsreihe beendigt und

6:o) das *Cirriped*, seinen Hauptzügen nach, zur Ausbildung gekommen.

Diesen aus morphologischen Gesichtspunkten kurz geschilderten Entwicklungsstufen eines gewöhnlichen Lepadiden liegen aber auch verschiedene *biologische* Verhältnisse zu Grunde, sowie die Umwandlung einzelner, nachweisbar homologer Körperteile der verschiedenen Stadien durch veränderte *physiologische* Aufgaben bedingt ist. Wenn nämlich von diesen letztgenannten Gesichtspunkten aus

1:o) *der soeben ausgeschlüpfte Nauplius* ins Auge gefasst wird, so giebt die noch spärliche und vor Allem kurze Börstchenausstattung der drei Paare Körperanhänge, sowie die noch nicht ausgeprägte Gliederung derselben an, dass dieses Stadium, wenigstens hauptsächlich und im Allgemeinen, innerhalb des schützenden mütterlichen Capitulum durchgemacht wird, wo immer ein

Herumkriechen oder eine beschränkte Schwimmbewegung Statt finden kann. Was aber

2:o) die nachfolgenden *Naupliusstadien* betrifft, giebt schon die seitlich verbreitete Form des Rückenschildes und die Zu- , plattung des übrigen Körpers an, dass es hier um eine Anpassung an ein im Wasser frei herumschwimmendes Leben die Frage ist, um so mehr als die einem solchen Zwecke dienlichen Körperanhänge sämtlich durch Segmentirung sowie durch verlängerte und an Zahl vermehrte Börstchen als Schwimmmorgane sich bewähren. Es könnte zwar auch erwartet werden, dass diese Börstchen, wenn schwimmfähig, gefiedert wären; solches habe ich freilich wenigstens nicht allgemein vorgefunden, jedoch kommen z. B. bei *Alcippe*, dessen Börstchen wie bei *Conchoderma* zweigliederig sind, im distalen Segment kurze Nebenbörstchen vor. Wo es aber, wie bei diesen *Nauplii*, offenbar nicht so sehr daran kommt mehr umfassende Schwimmbewegungen auszuführen, sondern hauptsächlich einem Wasserstrome sich überlassend in diesem sich schwebend zu halten, wird der Zweck schon durch die Form des Rückenschildes sowie ferner durch die breite niedergedrückte Form der nach den Seiten ausgesperrten Schwimmfüsse selbst und durch die dichte Anordnung ihrer Börstchen erreicht. Jedenfalls liefert das Auftreten dieser *Lepadiden-Nauplii* in offener See den hinreichenden Beweis ihrer Fähigkeit eines freien Wasserlebens. Daran hängt übrigens in vielen Fällen, z. B. bezüglich der *Lepas*-Arten, die Erhaltung der Art, indem für das ausgebildete *Cirriped* nur in der Meeresoberfläche herumfahrende oder -treibende Gegenstände zum Anheftungsorte dienen. Die physiologische Aufgabe der sogenannten Stirnhörner, die z. B. beim *Alcippe-Nauplius* ganz kurz, bei *Conchoderma* von der Länge des Schildes bis zur Basis des Schwanzstachels sind, in jedem Falle aber mit an ihrer Basis liegenden Drüsen in Verbindung stehen, muss ich, bei Mangel an direkten Beobachtungen, bis auf weiteres dahinstellen.

3:o) Für das *Metanauplius*-Stadium, bei welchem die drei Gliedmaassenpaare der späteren *Naupliusstadien* noch unversehrt

bleiben, gilt das oben Gesagte. Die zwar zur Anlage vorhandenen aber noch nicht funktionirenden Haftscheiben des ersten Anhangspaares liefern, wo solches nöthig wäre, noch einen indirekten Beweis für die frei herumschwimmende Natur des Metanauplius', dem es indessen offenbar obliegt, vor beginnender Häutung in das folgende Stadium, einen Gegenstand der Anheftung aufzuspüren, wenn sonst die Möglichkeit einer ferneren Entwicklung nicht ausgeschlossen sein wird.

4:o) Die biologischen Verhältnisse der *Cyprislarve* weichen schon bedeutend von den früheren ab. Die drei Paare Schwimmanhänge sind als solche verschwunden: das *erste*, indem es eine andere Funktion besorgt, nämlich die Anheftung des Körpers, was sich morphologisch durch eine besondere Ausbildung des die Haftscheibe tragenden zweiten Segmentes auf Kosten der zwei seitlich gedrängten distalen Segmente kund giebt; das *zweite*, welches entweder ganz zurückgebildet ist oder vielleicht als Labialpalpus zu den Mundtheilen in Beziehung getreten: das *dritte*, welches zweifelsohne zu Mandibel umgewandelt im Dienst der Nahrung steht. Wenn also von Seite dieser Anhänge eine Bewegung im früheren Sinne nicht mehr bewirkt werden kann, ist eine solche jedoch nicht ganz ausgeschlossen, da nämlich die bei Metanauplius rudimentären hinteren Anhänge — die künftigen Cirren — nunmehr mit gefiederten Börstchen versehen sind, während dass sie selbst eine Gliederung erfahren haben. Es geben die ventralen freien Schalenränder zu, dass die Cirren nach aussen gestreckt werden, wobei sie theils eine verhältnissmässig beschränkte Schwimmbewegung ausführen, theils zum Kriechen behülflich sein können. Mitunter heftet sich das Thier vermittelst der Antennen an einen Gegenstand fest.

5:o) Mit dem Eintritt in das folgende Stadium, dasjenige der *Cyprispuppe*, hört die Fähigkeit einer Ortsveränderung ganz auf, indem das Thier mit den Antennen sich bleibend festheftet. In wie weit die Bewegungslosigkeit auch die Cirren befällt, scheint zwar eine nähere Untersuchung verdienen, jedenfalls wird jetzt wie nachher höchstens von einem Hinaus- und Hinein-

ziehen zwischen die Schalenklappen, resp. die künftigen Capitulumränder, die Rede. Wenn eine *Lage*veränderung Statt findet, durfte sie auf eine Hebung oder Senkung des Körpers vermittelt der Haftantennen beschränkt sein.

## B. Die postembryonale Entwicklung einiger in der Tiefsee lebenden Scalpelli-Arten.

Die Lepadiden, bei denen ich eine von der gewöhnlichen abweichende Entwicklung gefunden, gehören alle der Gattung *Scalpellum* LEACH an. Mit einer Ausnahme sind sie der Wissenschaft neu und vorläufig in einer Mittheilung, betitelt: »Neue Cirripeden aus dem Atlantischen, Indischen und Stillen Ocean«, im J. 1892 beschrieben.<sup>1)</sup>

Die Entwicklungsstadien treten in allen Fällen in solcher Weise auf, dass einerseits über ihre Natur als solche, andererseits über ihre genetische Zusammenhang mit dem Cirripeden kein Zweifel entstehen kann. Sie finden sich nämlich *innerhalb des Capitulum* und zwar im vorderen Theile, d. h. gegen die Basis des Hohlraums rings um den Körper, aber besonders zu dessen Seiten gehäuft, gerade dieselbe Lage wie sonst die Eierlamellen einnehmend. Der Einwurf, sie könnten vielleicht von aussen her in das Cirriped hineingestrudelt sein, wird von dem Umstande widerlegt, dass in gewissen Fällen Eier, offenbar aus den Ovarien des Pedunkels herstammend, in verschiedenen Stadien der Entwicklung, welche in das erste hier zu beschreibende ausmünden, getroffen werden. Ebensowenig kann an Commensalen oder Epizoön oder etwa Komplementärmännchen des Cirripeden selbst gedacht werden: es spricht dagegen, ausser der soeben genannten Verhältnisse, ihr regelmässiges und massenhaftes Auftreten, die Abwesenheit ausgebildeter Formen, sowie — im letzten Falle — ihre Grösse u. s. w.

<sup>1)</sup> Öfvers. af Kongl. Vetenskaps Akademiens Förhandlingar 1892, n:o 3. Stockholm.

Es sind mir *zweierlei* Stadien vorgekommen, welche ich *zwar* nicht bei einer und derselben Cirripeden-Art getroffen habe, aber von deren Beziehung zu einander als vorhergehende und unmittelbar nachfolgende Stufen einer Entwicklungsreihe ich keinen Zweifel hegen kann.

1. Das *erste* dieser Stadien wurde innerhalb des Capitulum zweier Scalpellum-Arten, nämlich *Sc. septentrionale* mihi aus der Nordsee in 600—675 Met. Tiefe und *Sc. erosum* mihi aus dem N.W. Atlanten — 53° 34' N. Lat.; 52° 1' W. Long. — in 1800 Met. Tiefe angetroffen. Es zeichnet sich durch folgende Charaktere aus:

Der *Körper* ist seitlich zusammengedrückt, von oben oder unten her einen nach vorne ein wenig schmäleren Ellips darstellend, dessen Höhe ungefähr die Hälfte seiner Länge ausmacht. Von der Seite gesehen ist die Rückenkontur gleichmässig gebogen, nach hinten allmählig in das gerundet-kegelförmige Körperende auslaufend, nach vorne jäh zum Ventralrand herab gehend. Dieser ist nur schwach konvex, hinter der Mitte geht aber nach unten-hinten eine grosse Hautaussackung, deren Umriss von unten gesehen ellipsoidisch ist, nach hinten weiter als das Körperende hinaus gehend. Von diesem ist sie durch eine Einbuchtung getrennt. Vom Stirnrande ein wenig entfernt findet sich ein unpaariges schwarz pigmentirtes *Auge*.

Was die *Körperanhänge* betrifft, sind vor der Aussackung deren vier zu bemerken, nämlich:

a) Dem Auge am nächsten aber mehr ventral belegen jederseits ein *winziger* Dörnchen- oder Bürstchen-tragender *Höcker*, erst wenn das Thier von unten her betrachtet wird deutlich hervortretend.

b) Hinter den Höckern, der ventralen Mittellinie näher, ein *Paar einfacher*, stark entwickelter, *zweisegmentirter Anhänge*, deren proximales Segment, fast dreimal länger und um viel robuster als das distale, am Ende nach der einen Seite zu erweitert ist; das distale Segment trägt im Ende ein stumpfes und vier spitze kurze Dörnchen. Spuren von Einschnürungen

finden sich theils — eine — in der Mitte des proximalen Segments, theils — mehrere — auf dem distalen Segment. Es sind diese Anhänge allgemein ziemlich steif nach unten-hinten gestreckt.

c) Unmittelbar hinter b), der Mittellinie kaum merkbar näher, steckt ein zweites ausgebildetes Gliedmaassenpaar, einfach und fast eben so lang als das vorige aber schlanker als dieses und nach aussen zu allmählig verschmälert. In der Mitte und nahe am Ende findet sich je eine Sutur, übrigens kommen einige unvollständige, feine Börstchen tragende Einschnürungen der Kontur vor. Das Ende trägt 2 lange unterhalb der Mitte gegliederte Börstchen. Auch dieses Gliedmaassenpaar geht im Allgemeinen nach unten-hinten, scheint jedoch mehr bewegungsfähig als jenes Paar zu sein.

d) Es folgt dann zunächst ein Paar rudimentärer, zäpfchen-ähnlicher, nicht differenzirter Anhänge, die nur halb so lang wie die vorderen Paare sind.

e) Innerhalb der Aussackung oder wenigstens in deren unmittelbarer Nähe und zu deren vorderen Seite steckt hinter d) noch ein rudimentäres Anhangspaar, ebenso konisch oder zäpfchenförmig und nur die Hälfte des vorigen messend.

f) Die Hantaussackung schliesst eine hervorgestülpte Partie des hinteren Körpers ein, welche nach unten zu jederseits *sechs* noch durch Furchen getrennte, nur in den konischen Enden freie *Körperanhänge* enthält. Diese reichen bei weitem nicht zur unteren Fläche der Aussackung hin, werden aber mit dieser je durch zwei lange Endbörstchen vereint, die ihrerseits in Zähnen oder Dörnchen der Haut endigen. Hinter diesen sechs Paaren findet sich schliesslich ein Paar kürzerer, von jenen deutlich getrennter und daher mehr konischer Anhänge, welche mit in der Haut ebenso endigenden, von den übrigen divergirenden Börstchen versehen ist.

Nach dieser Skizzirung des Körpers steht es noch übrig, unter Vergleichung mit dem gewöhnlichen Entwicklungsgang der Cirripeden die Natur der Körperanhänge zu ermitteln. Die



mannigfach abweichenden Verhältnisse gestatten es nämlich nicht ohne weiteres das fragliche Stadium auf ein früher bekanntes in der Cirripedenentwicklung zurückzuführen, sondern es muss auf mehrere zugleich Rücksicht genommen werden, ja sogar die Entwicklung anderer Crustaceen mit in Betrachtung kommen.

Was denn zuerst die vordersten *winzigen Börstchenhöcker* betrifft, vertreten sie wahrscheinlich die den Cirripeden-Nauplii und -Metanauplii charakteristischen *Stirnhörner*. Als diese bei der Verwandlung in das Cyprislarvenstadium zurückgebildet werden, bleibt — wenigstens bei Lepas — nach vorne an der Grenze gegen die Ventralseite ein wenig hervorragender Höcker zurück. Auch im fraglichen Falle lässt die Lage es zu die Höcker in entsprechendem Sinne zu deuten, obgleich hier nicht von einer Rückbildung sondern von einem rudimentären Organ die Rede sein kann, da nämlich hier, in so fern dies durch das vorliegende Material entschieden werden kann, die Stirnhörner niemals zur Ausbildung gekommen sind.

Das vordere stark entwickelte Gliedmaassenpaar bewährt sich besonders durch die Enderweiterung des größeren proximalen Segments als mit dem ersten einfachen Fusspaar des Nauplius und Metanauplius, resp. den Haftantennen der Cyprislarve homolog. Wie bei dem Metanauplius der gewöhnlichen Entwicklungsreihe der Cirripeden das genannte Fusspaar ein wenig unter dem Ende die künftige Haftscheibe sehen lässt, nimmt auch hier die eigenthümliche Erweiterung nicht das Ende des Fusses sondern des proximalen Segmentes ein, während dass das Endsegment wie zur Seite gedrängt erscheint.

Das hintere entwickelte Gliedmaassenpaar dürfte, obschon einfach, dem zweiten zweiästigen Fusspaar des Nauplius und Metanauplius entsprechen und

das dritte, rudimentäre Anhangs paar ist ohne Zweifel mit dem dritten, zweiästigen Fusspaare des Nauplius oder Metanauplius, resp. dem künftigen Mandibel der Cyprisstadien und des fertigen Cirripeds homolog.

Das *vierte, rudimentäre Paar Anhänge* hat in dem zuerst bei Metanauplius der gewöhnlichen Cirripeden auftretenden vierten Paar, den *Maxillen*, ihr Gegenstück:

Die sodann folgenden, noch innerhalb der gemeinsamen Körperhaut versteckten *sechs gleichförmigen Anlagen hinterer Anhänge* vertreten die *Cirren der Cyprisstadien und des fertigen Cirripeds*.

Die *kürzeren* innerhalb derselben Aussackung liegenden *Endanhänge des Körpers* stellen die *Furcalanhänge* dar, welche als solche zuerst bei der Cyprislarve der gewöhnlichen Cirripeden auftreten.

Was also bezüglich der Natur des fraglichen Entwicklungsstadium der Tiefsee-Scalpelln sich herausstellt, ist, dass es *über die Naupliusstufe hinaus* gekommen sein muss. Es wird nämlich der *Nauplius* nicht nur der Cirripeden sondern wo er überhaupt in der Entwicklungsreihe der Crustaceen auftritt, es mag seine Leibesform auch verschieden sein, dadurch kennzeichnet, dass er nur *drei Gliedmaassenpaare* trägt, deren das vorderste ungetheilt, die beiden hinteren zweiästig sind. Es kommt aber in diesem Falle ausser diesen drei, deren Bau übrigens von der gewöhnlichen sehr abweicht, noch ein viertes, obschon wie das dritte rudimentär, vor. Der Umstand, dass dieses vierte Paar wenigstens nicht überall von der Haut sich entschieden abhebt, sondern mehr oder weniger unter der hinteren Aussackung derselben steckt, scheint anzudeuten, dass es in der That mit den Cirrenanlagen und den Furcalanhängen, die jedenfalls noch nicht über die Körperhaut sich erhoben haben, gleichen Schritt hält, also später als die drei vorderen Anhänge entsteht. Es findet dies auch in der Entwicklungsgeschichte der gewöhnlichen Cirripeden eine Stütze. Denn z. B. bei *Balanus* ist erst von dem Metanauplius bekannt, dass er ausser den drei allgemeinen Nauplius-Gliedmaassen noch ein viertes Paar, die *Maxillen*, besitzt und dass gleichzeitig auch sechs Thoraxbeinpaare — die Cirrenanlagen — sich hervorgebildet haben.

Bezüglich des ersten Erscheinens der Cirren verdient das von *Lepas australis* DARWIN bekannte Verhältniss eine be-

sondere Besprechung. Es treten hier ventral auf der Basis des Hinterstachels des Körpers nach jeder Häutung des Nauplius je ein Paar kurzer beweglicher Dörnchen oder Stacheln auf, so dass nach der letzten Häutung deren sechs Paare da sind; weiter nach hinten findet sich ein grösseres Paar unbeweglicher Dörnchen. Über die Bedeutung dieser Dörnchen sprechen DOHRX, WILLEMOES-SUHM und KORSCHOLT-HEIDER die Vermuthung aus, wir haben hier mit den Vorläufern der sechs Cirrenpaare zu thun. Es scheint mir das hier fragliche Entwicklungsstadium des Scalpellum septentrionale und des Scalpellum erosum dieses Verhältniss aufzuhellen; denn es finden sich auch hier, nämlich an der ventralen Oberfläche der Aussackung, sechs Paare gleich von einander abstehender Dörnchen und weiter nach hinten noch ein Paar, sämmtlich ganz wie bei *Lepas* nach unten-hinten gerichtet. Es kann aber zugleich ihre Beziehungen zu den unterliegenden Theilen ermittelt werden, denn, wie schon oben gesagt, laufen die langen Endborstchen der Cirrenanlagen in die sechs vorderen Dörnchenpaare, diejenigen der Furcalanhänge in das siebente Paar aus. Ohne Zweifel stehen die Dörnchen bei *Lepas australis* in ähnlicher Beziehung zum unterliegenden Gewebe, wenn schon dieses noch nicht zu deutlichen Cirrenanlagen und Furcalanhängen sich differenzirt hat. Ich kann also nicht umhin der Meinung der genannten Autoren beizustimmen, in so fern nämlich in jenem wie diesem Falle die Dörnchen die Stellen angeben, wo die sechs Thoraxbeinpaare und die Furcalanhänge angelegt werden, auch gewissermassen ihre Funktion vertreten, indem sie bei einer kriechenden Bewegung behülflich sein können.

Es fällt demnach die Vergleichung mit schon bekannten Entwicklungsstufen der Cirripeden die Entscheidung, dass *dieses erste*, innerhalb des Capitulum der genannten Scalpellum-Arten auftretende *Entwicklungsstadium* ein *Metanauplius* ist.

Es hat HOEK <sup>1)</sup> bei *Scalpellum Strömi* G. O. SARS aus dem nördlichen Atlanten — 59° 40' N. Lat.; 7° 21' W. Long.;

<sup>1)</sup> The Zoology of the voyage of H. M. S. Challenger, Part XXV: P. P. C. HOEK, Report on the Cirripedia, Systematic Part, London 1883.

in c. 950 Meter Tiefe — Eier innerhalb des Capitulum gefunden, von denen er spricht: »on studying them with the microscope I found they had passed already the Nauplius-stage, and had arrived at the Cypris-stage»<sup>1)</sup> etc. Er hat auch eine Abbildung davon geliefert, welche an das fragliche erste Stadium des Scalpellum septentrionale und des Sc. erosum viel erinnert; was besonders die Körperanhänge betrifft, findet sich dieselbe Zahl und Anordnung wie bei diesen wieder. Bei der freien Ausbildung der zwei vordersten Gliedmaassenpaare sowie der schon ausgeprägten Körperform kann ich meines theils nicht umhin dieses Stadium als ein *postembryonales* und zwar die hie und da sich abhebende Haut als die Metanauplius-Haut zu deuten, mit deren Wegfallen die jetzt unter derselben sich anlegende Cyprislarve an den Tag tritt. Bis auf weiteres muss ich also auch Scalpellum Strömi zu den Arten der Gattung rechnen, bei denen innerhalb des Capitulum ein *postembryonaler Metanauplius* vorkommt.

2. Das *zweite* der hier fraglichen Entwicklungsstadien wurde innerhalb des Capitulum dreier *Scalpellum*-Arten, nämlich *Scalp. obesum* mihi aus der Nordsee in 110 Meter Tiefe, *Scalp. cornutum* G. O. SARS aus Matotschkin Scharr und dem Kara-Meer in 55 Meter Tiefe und *Scalp. prunulum* mihi aus dem Antillenmeere bei St. Martin in 350—600 Meter Tiefe, gefunden. Es kann folgendermassen charakterisirt werden.

Der *Körper* ist seitlich stark zusammengedrückt, von einer zweiklappigen ostracodenähnlichen Schale umschlossen, deren Ventralrand fast gerade, der Dorsalrand bogenförmig, nach hinten ein wenig stärker als nach vorne abfallend. Von *Körperanhängen* kommen folgende zum Vorschein:

Vor der Körpermitte ein Paar langer viersegmentirter, im ersten Gliede nach vorne geknieter Haftantennen. Ob nach hinten davon rudimentäre Mundtheile sich finden, habe ich nicht mit Sicherheit entscheiden können.

<sup>1)</sup> l. c. Pl. VIII, Fig. 1.

*Hinter* der Körpermitte strecken sich sechs Paar Cirren zwischen die Schalen aus und zwar besteht jeder Fuss aus einem zweisegmentirten Protopodit und zweien ebenfalls mit einer Sutar versehenen Ästen, deren Endsegment mit langen Fiederbörstchen einseitig ausgestattet ist. Die Reihe der appendikulären Organe wird durch die Furcalanhänge abgeschlossen, welche aus einem länglichen Endstück und zweien kürzeren basalen bestehen; in jenem stecken zwei—drei lange Börstchen.

Über die Deutung dieses Stadium kann kein Zweifel entstehen. Die Zahl und Natur der appendikulären Organe sowie die Körperbedeckung giebt an, dass hier ein Cyprisstadium vorliegt. Der Beschaffenheit der Haftantennen sowie der Lage der inneren Organe zufolge muss es als eine *Cyprislarve*, das auf den soeben besprochenen Metanauplius unmittelbar folgende Stadium, betrachtet werden.

Nachdem aber also die Bezeichnung der beiden aufgefundenen Entwicklungsstadien dieser Tiefsee-Scalpellen festgestellt ist, muss ferner das Eigenartige in ihren *biologischen* Verhältnissen ins Auge gefasst werden.

Der Metanauplius der gewöhnlichen Cirripeden erfreut sich noch, dank sei der reichen Börstchenausstattung der drei vom Nauplius angeerbten Gliedmaassenpaare, der Fähigkeit frei herumzuschwimmen oder muss jedenfalls zu dem Plankton des Meeres gerechnet werden. Der fragliche Metanauplius *bringt sein ganzes Leben innerhalb des mütterlichen Capitulum zu*, was aus folgenden Umständen erhellt:

a) Das Vorhandensein auch des nachfolgenden Stadium innerhalb des Capitulum; es ist nämlich kaum denkbar, dass nach einer Zeit freien Herumschwärmens die Brut in solcher Menge wie die Cyprislarven dort auftreten das Capitulum der Mutter wieder aufsuche.

b) Das rudimentäre, ganz unbewaffnete dritte Gliedmaassenpaar, die Einfachheit des zweiten, die sehr spärliche Börstchenausstattung desselben Paares — nur zwei Endbörstchen — und der gänzliche Mangel einer solchen am ersten Paare; alles Um-

stände welche die Fähigkeit einer freien Bewegung nicht nur sehr beeinträchtigen müssen sondern sogar in Frage stellen.

c) Die seitliche Zusammendrückung des Körpers sowie die Richtung sämtlicher Gliedmaassen nach unten — nicht nach aussen —, was ebenfalls von den Verhältnissen der gewöhnlichen Nauplii abweicht.

Es spricht dies alles unzweideutig dafür, dass, da die Bewegungen dieses Metanauplius kaum schwimmend sein können, immer unter dem Schutze des mütterlichen Capitulum ein beschränktes Kriechen Statt findet und zwar mit Hülfe der zwei vordersten Gliedmaassenpaare, sowie vielleicht der Häkchen oder Dörnchen der hinteren Aussackung. — Die Cyprislarve ist zwar bezüglich der Bewegungsorgane besser ausgestattet als der Metanauplius, und zwar giebt die Beschaffenheit der Cirrenbörstchen sowie die deutliche Gliederung der Cirren selbst an, dass es hier sowie in Betreff der gewöhnlichen Cyprislarve von einer wirklichen Schwimmfähigkeit die Frage ist, obschon sie im Verhältniss zu derjenigen des gewöhnlichen Nauplius beschränkt sein muss und wenigstens eine Zeit lang nur innerhalb des Capitulum der Mutter zur Anwendung kommt. Es zeigt dahin das Vorkommen einer Menge der Cyprislarven auf ganz derselben Stelle wie die Metanauplii der oben genannten Arten und in gewöhnlichen Fällen die Eier. Vielleicht dauert dieses Leben bis gegen die Zeit der Häutung in die Cyprispupe, wo die Larve jedenfalls die Mutter verlässt um einen Anheftungsort aufzusuchen, welcher jedoch oft in der unmittelbaren Nähe jener, ja sogar auf ihr selbst ausgewählt wird.

---

Über beide Entwicklungsstadien werden in meiner Arbeit: »Studien über Cirripeden« Abbildungen geliefert, wo auch bei jeder Scalpellum-Art das Auftreten und die Morphologie des ihr angehörigen Stadium besprochen wird.

### C. Der muthmassliche Grund der verkürzten Entwicklung der fraglichen Scalpellum-Arten.

Nach der gemachten Vergleichung des Entwicklungsganges der gewöhnlichen Lepadiden und dieser Scalpellum-Arten stellt sich die Frage von selbst auf: *was bedingt die Verschiedenheit der Entwicklung einander so nahe stehender Thiere wie der Gattung Lepas und der Gattung Scalpellum und sogar gewisser Arten einer und derselben Gattung?*

Wohin in der organischen Welt man sich umsehen mag, scheint die Morphologie — im weitesten Sinne — des einzelnen Organismus, mit der Physiologie und Biologie zusammen, dahin zu zielen die Erhaltung der Art wo möglich gut zu sichern. Es wird aber diese Sicherung durch weit verschiedene Mittel erreicht und zwar durch die vielfachen Anpassungen der Morphologie, sei es des fertigen oder des sich entwickelnden Organismus an die für jeden Fall charakteristischen biologischen Bedingungen. Um nur ein in diesem Zusammenhang nahe liegendes Beispiel vorzuführen, kommt bei den parasitischen *Rhizocephalen*, z. B. *Peltogaster*, eine im Verhältniss zur Körpergrösse ungeheure Menge von Eier zur Entwicklung, was augenfällig dadurch begründet wird, dass die ausschwärmende Brut, der es gerade obliegt die Anheftungsorte, d. h. in diesem Falle die Einsiedlerkrebse, aufzusuchen, bei solchem Streben wegen der vereinzelt und versteckten Lebensweise der Wirthe in beträchtlicher Zahl zu Grunde gehen muss, so dass nur ein geringer Prozent zur Ausbildung kommen kann.

Ein Gegenstück dieses Verhaltens tritt uns in der Entwicklungsweise der Gattung *Lepas* entgegen. Es wird z. B. von *Lepas fascicularis* ELLIS et SOL. gesagt,<sup>1)</sup> seine Eierlamellen enthalten bis zu 4,000 Eier. Wie die übrigen Arten der Gattung gehört er dem offenen Meere und zwar dessen Oberfläche

<sup>1)</sup> BURMEISTER, H., Beiträge zur Naturgeschichte der Rankenfüssler. Berlin 1834.

an — wie es scheint, noch mehr ausschliesslich als die übrigen —, indem er nur den winzigsten herumtreibenden Gegenstand wie einen Feder, ein Tangstück oder seines Gleichen bedarf, um je unter Hülfe der eigenthümlichen luftgefüllten Absonderung in der Oberfläche schwebend sich aufzuhalten. Er weicht nämlich in so fern von den anderen ab, dass er nicht jeden im Wasser fahrenden Gegenstand, wie grössere Holzstücke oder Schiffe, zum Anheftungsort wählt, da in solchem Falle der Luftball seine Bedeutung verlieren würde. Bei solcher Lebensweise kann *einerseits* die ungeheure Eiermenge nicht befremden, indem die frei hinausschwärmende Brut, dem Spiele der Wellen und Strömungen überlassen und zugleich dem Nachsetzen der Fische und mancher niederen Raubthiere des Plankton blossgestellt zu Hunderten vernichtet werden muss, ehe sie nach durchgemachter Entwicklung eine Anheftungsort gefunden. *Andrerseits* muss eingeräumt werden, dass der aus dem Eie entschlüpfende Lepas-Nauplius vorzügliche morphologische wie physiologische Voraussetzungen hat um das Ziel seiner Entwicklung zu verfolgen. Von *jenen* ist zu bemerken: die dorsoventral abgeplattete Körperform, welche dem Schweben oder Herumschwimmen den kleinsten denkbaren Widerstand leistet, die ausgeprägte Dörnchen- oder Stachelbewaffnung des Körpers, die Einlenkung der geplatteten Gliedmaasse seitlich am Körper, ihre reiche Börstenausstattung u. s. w. Von *diesen* hat vor Allem die Schwimmfähigkeit Bedeutung, ferner die durch die fadenförmigen Anhänge zur Seite des Auges, sowie durch die Stirnhörner vermittelten Fähigkeiten, deren wenigstens die erstgenannte sensativer Natur ist.

Wenn wir sodann die biologischen Verhältnisse der genannten *Scalpellum*-Arten näher ins Auge fassen, ergiebt sich, dass sie ohne Ausnahme den oberflächlichen Wasserschichten fremd sind und zwar deren vier nicht oberhalb 350 Meter — aber nach unten bis zu 1,800 Meter — angetroffen worden. Nur zwei sind in höheren Schichten gefunden, nämlich *Scalpellum obesum* in 110 Meter und *Scalpellum cornutum* in 55 Meter; jedoch ist zu bemerken, dass die letztgenannte Art nur in arktischen Ge-



wässern, nämlich in dem Kara-Meere und dem Matotschkin Scharr getroffen ist, welche, nach anderen Zeichen zu urtheilen, wahrscheinlich in geringeren Tiefen dem Leben ähnliche Bedingungen darbieten wie das Atlantermeer in den grösseren. Der Anheftungsort ist fast regelmässig Hydroidenröhrchen, nur ausnahmsweise Kalkbryozoen oder Muscheln.

Vorausgesetzt nun, dass die Entwicklung dieser Scalpellen ganz wie gewöhnlich ablief, würden die aus dem Eie entschlüpfenden Nauplii sofort frei werden um nach einer Zeit des Herumschwimmens oder -Treibens sich auf dem Boden in der Tiefe zu befestigen. Mit derselben Leichtigkeit wie die oberflächlichen Lepadiden-Nauplii würden sie auch von den niederen Strömungen des Meeres gefasst werden, aber dadurch nicht nur weit vom Geburtsorte, sondern sehr wahrscheinlich auch in andere Wasserschichten empor, die auf sie vernichtend wirkten, gebracht werden. Oder wäre auch dies nicht der Fall, könnten sie vielleicht zur Zeit der Umwandlung nicht einen für sie geeigneten Anheftungsort wieder finden. Wer sich die beträchtliche physikalische und chemische Verschiedenheit des oberflächlichen Meereswassers und desjenigen aus einer Tiefe von 350—1,800 Meter vergegenwärtigt, und zugleich die Empfindlichkeit nicht nur dieser zarten Geschöpfe und des Planktons im Allgemeinen, sondern der Meeresvertebraten überhaupt gegen einen auch nur geringen Wechsel der Temperatur hat kennen lernen, dem wird es nicht verwundern, wenn bei gleicher Entwicklung und bei derselben Bewegungsfähigkeit der Tiefseeformen wie der oberflächlichen jene bald erloschen sein würden.

Es hat aber die Ontogenie dieser Tiefsee-Scalpellen — die Ursache mag nun die genannte oder zugleich andere sein — auf einen Weg eingeschlagen, der für diesen besonderen Fall sicher zum Ziele, d. h. der Erhaltung der Art, führt. Es werden nämlich 1:o) die Nauplius-Stadien schon im Eie durchgemacht; 2:o) ist das erste postembryonale Stadium, der Metanauplius, einer Schwimmbewegung unfähig — was hinreichend durch die Form und Bewaffnung der Gliedmaassen sich kund giebt — und ist

demnach ganz auf das Capitulum der Mutter zum Aufenthaltsort hingewiesen; 3:o) bringt auch das zweite postembryonale Stadium, die Cyprislarve, wenigstens zum Theil sein Leben innerhalb des Capitulum der Mutter zu, und besitzt jedenfalls, als er dieses verlässt, nur beschränkte Fähigkeit einer Ortsveränderung.

Die oft zahlreich auf demselben Hydroide auftretenden, nicht gleichalterigen Exemplare derselben Art scheinen anzudeuten, dass die austretenden Cyprislarven oft in der unmittelbaren Nähe der Mutter als Puppen sich fest heften um sich sodann in das fertige Cirriped umzuwandeln. Es liegt also hier, den gewöhnlichen Lepadiden gegenüber, ein Beispiel *theils* einer verkürzten postembryonalen Entwicklung, indem das ganze Nauplius-Stadium in das Ei verlegt ist, *theils* einer morphologisch und physiologisch veränderten Metanauplius, theils endlich einer biologisch eigenthümlichen Cyprislarve, was alles durch die Lebensweise des ausgebildeten Cirripeden bedingt zu sein scheint.

Auffallend genug bieten sich innerhalb einer anderen Crustaceenordnung, derjenigen der *Ostracoden*, analoge Verhältnisse dar. Innerhalb der Familie der *Cypriden* werden allgemein sechs Entwicklungsstadien durchgemacht, ehe das geschlechtsreife Thier fertig da ist. Bei den *Cytheriden* dagegen ist die Entwicklung dermassen verkürzt, dass sie in einem dem vierten der Cypriden entsprechenden Stadium das Ei verlassen; es sind vier Paare vorderer Gliedmaasse — die beiden Antennen, die Mandibeln und Maxillen —, ganz wie bei dem Cirripeden-Metanauplius angelegt und ausserdem sind zwei Beinpaare unter Anlegung. Von den *Cypridiniden* ist ferner wahrscheinlich dass, als sie aus dem Eie kommen, ihr Bau derjenigen des ausgebildeten Thieres ziemlich ähnlich ist; und was die *Halocypriden* betrifft, ist die Metamorphose noch mehr verkürzt, indem sie mit der völligen Gliedmaassenzahl ausgestattet das Ei verlassen.

Bemerkenswerth ist nun, dass die beiden letztgenannten Familien, gegenüber der ersten, hauptsächlich durch Tiefseeformen vertreten sind; und zwar liegt der Gedanke nahe, es

haben hier, wie unter den Cirripeden, ähnliche biologische Faktoren ähnliche Wirkungen hervorgerufen.

---

Es kann folglich die oben aufgestellte Frage kürzlich folgendermassen beantwortet werden: *Die Gattung Lepas und die oben besprochenen Tiefseeformen der Gattung Scalpellum stehen als derartige Zeugnisse einer Anpassung an verschiedene biologische Verhältnisse da, welche auch von Seite der Ontogenie morphologisch sehr nahe verwandter Thiere abgelegt werden können.*

---

## Contributions à la connaissance des spectres linéaires.

Par J. R. RYDBERG.

[Communiqué le 13 decembre 1893 par B. HASSELBERG.]

### IV. Comparaison entre les spectres du Calcium et du Strontium.

1. En examinant les résultats jusqu'ici obtenus au sujet de la constitution des spectres linéaires, on est obligé de faire remarquer que les raies qui appartiennent aux groupes nébuleux et aux groupes étroits ne forment qu'une partie assez petite de tout le nombre des raies observées. Il est vrai qu'il y a aussi d'autres raies qui semblent liées entre elles par des relations de la même espèce que les raies déjà étudiées. Nous avons p. ex. chez les éléments bivalents les doublets forts (Recherches, pag. 100) et les triplets aux petites différences de vibration qu'ont trouvés M.M. KAYSER et RUNGE (IV, pag. 20, 34). Mais ces raies ne sont pas encore rangées en séries et on ne connaît pas leurs relations avec les autres.

Avant de procéder à des recherches spéciales de ces groupes nouveaux, il sera très utile de faire une étude comparative des spectres qui se ressemblent assez pour qu'on puisse reconnaître sans difficulté les raies qui se correspondent dans les groupes différents.

Pour le moment je me bornerai à une comparaison entre les spectres du Calcium et du Strontium, lesquels contiennent dans les parties étudiées beaucoup de raies de la correspondance desquelles on ne saurait douter, bien qu'on ne connaisse pas leurs places dans le système de vibrations.

2. Nous commencerons par citer dans des colonnes parallèles les nombres d'onde des groupes de différences constantes

de vibration qui se correspondent dans les deux spectres, en ordonnant les raies de manière à pouvoir reconnaître leurs relations réciproques. En même temps nous donnerons les doublets et les triplets de chaque espèce qui n'ont été observés que chez l'un des éléments pour indiquer dans quelles parties du spectre il faut chercher de nouvelles raies chez l'autre.

Dans les spectres du *Ca* et du *Sr* on connaît à présent trois espèces de groupes à différences constantes de vibration et, en outre, une raie isolée très intense chez chaque élément qui doit former le premier groupe. Le deuxième groupe comprend des doublets, le troisième et le quatrième des triplets. Nous les traiterons dans l'ordre déterminé par la grandeur des différences de vibration, lesquelles sont données au commencement de chaque groupe d'après les déterminations les plus exactes. Les indications de l'intensité et du caractère des raies qu'on trouve auprès des nombres d'onde sont en général celles de M.M. KAYSER et RUNGE. L'échelle va en tombant de 1 à 6, *s* signifie étroit, *d* nébuleux, *d<sub>r</sub>* et *d<sub>v</sub>* nébuleux du côté rouge et du côté violet resp., *r* interverti. <sup>1)</sup>

### 3. Premier groupe.

Je donnerai d'abord deux raies simples qui, dans certains cas, sont les plus fortes des deux spectres. Leur correspondance semble démontrée par la place et le caractère des raies.

<i>Ca</i>		<i>Sr</i>
(1 <i>r</i> ) 23657.94		(1 <i>r</i> ) 21703.65

Ce qui parle le plus en faveur de la supposition que ces raies n'ont pas de satellites équidistants, c'est qu'il n'y a dans toute l'étendue des spectres aucune raie qui leur soit comparable en intensité à des températures moins élevées p. ex. dans la flamme d'un brûleur de BUNSEN. Il en est de même pour la raie correspondante 2852.22 de *Mg*. Ces raies appartiennent peut-être à quelque série à raies simples.

<sup>1)</sup> Les longueurs d'onde des raies et les noms des auteurs se trouvent dans la table à la fin de ce mémoire.

4. *Deuxième groupe.*

<i>Ca</i>	<i>Sr</i>
$\nu = 223.03$	$\nu = 801.40$

*Doublets composés.*

1	2	1	2
2 (4s) 31432.70 223.09 (3s) 31655.79	(3d) 28776.90 801.11 (2s) 25698.93		
19.28	86.63		
1 (3s) 31451.98	(2s) 28863.53		

Ces doublets semblent formés de la même manière que les doublets ou triplets composés des groupes nébuleux (voir Contributions, III, pag. 516, 517).

*Doublets simples.*

(1r) 25420.51    222.90    (1r) 25197.61	(1r) 24522.54    801.46    (1r) 23721.08
(4s) 26758.86    223.10    (4s) 26981.96	(3s) 23225.57    801.63    (3s) 24027.20

De ces deux doublets le premier comprend des raies qui, à des températures élevées, sont les plus intenses de tout le spectre. Le composant le plus réfrangible est ici plus fort que l'autre, ce qui rend probable qu'on doit compter les nombres d'onde négativement de la même manière que p. ex. dans les séries principales des métaux alcalins (Recherches, pag. 62). L'autre doublet consiste en des raies étroites beaucoup plus faibles, dont la moins réfrangible est plus forte que l'autre.

Outre ces doublets il y en a encore trois chez *Ca*, observés dernièrement par M.M. EDER et VALENTA.<sup>1)</sup> Voici les nombres d'onde et leurs différences:

(4) 45283.7	218.4	(3) 45602.1
(1) 46882.3	220.9	(1) 47103.2
(3) 47328.3	218.3	(2) 47546.6

Sans doute ces doublets forment avec les précédents des séries, bien qu'il ne semble pas possible à présent d'en déterminer les équations. Des raies correspondantes n'ont pas été vues chez *Sr*.

<sup>1)</sup> Phot. Corresp., 1893, pag. 59. L'échelle des intensités monte de 1 à 10.

5. *Troisième* $\bar{Ca}$ 

$$r_1 = 105.95, r_2 = 52.16$$

*Triplets*

Nous donnerons d'abord les triplets composés qui forment les

	1	$r_1$	2	$r_2$	3
4	—		—		—
3	(4s) 22437.57 3.68	105.97	(2r) 22543.54 3.71	52.21	(1r) 22595.75
2	(2r) 22441.25 5.59	106.00	(1r) 22547.25		
1	(1r) 22446.84				
3	—		—		(2r) 27592.68
2	—		(2r) 27541.99		
1	(1r) 27438.98				
3	—		—		(3d <sub>e</sub> ) 29899.92
2	—		(2d <sub>e</sub> ) 29848.79		
1	(2d <sub>e</sub> ) 29744.91				
	(4d <sub>e</sub> ) 31000.64		(4d <sub>e</sub> ) 31102.75		(5d <sub>e</sub> ) 31155.75
	(5d) 31737.47		(5d) 31837.91		(6d) 31897.01
	—		—		—

Des quatre derniers triplets de *Ca* et des deux qui précèdent le d'après l'analogie qu'ils sont composés de la même manière que les

Il y a encore dans chacun des deux spectres deux triplets de constitution nouvelle.

2	(2r) 23154.58 86.75	105.89	(3s) 23260.47 86.78	52.21	(2r) 23312.68
1	(1r) 23241.88	105.92	(2r) 23347.25		
3	—		(2r) 33322.49 13.43		—
2	(3r) 33230.02 25.96	105.90	(3r) 33335.92 25.99	52.24	(3r) 33388.16
1	(1r) 33255.98	105.93	(1r) 33361.91		

groupe.

 $Sr$ 

$$\nu_1 = 394.30, \nu_2 = 186.88$$

composés.

groupes nébuleux.

1	$\nu_1$	2	$\nu_2$	3
(6s) 20102.62 10.76		—		—
(4s) 20113.88 15.05	394.25	(2r) 20507.68 15.05	186.80	(1r) 20694.48
(2s) 20128.43 23.09	394.25	(1r) 20522.68		
(1r) 20151.52				
—		(4d) 25187.96 4.64	186.89	(4dr) 25374.85
(4dr) 24798.45 12.68	394.15	(4s) 25192.60		
(3dr) 24811.13				
—		(5d) 27368.02 4.34	186.64	(4s) 27554.66
—		(4d) 27372.36		
(3d) 26984.14				
(3d) 28185.53		(3d) 28576.33		(5d) 28757.70
(6d) 28920.96		(6d) 29311.59		(6d) 29497.74
(6d) 29408.39		—		—

dernier de  $Sr$  on ne connaît que trois raies, mais il faut supposer autres.

posés d'une autre espèce. Ils appartiennent probablement à une série

(2r) 20506.57 274.71	394.42	(3s) 20900.99 274.55	186.83	(3s) 21087.82
(1r) 20781.28	394.26	(2s) 21175.54		
—		(2s) 30028.68 70.77		—
(2s) 29705.06 133.66	394.39	(2s) 30099.45 133.59	186.97	(2s) 30286.42
(1r) 29838.72	394.32	(1r) 30233.04		



L'accord parfait entre les valeurs de  $\nu_1$  et  $\nu_2$  de ces triplets est probable. En considérant le caractère et l'intensité des raies, l'ana- immédiatement le premier triplet du groupe nébuleux, le deuxième est de citer dans le deuxième groupe. Chez les deux éléments la constitu- distance entre le triplet simple et le doublet qui l'accompagne est placées par conjecture en vertu de l'accord entre les différences 25.98. sont resp. 1.93 et 1.89.

Triplets

Ca

1	$\nu_1$	2	$\nu_2$	3
(1r) 16227.29	106.01	(1r) 16333.30	52.11	(2r) 16385.41
(3d <sub>r</sub> ) 25164.26	105.94	(3d <sub>r</sub> ) 25270.20	52.09	(4d <sub>r</sub> ) 25322.29
(3d <sub>r</sub> ) 28671.70	105.44	(4d <sub>r</sub> ) 28777.14	52.27	(4d <sub>r</sub> ) 28829.41
(4d <sub>r</sub> ) 30429.72	105.75	(5d <sub>r</sub> ) 30535.47	52.02	(5d <sub>r</sub> ) 30587.49
[(4s) 31432.70]	—	(6d) 31543.45	—	[(6d) 31576.12]
(6d) 32074.51	106.78	(6d) 32181.29	57.26	(6d) 32238.55

Ces triplets forment les groupes étroits. Le premier des triplets servés (voir Contributions, II, pag. 509), de même que le troisième de Ca, le premier composant doit être caché par la raie plus forte dessus), le troisième composant est très incertain.

6. Quatrième

Ca

$$\nu_1 = 21.77, \nu_2 = 13.95$$

Triplets

	1	$\nu_1$	2	$\nu_2$	3
4					—
3			(2s) 17847.39 26.86	13.96	(2d) 17861.35 26.78
2	(2s) 17852.33 40.09	21.92	(1d) 17874.25 39.96	13.88	(2s) 17888.13
1	(1s) 17892.42	21.79	(2s) 17914.21		
3					(3s) 19002.45 1.98
2			(2s) 18990.50 4.80	13.93	(3s) 19004.43 4.88
1	(1s) 18973.71	21.59	(3s) 18995.30	14.01	(4s) 19009.31
3	—		—		(2s) 21839.69
2	—		(2s) 21826.15		
1	(1s) 21804.92				
	(4d <sub>r</sub> ) 24397.27	21.26	(5d <sub>r</sub> ) 24418.53	13.84	(5d <sub>r</sub> ) 24432.37

celles des autres pourrait suffire pour rendre leur correspondance fort logie devient encore plus évidente. Le premier de ces triplets suit situé du côté le plus réfrangible du doublet composé que nous venons de ces triplets semble la même. Dans le plus réfrangible la moindre que dans l'autre. Les raies isolées dans la ligne 3 ont été 13.43 chez *Ca* et 133.63, 70.77 chez *Sr*; les quotients de ces nombres *simples*.

*Sr*

1	$\nu_1$	2	$\nu_2$	3
14143.47	394.58	14538.05	187.10	14725.15
(3d) 22531.56	394.39	(3d) 22925.95	186.89	(4s) 23112.84
—	—	—	—	—
(5s) 27558.69	394.18	(6s) 27952.87	—	—
(5d) 28533.11	395.55	(6s) 28928.66	—	—
—	—	—	—	—

de *Sr* est nouveau; le troisième et le sixième ne sont pas encore ob-  
composant du quatrième et du cinquième. Quant au cinquième triplet  
31432.70, qui appartient cependant au deuxième groupe (voir ci-  
*groupe*.

*Sr*

$$\nu_1 = 100.43, \nu_2 = 59.77$$

*composés*.

1	$\nu_1$	2	$\nu_2$	3
				(3d) 18039.18
				70.13
		(3s) 18049.62	59.69	(2s) 18109.31
		117.40		117.68
(3s) 18066.81	100.21	(1s) 18167.02	59.97	(2s) 18226.99
177.54		177.97		
(1s) 18244.35	100.64	(2s) 18344.99		
				(2s) 19137.47
				10.33
		(1s) 19088.49	59.68	(2s) 19148.17
		33.72		33.80
(1s) 19021.82	100.39	(2s) 19122.21	59.76	(4s) 19181.97
		(4d) 20536.43	59.76	(3d) 20596.19
		1.96		
(4d) 20437.91	100.48	(3d) 20538.39		
2.75				
(2s) 20440.66				
(3d <sub>r</sub> ) 23052.10	99.32	(4d <sub>r</sub> ) 23151.42	58.57	(5d <sub>r</sub> ) 23209.99

Il est très vraisemblable que les deux derniers triplets de *Ca* et le dernier triplet de *Sr* sont aussi composés, les valeurs de  $\nu_1$  et  $\nu_2$  étant un peu inférieures aux valeurs régulières des précédents. Entre les raies de *Ca* mesurées par M. THALÉN il y en a encore trois qui semblent former un triplet de la même espèce, savoir

23507.8    22.7    23530.5    12.8    23543.3.

Des raies correspondantes de *Sr* n'ont pas été observées, mais on trouve en retour chez cet élément trois doublets qui peut-être correspondent aux deux premiers composants des triplets du quatrième groupe. Ils sont

31246.1	100.9	31347.0
31258.8	95.0	31353.8
31422.8	100.1	31522.9.

7. En comparant maintenant les quatre groupes de raies que nous avons rangés d'après les différences de vibration, nous trouverons plusieurs régularités qui indiquent que nous avons affaire aux parties d'un seul et même système de vibrations. En même temps une étude détaillée des différences de vibration dans les deux spectres ne pourra manquer d'appuyer l'exposé précédent de la correspondance des raies spéciales.

Le tableau suivant contient les valeurs de  $\nu$  des doublets du deuxième groupe et les valeurs de  $\nu_1$  et  $\nu_2$  des groupes 3 et 4, rangées d'après leur grandeur avec les quotients des nombres consécutifs d'un même élément et des nombres correspondants des spectres différents.

Groupe	2	3					4			
	Différence de vibration	$\nu$	$\frac{\nu}{\nu_1}$	$\nu_1$	$\frac{\nu_1}{\nu_2}$	$\nu_2$	$\frac{\nu_2}{\nu_1}$	$\nu_1$	$\frac{\nu_1}{\nu_2}$	$\nu_2$
<i>Ca</i>	223.08	2.105	105.95	2.081	52.16	2.896	21.77	1.561	13.95	
$\frac{Sr}{Ca}$	3.593		3.722		3.583		4.593		4.285	
<i>Sr</i>	801.40	2.032	394.30	2.110	186.88	1.861	100.43	1.680	59.77	
$\frac{Ba}{Sr}$	2.110		2.228		1.982		3.795		3.037	
<i>Ba</i>	1691.2	1.925	878.5	2.372	370.4	0.972	381.1	2.100	181.5	

Pour faire voir la marche de la variation des quotients j'ai ajouté les nombres correspondants de *Ba*, du spectre duquel élément je donnerai dans peu de temps une exposition détaillée. Nous voyons que l'accroissement ou la diminution des valeurs de  $\nu$  et des quotients se continue de la même manière de *Sr* à *Ba* que de *Ca* à *Sr*.

La meilleure méthode de montrer la correspondance des différents groupes de raies des deux spectres serait sans doute de les ordonner en séries. Mais bien que nous soyons convaincus par l'analogie qu'il y a des séries dans tous les groupes, il ne nous a pas été possible de les reconnaître, un assez grand nombre des doublets et des triplets des groupes 2 et 4 n'étant pas encore connus. Il ne nous reste donc qu'à comparer les différences de vibration dans les triplets composés.

Dans les deux triplets du groupe 3 qui n'appartiennent pas aux séries déjà connues nous avons les différences suivantes

<i>Ca</i>	86.77	25.98	13.43
<i>Sr</i>			
$\frac{Sr}{Ca}$	3.17	5.14	5.27
<i>Sr</i>	274.63	133.63	70.77

Les deux quotients du dernier triplet sont à peu près égaux, le premier est moindre; mais ils sont tous du même ordre de grandeur que les quotients déjà cités des valeurs de  $\nu$ .

Dans le groupe 4 nous avons de même les différences correspondantes

<i>Ca</i>	40.03	26.82	4.84	1.98
<i>Sr</i>				
$\frac{Sr}{Ca}$	4.44	4.38	6.98	5.22
<i>Sr</i>	177.76	117.54	33.76	10.33

Le troisième des quotients est le plus grand de tous, mais en général on peut dire qu'il existe une proportionnalité approximative entre les différences de vibration des groupes correspondants des deux spectres de sorte qu'on pourrait obtenir une idée très

exacte des doublets et des triplets de *Sr* en multipliant les différences de *Ca* par 4, moyenne approximative des quotients calculés. En outre nous voyons que tout le spectre de *Sr*, excepté les deux premiers triplets du groupe 4, semble déplacé de la partie la moins réfrangible. Les différences des nombres d'onde des raies correspondantes des deux spectres varient assez, mais vont en montant avec les nombres d'onde eux-mêmes; pour la plupart des raies elles sont situées entre 1,500 et 3,500. Les deux premiers triplets du groupe 4 chez *Ca* commencent immédiatement auprès des groupes correspondants de *Sr*, mais du côté rouge, contrairement à toutes les autres raies examinées.

Il nous reste à faire remarquer que les différents groupes de raies deviennent de plus en plus compliqués en même temps que les valeurs des différences de vibration diminuent. Pour ne pas parler de la raie isolée du premier groupe, les doublets du groupe 2 sont les plus simples, contenant trois raies au plus. Entre les triplets du groupe 3 il semble y en avoir de simples aussi bien que de composés, mais dans le groupe 4 tous les triplets connus sont sans doute composés. En outre dans ce groupe la constitution des triplets varie plus que dans le groupe précédent.

8. Pour retrouver plus facilement les raies qui se correspondent toutes les raies examinées sont rangées dans le tableau suivant d'après les longueurs d'onde des raies de *Ca*. Le groupe où appartient une raie est indiqué par des chiffres romains.

Groupe.	<i>Ca</i>			<i>Sr</i>		
	$\lambda$	$n$	Obs.	$\lambda$	$n$	Obs.
III	6162.46	16227.29	K.R.	7070.4	14143.47	Rbg.
III	6122.46	16333.30	"	6878.5	14538.05	"
III	6102.99	16385.41	"	6791.1	14725.15	"
IV	—	—	—	5543.49	18039.18	K.R.
IV	5603.06	17847.89	"	5540.28	18049.62	"
IV	5601.51	17852.33	"	5535.01	18066.81	"
IV	5598.68	17861.35	"	5522.02	18109.31	"

Groupe.	Ca			Sr		
	$\lambda$	n	Obs.	$\lambda$	n	Obs.
IV	5594.64	17874.25	K.R.	5504.48	18167.02	K.R.
IV	5590.80	17888.13	»	5486.87	18226.99	»
IV	5588.96	17892.42	»	5481.15	18244.35	»
IV	5582.16	17914.21	»	5451.08	18344.99	»
IV	5270.45	18973.71	»	5257.12	19021.82	»
IV	5265.79	18990.50	»	5238.76	19088.49	»
IV	5264.46	18995.30	»	5229.52	19122.21	»
IV	5262.48	19002.45	»	5225.35	19137.47	»
IV	5261.98	19004.48	»	5222.43	19148.17	»
IV	5260.58	19009.81	»	5213.23	19181.97	»
IV	—	—	—	4892.868	20437.91	Rbg.
IV	4586.12	21804.92	»	4892.211	20440.66	»
IV	—	—	—	4869.896	20536.48	»
IV	4581.66	21826.15	»	4868.932	20538.89	»
IV	4578.82	21839.69	»	4855.267	20596.19	»
III	—	—	—	4974.475	20102.62	»
III	4456.81	22437.57	»	4971.816	20113.88	»
III	4456.08	22441.25	»	4968.097	20128.48	»
III	4454.97	22446.84	»	4962.405	20151.52	»
III	4435.86	22543.54	»	4876.234	20507.63	»
III	4435.13	22547.25	»	4872.658	20522.68	»
III	4425.61	22595.75	»	4832.219	20694.43	»
III	4318.80	23154.58	»	4876.486	20506.57	»
III	4302.68	23241.33	»	4812.022	20781.28	»
III	4299.14	23260.47	»	4784.463	20900.99	»
III	4289.51	23312.68	»	4742.073	21087.82	»
III	4283.16	23347.25	»	4722.480	21175.54	»
IV	4253.9	23507.8	Th.	—	—	—
IV	4249.8	23530.5	»	—	—	—
IV	4247.5	23543.3	»	—	—	—
I	4226.91	23657.94	K.R.	4607.52	21703.65	K.R.
IV	4098.82	24397.27	»	4338.00	23052.10	»
IV	4095.25	24418.53	»	4319.39	23151.42	»
IV	4092.93	24432.37	»	4308.49	23209.99	»
III	3973.89	25164.26	»	4438.22	22531.56	»
II	3968.63	25197.61	»	4215.66	23721.08	»

Groupe.	Ca			Sr		
	$\lambda$	$n$	Obs.	$\lambda$	$n$	Obs.
III	3957.28	25270.20	K.R.	4361.87	22925.95	K.R.
III	3949.09	25322.29	,	4326.60	23112.84	,
II	3933.83	25420.51	,	4077.88	24522.54	,
II	3737.08	26758.86	,	4305.60	23225.57	,
II	3706.18	26981.96	,	4161.95	24027.20	,
III	—	—	—	4032.51	24798.45	,
III	3614.45	27438.98	,	4030.45	24811.18	,
III	—	—	—	3970.15	25187.96	,
III	3630.82	27541.99	,	3969.42	25192.60	,
III	3624.15	27592.68	,	3940.91	25374.85	,
III	3487.76	28671.70	,	—	—	—
III	3474.98	28777.14	,	—	—	—
III	3468.68	28829.41	,	—	—	—
III	3361.92	29744.91	,	3705.88	26984.14	,
III	—	—	—	3653.90	27368.02	,
III	3350.22	29848.79	,	3653.82	27372.36	,
III	3344.49	29899.92	,	3629.15	27554.66	,
III	3286.26	30429.72	,	3628.62	27558.69	,
III	3274.88	30535.47	,	3577.45	27952.87	,
III	3269.81	30587.49	,	—	—	—
III	3225.74	31000.64	,	3547.92	28185.53	,
III	3215.15	31102.75	,	3499.40	28576.38	,
III	3209.68	31155.75	,	3477.33	28757.70	,
II	3181.40	31432.70	,	3475.01	28776.90	,
III	—	—	—	3504.70	28533.11	,
II	3179.45	31451.98	,	3464.58	28863.58	,
III	3170.23	31543.45	,	3456.78	28928.66	,
III	3166.95	31576.12	,	—	—	—
II	3158.98	31655.79	,	3380.89	29578.01	,
III	3150.85	31737.47	,	3457.70	28920.96	,
III	3140.91	31837.91	,	3411.62	29311.59	,
III	3135.09	31897.01	,	3390.09	29497.74	,
III	3117.74	32074.51	,	—	—	—
III	3107.96	32181.29	,	—	—	—
III	3101.87	32238.55	,	—	—	—
III	—	—	—	3400.39	29408.89	,

Groupe.	Ca			Sr		
	$\lambda$	$n$	Obs.	$\lambda$	$n$	Obs.
III	3009.827	33230.02	Rld.	3386.43	29705.06	K.R.
III	3006.978	33255.98	„	3351.85	29838.72	„
III	3000.976	33322.49	„	3330.15	30028.68	„
III	2999.767	33335.92	„	3322.32	30099.45	„
III	2997.480	33361.91	„	3307.64	30233.04	„
III	2995.074	33388.16	„	3301.81	30286.42	„
IV	—	—	—	3200.4	31246.1	„
IV	—	—	—	3199.1	31258.8	„
IV	—	—	—	3190.1	31347.0	„
IV	—	—	—	3189.4	31353.8	„
IV	—	—	—	3182.4	31422.8	„
IV	—	—	—	3172.3	31522.9	„
II	2208.3	45283.7	E.V.	—	—	—
II	2197.6	45502.1	„	—	—	—
II	2133.0	46882.3	„	—	—	—
II	2123.0	47103.2	„	—	—	—
II	2112.9	47328.8	„	—	—	—
II	2103.2	47546.6	„	—	—	—

La plupart des longueurs d'onde sont données d'après M.M. KAYSER et RUNGE (IV).<sup>1)</sup> Pour le triplet composé ultra-violet du groupe 3 de Ca je me suis servi des déterminations plus complètes de M. ROWLAND (Phil. Mag., (5) 36, pag. 49). Dans le spectre du Sr j'ai mesuré préliminairement la partie 5,000—4,700. Outre les raies déjà connues j'ai trouvé que la raie 4876.35 de M.M. KAYSER et RUNGE est double. Les composants, dont le plus réfrangible est un peu plus intense que l'autre, sont tous les deux très facilement intervertis. Les longueurs d'onde sont 4876.234 et 4876.486, la moyenne desquelles 4876.36 correspond à la valeur précédente. Appuyé sur la corres-

<sup>1)</sup> Pour les raies 5588.96 et 3136.09, où dans les tables de M.M. KAYSER et RUNGE les longueurs d'onde ne sont pas d'accord avec les nombres de vibrations, je me suis servi du nombre qui m'a paru le plus probable.



pondance des raies, j'avais déjà calculé les deux composants avant de les chercher, de même que les autres raies nouvelles. La raie 4974.475 possède un intérêt spécial, car c'est la première raie connue qui forme un quatrième terme de la première raie composée d'un triplet. Ce fait vient confirmer mes opinions sur la constitution des triplets composés (Contributions, III, pag. 519, 520). Cette raie qui semble trop faible pour être photographiée ne se montre que dans les moments où l'éclat de l'arc électrique s'augmente brusquement. Le triplet simple de *Sr* dans le rouge, premier terme connu du groupe étroit de cet élément, a déjà été mesuré par M. HUGGINS, mais les longueurs d'onde (7108, 6885, 6790) qu'il a trouvées s'éloignent trop des vrais nombres pour en pouvoir reconnaître la relation. Les déterminations préliminaires que j'ai données doivent suffire à présent pour établir la correspondance des raies en question.

9. En comptant toutes les raies mesurées dans les spectres de *Ca* et de *Sr* et celles dont la correspondance est mise hors de doute, il nous en reste encore un assez grand nombre. Entre ces raies il faut d'abord chercher des correspondances à la série de *Mg* dans la partie moins réfrangible du spectre dont j'ai rendu compte précédemment (Contributions, I). D'ailleurs les raies qui restent à ranger dans le système appartiennent surtout aux parties extrêmes des spectres examinés, ce qui porte à croire que les déterminations sont incomplètes et que l'on pourra trouver de nouveaux points de vue pour la recherche en examinant de plus près p. ex. la partie extrême ultra-violette et en se servant de méthodes variées pour la production des spectres.

Parmi les résultats des recherches précédentes, ce qui semble mériter le plus d'attention, c'est qu'elles augmentent les raisons qui parlent pour un seul système de vibrations de parfaite régularité et pour la possibilité de pouvoir réunir toutes les raies d'un spectre dans une seule formule, contrairement à l'opinion d'un mélange de spectres dus à des molécules de températures

différentes. Il paraît fort probable qu'il n'y a pour chaque élément qu'un seul spectre, les intensités des séries et des raies spéciales variant avec la température et la densité du gaz incandescent d'une manière analogue à celle des harmoniques d'un son composé.

---

**Skänker till K. Vetenskaps-Akademins Bibliotek.**

(Forts. från sid. 656.)

**Harlem.** *Société Hollandaise des sciences.*

Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles. T. 27(1893):  
L. 3. 8:o.

**Jena.** *Medicinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft.*

Denkschriften. Bd 3: Abth. 2. 1893. 4:o.

**Kiel.** *Sternwarte.*

Publication. 8. 1893. 4:o.

**Kiew.** *Observatoire.*

Annales. Vol. 3—4. 1891—93. 4:o.

**Klagenfurt.** *Naturhistorisches Landes-Museum von Kärnten.*

Jahrbuch. H. 22. 1893. 8:o.

Diagramme der magnetischen und meteorologischen Beobachtungen zu  
Klagenfurt. 1891/92. Fol.

**Krakau.** *Académie des sciences.*

Bulletin international. 1893: N:o 8—9. 8:o.

**Leipzig.** *K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften.*

Abhandlungen. Philol.-hist. Cl. Bd 14: N:o 2—4. 1893. 4:o.

» Math.-phys. Cl. Bd 20: N:o 3—4. 1893. 4:o.

Berichte über die Verhandlungen. Math.-phys. Cl. 1893: 4—6. 8:o.

— *Astronomische Gesellschaft.*

Vierteljahrsschrift. Jahrg. 28(1893): H. 3. 8:o.

**Liège.** *Société géologique de Belgique.*

Annales. T. 20: Liv. 1—2. 1892—93. 8:o.

**Lima.** *Sociedad geográfica.*

Boletín. Año 3(1893): Cuad. 1. 8:o.

**London.** *R. Astronomical society.*

Monthly notices. Vol. 54(1893/94): N:o 1. 8:o.

— *Chemical society.*

Journal. Vol. 63—64(1893): 12. 8:o.

Proceedings. Session 1893/94: N:o 128—130. 8:o.

— *Royal gardens, Kew.*

Bulletin of miscellaneous information. 1894: Appendix 1. 8:o.

**Lübeck.** *Geographische Gesellschaft und Naturhistorisches Museum.*

Mitteilungen. H. 1—8. (2) H. 1—2, 4—6. 1882—93. 8:o.

**Luxemburg.** *Institut Grand-ducal.*

Publications. T. 22. 1893. 8:o.

— »*Fauna*». *Verein Luxemburger Naturfreunde.*

Mitteilungen. Jahrg. 1893: N:o 5. 8:o.

**Mexico.** *Sociedad científica »Antonio Alzate.»*

Memorias y revista. T. 7(1893/94): N:o 1—2. 8:o.

**Moscou.** *Société Imp. des naturalistes.*

Bulletin. 1893: N:o 2—3. 8:o.

(Forts. å sid. 698.)

## En ny metod att bestämma luftens dispersion.

Af J. R. RYDBERG.

[Meddeladt den 13 December 1893 genom B. HASSELBERG.]

På samma gång undersökningarna öfver spektras byggnad påkallat noggrannare våglängdsmätningar, hafva de äfven visat nödvändigheten af en bestämning af luftens dispersion för alla områden af spektrum i ändamål att kunna reducera de funna våglängderna till svängningstal, hvilka ensamt ega intresse vid en teoretisk undersökning. Redan för mer än två år sedan hade jag uppgjort planen till ett sådant arbete, hvars utförande emellertid genom flere omständigheter blifvit fördröjdt. Under tiden ha Herrar KAYSER och RUNGE,<sup>1)</sup> ledda af samma tanke, utfört en förträfflig undersökning af detta ämne. Icke desto mindre är det min afsigt att företaga mätningar efter min metod, alldenstund den stora betydelsen af de sedan till ständig användning kommande talvärdena utan tvifvel göra en kontroll af de förra mätningarna synnerligen önskvärd, äfven om icke något skäl finnes att tvifla på deras noggranhet. Till en sådan kontroll kan min metod så mycket hellre tjena, som den icke har något annat gemensamt med den af KAYSER och RUNGE använda, än att i båda fallen konkvagitter nyttjas för spektras framkallande.

<sup>1)</sup> Die Dispersion der Luft. Anhang zu den Abhandl. d. Preuss. Akad. d. Wissenschaften zu Berlin. 1893.

Metoden, som i teoretiskt hänseende är högst enkel, är det ännu mera i fråga om sjelfva mätningarnas utförande. Den kan korteligen sägas bestå deruti, att öfverlagrade spektra fotograferas i luft af olika täthet, och dispersionen beräknas ur den relativa förskjutning, som närliggande men till spektra af olika ordning hörande linier dervid erfara, i det nämligen skilnaden i brytbarhet för strålar af olika våglängd framträder starkare i luft af större täthet. Metoden framställes här i enklaste form utan några speciella detaljer i fråga om räkning eller mätning. Den för undersökningen afsedda apparaten, som egentligen utgör ett spektroskop för fotografering i förtunnad luft af det yttersta ultravioletta spektrum, kommer att särskildt beskrifvas.

Vi antaga, att  $\lambda_1$  och  $\lambda_2$  äro våglängderna i vakuum för tvänne linier i spektrum af ordningen  $m_1$ , så närbelägna, att luftens brytningsindex kan anses lika för båda. Låt vidare  $\lambda_0$  vara våglängden i lufttomt rum för en linie i spektrum af ordningen  $m_0$ , belägen mellan de båda andra. Vi kalla samma liners våglängder i luft af tätheten  $d'$  eller  $d''$  resp.  $\lambda'_0, \lambda'_1, \lambda'_2$  eller  $\lambda''_0, \lambda''_1, \lambda''_2$  och motsvarande brytningsindices för luften  $n'_0, n'_1, n'_2$  och  $n''_0, n''_1, n''_2$ , så att, om  $r_0, r_1, r_2$  beteckna brytande kraften hos luft af tätheten 1 för de tre strålarne,

$$\left. \begin{aligned} n'_0 &= 1 + r_0 \cdot d', & n''_0 &= 1 + r_0 \cdot d'' \\ n'_1 &= 1 + r_1 \cdot d', & n''_1 &= 1 + r_1 \cdot d'' \\ n'_2 &= 1 + r_2 \cdot d', & n''_2 &= 1 + r_2 \cdot d'' \end{aligned} \right\} . . . . . (1)$$

der enligt antagandet med tillräcklig noggrannhet<sup>1)</sup> kan sättas  $r_1 = r_2$  och alltså  $n'_1 = n'_2$  och  $n''_1 = n''_2$ .

Vi hafva då

$$\left. \begin{aligned} \lambda_0 &= n'_0 \cdot \lambda'_0 = n''_0 \cdot \lambda''_0 \\ \lambda_1 &= n'_1 \cdot \lambda'_1 = n''_1 \cdot \lambda''_1 \\ \lambda_2 &= n'_2 \cdot \lambda'_2 = n''_2 \cdot \lambda''_2 \end{aligned} \right\} . . . . . (2)$$

<sup>1)</sup> Det bör anmärkas, att alla här och i det följande använda approximationer på intet sätt äro nödvändiga utan endast införts för att förenkla framställningen och vid de verkliga bestämningarna icke komma att begagnas, äfvensom att sjelfva beräkningssättet vid sammanfattningen af hela observations-serier naturligtvis kommer att bli ett annat.

der sista raden äfven kan skrivas

$$\lambda_2 = n'_1 \cdot \lambda'_2 = n''_1 \cdot \lambda''_2 \dots \dots \dots (3)$$

Vi mäta nu i godtyckligt mått afstånden mellan linierna på plåtar tagna i luft af de båda olika tätheterna  $d'$  och  $d''$ . Afstånden mellan 1 och 2 och mellan 1 och 0 må vara resp.  $\mathcal{A}_{12}$ ,  $\mathcal{A}'_{12}$  och  $\mathcal{A}_{01}$ ,  $\mathcal{A}''_{01}$ .

Då vid hvilken användning som helst af konkavgitterspektra de strålar alltid ega samma fokus, för hvilka produkten af spektrums ordningstal  $m$  och liniens våglängd  $\lambda$  är konstant, har man

$$k \cdot \mathcal{A}'_{12} = m_1 \lambda'_2 - m_1 \lambda'_1, \quad k'' \cdot \mathcal{A}''_{12} = m_1 \lambda''_2 - m_1 \lambda''_1$$

$$k \cdot \mathcal{A}'_{01} = m_0 \lambda'_0 - m_1 \lambda'_1, \quad k'' \cdot \mathcal{A}''_{01} = m_0 \lambda''_0 - m_1 \lambda''_1$$

der  $k$ ,  $k''$  äro konstanter, som bero af skalan samt injustering och temperatur vid fotografering och mätning, men för närliggande linier på samma plåt kunna anses ega samma värde.

Betecknas qvoten  $\frac{\mathcal{A}_{01}}{\mathcal{A}_{12}}$  med  $q$ , resp.  $q'$  och  $q''$ , får man, oberoende af  $k$  och  $k''$ ,

$$q' = \frac{m_0 \lambda'_0 - m_1 \lambda'_1}{m_1 \lambda'_2 - m_1 \lambda'_1} = \frac{\frac{m_0}{m_1} \cdot \frac{\lambda_0}{n'_0} - \frac{\lambda_1}{n'_1}}{\frac{\lambda_2}{n'_2} - \frac{\lambda_1}{n'_1}} \text{ enl. (2)}$$

$$= \frac{\frac{m_0}{m_1} \cdot \frac{n'_1}{n'_0} \lambda_0 - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \text{ enl. (3).}$$

Men enl. (1) är

$$\frac{n'_1}{n'_0} = \frac{1 + r_1 \cdot d'}{1 + r_0 \cdot d'} = 1 + (r_1 - r_0) \cdot d'$$

med tillräcklig approximation.

Införes detta värde, erhåller man slutligen

$$q' = \frac{\frac{m_0}{m_1} \cdot \lambda_0 (1 + r_1 - r_0 \cdot d') - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

och på samma sätt i luft af tätheten  $d''$

$$q'' = \frac{\frac{m_0}{m_1} \cdot \lambda_0 (1 + r_1 - r_0 \cdot d'') - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}.$$

Elimineras mellan dessa båda eqvationer  $\frac{m_0}{m_1} \cdot \lambda_0$ , finner man

$$\frac{q'(\lambda_2 - \lambda_1) + \lambda_1}{1 + (\nu_1 - \nu_0)d'} = \frac{q''(\lambda_2 - \lambda_1) + \lambda_1}{1 + (\nu_1 - \nu_0)d''}$$

och med tillräcklig approximation

$$1 + (\nu_1 - \nu_0)(d'' - d') = \frac{q''(\lambda_2 - \lambda_1) + \lambda_1}{q'(\lambda_2 - \lambda_1) + \lambda_1}.$$

Häraf fås såsom uttryck för dispersionen vid luft af tätt-  
heten 1 mellan strålar af våglängderna  $\lambda_1$  eller  $\lambda_2$  och  $\lambda_0$

$$\delta = \nu_1 - \nu_0 = \frac{(q'' - q')(\lambda_2 - \lambda_1)}{(d'' - d')(q'(\lambda_2 - \lambda_1) + \lambda_1)} = \frac{q'' - q'}{d'' - d'} \cdot \frac{1}{q' + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}}$$

eller slutligen, om  $\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$  betecknas med  $Q$ ,

$$\delta = \nu_1 - \nu_0 = \frac{q'' - q'}{(d'' - d')(q' + Q)}.$$

Då enligt antagandet med tillräcklig noggrannhet kan sättas

$$\lambda_1 = n'_1 \cdot \lambda'_1, \quad \lambda_2 = n'_1 \cdot \lambda'_2,$$

har man äfven

$$Q = \frac{\lambda'_1}{\lambda'_2 - \lambda'_1}$$

eller med andra ord: de båda våglängderna  $\lambda_1$  och  $\lambda_2$  kunna  
vara bestämda i luft af hvad täthet som helst.

För att erhålla  $\delta$  måste luftens tryck och temperatur be-  
stämmas samt, om densamma icke är uttorkad, äfven fuktighets-  
graden. Härvid kan tydligen erforderlig noggrannhet utan större  
svårighet ernås.

Säkerheten i bestämmandet af  $\delta$  beror därför egentligen på  
noggrannheten hos  $q$ , alltså på  $A_{12}$  och  $A_{01}$ . Såsom vi redan  
sett, spelar skalan vid uppmätningen icke någon rol, eftersom  
endast qvoten af  $A$ -värdena ingår i uttrycket för dispersionen.  
Det enda, som erfordras, är därför, att skalan är densamma vid  
uppmätningen af  $A_{12}$  och af  $A_{01}$ , hvilket utan märkbart fel

kan antagas vara fallet, då man såsom här har att göra med linier, som endast skilja sig på några få ÅNGSTRÖMSKA enheter. Såsom likformigt inverkan på  $\lambda_{12}$  och  $\lambda_{01}$  äro temperaturförändringar hos plåt eller mikrometer utan betydelse, likasom injusteringen af plåten såväl vid mätning som vid fotografering, der en liten lutning mot fokalkurvan icke inför några afvikelser af första ordningen. Deremot är naturligtvis af största vikt att söka erhålla så skarpa linier som möjligt. Detta underlättas derigenom att valet af linier för mätningen kan ske efter behag inom temligen vida gränser.

Frågan om den absoluta noggrannheten hos  $\delta$  kan nu lätt besvaras. Vore man i stånd att taga fotografier i fullständigt vakuum, skulle man just erhålla våglängderna i lufttomt rum på samma sätt och med samma noggrannhet som eljest i luft af vanlig täthet och deraf kunna beräkna dispersionen. Men detsamma går äfven för sig, om skilnaden i tryck är 1 atmosfär, så att alltså  $\delta$  då bestämmes just med så stor noggrannhet, som behöfves för att exakt reducera till vakuum våglängdsbestämningar i vanlig luft, äfven om de äro utförda på de skarpaste linier och under betingelser, som utesluta de flesta vanliga felkällor. Denna noggrannhet stiger ytterligare proportionellt mot skilnaden mellan högsta och lägsta lufttryck, som kan uppnås.

Man bör således kunna vänta att erhålla  $\delta$  tillräckligt noga för att det fel, som vid reduktionen till vakuum af våglängdsbestämningar i vanlig luft införes, icke skall öfverstiga 0,001 ÅNGSTRÖMSK enhet.

Vi hafva hittills sysselsatt oss endast med en enskild bestämning af dispersionen mellan två olika ställen i spektrum. Öfverlagringen tillåter nu att, på samma sätt som vid våglängdsbestämningar med konkavgitterspektroskop, utgående från ett ställe af känt brytningsindex, erhålla bestämningar för ett stort antal andra, fördelade öfver spektrums hela utsträckning från det yttersta ultravioletta, som kan genomgå luften, till det röda, så långt det kan fotograferas. Ur de så erhållna värdena beräknas sedan konstanterna i någon dispersionsformel.



# Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. fr. sid. 692.)

- München.** *K. Bayerische Akademie der Wissenschaften.*  
 Abhandlungen. Hist. Cl. Bd 20: Abth. 3. 1893. 4:o.  
 Sitzungsberichte. Philos.-philol. u. hist. Cl. 1893: Bd 2: H. 1—2. 8:o.
- Neuchâtel.** *Société des sciences naturelles.*  
 Bulletin. T. 17(1888/89) — 20(1891/92). 8:o.
- New York.** *Academy of sciences.*  
 Transactions. Vol. 12(1892/93). 8:o.
- Ottawa.** *Field-naturalists' club.*  
 The Ottawa naturalist. Vol. 7(1893/94): N:o 7—9. 8:o.  
 — *Geological survey of Canada.*  
 FERRIER, W. F., Catalogue of a stratigraphical collection of Canadian rocks. 1893. 8:o.
- Paris.** *Société géologique de France.*  
 Mémoires. Paléontologie. T. 4: Fasc. 1. 1893. 4:o.  
 Bulletin. (3) T. 20(1892): N:o 8. 8:o.  
 Compte rendu des séances. 1893: N:o 5—17. 8:o.  
 — *Société zoologique de France.*  
 Mémoires. T. 6(1893): N:o 1—3. 8:o.  
 Bulletin. T. 18(1893): N:o 3—4. 8:o.  
 — *Carte géologique détaillée de la France.*  
 Études des gîtes minéraux de la France. Bassin houiller et permien d'Autun et d'Épinac. Fasc. 4: P. 2: Atlas. 1893. 4:o.  
 — *Société Linnéenne de Paris.*  
 Bulletin mensuel. 1893: N:o 137, 139—140. 8:o.  
 — *Comité international permanent pour l'exécution photographique de la carte du ciel.*  
 Bulletin. T. 2: Fasc. 2. 1893. 4:o.  
 — *Rédaction de la Feuille des jeunes naturalistes.*  
 Feuille des jeunes naturalistes. Année 24(1893/94): N:o 277—278. 8:o.
- Riga.** *Naturforscher-Verein.*  
 Korrespondenzblatt. 36. 1893. 8:o.
- Roma.** *R. Accademia dei Lincei.*  
 Memorie. Cl. di scienze morali . . . (5) Vol. 1: P. 2(1893): 5—7. 4:o.  
 Rendiconti. Cl. di scienze morali . . . (5) Vol. 2(1893): Fasc. 8—10. 8:o.  
 » Cl. di scienze fisiche . . . (5) Vol. 2(1893): Sem. 2: Fasc. 9—11. 8:o.  
 — *R. Istituto botanico.*  
 Annuario. Anno 5: Fasc. 3. 1894. 4:o.  
 — *Specola Vaticana.*  
 Pubblicazioni. Fasc. 3. 1893. 4:o.
- San Francisco.** *California academy of sciences.*  
 Proceedings. (2) Vol. 3: P. 2. 1893: 8:o.  
 Occasional papers. 4. 1893. 8:o.

**St. Petersburg. Comité géologique.**

Mémoires. Vol. 4: N:o 3; 9: 2; 10: 2; 12: 2. 1893. 4:o.

Bulletins. T. 11(1892): N:o 5—10 &amp; Suppl.; 12(1893): 1—2. 8:o.

— *Russisch-kajserl. mineralogische Gesellschaft.*

Verhandlungen. (2) Bd 13—27, 29. 1878—92. 8:o.

Materialien zur Geologie Russlands. Bd 8—14, 16. 1878—93. 8:o.

Register zu den Verhandlungen u. Materialien, 1866—84. 8:o.

**Stavanger. Museum.**

Aarsberetning. 1892. 8:o.

**Stettin. Entomologischer Verein.**

Stettiner entomologische Zeitung. Jahrg. 54(1893): N:o 4—6. 8:o.

**Sydney. Australian museum.**

Records. Vol. 2: N:o 5. 1893. 8:o.

— *Observatory.*

Results of astronomical observations 1879—81. 1893. 8:o.

**Tacubaya. Observatorio astronómico nacional.**

Anuario. Año 13(1893). 8:o.

Boletín. T. 1: N:o 1—14. 1890—92. 4:o.

**Tokyo. Imperial university, College of science.**

Journal. Vol. 6: P. 3. 1893. 4:o.

**Torino. R. Osservatorio astronomico.**

Pubblicazioni. N:o 3. 1893. 4:o.

**Toronto. The Canadian institute.**

Transactions. Vol. 3: P. 2. 1893. 8:o.

Annual report. 5(1892/93). 8:o.

**Washington. Bureau of ethnology.**

Annual report. 8(1886/87). 4:o.

PILLING, J. C., Bibliography of the Chinookan languages. 1893. 8:o.

— *U. S. Coast and geodetic survey.*

Bulletin. N:o 26—27. 1893. 8:o.

**Wien. K. K. Gradmessungs-Bureau.**

Astronomische Arbeiten. Bd 3. 1891. 4:o.

**Würzburg. Physikalisch-medicinische Gesellschaft.**

Verhandlungen. N. F. Bd 27: N:o 1—4. 1893. 8:o.

Sitzungsberichte. 1893: N:o 1—6. 8:o.

**Af Professor W. Leche.**

STRICKER, W., Geschichte der Menagerien und der zoologischen Gärten. Berlin 1879. 8:o.

**Af utgifvaren.**

Acta mathematica von G. MITTAG-LEFFLER. 17: 3—4. 1893. 4:o.

**Af författarne.**

BACKLUND, O., Calculs et recherches sur la comète d'Encke. 3. St. Pétersbourg 1893. 4:o.

KLINCKOWSTRÖM, A., Beiträge zur Kenntniss des Parietalauges. Jena 1893. 8:o.

— Die Zirbel und das Foramen parietale bei Callichthys (asper und littoralis). Jena 1893. 8:o.

**Af författarne.**

- KROK, T. O. B. N., Svensk botanisk literatur 1892. Lund 1893. 8:o.  
 LJUNGMAN, A. V., Lagstiftningen för hummerfisket. 1—2. Göteborg 1891, 92. 8:o.  
 — Småskrifter. 2 st. 8:o.  
 NILSSON, A., Forstligt botaniska undersökningar i sydöstra Nerike 1892. Sthlm 1893. 8:o.  
 — Följderna af tallmätarens och röda tallstekelns uppträdande i Nerike under de senare åren. Sthlm 1893. 8:o.  
 TRYBOM, F., Fisket i Halland 1892. 8:o.  
 ÅKERMAN, R., Om bessemersprocessen sådan den utvecklats i Sverige. Sthlm 1893. 8:o.  
 BERGBOHM, J., Entwurf einer neuen Integralrechnung. H. 2. Leipzig 1893. 8:o.  
 HJELT, O. E. A., Medicinska förhållanden i Åbo på 1750-talet. Hfors 1882. 8:o.  
 — Medicinska förhållanden i Åbo på 1760-talet. Hfors 1890. 4:o.  
 — Småskrifter. 2 st. 8:o.  
 KNOPF, O., Die Schmidt'sche Sonnentheorie und ihre Anwendung auf die Methode der spektroskopischen Bestimmung der Rotationsdauer der Sonne. Jena 1893. 4:o.  
 MALLET, J. W., Jean-Servais Stas, and the measurement of the relative masses of the atoms of the chemical elements. London 1893. 8:o.  
 VINCENTI, G., Il fono-telegrafo. Ivrea 1891. 4:o.  
 — La fonografia universale Michela e la fono-telegrafia universale Vincenti. Ivrea 1893. tv.4:o.
- 

**Stockholm. Helsevårdsnämnden.**

Veckoöfversigt af Stockholms sanitära statistik. Årg. 17(1892): N:o 1—28, 30—45, 47—52 & Bulletin annuel. 4:o.

**Upsala. Meteorologiska observatorium.**

Bulletin mensuel. Vol. 24(1892). 4:o.

» » Appendices: Recherches sur le climat d'Upsal. 1. Pluies. 1893. 4:o.

HILDEBRANDSSON, H. H., & HAGSTRÖM, K. L., Des principales méthodes employées pour observer et mesurer les nuages. 1893. 8:o.

**Kristiania. K. Norsk meteorologisk Institut.**

Nedbör-höiden i Norge, beregnet efter Observationer 1867—1891. 4:o.

**Adelaide. Observatory.**

Meteorological observations made at A.— and other places of South Australia and the Northern Territory under the direction of Ch. Todd. Year 1884—85; 1890. 4:o.

**Batavia. Magnetical and meteorological observatory.**

Observations. Vol. 14(1891). 4:o.

Rainfall in the East Indian Archipelago. Year 13(1891). 8:o.

**Berlin.** *K. Preussisches meteorologisches Institut.*

Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen. Jahr 1892: H. 2. 4:o.

Ergebnisse der Niederschlags-Beobachtungen. 1891. 4:o.

Bericht über die Thätigkeit. 1891—1892. 8:o.

Witterung. 1892: 1—12. 8:o.

— *Meteorologische Abtheilung des forstlichen Versuchswesens in Preussen.*

Beobachtungs-Ergebnisse der ... forstlich meteorologischen Stationen.

Jahrg. 18(1892): N:o 1—12. 8:o.

Jahresbericht über die Beobachtungs-Ergebnisse ... Jahrg. 18(1892). 8:o.

**Bern.** *Département des Innern, Abth. Bauwesen. — Département fédéral de l'Intérieur, Section des travaux publics.*

Schweizerische hydrometrische Beobachtungen. Tabellarische Zusammenstellung der Haupt-Ergebnisse. — Observations hydrométriques Suisses. Table de récapitulation des principaux résultats. Jahr 1889. Fol.

Graphische Darstellung der Schweizerischen hydrometrischen Beobachtungen. 1892: 1a, 1b, 1c, 1d, 2a, 2b, 2c, 2d, 3—4, 5a, 5b, 6. Fol.

Tableau graphique des observations hydrométriques Suisses. 1891. 1a, 1b, 1c, 1d, 2a, 2b, 2c, 2d, 3—4, 5a, 5b, 6. Fol.

Graphische Darstellung der Lufttemperaturen und der Niederschlags-höhen. 1892: 1—3. Fol.

Tableau graphique des températures de l'air et des hauteurs pluviales. 1891: 1—3; 1892: 1—3. Fol.

**Bremen.** *Meteorologische Station 1:er Ordnung.*

Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen. Jahrg. 2(1891)—3 (1892). 4:o.

**Brünn.** *Meteorologische Commission des Naturforschenden Vereins.*

Bericht über die Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen. 10(1890). 8:o.

**Bruzelles.** *Observatoire Royal de Belgique.*

Annales. — Observations météorologiques d'Uccle. 1892: 1—12. 4:o.

— *État Indépendant du Congo.*

Publications. No. 7. ETIENNE, E., Le climat de Banana en 1890, suivi des Observations météorologiques faites 1889  $1\frac{1}{12}$ —1891  $10\frac{1}{3}$ . 1892. st. 8:o.

**Bucouresol.** *Institut météorologique de Roumanie.*

Analele. — Annales. T. 6(1890). 4:o.

Buletinul Observațiunilor Meteorologice. Anul 1(1892). 4:o.

**Budapest.** *K. Ungarische Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus.*

Jahrbücher. Bd 20(1890). 4:o.

**Cambridge, U. S.** *Astronomical observatory of Harvard College.*

Annals. Vol. 30: P. 3; 31: 1; 40: 1. 1892. 4:o.

**Chemnitz.** *K. Sächsisches meteorologisches Institut.*

Jahrbuch. Jahrg. 9(1891): Abth. 3; 10(1892): 1—3. 4:o.

Vorläufige Mittheilung der Beobachtungs-Ergebnisse von 12 Stationen 2:r Ordnung in Sachsen. Jahr 1892: N:o 1—12. Fol.

Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1893. Årg. 50. N:o 10.

**Chemnitz.** *K. Sächsisches meteorologisches Institut.*

Wissenschaftliche Beilage der Leipziger Zeitung. 1892: N:o 7; 21;  
33—34; 45; 59; 72; 85; 99; 112; 125; 137; 150. 4:o.

Das Klima des Königreiches Sachsen. H. 1—2. 1892—93. 4:o.

**Coimbra.** *Observatorio meteorologico e magnetico da universidade.*

Observaciones meteorologicas e magneticas. Anno 1892. Fol.

**Dorpat.** *Meteorologisches Observatorium der Universität.*

Meteorologische Beobachtungen. Jahr 1892. 4:o.

Bericht über die Ergebnisse der Beobachtungen an den Regenstationen  
der K. Livländischen gemeinnützigen und ökonomischen Sozietät.  
Jahr 1889—1891. 4:o.

**Edinburgh.** *Scottish meteorological society.*

Journal. (3) Vol. 9: N:o 9. 1892. 8:o.

**Fiume.** *K. K. Marine-Akademie.*

Meteorologische Beobachtungen. Jahr 1892: 1—12 & Resultate. 8:o.

**Genève et le Grand Saint-Bernhard.** [*Stations.*]

Résumé météorologique par A. KAMMERMAN. 1890. 8:o.

**Hamburg.** *Deutsche Seewarte.*

Wetterbericht. Jahrg. 17(1892): N:o 1—363, 365—366. Fol.

» Korrekturen und Nachträge. 1892: N:o 1—12. Fol.

Deutsches meteorologisches Jahrbuch. Jahrg. 14(1891). 4:o.

Aus dem Archiv der Deutschen Seewarte. Jahrg. 15(1892). 4:o.

SEEMANN, C. H., & KÖPPEN, W., Ausgewählte tropische Wirbelstürme  
im südlichen Indischen Ocean. Berlin 1892. 8:o.

**Helsingfors.** *Finska Vetenskaps societeten.*

Observations publiées par l'Institut météorologique central. Vol. 3  
(1884)—5(1886): Livres 1. 4:o.

**Herény.** *Astrophysikalisches Observatorium.*

Meteorologiai megfigyelések. — Meteorologische Beobachtungen. Jahr  
1890. Budapest. 4:o.

**Karlsruhe.** *Centralbureau für Meteorologie und Hydrographie.*

Jahresbericht. Jahr 1892: Th. 2. 4:o.

Niederschlagsbeobachtungen der Meteorologischen Stationen im Gross-  
herzogthum Baden. 1892: Halbj. 1—2. 4:o.

**Kiel.** *Ministerial-Kommission zur Untersuchung der Deutschen Meere.*

Ergebnisse der Beobachtungsstationen an den Deutschen Küsten. Jahrg.  
1891: H. 10—12; 1892: 1—12. T. 4:o.

**Kiew.** *Observatoire météorologique de l'Université.*

Observations. Année 1892: 1—12 & Résultats. 8:o.

— Réseau météorologique du bassin du Dnièpre.

Travaux. — Труды. Т. 1: No. 1—3. 1892—93. 8:o.

**Kjöbenhavn.** *Dansk Meteorologisk Institut.*

Maanedsoversigt. Aar 1892: 1—12. Fol.

Meteorologisk Aarbog. Aar 1890: D. 2; 1892: 1. Fol.

**Krakau.** *K. K. Sternwarte.*

Meteorologische Beobachtungen. Jahr 1892: 1—12 & Resultate. 8:o.

— K. Vetenskaps-Akademiens meteorologiska section.

Materijaty do klimatografii Galicyi. Rok 1892. 8:o.

**London.** *Meteorological office.*

Daily weather report. Year 1892: N:o 1—365; Additions and Corrections. 1—12. 4:o.

Weekly weather report. 9(1892): 1—52; Appendix 1—2. 4:o.

Summary of the observations made at the stations included in the Daily and Weekly weather reports. 1892: 1—12. 4:o.

Official publications. N:o 99; 101; 103—105. 8:o & 4:o.

Report of the Meteorological council to the Royal Society. 1892 <sup>31</sup>/<sub>3</sub>. 8:o.

— *R. Meteorological society.*

\* Quaterly journal. Vol. 18(1892). 8:o.

Meteorological record. Vol. 11(1891): N:o 44; 12(1892): 45—48. 8:o.

**Madras.** *Government observatory.*

Hourly meteorological observations 1856, Jan.—1861, Febr. 1893. 4:o.

**Madrid.** *R. Observatorio.*

Observaciones meteorológicas. Año 1890—1891. 8:o.

Resumen de las observaciones meteorológicas efectuadas en la península y algunas de sus islas adyacentes. Año 1890. 8:o.

**Magdeburg.** *Wetterwarte der Magdeburgischen Zeitung.*

Jahrbuch der meteorologischen Beobachtungen. Bd 10(1891). 4:o.

**Manila.** *Observatorio meteorológico bajo la direccion de los PP de la Compañia de Jesús.*

Observaciones. 1891: N:o 9—12; 1892: 1—3. 4:o & Fol.

CIRERA, R., El magnetismo terrestre en Filipinas. 1893. 4:o.

**Marseille.** *Commission météorologique du dép. des Bouches-du-Rhône.*

Bulletin annuel. Année 10(1891). 4:o.

**Melbourne.** *Observatory.*

Monthly record of results of observations in meteorology, terrestrial magnetism, &c. &c. Year 1892: 1—12. 8:o.

**Mexico.** *Observatorio meteorológico-magnético central.*

Boletín mensual. T. 3(1890): N:o 4. 4:o.

**Milano.** *Observatorio astronomico di Brera.*

Osservazioni meteorologiche. Anno 1892. 4:o.

**Montevideo.** *Sociedad meteorológica Uruguaya.*

[Boletín mensual.] 1892: 11—12. 4:o.

**Moskwa.** *Observatoire magnétique et météorologique de l'Institut Constantin des arpenteurs.*

Tables des observations. Année 1892: 1—12. 4:o.

**München.** *K. Meteorologische Centralstation.*

Beobachtungen der meteorologischen Stationen im Königreiche Bayern.

Jahrg. 14(1892): H. 1—4. 4:o.

Übersicht der Witterungsverhältnisse im Königreiche Bayern. Jahr 1892: 1—12. Fol.

LANG, C., Durchschnittliche Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit des Niederschlages in Bayern. 1892. 4:o.

Småskrifter. 3 häften. 4:o.

**Napoli.** *R. Osservatorio di Capodimonte.*

Osservazioni meteoriche. 1892. 4:o.

ANGELITTI, F., Riassunti decadi e mensuali delle osservazioni meteoriche fatte nel R. O. di C. 1891. Nota. 4:o.

- New York.** *U. S. Meteorological observatory of the department of public parks.*  
Report. Vol. 47(1892). 4:o.
- Nizza.** *Société de médecine et de climatologie médicale.*  
Nice-médical. Année 17(1892/93): N:o 1—12. 8:o.
- Odessa.** *Meteorologisches Observatorium der Neurussischen Universität.*  
Метеорологическія наблюденія. — Meteorologische Beobachtungen.  
1892: 1—12. Fol.
- Метеорологическія особенности. 1892. Fol.
- Метеорологическое обозрѣніе. Труды... — Revue météorologique. Travaux du réseau météorologique du sud-ouest de la Russie l'année 1892. Par A. KLOSOSVSKY. Vol. 3—5. 1893. 4:o.
- Paris.** *Bureau central météorologique.*  
Bulletin international. Année 36(1892): N:o 1—16, 18—93, 95—366. 4:o.
- Bulletin mensuel. Année 1892: N:o 1—12. 4:o.
- Annales. Année 1890: 1—3. 4:o.
- *Bureau International des poids et mesures.*  
Notice sur les thermomètres destinés à la mesure des basses températures. 1893. 8:o.
- Pola.** *Hydrographisches Amt der K. K. Kriegsmarine.*  
Meteorologische und magnetische Beobachtungen. Jahr 1889: 8; 1892: 1—12 & Jahresübersicht. Tв. fol.
- Frag.** *K. K. Sternwarte.*  
Magnetische und meteorologische Beobachtungen. Jahrg. 53(1892). 4:o.
- Puebla.** *Observatorio meteorológico del colegio del estado.*  
Resumen de observaciones. 1892: 1, 4—12. Fol.
- Rio de Janeiro.** *Observatorio.*  
CRULS, L., O clima do Rio de Janeiro... — Le climat de Rio de Janeiro. D'après les observations météorologiques faites pendant la période 1851—1890. 1892. 4:o.
- Riposto.** *Observatorio meteorológico.*  
Bollettino mensile. Anno 18(1892): N:o 2, 4—12. 8:o.
- Roma.** *Ufficio centrale di meteorologia e di geodinamica.*  
Bollettino meteorico giornaliero. Anno 14(1892): N:o 3, 8, 13, 18, 47, 55, 75, 99—100, 113, 136, 153, 158, 164, 167, 169—170, 195, 200, 241, 249, 281, 292, 298, 306, 311, 325, 334—335, 339, 352. Suppl. 68, 71, 79. 4:o.
- Annali. (2) Vol. 11(1889): P. 1—2. 4:o.
- San Fernando.** *Instituto y Observatorio de marina.*  
Anales. Secc. 2. Observaciones meteorológicas y magnéticas. Año 1891. st. 4:o.
- Almanaque náutico. 1895. Madrid. 4:o.
- San José.** *Instituto físico-geográfico y Museo nacional de Costa Rica.*  
Anales. T. 3(1890). 4:o.
- San Salvador.** *Observatorio meteorológico y astronómico.*  
Observaciones meteorológicas. 1892: 1—9. Tв. fol.
- Anuario. Año 1893. 8:o.

**S:t Petersburg.** *Physikalisches Centralobservatorium.*

Bulletin météorologique. Année 1892: N:o 1—357, 359—366. Fol.

» » Supplement: Année 1892: 1—12. Fol.

Annalen. Jahrg. 1891: Th. 1—2. 4:o.

Repertorium für Meteorologie, redigirt von H. Wild. Bd 15. 1892. 4:o.

**Siracusa.** *Osservatorio centrale.*

Osservazioni meteorologiche. Anno 15(1891): N:o 7—12; 16(1892): 1—12. 8:o.

**Stonyhurst.** *Observatory.*

Results of meteorological and magnetical observations. 1892. 8:o.

**Strassburg.** *Centralstelle des meteorologischen Landesdienstes in Elsass-Lothringen.*

Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen. Jahr 1891. 4:o.

**Stuttgart.** *K. Meteorologische Centralstation.*

Meteorologische Beobachtungen. Jahrg. 1892. 4:o.

**Sydney.** *Government Observatory.*

Results of meteorological observations made in New South Wales. 1880—1884; 1888—1890. 8:o.

Results of rain, river, and evaporation observations made in New South Wales. 1889—1891. 8:o.

Meteorological observations at Sydney. 1892: 6—12. 8:o.

**Tiflis.** *Physikalisches Observatorium.*

Beobachtungen. Jahr 1891. 4:o.

Beobachtungen der Temperatur des Erdbodens. Jahr 1886—87. 8:o.

**Torino.** *Osservatorio della R. Università.*

Osservazioni meteorologiche. 1892. 8:o.

— *Società meteorologica Italiana.*

Bollettino mensile. (2) Vol. 12(1892): N:o 1—12. 4:o.

**Toronto.** *Meteorological service of the Dominion of Canada.*

Monthly weather review. Year 1892: N:o 1—12. 4:o.

General meteorological register. Year 1892. 8:o.

**Trieste.** *Osservatorio marittimo della I. R. Accademia di nautica.*

Rapporto annuale. Vol. 7(1890). 4:o.

**Utrecht.** *K. Nederlandsch meteorologisch Instituut.*

Nederlandsch meteorologisch Jaarboek. Jaarg. 44(1892). T.v. 4:o.

Onweders in Nederland. D. 12(1891)—13(1892). 8:o.

**Vilafranca del Panadés.** *Estacion meteorológica.*

Observaciones. Año 1892. 8:o.

**Washington.** *U. S. Weather Bureau.*Twodaily [American] weather maps. 8 A.M., 8 P.M. Year 1890:  $\frac{1}{3}$ — $\frac{31}{3}$ ,  $\frac{1}{7}$ — $\frac{31}{7}$ ; 1891:  $\frac{1}{6}$ — $\frac{30}{6}$ ,  $\frac{1}{9}$ — $\frac{30}{9}$ ,  $\frac{1}{11}$ — $\frac{31}{12}$ ; 1892:  $\frac{1}{1}$ — $\frac{31}{12}$ . Fol.

Monthly [American] weather review. Year 1892: 1—12. 4:o.

Bulletin. N:o 5—6, 8, 10. 1892—93. 8:o.

Report. 1892. 8:o.

FINLEY, J. P., Certain climatic features of the two Dakotas. 1893. 4:o.

— *Signal office, U. S. Army.*

[American] Weather charts. 1889: Supplement 1—6. Fol.

Annual report. 1891. 8:o.



**Washington.** *Hydrographic office, U. S. Navy.*

Pilot chart of the North Atlantic ocean. 1892: 1, Suppl., 2—6, Suppl., 7, Suppl., 8—11, Suppl., 12. Fol.

Notice to mariners. 1891: [Index]; 1892: N:o 5, 7, 11, 13, 15—16. 8:o.

— *U. S. Coast and Geodetic survey.*

Notice to mariners. 1891: N:o 149; 1892: 150—151. 4:o.

**Wien.** *K. K. Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus.*  
Jahrbücher. Bd 36(1891). 4:o.

v. LORENZ-LIBURNAU, J., Resultate forstlich-meteorologischer Beobachtungen, insbesondere 1885—1887. Th. 1. 1890. 4:o.

**Zürich.** *Schweizerische meteorologische Central-Anstalt.*

Annalen. Jahrg. 27(1890). 4:o.

Meteorologische Beobachtungen an 15 Stationen der Schweiz. Jahr 1891: Qv. 4; 1892: 1—4. 4:o.

**Utgifvarne.**

Månadsöfversigt af väderleken i Sverige ... utg. af H. E. HAMBERG.  
Årg. 12(1892): 1—12. Fol.

SYMONS'S Meteorological magazine. Vol. 27(1892). London. 8:o.

**Författarne.**

ABBE, C., Cloud observations at sea. Report. Boston 1891. 8:o.

BERGMANN, R., Über die Vertheilung und Thätigkeit der meteorologischen Stationen in Russland, von den ersten Anfängen — 1889. St. Petersburg 1892. 4:o.

BINNIE, A. R., On mean or average annual rainfall, and the fluctuations to which it is subject. With an abstract of the discussion upon the paper. Edit. by J. Forest. London 1892. 8:o.

CHISTONI, C., Domenico Ragona. Modena 1892. 8:o.

DENZA, F., Sulle indicazioni degli instrumenti sismici. Nota. Roma 1892. 4:o.

— Pioggia di sabbia. Nota. Roma 1891. 4:o.

— Terremoto del 1891 <sup>20</sup>/<sub>1</sub>. Roma 1891. 4:o.

— Meteorologia cosmica, perturbazione solare ed elettro-magnetica. Nota. Roma 1892. 4:o.

JÄGER, G., Wetterausagen und Mondwechsel. Stuttg. 1893. 8:o.

KLOSSOVSKY, A., Une page de l'histoire du réseau météorologique privé du sud-ouest de la Russie. Odessa 1893. 4:o.

KÖPPEN, W., Verhalten der Öle und Seifen auf Wasseroberflächen-spannung bei Beruhigung der Wellen. Berlin 1893. 8:o.

— Småskrifter. 8 st. 8:o.

LEYST, E., Über die Berechnung von Temperatur-Mitteln aus Beobachtungen zu den Terminen 8 Uhr Vm, 2 Uhr und 8 Uhr Nm. St. Petersb. 1892. 4:o.

— Über die Bodentemperatur in Pawlowsk. St. Petersb. 1890. 4:o.

— Über den Einfluss der Temperatur des Quecksilberfadens bei gewissen Maximum-Thermometern und feuchten Psychrometer-Thermometern. St. Petersb. 1891. 4:o.

— Fehler bei Bestimmung der Schwingungsdauer von Magneten und ihr Einfluss auf absolute Messungen der Horizontal-Intensität des Erdmagnetismus. St. Petersb. 1887. 4:o.

**Författarne.**

LEYST, E., Die niedrige Temperatur des Octobers 1881. St. Petersb. 1881. 4:o.

— Ob opredlenija sredinch temperatur po nabliudenijam v sroki 8 z utra, 2 z i 8 z po poludin. St. Petersb. 1892. 8:o.

— O temperatur pozv v Pavlovsk. St. Petersb. 1891. 8:o.

— Untersuchungen über die Bodentemperatur in Königsberg in Pr. Königsb. 1892. 4:o.

— Untersuchungen über den Einfluss der Ablesungstermine der Extremtermine der Extrem-Thermometer auf die aus ihnen abgeleiteten Extrem-Temperaturen und Tagesmittel der Temperatur. St. Petersb. 1889. 4:o.

— Smäskrift. 1 st. 8:o.

RUSSEL, H. C., A cyclonic storm or tornado in the Gwydir district. Sydney 1891. 8:o.

STAGGEMEIER, A., Prospect of geographical positions between the arctic pole and the parallel on 30° N. Copenhagen. Fol.

— Prospect of » » » the antarctic pole and the parallel on 30° S. Copenhagen. Fol.

STEEN, A. S., Lufttrykkets forandringer under en total solförmörkelse. [Bergen 1891]. 8:o.

7







